

吉林省 2012 年初中毕业生学业考试

数学试题

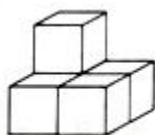
数学试题共 6 页，包括六道大题，共 26 道小题。全卷满分 120 分。考试时间为 120 分钟。考试结束后，将本试题和答题卡一并交回。

一、单项选择题（每小题 2 分，共 12 分）

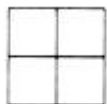
1. 在四个数 0, -2, -1, 2 中，最小的数是

- (A) 0. (B) -2. (C) -1 (D) 2

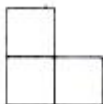
2. 如图，由 5 个完全相同的小正方形组合成一个立体图形，它的俯视图是



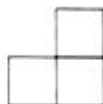
(第 2 题)



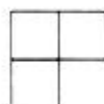
(A)



(B)



(C)



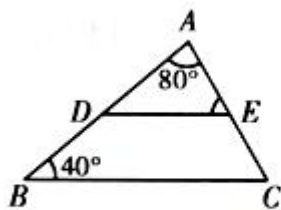
(D)

3. 下列计算正确的是

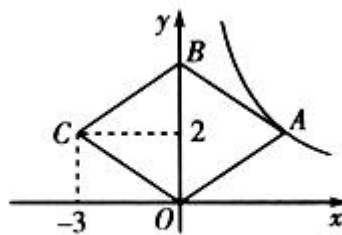
- (A) $3a - a = 2$. (B) $a^2 + 2a^2 = 3a^2$. (C) $a^2 \cdot a^3 = a^6$. (D) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ， D, E 分别是 AB, AC 上的点，且 $DE \parallel BC$ ，则 $\angle AED$ 的度数为

- (A) 40° . (B) 60° . (C) 80° . (D) 120° .



(第 4 题)



(第 5 题)

5. 如图，菱形 $OABC$ 的顶点 B 在 y 轴上，顶点 C 的坐标为 $(-3, 2)$ 。若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图像经过点 A ，则 k 的值为

- (A) -6. (B) -3. (C) 3. (D) 6.

6. 某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器，现在生产 600 台机器所需时间与原计划生产 450 台机器所需时间相同。设原计划每天生产 x 台机器，则可列方程为

(A) $\frac{600}{x} = \frac{450}{x+50}$.

(B) $\frac{600}{x} = \frac{450}{x-50}$.

(C) $\frac{600}{x+50} = \frac{450}{x}$.

(D) $\frac{600}{x-50} = \frac{450}{x}$.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

7. 计算: $\sqrt{12} - \sqrt{3} =$ _____.

8. 不等式 $2x - 1 > x$ 的解集为_____.

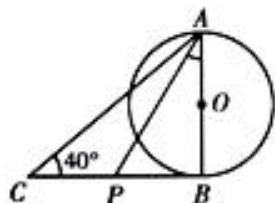
9. 若方程 $x^2 - x = 0$ 的两个根为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 则 $x_2 - x_1 =$ _____.

10. 若甲、乙两个芭蕾舞团参加演出的女演员人数相同, 平均身高相同, 身高的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 1.5$, $S_{\text{乙}}^2 = 2.5$, 则_____芭蕾舞团参加演出的女演员身高更整齐 (填“甲”或“乙”).

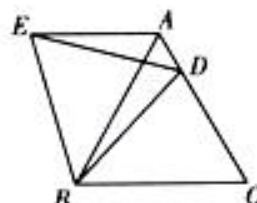
11. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的三点, $\angle CAO = 25^\circ$, $\angle BCO = 35^\circ$, 则 $\angle AOB =$ _____度.

12. (如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 以点 A 为圆心, AC 长为半径画弧, 交 AB 于点 D , 则 $BD =$ _____.

13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 是 $\odot O$ 的切线, $\angle ACB = 40^\circ$, 点 P 在边 BC 上, 则 $\angle PAB$ 的度数可能为_____ (写出一个符合条件的度数即可).



(第 13 题)



(第 14 题)

14. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AC 上的一点, 连接 BD , 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 逆时针旋转 60° , 得到 $\triangle BAE$, 连接 ED , 若 $BC = 10$, $BD = 9$, 则 $\triangle AED$ 的周长是_____.

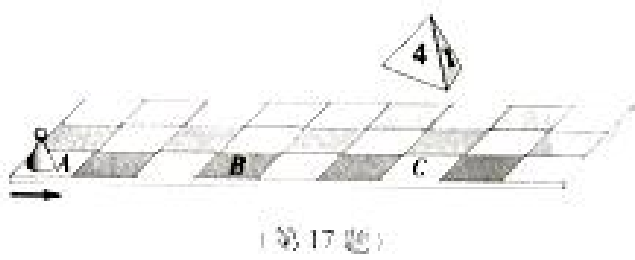
三、解答题 (每小题 5 分, 共 20 分)

15. 先化简, 再求值: $(a+b)(a-b) + 2a^2$, 其中 $a=1, b=\sqrt{2}$.

- 16.如图，在东北大秧歌的踩高跷表演中，已知演员身高是高跷长度的2倍，高跷与腿重合部分的长度是28cm，演员踩在高跷上时，头顶距离地面的高度为224cm. 设演员的身高为 x cm，高跷的长度为 y cm，求 x,y 的值.



- 17.如图，有一游戏棋盘和一个质地均匀的正四面体骰子（各面依次标有1，2，3，4，四个数字）. 游戏规则是游戏者每投掷一次骰子，棋子按骰子着地一面所示的数字前进相应的格数. 例如：若棋子位于A处，游戏者所投掷骰子着地一面所示数字为3，则棋子由A处前进3个方格到达B处. 请用画树形图法（或列表法）求投掷骰子两次后，棋子恰好由A处前进6个方格到达C处的概率.



- 18.在如图所示的三个函数图像中，有两个函数图像能近似地刻画如下 a 、 b 两个情境：



情境 a ：小芳离开家不久，发现把作业本忘在家里，于是返回家里找到了作业本再去学校；

情境 b ：小芳从家出发，走了一段路程后，为了赶时间，以更快的速度前进.

- (1) 情境 a 、 b 所对应的函数图像分别为_____,_____.(填写序号)
- (2) 请你为剩下的函数图像写出一个适合的情境.

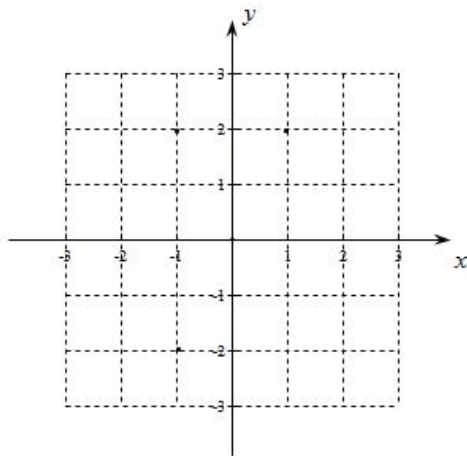
四、解答题 (每小题 7 分, 共 28 分)

19. 在平面直角坐标系中, 点 A 关于 y 轴的对称点为 B , 点 A 关于原点 O 的对称点为点 C .

(1) 若点 A 的坐标为 $(1, 2)$, 请在给出的坐标系中画出 $\triangle ABC$. 设 AB 与 y 轴的交点为 D , 则

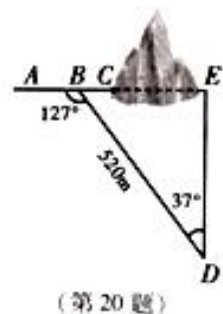
$$\frac{S_{\triangle ADO}}{S_{\triangle ABC}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 若点 A 的坐标为 (a, b) ($ab \neq 0$), 则 $\triangle ABC$ 的形状为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



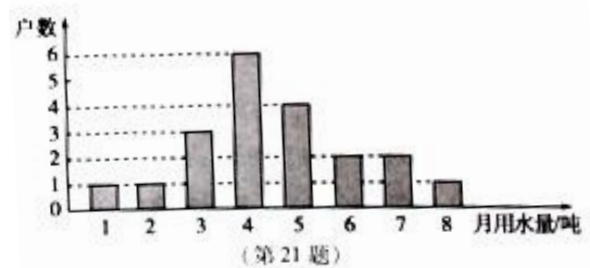
20. 如图, 沿 AC 方向开山修一条公路, 为了加快施工进度, 要在小山的另一边寻找点 E 同时施工. 从 AC 上的一点 B 取 $\angle ABD = 127^\circ$, 沿 BD 方向前进, 取 $\angle BDE = 37^\circ$, 测得 $BD = 520m$, 并且 AC, BD 和 DE 在同一平面内.

- (1) 施工点 E 离 D 多远正好能使 A, C, E 成一直线 (结果保留整数);
 - (2) 在 (1) 的条件下, 若 $BC = 80m$, 求公路 CE 段的长 (结果保留整数)
- (参考数据: $\sin 37^\circ = 0.60$, $\cos 37^\circ = 0.80$, $\tan 37^\circ = 0.75$)



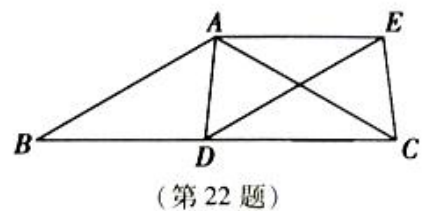
21.为宣传节约用水,小明随机调查了某小区部分家庭5月份的用水情况,并将收集的数据整理成如下统计图.

- (1) 小明一共调查了多少户家庭?
- (2) 求所调查家庭5月份用水量的众数、平均数;
- (3) 若该小区有400户居民,请你估计这个小区5月份的用水量.



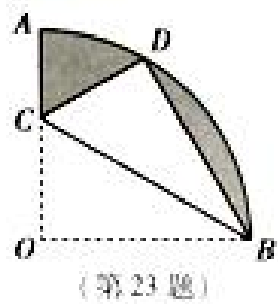
22.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 为边 BC 上一点,以 AB, BD 为邻边作平行四边形 $ABDE$, 连接 AD, EC .

- (1) 求证: $\triangle ADC \cong \triangle ECD$;
- (2) 若 $BD=CD$, 求证四边形 $ADCE$ 是矩形.



五、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

23.如图, 在扇形 OAB 中, $\angle AOB=90^\circ$, 半径 $OA=6$. 将扇形 OAB 沿过点 B 的直线折叠, 点 O 恰好落在弧 AB 上点 D 处, 折痕交 OA 于点 C , 求整个阴影部分的周长和面积.



24.如图 1, A, B, C 为三个超市, 在 A 通往 C 的道路 (粗实线部分) 上有一 D 点, D 与 B 有道路 (细实线部分) 相通. A 与 D , D 与 C , D 与 B 之间的路程分别为 25km , 10km , 5km . 现计划在 A 通往 C 的道路上建一个配货中心 H , 每天有一辆货车只为这三个超市送货. 该货车每天从 H 出发, 单独为 A 送货 1 次, 为 B 送货 1 次, 为 C 送货 2 次. 货车每次仅能给一家超市送货, 每次送货后均返回配货中心 H . 设 H 到 A 的路程为 $x\text{km}$. 这辆货车每天行驶的路程为 $y\text{km}$.

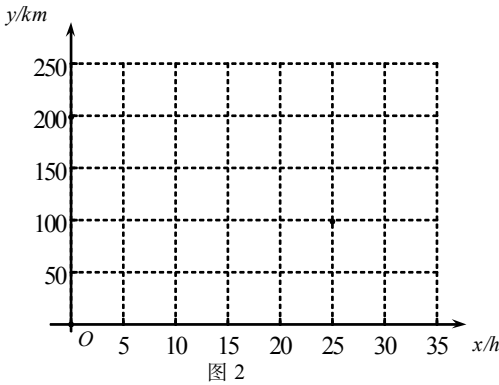
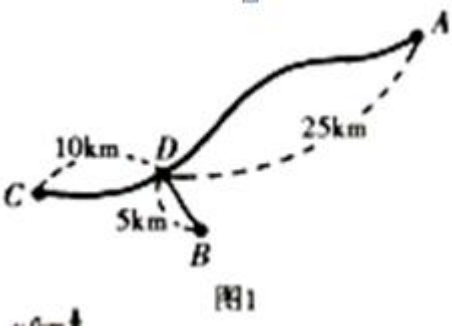
(1)用含 x 的代数式填空:

当 $0 \leq x \leq 25$ 时, 货车从 H 到 A 往返 1 次的路程为 $2x\text{ km}$. 货车从 H 到 B 往返 1 次的路程为 _____ km .

货车从 H 到 C 往返 2 次的路程为 _____ km . 这辆货车每天行驶的路程 $y =$ _____. 当 $25 < x \leq 35$ 时, 这辆货车每天行驶的路程 $y =$ _____;

(2)请在图 2 中画出 y 与 x ($0 \leq x \leq 35$) 的函数图像;

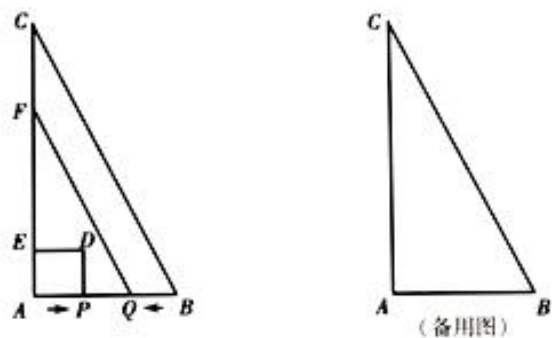
(3)配货中心 H 建在哪段, 这辆货车每天行驶的路程最短?



六、解答题 (每小题 10 分,共 20 分) .

25.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $AB=2\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$, 动点 P 从点 A 出发, 沿 AB 方向以 1cm/s 的速度向点 B 运动, 动点 Q 从点 B 同时出发, 沿 BA 方向以 1cm/s 的速度向点 A 运动. 当点 P 到达点 B 时, P, Q 两点同时停止运动. 以 AP 为一边向上作正方形 $APDE$, 过点 Q 作 $QF \parallel BC$, 交 AC 于点 F . 设点 P 的运动时间为 $t\text{ s}$, 正方形 $APDE$ 和梯形 $BCFQ$ 重合部分的面积为 $S\text{ cm}^2$.

- (1) 当 $t=$ ____ s 时, 点 P 与点 Q 重合;
- (2) 当 $t=$ ____ s 时, 点 D 在 QF 上;
- (3) 当点 P 在 Q, B 两点之间 (不包括 Q, B 两点) 时, 求 S 与 t 之间的函数关系式.



(第 25 题)

26.问题情境

如图, 在 x 轴上有两点 $A(m, 0)$, $B(n, 0)$ ($n > m > 0$). 分别过点 A , 点 B 作 x 轴的垂线, 交抛物线 $y = x^2$ 于点 C , 点 D . 直线 OC 交直线 BD 于点 E , 直线 OD 交直线 AC 于点 F , 点 E , 点 F 的纵坐标分别记为 y_E , y_F .

特例探究

填空:

当 $m=1, n=2$ 时, $y_E = \underline{\hspace{1cm}}, y_F = \underline{\hspace{1cm}}$.

当 $m=3, n=5$ 时, $y_E = \underline{\hspace{1cm}}, y_F = \underline{\hspace{1cm}}$.

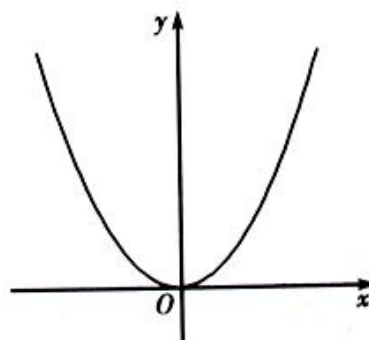
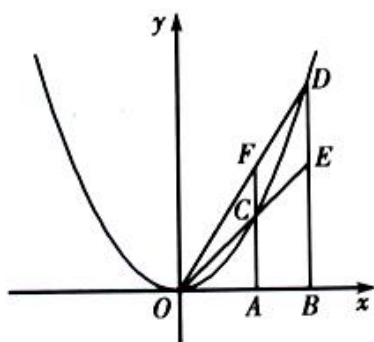
归纳证明

对任意 m, n ($n > m > 0$), 猜想 y_E 与 y_F 的大小关系, 并证明你的猜想

拓展应用.

(1) 若将“抛物线 $y = x^2$ ”改为“抛物线 $y = ax^2$ ($a > 0$)”, 其它条件不变, 请直接写出 y_E 与 y_F 的大小关系.

(2) 连接 EF , AE . 当 $S_{\text{四边形} OFEB} = 3S_{\triangle OFE}$ 时, 直接写出 m 和 n 的关系及四边形 $OFEA$ 的形状.



(备用图)

(第 26 题)

吉林省 2012 年初中毕业生学业考试数学试卷

参考答案及评分标准

阅卷说明:

1. 评卷采分最小单位为 1 分, 每步标出的是累计分.
2. 考生若用本“参考答案”以外的解(证)法, 可参照本“参考答案”的相应步骤给分.

一、单项选择题(每小题 2 分, 共 12 分)

1. B 2. A 3. B 4. B 5. D 6. C

二、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)

7. $\sqrt{3}$ 8. $x > 1$
 9. 1 10. 甲
 11. 120 12. 2
 13. 大于或等于 0 度并且小于或等于 50 度的任意一个度数皆可
 14. 19

评分说明: 11 题写成 120° 不扣分, 13 题不写单位不扣分.

三、解答题(每小题 5 分, 共 20 分)

15. 解: 原式 $= a^2 - b^2 + 2a^2$ (1 分)
 $= 3a^2 - b^2$. (3 分)

当 $a = 1, b = \sqrt{2}$ 时,

原式 $= 3 \times 1^2 - (\sqrt{2})^2 = 1$. (5 分)

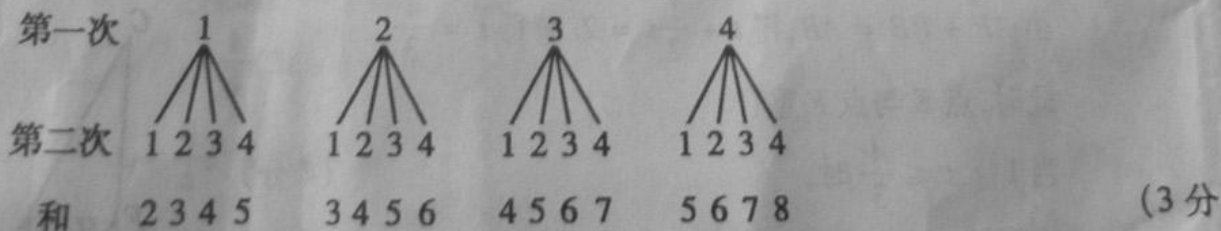
16. 解: 根据题意, 得 $\begin{cases} x = 2y, \\ x + y - 28 = 224. \end{cases}$ (3 分)

解得 $\begin{cases} x = 168, \\ y = 84. \end{cases}$ (5 分)

答: x 的值为 168, y 的值为 84.

评分说明: 答案写成 $x = 168 \text{ cm}, y = 84 \text{ cm}$ 不扣分.

17. 解法 1:



从树形图可以看出, 所有等可能出现的结果共有 16 个, 其中和为 6 的结果有 3 个.

$\therefore P(\text{恰好由 } A \text{ 处到达 } C \text{ 处}) = \frac{3}{16}$. (5 分)

解法 2:

和 第一次 第二次	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

(3 分)

从表中可以看出,所有等可能出现的结果共有 16 个,其中和为 6 的结果有 3 个.

$$\therefore P(\text{恰好由 } A \text{ 处到达 } C \text{ 处}) = \frac{3}{16}.$$

(5 分)

评分说明:求和的过程和语言叙述部分不写不扣分.

18. 解:(1)③,①.

(4 分)

(2) 例如:小芳从家出发去书店看了一会书又返回家中.

(5 分)

小芳从家去超市购物后返回家中.

评分说明:(1) 每填对一个空得 2 分.

(2) 答案不唯一,只要符合图象即可得分(所写情境需满足三条:从家出发,过程有停留,终点回到家).

四、解答题(每小题 7 分,共 28 分)

19. 解:(1) $\triangle ABC$ 如图所示.

$$\frac{1}{4} \text{ (或 } 0.25 \text{)}.$$

(2) 直角三角形.

20. 解:(1) 根据题意,得 $\angle E = \angle ABD - \angle D$

$$\begin{aligned} &= 127^\circ - 37^\circ \\ &= 90^\circ. \end{aligned}$$

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $\angle D = 37^\circ$.

$$\therefore \cos D = \frac{DE}{BD},$$

$$\therefore DE = BD \cdot \cos D$$

$$= 520 \times \cos 37^\circ = 520 \times 0.80 \approx 416. \quad (4 \text{ 分})$$

答:当 DE 约为 416 m 时,正好能使 A, C, E 成一直线.

$$(2) \therefore \sin D = \frac{BE}{BD},$$

$$\therefore BE = BD \cdot \sin D$$

$$= 520 \times \sin 37^\circ = 520 \times 0.60 \approx 312.0.$$

$$\therefore CE = BE - BC$$

$$= 312.0 - 80$$

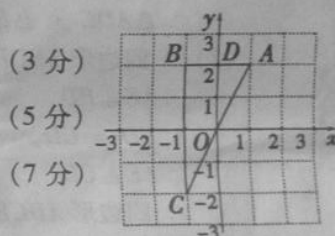
$$\approx 232.$$

答:公路 CE 段的长约为 232 m.

评分说明:(1) 计算过程与结果中写“ $\approx$ ”或“ $=$ ”均不扣分.

(2) 求解过程中写 $BE = 312$ 不扣分.

数学试卷参考答案及评分标准 第 2 页 (共 6 页)

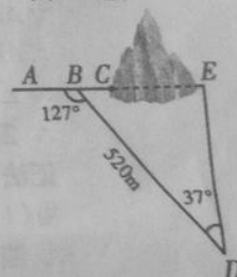


(3 分)

(5 分)

(7 分)

(第 19 题)



(第 20 题)

(5 分)

(6 分)

(7 分)

21. 解: (1) 小明一共调查了 20 户家庭.

(1 分)

(2) 所调查家庭 5 月份用水量的众数为 4 吨.

(3 分)

所调查家庭 5 月份用水量的平均数为:

$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 1 + 3 \times 3 + 4 \times 6 + 5 \times 4 + 6 \times 2 + 7 \times 2 + 8 \times 1}{20} = 4.5 (\text{吨}).$$

(3) $4.5 \times 400 = 1800$ (吨).

(5 分)

答: 该小区 5 月份用水量约是 1800 吨.

(7 分)

评分说明: (1) 众数、平均数不加单位不扣分.

(2) 直接写出平均数, 只要正确不扣分.

22. 证明: (1) $\because AB = AC,$

$$\therefore \angle B = \angle ACB.$$

(1 分)

$\because$ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形,

$$\therefore DE \parallel AB.$$

$$\therefore \angle EDC = \angle B, AC = ED.$$

(2 分)

$$\therefore \angle ACB = \angle EDC.$$

(3 分)

$$\text{又 } DC = CD,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ECD.$$

(2) $\because$ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形,

(4 分)

$$\therefore AE \parallel BD.$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore AE \parallel CD.$$

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 为平行四边形.

证法 1:

(6 分)

$$\because AB = AC, BD = CD,$$

$$\therefore AD \perp BC.$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ.$$

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 为矩形.

(7 分)

证法 2:

由 (1) 得 $AC = DE,$

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 为矩形.

(7 分)

五、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

23. 解: 由折叠性质, 得 $\triangle BCO \cong \triangle BCD.$

$$\therefore CD = CO, BD = BO = 6.$$

$$\therefore AC + CD + BD = AC + CO + BO = AO + BO = 12.$$

$$\text{又 } \widehat{AB} \text{ 的长为 } \frac{90}{180} \pi \times 6 = 3\pi,$$

$$\therefore \text{阴影部分的周长为 } 12 + 3\pi.$$

(3 分)

如图, 连接 $OD.$

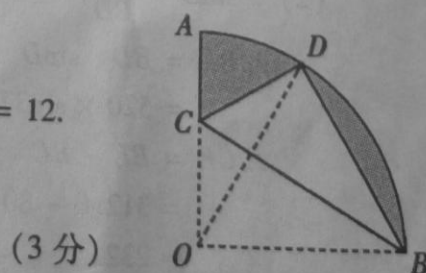
(4 分)

$$\because OB = BD = OD,$$

$\therefore \triangle OBD$ 为等边三角形.

$$\therefore \angle DBO = 60^\circ.$$

(5 分)



(第 23 题)

$$\therefore \triangle BCO \cong \triangle BCD,$$

$$\therefore \angle CBO = \angle CBD = 30^\circ.$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{OC}{OB}, \therefore OC = OB \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BCO} = \frac{1}{2} OC \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}. \quad (7 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{阴影}} &= S_{\text{扇形OAB}} - 2S_{\triangle BCD} \\ &= \frac{90}{360} \pi \times 6^2 - 2 \times 6\sqrt{3} \\ &= 9\pi - 12\sqrt{3}. \end{aligned} \quad (8 \text{ 分})$$

评分说明: (1) 辅助线用实线不扣分.

(2) “ $\widehat{AB}$ 的长为” 写成 “ $\widehat{AB} =$ ” 不扣分.

24. 解: (1) $(60 - 2x)$

$(140 - 4x)$

$-4x + 200$

100.

(2) 函数图象如图所示.

(3) 配货中心 H 应建在 CD 段 (包括 C, D 两点), 这辆货车每天行驶的路程最短. (8 分)

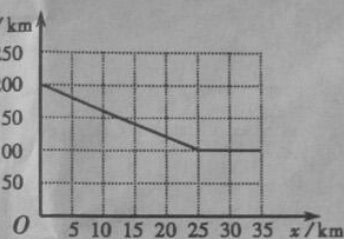
(1 分) y/km

(2 分)

(3 分)

(5 分)

(7 分)



(第 24 题)

评分说明: (1) 结果不加括号不扣分, 列式正确结果不化简不扣分.

(2) 图象每画对一段得 1 分.

(3) 只写 “ CD , CD 之间任意一点” 均不扣分.

六、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

25. 解: (1) 1.

(1 分)

(2) $\frac{4}{5}$.

(3 分)

(3) 如图①, 当点 D 在 BC 上时, 由四边形 $APDE$ 是正方形, 得 $DP \parallel AC$.

$$\therefore \triangle BDP \sim \triangle BCA. \therefore \frac{PB}{AB} = \frac{DP}{CA}.$$

$$\therefore \frac{PB}{DP} = \frac{AB}{CA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}. \therefore PB = \frac{1}{2} DP = \frac{1}{2} t.$$

$$\text{由 } AP + PB = AB, \text{ 得 } t + \frac{1}{2}t = 2. \text{ 解得 } t = \frac{4}{3}.$$

此时, 点 E 与点 F 重合.

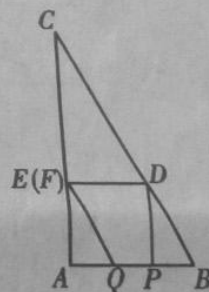
$$\text{当 } 1 < t \leq \frac{4}{3} \text{ 时,} \quad (4 \text{ 分})$$

解法 1:

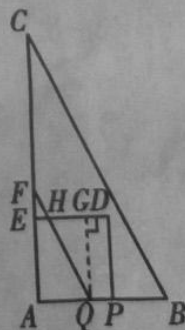
如图②, 设 DE 交 FQ 于点 H , 则重合部分为梯形 $DHQP$.

$$PQ = AP + QB - AB = t + t - 2 = 2t - 2.$$

$$\text{过点 } Q \text{ 作 } QG \perp DE \text{ 于点 } G. DG = PQ = 2t - 2.$$



图①



图②

数学试卷参考答案及评分标准 第 4 页 (共 6 页)

由 $\triangle HGQ \sim \triangle BAC$, 得 $HG = \frac{t}{2}$.

$$\therefore HD = HG + GD = \frac{1}{2}t + 2t - 2 = \frac{5}{2}t - 2.$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}(PQ + HD) \cdot DP = \frac{1}{2}(2t - 2 + \frac{5}{2}t - 2) \cdot t = \frac{9}{4}t^2 - 2t. \quad (6 \text{ 分})$$

解法 2:

如图 ②, 设 DE 交 FQ 于点 H .

由 $\triangle CAB \sim \triangle FAQ$, 得 $AF = 2AQ = 2(2 - t) = 4 - 2t$.

$$\therefore EF = AF - AE = 4 - 2t - t = 4 - 3t.$$

由 $\triangle FEH \sim \triangle CAB$, 得 $EH = \frac{1}{2}EF = 2 - \frac{3}{2}t$.

$$\therefore S_{\text{梯形}AQHE} = \frac{1}{2}(AQ + EH) \cdot AE = \frac{1}{2}(2 - t + 2 - \frac{3}{2}t) \cdot t = -\frac{5}{4}t^2 + 2t.$$

$$\therefore S = S_{\text{正方形}APDE} - S_{\text{梯形}AQHE} = t^2 - (-\frac{5}{4}t^2 + 2t) = \frac{9}{4}t^2 - 2t. \quad (6 \text{ 分})$$

由题意, 得当 $t = 2$ 时, 点 P 到达点 B .

当 $\frac{4}{3} < t < 2$ 时,

(7 分)

如图 ③, 设 DE 交 BC 于点 M , DP 交 BC 于点 N ,

则重合部分为六边形 $EFQPNM$.

由 $\triangle FAQ \sim \triangle CAB$, 得 $AF = 4 - 2t$.

$$\therefore S_{\triangle FAQ} = \frac{1}{2}AQ \cdot AF = \frac{1}{2}(2 - t)(4 - 2t) = (2 - t)^2. \quad (8 \text{ 分})$$

由 $\triangle NPB \sim \triangle CAB$, 得 $PN = 4 - 2t$.

$$\therefore DN = DP - NP = t - (4 - 2t) = 3t - 4.$$

由 $\triangle DMN \sim \triangle ABC$, 得 $DM = \frac{1}{2}(3t - 4)$.

$$\therefore S_{\triangle DMN} = \frac{1}{2}DM \cdot DN$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}(3t - 4)(3t - 4)$$

$$= \frac{1}{4}(3t - 4)^2.$$

(9 分)

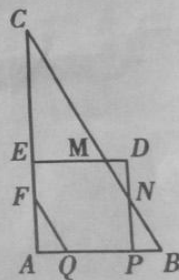
$$\therefore S = S_{\text{正方形}APDE} - S_{\triangle DMN} - S_{\triangle FAQ}$$

$$= t^2 - \frac{1}{4}(3t - 4)^2 - (2 - t)^2$$

$$= -\frac{9}{4}t^2 + 10t - 8.$$

(10 分)

$$\text{综上所述, } S = \begin{cases} \frac{9}{4}t^2 - 2t & (1 < t \leq \frac{4}{3}), \\ -\frac{9}{4}t^2 + 10t - 8 & (\frac{4}{3} < t < 2). \end{cases}$$



图③
(第 25 题)

26. 解: 特例探究

依次填: 2, 2; (2分)

15, 15. (4分)

归纳证明

$y_E = y_F$. (5分)

证法 1:

$\because AC \perp x$ 轴, $BD \perp x$ 轴, A, B 的坐标分别为

$A(m, 0), B(n, 0)$,

$\therefore$ 点 C, D 的横坐标分别为 m, n .

$\because$ 点 C, D 在抛物线 $y = x^2$ 上, $\therefore C(m, m^2), D(n, n^2)$.

设直线 OC 的解析式为 $y = k_1x$, 直线 OD 的解析式为 $y = k_2x$.

$\therefore m^2 = k_1m, n^2 = k_2n$. 解得 $k_1 = m, k_2 = n$.

$\therefore$ 直线 OC 的解析式为 $y = mx$, 直线 OD 的解析式为 $y = nx$.

把点 E, F 的横坐标分别代入 $y = mx$ 与 $y = nx$, 得 $y_E = mn, y_F = mn$.

$\therefore y_E = y_F$.

(7分)

证法 2:

$\because$ 点 A 的坐标为 $A(m, 0)$, $\therefore OA = m$.

$\because$ 点 C 在抛物线 $y = x^2$ 上, $\therefore AC = m^2$.

同理, 可得 $OB = n, BD = n^2$.

由已知, 得 $AF \parallel BD$, $\therefore \triangle OAF \sim \triangle OBD$.

$\therefore \frac{AF}{BD} = \frac{OA}{OB} \therefore \frac{AF}{n^2} = \frac{m}{n} \therefore AF = mn$, 即 $y_F = mn$.

$\because AC \parallel BE$, $\therefore \triangle OAC \sim \triangle OBE \therefore \frac{AC}{BE} = \frac{OA}{OB}$.

$\therefore \frac{m^2}{BE} = \frac{m}{n} \therefore BE = mn$, 即 $y_E = mn \therefore y_E = y_F$.

(7分)

拓展应用

(1) $y_E = y_F$.

(8分)

(2) $n = 2m$ (或 $m = \frac{1}{2}n, n - 2m = 0, 2m - n = 0$).

(9分)

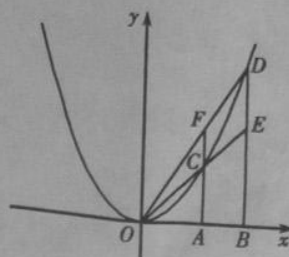
四边形 $OFEA$ 是平行四边形.

(10分)

评分说明: (1) 在特例探究中, 每填对一个空得 1 分.

(2) 在归纳证明中, y_E, y_F 每求对一个值得 1 分.

数学试卷参考答案及评分标准 第 6 页 (共 6 页)



(第 26 题)