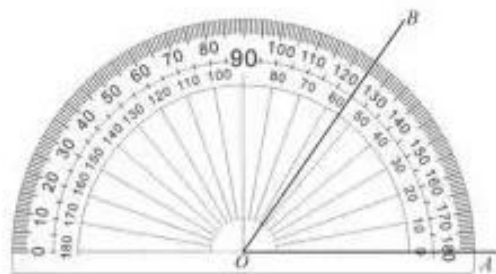


2016 年北京市中考数学试题与答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 如图所示，用量角器度量 $\angle AOB$ ，可以读出 $\angle AOB$ 的度数为

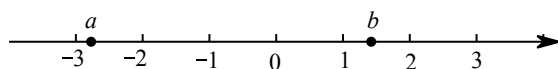
- (A) 45° (B) 55° (C) 125° (D) 135°



2. 神舟十号飞船是我国“神舟”系列飞船之一，每小时飞行约 28000 公里，将 28000 用科学记数法表示应为

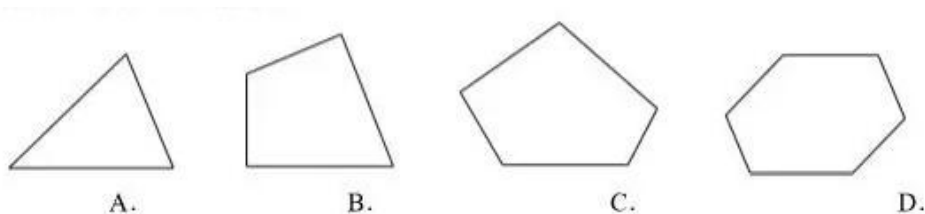
- (A) 2.8×10^3 (B) 28×10^3 (C) 2.8×10^4 (D) 0.28×10^5

3. 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



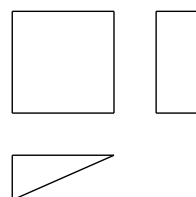
- (A) $a > -2$ (B) $a < -3$ (C) $a > -b$ (D) $a < -b$

4. 内角和为 540° 的多边形是



5. 右图是某个几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆锥 (B) 三棱锥 (C) 圆柱 (D) 三棱柱



6. 如果 $a + b = 2$ ，那么代数式 $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) \cdot \frac{a}{a-b}$ 的值是

- (A) 2 (B) -2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

7. 甲骨文是我国的一种古代文字，是汉字的早期形式，下列甲骨文中，不是轴对称的是



A.



B.



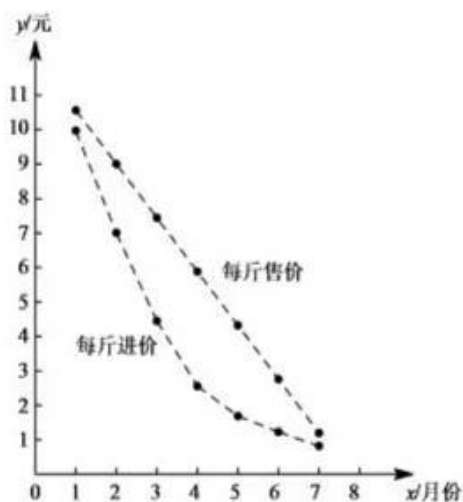
C.



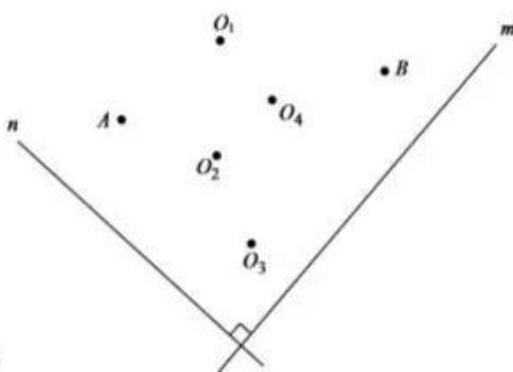
D.

8. 在 1~7 月份, 某种水果的每斤进价与每斤售价的信息如图所示, 则出售该种水果每斤利润最大的月份是

(A) 3 月份 (B) 4 月份 (C) 5 月份 (D) 6 月份



第 8 题图



第 9 题图

9. 如图, 直线 $m \perp n$, 在某平面直角坐标系中, x 轴 $\parallel m$, y 轴 $\parallel n$, 点 A 的坐标为 $(-4, 2)$, 点 B 的坐标为 $(2, -4)$, 则坐标原点为

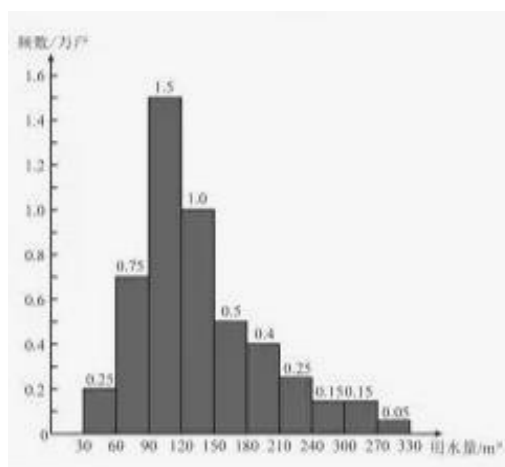
(A) O_1 (B) O_2 (C) O_3 (D) O_4

10. 为了节约水资源, 某市准备按照居民家庭年用水量实行阶梯水价, 水价分档递增. 计划使第一档、第二档和第三档的水价分别覆盖全市居民家庭的 80%, 15% 和 5%. 为合理确定各档之间的界限, 随机抽查了该市 5 万户居民家庭上一年的年用水量 (单位: m^3), 绘制了统计图, 如图所示. 下面有四个推断:

- ① 年用水量不超过 180 m^3 的该市居民家庭按第一档水价交费
- ② 年用水量不超过 240 m^3 的该市居民家庭按第三档水价交费
- ③ 该市居民家庭年用水量的中位数在 $150 \sim 180$ 之间
- ④ 该市居民家庭年用水量的平均数不超过 180

其中合理的是

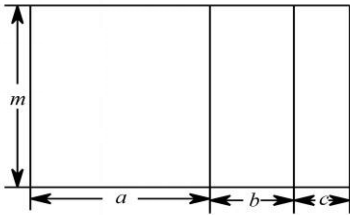
(A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④



二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11.如果分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____.

12.右图中四边形均为矩形，根据图形，
写出一个正确的等式：_____.



13.林业部门要考察某种幼树在一定条件下的移植成活率，下表是这种幼树在移植过程中的一组统计数据：

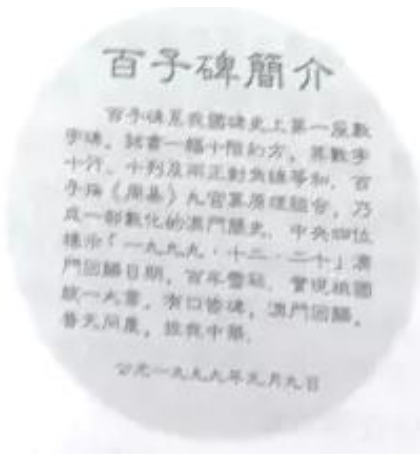
移植的棵数 n	1000	1500	2500	4000	8000	15000	20000	30000
成活的棵数 m	865	1356	2220	3500	7056	13170	17580	26430
成活的频率 $\frac{m}{n}$	0.865	0.904	0.888	0.875	0.882	0.878	0.879	0.881

估计该种幼树在此条件下移植成活的概率为_____.

14.如图，小军、小珠之间的距离为 2.7m，他们在同一盏路灯下的影长分别为 1.8m、1.5m，已知小军、小珠的身高分别为 1.8m、1.5m，
则路灯的高为_____m

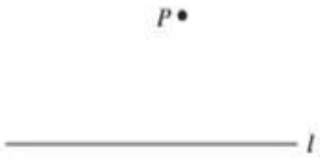


15.百子回归图是由 1,2,3, ..., 100 无重复排列而成的正方形数表，它是一部数化的澳门简史，如：中央四位“19 99 12 20”标示澳门回归日期，最后一行中间两位“23 50”标示澳门面积，……，同时它也是十阶幻方，其每行 10 个数之和、每列 10 个数之和、每条对角线 10 个数之和均相等，则这个和为_____。



16.下面是“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程.

已知：直线 l 和 l 外一点 P .



求作：直线 l 的垂线，使它经过点 P .

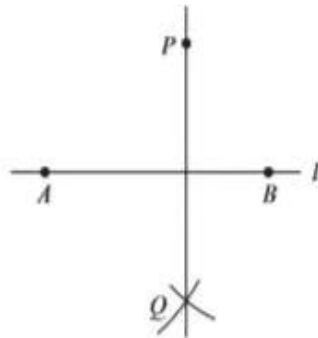
作法：如图，

(1) 在直线 l 上任取两点 A, B ;

(2) 分别以点 A, B 为圆心， AP, BP 长为半径作弧，两弧相交于点 Q ;

(3) 作直线 PQ .

所以直线 PQ 就是所求的垂线.



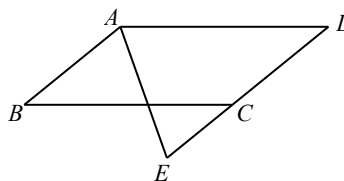
请回答：该作图的依据是_____

三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 分 7 分，第 9 题 8 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17.计算： $(3-\pi)^0 + 4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + |1-\sqrt{3}|$.

18.解不等式组：
$$\begin{cases} 2x+5 > 3(x-1) \\ 4x > \frac{x+7}{2} \end{cases}$$

19.如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， AE 平分 $\angle BAD$ ，交 DC 的延长线于点 E .
求证： $DA=DE$



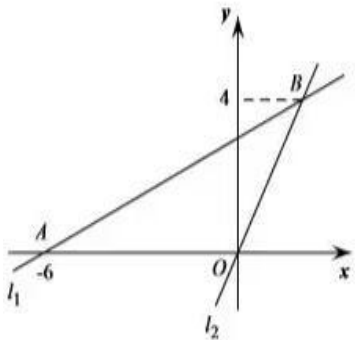
20.关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$

有两个不相等的实数根。

(1) 求 m 的取值范围；

(2) 写出一个满足条件的 m 的值，并求此时方程的根。

21.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $A(-6,0)$ 的直线 l_1 与直线 $l_2: y=2x$ 相交于点 $B(m,4)$.



- (1)求直线 l_1 的表达式；
- (2) 过动点 $P(n,0)$ 且垂直与 x 轴的直线与 l_1, l_2 的交点分别为 C, D ，当点 C 位于点 D 上方时，写出 n 的取值范围。

22.调查作业：了解你所在小区家庭 5 月份用气量情况。

小天、小东和小芸三位同学住在同一小区，该小区共有 300 户家庭，每户家庭人数在 2~5 之间，这 300 户家庭的平均人数均为 3.4。

小天、小东和小芸各自对该小区家庭 5 月份用气量情况进行了抽样调查，将收集的数据进行了整理，绘制的统计表分别为表 1、表 2 和表 3。

表 1 抽样调查小区 4 户家庭 5 月份用气量统计表 (单位: m^3)

家庭人数	2	3	4	5
用气量	14	19	21	26

表 2 抽样调查小区 15 户家庭 5 月份用气量统计表 (单位: m^3)

家庭人数	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
用气量	10	11	15	13	14	15	15	17	17	18	18	18	18	20	22

表 3 抽样调查小区 15 户家庭 5 月份用气量统计表 (单位: m^3)

家庭人数	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5
用气量	10	12	13	14	17	17	18	19	20	20	22	26	31	28	31

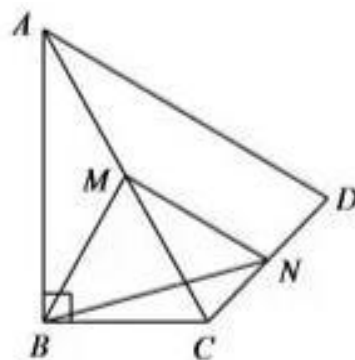
根据以上材料回答问题：

小天、小东和小芸三人中，哪一位同学抽样调查的数据能较好地反映出该小区家庭 5 月份用气量情况，并简要说明其他两位同学抽样调查的不足之处.

23.如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AC=AD$ ， M,N 分别为 AC,CD 的中点，连接 BM,MN,BN .

(1) 求证： $BM=MN$;

(2) 若 $\angle BAD=60^\circ$ ， AC 平分 $\angle BAD$ ， $AC=2$ ，求 BN 的长.



24.阅读下列材料:

北京市正围绕“政治中心、文化中心、国际交往中心、科技创新中心”的定位，深入实施“人文北京、科技北京、绿色北京”的发展战略，“十二五”期间，北京市文化创意产业展现了良好的发展基础和巨大的发展潜力，已经成为首都经济增长的支柱产业。

2011 年，北京文化创意产业实现增加值 1938.6 亿元，占地区生产总值的 12.1%. 2012 年，北京市文化创意产业继续呈现平稳发展态势，实现产业增加值 2189.2 亿元，占地区生产总值的 12.3%，是第三产业中仅次于金融业、批发和零售业的第三大支柱产业. 2013 年，北京市文化创意产业实现增加值 2406.7 亿元，比上年增长 9.1%. 文化创意产业作为北京市支柱产业已经排到了第二位. 2014 年，北京市文化创意产业实现增加值 2794.3 亿元，占地区生产总值的 13.1%，创历史新高. 2015 年，北京市文化创意产业发展总体平稳，实现产业增加值 3072.3 亿元，占地区生产总值的 13.4%.

(以上数据来源于北京市统计局)

根据以上材料解答下列问题:

(1) 用折线图将 2011-2015 年北京市文化创意产业实现增加值表示出来，并在图中标明相应数据;

(2) 根据绘制的折线图中提供的信息，预估 2016 年北京市文化创意产业实现增加值约_____亿元，你的预估理由是_____.

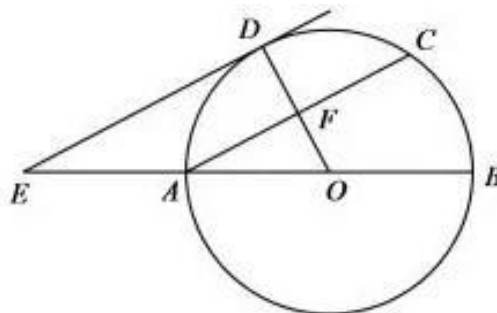
25. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， F 为弦 AC 的中点，连接 OF 并延长交 $\widehat{AC}$ 于点 D ，

过点 D 作 $\odot O$ 的切线，交 BA 的延长线于点 E .

(1) 求证： $AC \parallel DE$;

(2) 连接 CD ，若 $OA=AE=a$,

写出求四边形 $ACDE$ 面积的思路.



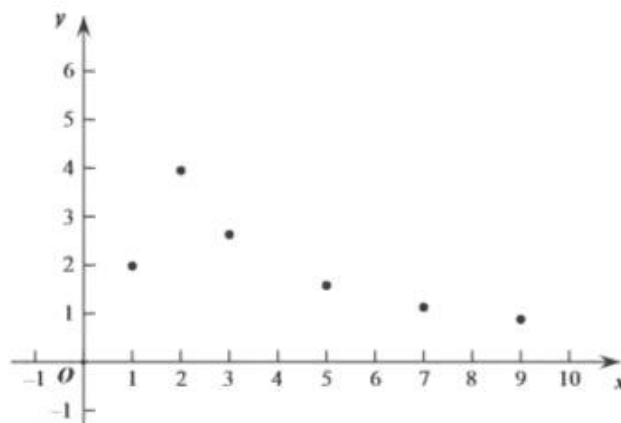
26. 已知 y 是 x 的函数，自变量 x 的取值范围是 $x > 0$ ，下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	...	1	2	3	5	7	9	...
y	...	1.98	3.95	2.63	1.58	1.13	0.88	...

小腾根据学习函数的经验，利用上述表格所反映出的 y 与 x 之间的变化规律，对该函数的图象与性质进行了探究.

下面是小腾的探究过程，请补充完整：

(1) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点. 根据描出的点，画出该函数的图象；



(2) 根据画出的函数图象，写出：

- ① $x=4$ 对应的函数值 y 约为 _ _ _ _ ；
- ② 该函数的一条性质： _ _ _ _ _ .

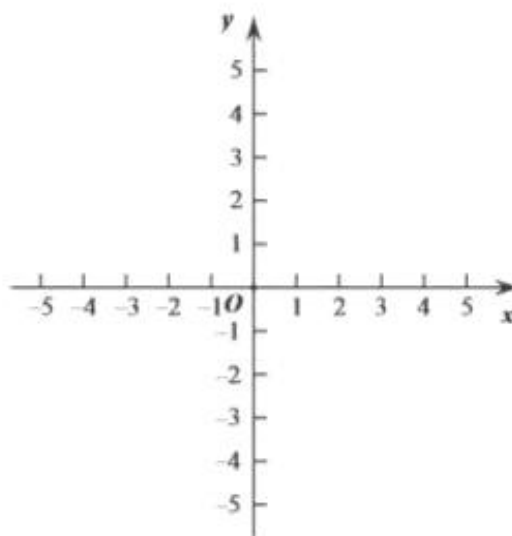
27. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = mx^2 - 2mx + m - 1 (m > 0)$ 与 x 轴的交点为 A ,

B .

(1) 求抛物线的顶点坐标；

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫整点.

- ① 当 $m=1$ 时，求线段 AB 上整点的个数；
- ② 若抛物线在点 A , B 之间的部分与线段 AB 所围成的区域内（包括边界）恰有 6 个整点，结合函数的图象，求 m 的取值范围.



28. 在等边 $\triangle ABC$ 中,

(1) 如图 1, P, Q 是 BC 边上两点, $AP=AQ$, $\angle BAP=20^\circ$, 求 $\angle AQB$ 的度数;

(2) 点 P, Q 是 BC 边上的两个动点 (不与 B, C 重合), 点 P 在点 Q 的左侧, 且 $AP=AQ$, 点 Q 关于直线 AC 的对称点为 M , 连接 AM, PM .

①依题意将图 2 补全;

②小茹通过观察、实验, 提出猜想: 在点 P, Q 运动的过程中, 始终有 $PA=PM$. 小茹把这个猜想与同学们进行交流, 通过讨论, 形成了证明该猜想的几种想法:

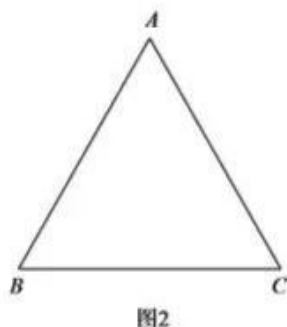
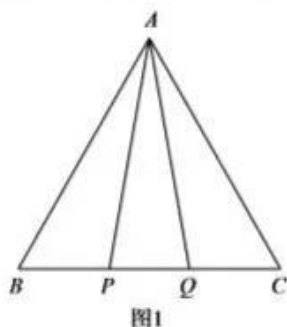
想法 1: 要证 $PA=PM$, 只需证 $\triangle APM$ 是等边三角形.

想法 2: 在 BA 上取一点 N , 使得 $BN=BP$, 要证 $PA=PM$, 只需证 $\triangle ANP \cong \triangle PCM$.

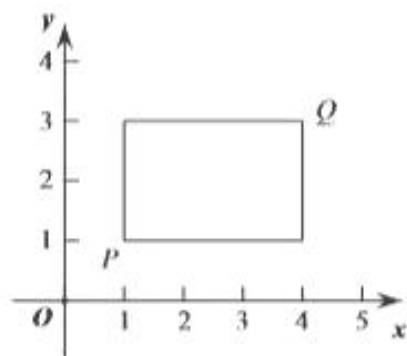
想法 3: 将线段 BP 绕点 B 顺时针旋转 60° , 得到线段 BK , 要证 $PA=PM$, 只需证 $PA=CK$, $PM=CK$.

.....

请参考上面的想法, 帮助小茹证明 $PA=PM$. (一种方法即可)



29. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 的坐标为 (x_1, y_1) , 点 Q 的坐标为 (x_2, y_2) , 且 $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$, 若 P, Q 为某个矩形的两个顶点, 且该矩形的边均与某条坐标轴垂直, 则称该矩形为点 P, Q 的“相关矩形”. 下图为点 P, Q 的“相关矩形”的示意图.



(1) 已知点 A 的坐标为 $(1, 0)$,

①若点 B 的坐标为 $(3, 1)$, 求点 A, B 的“相关矩形”的面积;

②点 C 在直线 $x=3$ 上, 若点 A, C 的“相关矩形”为正方形, 求直线 AC 的表达式;

(2) $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$, 点 M 的坐标为 $(m, 3)$. 若在 $\odot O$ 上存在一点 N , 使得点 M, N 的“相关矩形”为正方形, 求 m 的取值范围.

2016 年北京市高级中等学校招生考试

数学试卷答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	C	D	A	D	B	A	B

二、填空题

11. $x \neq 1$

12. $m(a+b+c) = ma + mb + mc$ (开放性试题, 答案合理即可)

13. 0.881

14. 3

15. 505

16. (1) 到线段两端距离相等的点在线段的中垂线上.

(2) 两点确定一条直线.

三、解答题

$$\begin{aligned}
 17. \text{解: 原式} &= 1 + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{8} + \sqrt{3} - 1 \\
 &= 1 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1 \\
 &= \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$18. \text{解: 原不等式组为} \begin{cases} 2x+5 > 3(x-1) \text{①} \\ 4x > \frac{x+7}{2} \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得 $x < 8$

解不等式②, 得 $x > 1$

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $1 < x < 8$.

19. 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AB \parallel DC$$

$$\therefore AB \parallel DE$$

$$\therefore \angle AED = \angle BAE$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAD$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAD$$

$$\therefore \angle EAD = \angle AED$$

$$\therefore DA = DE$$

20. 解: (1) 由题可列:

$$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2-1) > 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 + 4 > 0$$

$$\text{解得: } m > -\frac{5}{4}$$

(2) 取 $m = -1$

$$\text{方程为: } x^2 - x = 0$$

$$\text{解得: } x = 1 \text{ 或 } x = 0$$

(m 取值在范围内, 计算正确即可)

21. 解: (1) 由题可知, 点 $B(m, 4)$ 在直线 $l_2: y = 2x$ 上

$$\therefore \text{可列: } 4 = 2m \Rightarrow m = 2, \therefore B(2, 4)$$

$$\therefore l_1 \text{ 过点 } A(-6, 0), B(2, 4)$$

$$\therefore l_1 \text{ 的表达式为 } y - 4 = \frac{2+6}{4-0}(x-2)$$

$$\text{即 } y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$(2) \text{ 由题可知: } C(\frac{n}{2} + 3, n), D(2n, n)$$

C 在 D 上方

$$\therefore \frac{n}{2} + 3 > 2n \Rightarrow n < 2$$

22. 解: 小芸同学比较好, 小天样本容量较少, 小东样本类型不全面.

23. (1) 证明: $\because \angle ABC = 90^\circ$, M 为 AC 的中点

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AC$$

又 $\because$ 在 $\triangle ACD$ 中, M, N 分别为 AC, CD 的中点.

$$\therefore MN \parallel AD \text{ 并且 } MN = \frac{1}{2}AD$$

又 $\because AC = AD$

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AD = MN$$

即 $BM = MN$

(2) 解: $\because \angle BAD = 60^\circ$, AC 平分 $\angle BAD$

$$\therefore \angle BAC = \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAD = 30^\circ$$

又 $\because \angle BCA = 90^\circ - \angle BAC = 60^\circ$

$$\text{由 (1) 知 } BM = \frac{1}{2}AC = MC$$

$\therefore \triangle BMC$ 为等边三角形.

$$\therefore \angle BMC = 60^\circ.$$

$\because MN \parallel AD$

$$\therefore \angle CMN = \angle CAD = 30^\circ$$

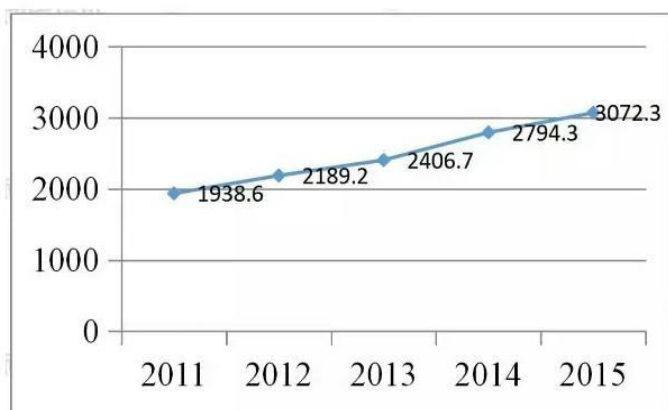
$$\therefore \angle BMN = \angle BMC + \angle CMN = 90^\circ$$

$$\because AC = 2$$

$$\therefore BM = MN = \frac{1}{2}AC = 1$$

$$\therefore BN = \sqrt{BM^2 + MN^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

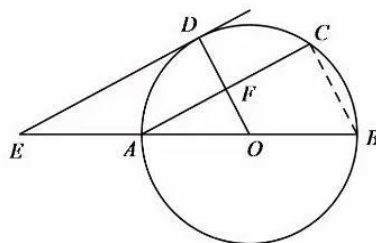
24. (1) 如图



(2) ① 3355.7, 按照增加值的平均增长量计算; ② 3340, 去除 2014 年最高值计算. 因为题目问法比较灵活, 学生答出 (3289.8~3459.9) 之间均可.

25. 证明: (1) 如图所示, 连接 BC

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$
 ED 为 $\odot O$ 的切线
 $\therefore \angle EDO = 90^\circ$
 $\because F$ 是 AC 中点且 $AO = BO$
 $\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中
 FO 是 $\triangle ABC$ 的一条中位线
 $\therefore FO \parallel BC$
 $\therefore \angle AFO = \angle ACB = 90^\circ$
 $\therefore \angle AFO = \angle EDO$
 $\therefore AC \parallel DE$



(2) 方法一: 思路: ① 作 $DH \perp AB$ 于 H , 连接 AD .
 ② 由 $\angle EDO = 90^\circ$, $EA = EO$, 得 $AD = AO = DO$, $\triangle DAO$ 为等边三角形
 ③ 由 $EA = AO$, $AC \parallel ED$, $AC \parallel ED$ 得四边形 $AEDC$ 为平行四边形
 ④ 由 $\triangle DAO$ 为等边三角形, 得 $DH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

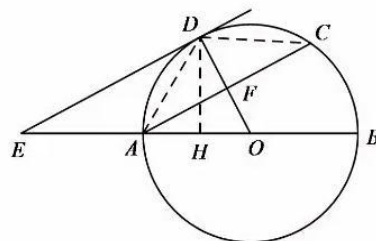
$$\textcircled{5} S_{\square AEDC} = EA \times DH = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

求解过程:

连接 AD , 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H

在 $\text{Rt}\triangle EDO$ 中

$\because OA = AE$
 $\therefore DA = OA = AE = a$
 $\therefore DA = AO = OD = a$
 $\therefore \triangle DAO$ 为等边三角形
 $\therefore DH = \frac{\sqrt{3}}{2}AO = \frac{\sqrt{3}}{2}a$



$\because AC \parallel ED, OA = AE$
 $\therefore AF$ 为 $\triangle EOD$ 的一条中位线
 $\therefore ED = 2AF$
 $\because F$ 为 AC 中点
 $\therefore AC = 2AF$
 $\therefore AC = ED$
 又 $\because AC \parallel ED$
 $\therefore$ 四边形 $AEDC$ 为平行四边形.

$$S_{\square AEDC} = EA \times DH = a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

方法二:

- ① AF 为 $\triangle ODE$ 的中位线
- ② $\triangle CDF \cong \triangle AOF$ (SAS)
- ③ Rt $\triangle CDE$ 中, 勾股定理得 $DE = \sqrt{3}a$

$$\textcircled{4} S_{\square ACDE} = S_{\text{Rt}\triangle ODE} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

证明: 在 $\triangle ODE$ 中, $AF \parallel DE, OA = AE$

$\therefore AF$ 是 $\triangle ODE$ 的中位线

$\therefore OF = DF$

又 $\because F$ 为弦 AC 的中点

$\therefore AF = CF$

又 $\because \angle CFD$ 和 $\angle AFO$ 互为对顶角

$\therefore \angle CFD = \angle AFO$

在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle AOF$ 中

$$\begin{cases} AF = CF \\ \angle DFC = \angle AFO \\ OF = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle AOF$ (SAS)

$$\therefore S_{\square ACDE} = S_{\text{四边形} AFDE} + S_{\triangle CDF} = S_{\text{四边形} AFOE} + S_{\triangle AOF} = S_{\text{Rt}\triangle ODE}$$

在 $\odot O$ 中, $OD = OA = AE = a$

$\therefore OE = 2OD$

在 Rt $\triangle ODE$ 中, 由勾股定理得 $DE = \sqrt{3}a$

$$\therefore S_{\text{Rt}\triangle ODE} = \frac{1}{2}OD \cdot DE = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = S_{\square ACDE}$$

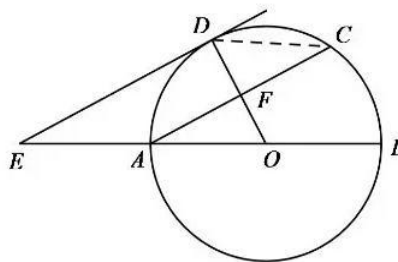
方法三: ①连接 AD 、 DC

②由直角三角形斜边中线性质的可得 $AD = a$, 进而可得 $\triangle ADO$ 是等边三角形.

③由 $\angle AOD = 60^\circ$ 可解得: $ED = \sqrt{3}a, DF = \frac{1}{2}a, AC = \sqrt{3}a$

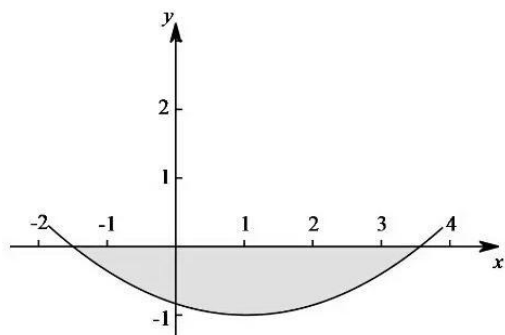
$$\textcircled{4} S_{\text{四边形} ACDE} = S_{\triangle EDA} + S_{\triangle ADC} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

证明: 由 (1) 可得: $\angle EDO = 90^\circ$



$$= \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

The graph shows a piecewise linear function on the interval $[1, 9]$. The function is defined by the points $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 2.5)$, $(5, 1.5)$, $(7, 1)$, and $(9, 0.5)$. The graph consists of line segments connecting these points.

$$9m - 1 > 0$$


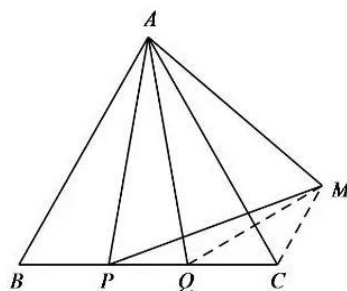
$$\therefore \begin{cases} 4m-1 \leq 0 \\ 9m-1 > 0 \end{cases}$$

$$\text{即 } \frac{1}{9} < m \leq \frac{1}{4}$$

28. (1) 解: 由 $AP=AQ \Rightarrow \angle AQB = \angle APC$

而 $\angle APC = \angle B + \angle BAP = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ$.

$\therefore \angle AQB = 80^\circ$.



(2) 证明: $\because \triangle ABC$ 为等边三角形, $\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

又 $AP=AQ \Rightarrow \angle APQ = \angle AQB$

$\therefore \angle BAP + \angle ABC = \angle APQ = \angle AQB = \angle CAQ + \angle ACB \Rightarrow \angle BAP = \angle CAQ$

$\because Q, M$ 关于 AC 对称 $\Rightarrow AQ=AM, \angle QAC = \angle MAC$

$\therefore \angle PAM = \angle PAC + \angle MAC = \angle PAC + \angle BAP = \angle BAC = 60^\circ$

且 $PA=QA=MA$

$\therefore \triangle APM$ 为正三角形.

$\therefore PA=PM$.

29. 解: (1) ①画图可知, A, B 的“相关矩形”

长: $3-1=2$ 宽: $1-0=1$

$\therefore S=2 \times 1=2$

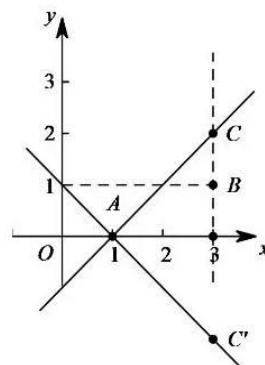
②若 C 在 $x=3$ 上, 则 A, C 相关矩形与 x 轴平行的边长度为 2,

则设 $C(3, y)$ 有 $|y|=3-1=2$

$\therefore y=\pm 2$

当 $C(3, 2)$ 时, AC 表达式 $y=x-1$

当 $C(3, -2)$ 时, AC 表达式 $y=-x+1$



(2) 若 $\odot O$ 上存在点 N , 使 MN 的相关矩形为正方形, 则直线 MN 的斜率 $k=\pm 1$, (正

方形对角线), 即过 M 点作 $k=\pm 1$ 的直线, 与 $\odot O$ 有交点, 即存在 N ,

当 $k=-1$ 时, 极限位置是直线与 $\odot O$ 相切, 如图 l_1 与 l_2 , 直线 l_1 与 $\odot O$ 切于点 N ,

$ON=\sqrt{2}, \angle ONM=90^\circ, \therefore l_1$ 与 y 轴交于 $P_1(0, -2)$.

$M_1(m_1, 3)$

$\therefore 3-(-2)=0-m_1$

$\therefore m_1=-5, M_1(-5, 3)$

同理可得 $M_2(-1, 3)$

当 $k=1$ 时, 则极限位置是 l_3, l_4 (与 $\odot O$

相切) 可得 $M_3(1, 3), M_4(5, 3)$.

因此 m 取值范围为 $-5 \leq m \leq -1$ 或

$1 \leq m \leq 5$.

