

# 2013 年北京市高级中等学校招生考试

## 数学试卷 解析

满分 120 分，考试时间 120 分钟

### 一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个符合题意的。

1. 在《关于促进城市南部地区加快发展第二阶段行动计划（2013-2015）》中，北京市提出了总计约 3 960 亿元的投资计划。将 3 960 用科学计数法表示应为

A.  $39.6 \times 10^2$       B.  $3.96 \times 10^3$       C.  $3.96 \times 10^4$       D.  $3.96 \times 10^4$

2.  $-\frac{3}{4}$  的倒数是—

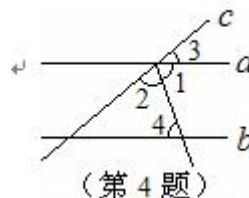
A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $-\frac{3}{4}$       D.  $-\frac{4}{3}$

3. 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 从中随机摸出一个小球，其标号大于 2 的概率为

A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$

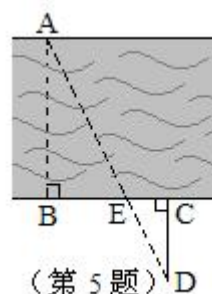
4. 如图，直线  $a$ ,  $b$  被直线  $c$  所截， $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ , 若  $\angle 3 = 40^\circ$ , 则  $\angle 4$  等于

A.  $40^\circ$       B.  $50^\circ$       C.  $70^\circ$       D.  $80^\circ$



5. 如图，为估算某河的宽度，在河对岸边选定一个目标点 A，在近岸取点 B, C, D, 使得  $AB \perp BC$ ,  $CD \perp BC$ , 点 E 在 BC 上，并且点 A, E, D 在同一条直线上。若测得  $BE = 20\text{m}$ ,  $EC = 10\text{m}$ ,  $CD = 20\text{m}$ , 则河的宽度 AB 等于

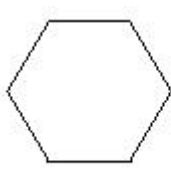
A. 60m      B. 40m      C. 30m      D. 20m



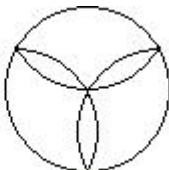
6. 下列图形中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是—



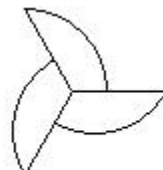
A.



B.



C.



D.

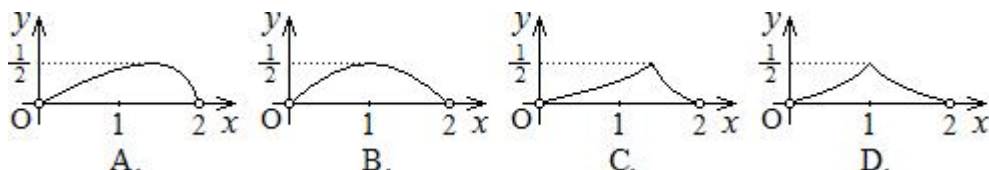
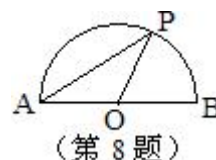
7. 某中学随机地调查了 50 名学生，了解他们一周在校的体育锻炼时间，结果如下表所示：

|         |    |    |    |   |
|---------|----|----|----|---|
| 时间 (小时) | 5  | 6  | 7  | 8 |
| 人数      | 10 | 15 | 20 | 5 |

则这 50 名学生这一周在校的平均体育锻炼时间是

- A. 6.2 小时      B. 6.4 小时      C. 6.5 小时      D. 7 小时

8. 如图, 点 P 是以 O 为圆心, AB 为直径的半圆上的动点, AB=2, 设弦 AP 的长为  $x$ ,  $\triangle APO$  的面积为  $y$ , 则下列图象中, 能表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致是



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

9. 分解因式:  $ab^2 - 4ab + 4a =$  \_\_\_\_\_

10. 请写出一个开口向上, 并且与  $y$  轴交于点  $(0, 1)$  的抛物线的解析式 \_\_\_\_\_

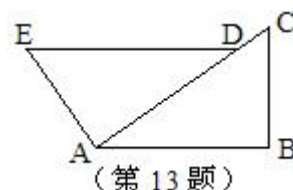
11. 如图, O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点, M 是 AD 的中点, 若 AB=5, AD=12, 则四边形 ABOM 的周长为 \_\_\_\_\_

12. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线:  $t = -x - 1$ , 双曲线  $y = \frac{1}{x}$ . 在上取点  $A_1$ , 过点  $A_1$  作  $x$  轴的垂线交双曲线于点  $B_1$ , 过点  $B_1$  作  $y$  轴的垂线交于点  $A_2$ , 请继续操作并探究: 过点  $A_2$  作  $x$  轴的垂线交双曲线于点  $B_2$ , 过点  $B_2$  作  $y$  轴的垂线交于点  $A_3, \dots$ , 这样依次得到上的点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ . 记点  $A_n$  的横坐标为  $a_n$ , 若  $a_1 = 2$ , 则  $a_2 =$  \_\_\_\_\_,  $a_{2013} =$  \_\_\_\_\_; 若要将上述操作无限次地进行下去, 则  $a_1$  不能取的值是 \_\_\_\_\_

三、解答题 (本题共 30 分, 每小题 5 分)

13. 如图, 已知 D 是 AC 上一点, AB=DA,  $DE \parallel AB$ ,  $\angle B = \angle DAE$ .

求证:  $BC = AE$ .



14. 计算:  $(1 - \sqrt{3})^0 + |-\sqrt{2}| - 2 \cos 45^\circ + (\frac{1}{4})^{-1}$ .

16. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x > x - 2 \\ \frac{x+1}{3} > 2x \end{cases}$$

16. 已知  $x^2 - 4x - 1 = 0$ , 求代数式  $(2x-3)^2 - (x+y)(x-y) - y^2$  的值。

17. 列方程或方程组解应用题:

某园林队计划由 6 名工人对 180 平方米的区域进行绿化, 由于施工时增加了 2 名工人, 结果比计划提前 3 小时完成任务。若每人每小时绿化面积相同, 求每人每小时的绿化面积。

18. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + 2k - 4 = 0$  有两个不相等的实数根

(1) 求  $k$  的取值范围;

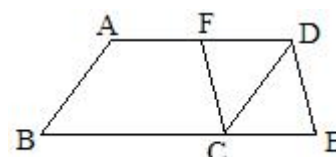
(2) 若  $k$  为正整数, 且该方程的根都是整数, 求  $k$  的值。

四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

19. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $F$  是  $AD$  的中点, 延长  $BC$  到点  $E$ , 使  $CE = \frac{1}{2}BC$ , 连结  $DE$ ,  $CF$ 。

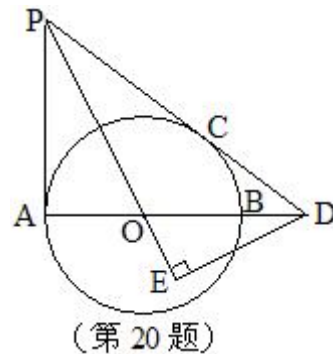
(1) 求证: 四边形  $CEDF$  是平行四边形;

(2) 若  $AB=4$ ,  $AD=6$ ,  $\angle B=60^\circ$ , 求  $DE$  的长。



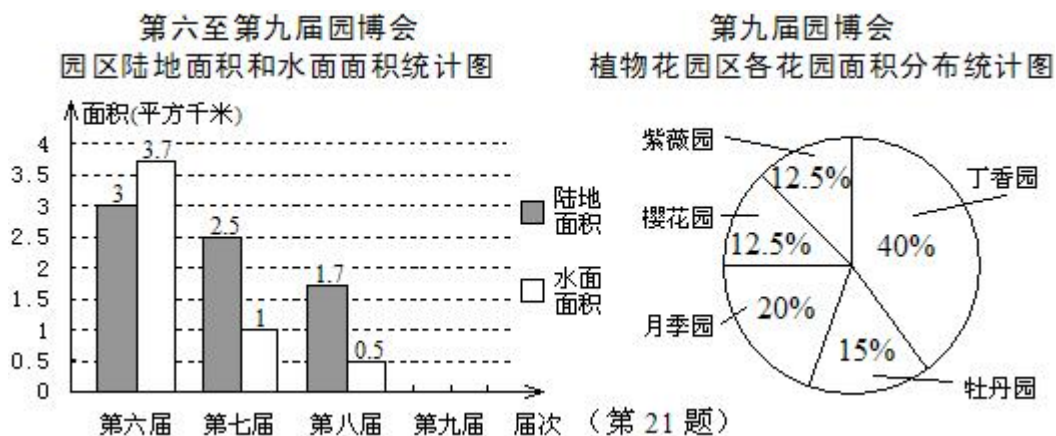
(第 19 题)

20. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA, PC 分别与 $\odot O$ 相切于点 A, C, PC 交 AB 的延长线于点 D, DE  $\perp$  PO 交 PO 的延长线于点 E。



- (1) 求证:  $\angle EPD = \angle EDO$
- (2) 若  $PC=6$ ,  $\tan \angle PDA = \frac{3}{4}$ , 求 OE 的长。

21. 第九届中国国际园林博览会 (园博会) 已于 2013 年 5 月 18 日在北京开幕, 以下是根据近几届园博会的相关数据绘制的统计图的一部分:



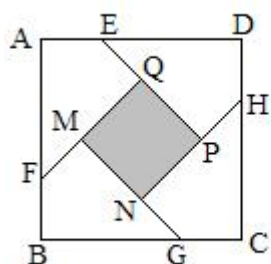
- (1) 第九届园博会的植物花园区由五个花园组成, 其中月季园面积为 0.04 平方千米, 牡丹园面积为\_\_\_\_\_平方千米;
- (2) 第九届园博会园区陆地面积是植物花园区总面积的 18 倍, 水面面积是第七、八两届园博会的水面面积之和, 请根据上述信息补全条形统计图, 并标明相应数据;
- (3) 小娜收集了几届园博会的相关信息 (如下表), 发现园博会园区周边设置的停车位数量与日接待游客量和单日最多接待游客量中的某个量近似成正比例关系, 根据小娜的发现, 请估计将于 2015 年举办的第十届园博会大约需要设置的停车位数量 (直接写出结果, 精确到百位) 。

第七届至第十届园博会游客量与停车位数量统计表

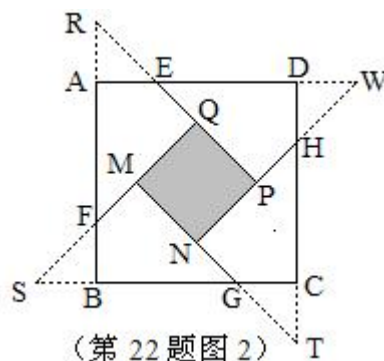
|     | 日均接待游客量<br>(万人次) | 单日最多接待游客量<br>(万人次) | 停车位数量<br>(个) |
|-----|------------------|--------------------|--------------|
| 第七届 | 0.8              | 6                  | 约 3 000      |
| 第八届 | 2.3              | 8.2                | 约 4 000      |
| 第九届 | 8 (预计)           | 20 (预计)            | 约 10 500     |
| 第十届 | 1.9 (预计)         | 7.4 (预计)           | 约_____       |

22. 阅读下面材料:

小明遇到这样一个问题: 如图 1, 在边长为  $a(a > 2)$  的正方形  $ABCD$  各边上分别截取  $AE=BF=CG=DH=1$ , 当  $\angle AFQ=\angle BGM=\angle CHN=\angle DEP=45^\circ$  时, 求正方形  $MNPQ$  的面积。



(第 22 题图 1)



(第 22 题图 2)

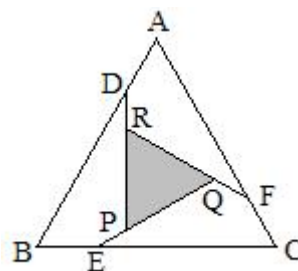
小明发现: 分别延长  $QE$ ,  $MF$ ,  $NG$ ,  $PH$ , 交  $FA$ ,  $GB$ ,  $HC$ ,  $ED$  的延长线于点  $R$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $W$ , 可得  $\triangle RQF$ ,  $\triangle SMG$ ,  $\triangle TNH$ ,  $\triangle WPE$  是四个全等的等腰直角三角形 (如图 2)

请回答:

- (1) 若将上述四个等腰直角三角形拼成一个新的正方形（无缝隙，不重叠），则这个新的正方形的边长为\_\_\_\_\_；

- (2) 求正方形 MNPQ 的面积。

参考小明思考问题的方法，解决问题：



(第 22 题图 3)

如图 3，在等边  $\triangle ABC$  各边上分别截取  $AD=BE=CF$ ，再分别过点 D, E, F 作 BC,

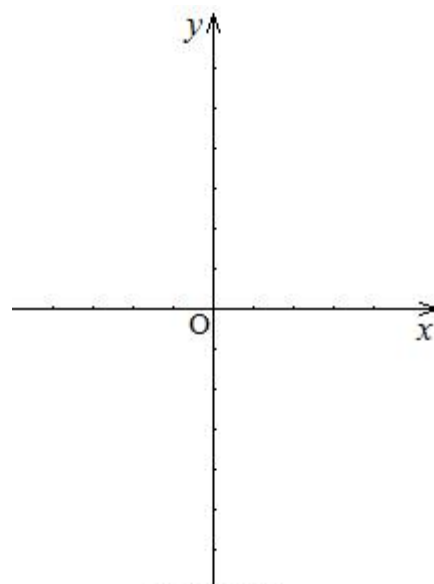
AC, AB 的垂线，得到等边  $\triangle RPQ$ ，若  $S_{\triangle RPQ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 AD 的长为\_\_\_\_\_。

五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线

$y = mx^2 - 2mx - 2$  ( $m \neq 0$ ) 与  $y$  轴交于点 A，其对称轴与  $x$  轴交于点 B。

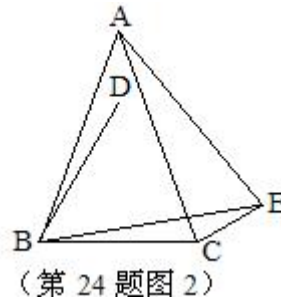
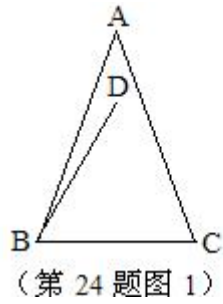
- (1) 求点 A, B 的坐标；
- (2) 设直线与直线 AB 关于该抛物线的对称轴对称，求直线的解析式；
- (3) 若该抛物线在  $-2 < x < -1$  这一段位于直线的上方，并且在  $2 < x < 3$  这一段位于直线 AB 的下方，求该抛物线的解析式。



(第 23 题)

24. 在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ )，将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转

$60^\circ$  得到线段 BD。



- (1) 如图 1，直接写出  $\angle ABD$  的大小（用含  $\alpha$  的式子表示）；
- (2) 如图 2， $\angle BCE=150^\circ$ ， $\angle ABE=60^\circ$ ，判断  $\triangle ABE$  的形状并加以证明；
- (3) 在 (2) 的条件下，连结 DE，若  $\angle DEC=45^\circ$ ，求  $\alpha$  的值。

25. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点 P 和  $\odot C$ ，给出如下定义：若  $\odot C$  上存在两个点 A, B，使得  $\angle APB=60^\circ$ ，则称 P 为  $\odot C$  的关联点。

已知点 D  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ，E  $(0, -2)$ ，F  $(2\sqrt{3}, 0)$

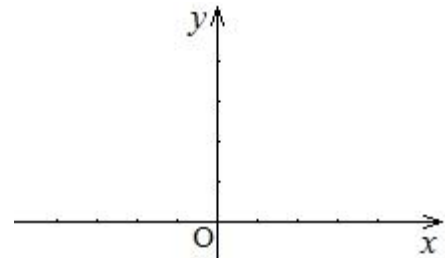
- (1) 当  $\odot O$  的半径为 1 时，

①在点 D, E, F 中,  $\odot O$  的关联点是\_\_\_\_\_;

②过点 F 作直线交  $y$  轴正半轴于点 G, 使  $\angle GFO=30^\circ$ , 若直线上的点  $P(m, n)$

是  $\odot O$  的关联点, 求  $m$  的取值范围;

(2) 若线段 EF 上的所有点都是某个圆的关联点, 求这个圆的半径  $r$  的取值范围。



(第 25 题)

## 2013 年北京市高级中等学校招生考试

### 数学试卷 解析

满分 120 分，考试时间 120 分钟

#### 一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

北京中考 2013      难度 1 级      知识点 科学记数法      编号 271

1. 在《关于促进城市南部地区加快发展第二阶段行动计划（2013-2015）》中，北京市提出了总计约 3 960 亿元的投资计划。将 3 960 用科学计数法表示应为

A.  $39.6 \times 10^2$       B.  $3.96 \times 10^3$       C.  $3.96 \times 10^4$       D.  $3.96 \times 10^4$

北京中考 2013      难度 1 级      知识点 科学记数法      编号 272

2.  $-\frac{3}{4}$  的倒数是

A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $-\frac{3}{4}$       D.  $-\frac{4}{3}$

北京中考 2013      难度 1 级      知识点 概率      编号 273

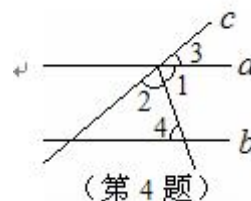
3. 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1，2，3，4，5，从中随机摸出一个小球，其标号大于 2 的概率为

A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$

北京中考 2013      难度 2 级      知识点 平行线角度的计算      编号 274

4. 如图, 直线  $a$ ,  $b$  被直线  $c$  所截,  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ , 若  $\angle 3 = 40^\circ$ , 则  $\angle 4$  等于

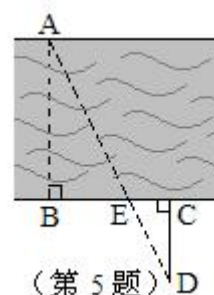
A.  $40^\circ$                       B.  $50^\circ$   
C.  $70^\circ$                       D.  $80^\circ$



北京中考 2013      难度 2 级      知识点 相似三角形的比例关系      编号 275

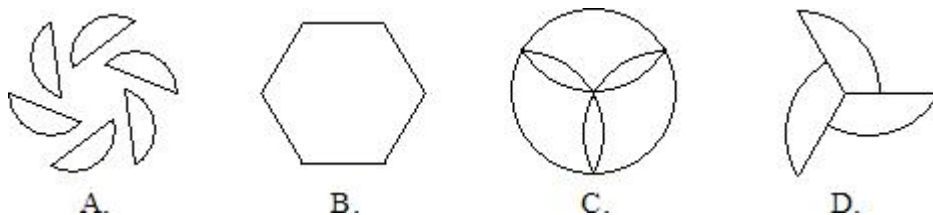
5. 如图, 为估算某河的宽度, 在河对岸边选定一个目标点 A, 在近岸取点 B, C, D, 使得  $AB \perp BC$ ,  $CD \perp BC$ , 点 E 在 BC 上, 并且点 A, E, D 在同一条直线上。若测得  $BE = 20\text{m}$ ,  $EC = 10\text{m}$ ,  $CD = 20\text{m}$ , 则河的宽度 AB 等于

A. 60m                      B. 40m  
C. 30m                      D. 20m



北京中考 2013      难度 2 级      知识点 轴对称图形中心对称图形      编号 276

6. 下列图形中, 是中心对称图形但不是轴对称图形的是



答案: A

北京中考 2013      难度 2 级      知识点 平均数      编号 277

7. 某中学随机地调查了 50 名学生, 了解他们一周在校的体育锻炼时间, 结果如下表所示:

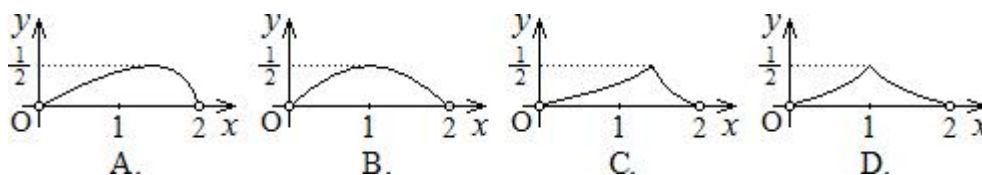
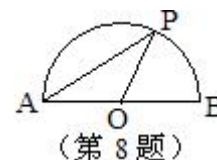
|         |    |    |    |   |
|---------|----|----|----|---|
| 时间 (小时) | 5  | 6  | 7  | 8 |
| 人数      | 10 | 15 | 20 | 5 |

则这 50 名学生这一周在校的平均体育锻炼时间是

A. 6.2 小时                      B. 6.4 小时                      C. 6.5 小时                      D. 7 小时

北京中考 2013      难度 5 级      知识点 圆的动点和二次函数      编号 278

8. 如图, 点 P 是以 O 为圆心, AB 为直径的半圆上的动点,  $AB = 2$ , 设弦 AP 的长为  $x$ ,  $\triangle APO$  的面积为  $y$ , 则下列图象中, 能表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致是



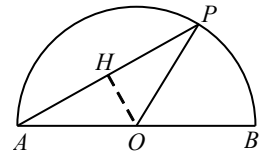
答案: A

解析: 很显然, 并非二次函数, 排除 B;

采用特殊位置法;

当 P 点与 A 点重合时, 此时  $AP=x=0$ ,  $S_{\triangle PAO}=0$ ;

当 P 点与 B 点重合时, 此时  $AP=x=2$ ,  $S_{\triangle PAO}=0$ ;



本题最重要的为当  $AP=x=1$  时, 此时  $\triangle APO$  为等边三角形,  $S_{\triangle PAO} = \frac{\sqrt{3}}{4} > \frac{1}{4}$ ;

排除 B、C、D. 选择 A.

【点评】动点函数图象问题选取合适的特殊位置, 然后去解答是最为直接有效的方法

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

北京中考 2013 难度 2 级 知识点 分解因式 编号 279

9. 分解因式:  $ab^2 - 4ab + 4a =$  \_\_\_\_\_

答案:  $a(b-2)^2$

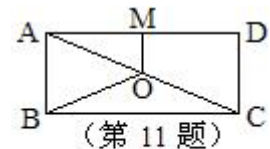
北京中考 2013 难度 2 级 知识点 二次函数 编号 280

10. 请写出一个开口向上, 并且与 y 轴交于点 (0, 1) 的抛物线的解析式 \_\_\_\_\_

答案:  $y=x^2+1$

北京中考 2013 难度 4 级 知识点 勾股定理 编号 281

11. 如图, O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点, M 是 AD 的中点, 若  $AB=5$ ,  $AD=12$ , 则四边形 ABOM 的周长为 \_\_\_\_\_



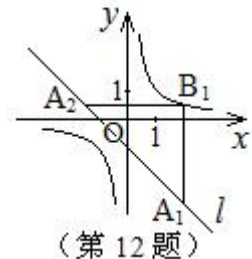
答案: 20

北京中考 2013 难度 5 级 知识点 找规律的题目, 规律类型有两种类型, 递进规律和循环规律 编号 282

12. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线:  $t = -x - 1$ , 双曲线

$y = \frac{1}{x}$ . 在上取点  $A_1$ , 过点  $A_1$  作  $x$  轴的垂线交双曲线于点  $B_1$ ,

过点  $B_1$  作  $y$  轴的垂线交于点  $A_2$ , 请继续操作并探究: 过点  $A_2$  作  $x$  轴的垂线交双曲线于点  $B_2$ , 过点  $B_2$  作  $y$  轴的垂线交于点  $A_3, \dots$ ,



这样依次得到上的点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ . 记点  $A_n$  的横坐标为  $a_n$ , 若  $a_1 = 2$ ,

则  $a_2 =$  \_\_\_\_\_,  $a_{2013} =$  \_\_\_\_\_; 若要将上述操作无限次地进行下去, 则  $a_1$  不能

取的值是 \_\_\_\_\_

答案:  $-\frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, 0, -1$

解析：根据  $A_1(2, -3)$  求出  $B_1\left(2, \frac{1}{2}\right)$ ；根据  $B_1\left(2, \frac{1}{2}\right)$  求出  $A_2\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ；

根据  $A_2\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$  求出  $B_2\left(-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}\right)$ ；

根据  $B_2\left(-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}\right)$  求出  $A_3\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ ；

根据  $A_3\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$  求出  $B_3\left(-\frac{1}{3}, -3\right)$ ；

根据  $B_3\left(-\frac{1}{3}, -3\right)$  求出  $A_4(2, -3)$ ；

至此可以发现本题为循环规律，3次一循环， $\therefore 2013 = 3 \times 670 + 3$ ；

$$\therefore a_{2013} = a_3 = -\frac{1}{3}；$$

重复上述过程，可求出  $A_1(a_1, -a_1 - 1)$ 、 $B_1\left(a_1, \frac{1}{a_1}\right)$ 、 $A_2\left(-\frac{a_1 + 1}{a_1}, \frac{1}{a_1}\right)$ 、

$B_2\left(-\frac{a_1 + 1}{a_1}, -\frac{a_1}{a_1 + 1}\right)$ 、 $A_3\left(-\frac{1}{a_1 + 1}, -\frac{a_1}{a_1 + 1}\right)$ 、 $B_3\left(-\frac{1}{a_1 + 1}, -a_1 - 1\right)$ 、 $A_4(a_1, -a_1 - 1)$ ；

由上述结果可知，分母不能为0，故  $a_1$  不能取0和-1。

【点评】找规律的题目，规律类型有两种类型，递进规律和循环规律，对于循环规律类型，多求几种特殊情况发现循环规律是最重要的。

三、解答题（本题共30分，每小题5分）

北京中考2013 难度3级 知识点 全等证明 编号 283

13. 如图，已知D是AC上一点，AB=DA，DE//AB， $\angle B = \angle DAE$ 。

求证：BC=AE。

解析：

证明： $\because DE \parallel AB$

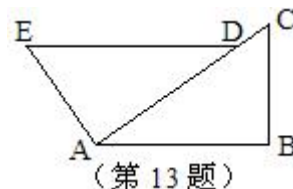
$$\therefore \angle CAB = \angle ADE$$

在  $\triangle ABC$  与  $\triangle DAE$  中

$$\begin{cases} \angle CAB = \angle ADE \\ AB = DA \\ \angle B = \angle DAE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BAC \text{ (ASA)}$$

$$\therefore BC = AE$$



北京中考 2013      难度 2 级      知识点 混合计算      编号 284

14. 计算:  $(1-\sqrt{3})^0 + |-\sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + (\frac{1}{4})^{-1}$ .

解析:

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 1 + \sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 \\ &= 5\end{aligned}$$

北京中考 2013      难度 2 级      知识点 解不等式      编号 285

17. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x > x - 2 \\ \frac{x+1}{3} > 2x \end{cases}$$

解析:

解: 由  $3x > x - 2$ , 得  
 $x > -1$

由  $\frac{x+1}{3} > 2x$ , 得

$$x < \frac{1}{5}$$

$$\therefore -1 < x < \frac{1}{5}$$

北京中考 2013      难度 4 级      知识点 整体代入      编号 286

16. 已知  $x^2 - 4x - 1 = 0$ , 求代数式  $(2x-3)^2 - (x+y)(x-y) - y^2$  的值.

解析:

代数式化简得:

$$4x^2 - 12x + 9 - x^2 + y^2 - y^2$$

$$= 3x^2 - 12x + 9$$

$$= 3(x^2 - 4x + 3)$$

$$\because x^2 - 4x = 1 \text{ 代入得}$$

$$\therefore \text{原式} = 12$$

北京中考 2013      难度 3 级      知识点 列方程或方程组解应用题      编号 287

17. 列方程或方程组解应用题:

某园林队计划由 6 名工人对 180 平方米的区域进行绿化, 由于施工时增加了 2 名工人, 结果比计划提前 3 小时完成任务. 若每人每小时绿化面积相同, 求每人每小时的绿化面积.

解析:

设每人每小时的绿化面积为  $x$  平方米.

$$\text{则有: } \frac{180}{6x} - \frac{180}{(6+2)x} = 3$$

解得  $x = 2.5$

经检验:  $x = 2.5$  是原方程的解

答: 每人每小时的绿化面积为 2.5 平方米

北京中考 2013      难度 4 级      知识点 二次函数根与系数的关系      编号 288

18. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + 2k - 4 = 0$  有两个不相等的实数根

(1) 求  $k$  的取值范围;

(2) 若  $k$  为正整数, 且该方程的根都是整数, 求  $k$  的值.

解析:

$$(1) \Delta = 4 - 4(2k - 4) = 20 - 8k$$

$\because$  方程有两个不等的实根

$$\therefore \Delta > 0$$

$$\text{即 } 20 - 8k > 0$$

$$\therefore k < \frac{5}{2}$$

(2)  $\because k$  为整数

$$\therefore 0 < k < \frac{5}{2} \text{ 即 } k = 1 \text{ 或 } 2, \quad x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{5 - 2k}$$

$\because$  方程的根为整数,  $\therefore 5 - 2k$  为完全平方数

$$\text{当 } k = 1 \text{ 时, } 5 - 2k = 3$$

$$k = 2 \text{ 时, } 5 - 2k = 1$$

$$\therefore k = 2$$

四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

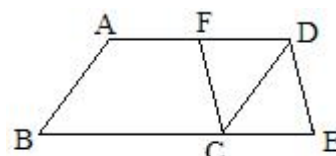
北京中考 2013      难度 3 级      知识点 平行四边形证明与计算      编号 289

19. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $F$  是  $AD$  的中点, 延长  $BC$  到点  $E$ , 使  $CE = \frac{1}{2} BC$ , 连结  $DE$ ,  $CF$ .

(1) 求证: 四边形  $CEDF$  是平行四边形;

(2) 若  $AB = 4$ ,  $AD = 6$ ,  $\angle B = 60^\circ$ , 求  $DE$  的长.

解析:



(第 19 题)

(1) 在□ABCD中,  $AD \parallel BC$

∵ F 是 AD 中点.

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AD, \text{ 又 } \because CE = \frac{1}{2}BC.$$

$$\therefore DF = CE \text{ 且 } DF \parallel CE$$

∴ 四边形 CEDF 为平行四边形

(2) 过 D 作  $DH \perp BE$  于 H

在□ABCD中

$$\because \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = 60^\circ$$

$$\because AB = 4$$

$$\therefore CD = 4$$

$$\therefore CH = 2, DH = 2\sqrt{3}$$

$$\text{在 } \square CEDF \text{ 中, } CE = DF = \frac{1}{2}AD = 3$$

$$\therefore EH = 1$$

在 Rt△DHE 中

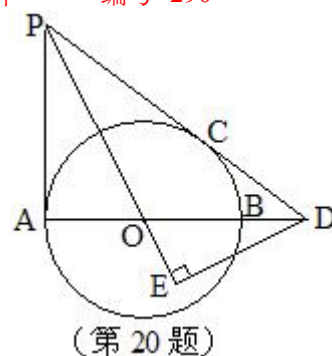
$$DE = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{13}$$

北京中考 2013 难度 3 级 知识点 圆的计算 编号 290

20. 如图, AB 是⊙O 的直径, PA, PC 分别与⊙O 相切于点 A, C, PC 交 AB 的延长线于点 D, DE ⊥ PO 交 PO 的延长线于点 E。

(1) 求证:  $\angle EPD = \angle EDO$

(2) 若  $PC = 6$ ,  $\tan \angle PDA = \frac{3}{4}$ , 求 OE 的长。



解析:

- (1) ∵ PA、PC 与⊙O 分别相切于点 A、C  
 $\therefore \angle APO = \angle CPD$  且  $PA \perp AO$  即  $\angle PAO = 90^\circ$   
 $\because \angle AOP = \angle EOD, \angle PAO = \angle E = 90^\circ$   
 $\therefore \angle APO = \angle EDO$   
 即  $\angle EPD = \angle EDO$

(2) 连结 OC

$$\therefore PA = PC = 6$$

$$\because \tan \angle PDA = \frac{3}{4}$$

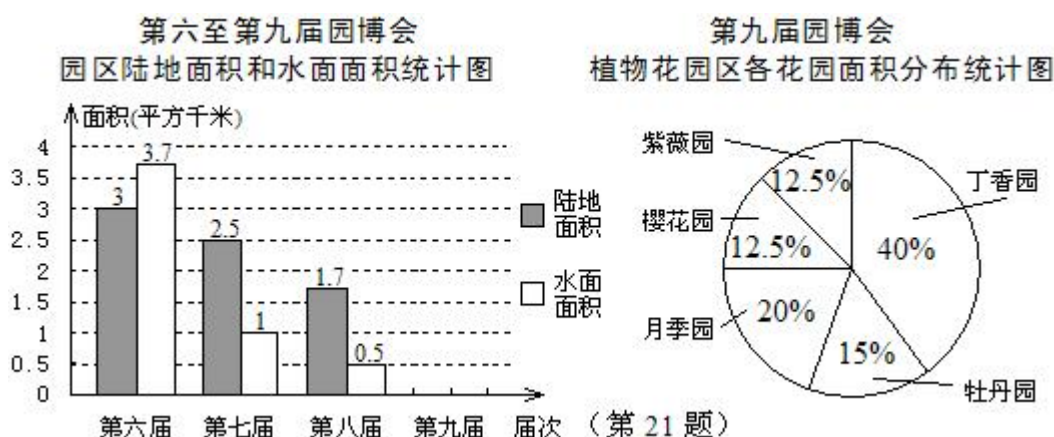
$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PAD \text{ 中 } AD = 8, PD = 10$$

$$\therefore CD = 4$$

$$\begin{aligned} \because \tan \angle PDA &= \frac{3}{4} \\ \therefore \text{在 Rt}\triangle OCD \text{ 中, } OC &= OA = 3, OD = 5 \\ \because \angle EPD &= \angle EDO \\ \therefore \triangle OED &\sim \triangle DEP \\ \therefore \frac{PD}{OD} &= \frac{DE}{OE} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1} \\ \text{在 Rt}\triangle OED \text{ 中 } OE^2 + DE^2 &= 5^2 \\ \therefore OE &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

北京中考 2013      难度 3 级      知识点 统计图      编号 291

21. 第九届中国国际园林博览会（园博会）已于 2013 年 5 月 18 日在北京开幕，以下是根据近几届园博会的相关数据绘制的统计图的一部分：



- 第九届中国园博会的植物花园区由五个花园组成，其中月季园面积为 0.04 平方千米，牡丹园面积为\_\_\_\_\_平方千米；
- 第九届中国园博会园区陆地面积是植物花园区总面积的 18 倍，水面面积是第七、八两届园博会的水面面积之和，请根据上述信息补全条形统计图，并标明相应数据；
- 小娜收集了几届园博会的相关信息（如下表），发现园博会园区周边设置的停车位数量与日接待游客量和单日最多接待游客量中的某个量近似成正比例关系，根据小娜的发现，请估计将于 2015 年举办的第十届园博会大约需要设置的停车位数量（直接写出结果，精确到百位）。

第七届至第十届园博会游客量与停车位数量统计表

|     | 日均接待游客量<br>(万人次) | 单日最多接待游客量<br>(万人次) | 停车位数量<br>(个) |
|-----|------------------|--------------------|--------------|
| 第七届 | 0.8              | 6                  | 约 3 000      |

|     |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|
| 第八届 | 2.3      | 8.2      | 约 4 000  |
| 第九届 | 8 (预计)   | 20 (预计)  | 约 10 500 |
| 第十届 | 1.9 (预计) | 7.4 (预计) | 约_____   |

解析:

(1) 0.03

(2) 陆地面积 3.6

水面面积 1.5

图略

(3) 3700

北京中考 2013

难度 5 级

知识点

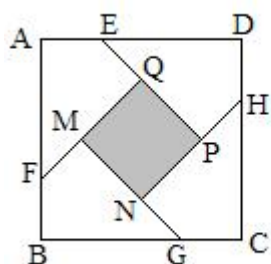
正方形

编号

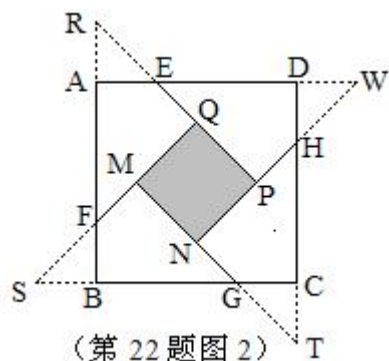
292

22. 阅读下面材料:

小明遇到这样一个问题: 如图 1, 在边长为  $a(a > 2)$  的正方形  $ABCD$  各边上分别截取  $AE=BF=CG=DH=1$ , 当  $\angle AFQ=\angle BGM=\angle CHN=\angle DEP=45^\circ$  时, 求正方形  $MNPQ$  的面积。



(第 22 题图 1)



(第 22 题图 2)

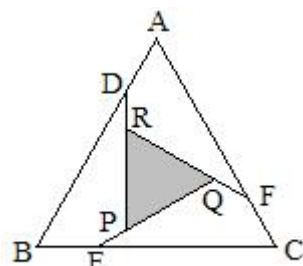
小明发现: 分别延长  $QE$ ,  $MF$ ,  $NG$ ,  $PH$ , 交  $FA$ ,  $GB$ ,  $HC$ ,  $ED$  的延长线于点  $R$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $W$ , 可得  $\triangle RQF$ ,  $\triangle SMG$ ,  $\triangle TNH$ ,  $\triangle WPE$  是四个全等的等腰直角三角形 (如图 2)

请回答:

(1) 若将上述四个等腰直角三角形拼成一个新的正方形 (无缝隙, 不重叠), 则这个新的正方形的边长为 \_\_\_\_\_;

(2) 求正方形  $MNPQ$  的面积。

参考小明思考问题的方法, 解决问题:



(第 22 题图 3)

如图 3，在等边  $\triangle ABC$  各边上分别截取  $AD=BE=CF$ ，再分别过点  $D, E, F$  作  $BC$ ,

$AC, AB$  的垂线，得到等边  $\triangle RPQ$ ，若  $S_{\triangle RPQ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则  $AD$  的长为\_\_\_\_\_。

解析：

(1)  $a$

(2) 四个等腰直角三角形面积和为  $a^2$

正方形  $ABCD$  的面积为  $a^2$

$$\therefore S_{\text{正方形}MNPQ} = S_{\triangle ARE} + S_{\triangle DWH} + S_{\triangle GCT} + S_{\triangle SBF}$$

$$= 4S_{\triangle ARE}$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times 1^2$$

$$= 2$$

(3)  $\frac{2}{3}$

五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

北京中考 2013 难度 4 级 知识点 二次函数综合题 编号 293

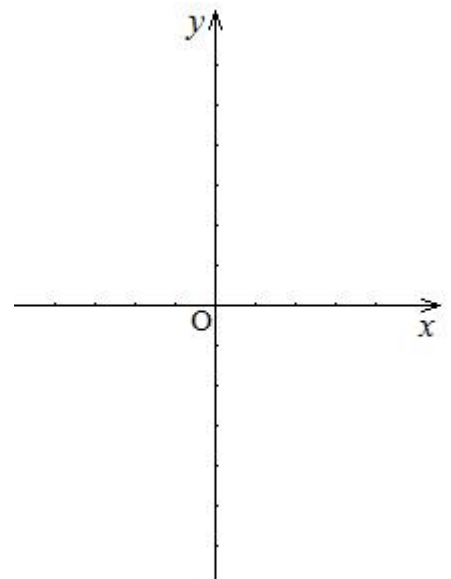
23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线

$y = mx^2 - 2mx - 2$  ( $m \neq 0$ ) 与  $y$  轴交于点  $A$ ，其对称轴与  $x$  轴交于点  $B$ 。

(1) 求点  $A, B$  的坐标；

(2) 设直线与直线  $AB$  关于该抛物线的对称轴对称，求直线的解析式；

(3) 若该抛物线在  $-2 < x < -1$  这一段位于直线的上方，并且在  $2 < x < 3$  这一段位于直线  $AB$  的下方，求该抛物线的解析式。



(第 23 题)

解析：【解析】(1) 当  $x = 0$  时， $y = -2$ 。

$$\therefore A(0, -2)$$

$$\text{抛物线对称轴为 } x = -\frac{-2m}{2m} = 1$$

$$\therefore B(1, 0)$$

(2) 易得  $A$  点关于对称轴的对称点为  $A(2, -2)$

则直线  $l$  经过  $A, B$ 。

设直线的解析式为  $y = kx + b$

$$\text{则} \begin{cases} 2k+b=-2 \\ k+b=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=2 \end{cases}$$

$\therefore$  直线的解析式为  $y = -2x + 2$

(3)  $\because$  抛物线对称轴为  $x = 1$

抛物线在  $2 < x < 3$  这一段与在  $-1 < x < 0$  这一段关于对称轴对称

结合图象可以观察到抛物线在  $-2 < x < -1$  这一段位于直线  $l$  的上方

在  $-1 < x < 0$  这一段位于直线  $l$  的下方;

$\therefore$  抛物线与直线  $l$  的交点横坐标为  $-1$ ;

当  $x = -1$  时,  $y = -2x(-1) + 2 = +4$

则抛物线过点  $(-1, 4)$

当  $x = -1$  时,  $m + 2m - 2 = 4$ ,  $m = 2$

$\therefore$  抛物线解析为  $y = 2x^2 - 4x - 2$ .

【点评】本题第(3)问主要难点在于对数形结合的认识和了解, 要能够观察到直线  $l$  与直线  $AB$  关于对称轴对称,

$\because$  抛物线在  $2 < x < 3$  这一段位于直线  $AB$  的下方,

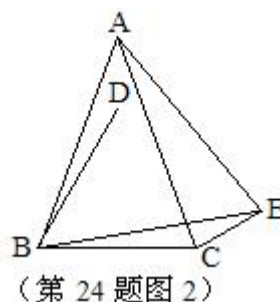
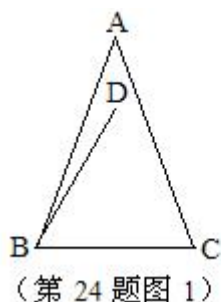
$\therefore$  关于对称轴对称后抛物线在  $-1 < x < 0$  这一段位于直线  $l$  的下方;

再结合抛物线在  $-2 < x < -1$  这一段位于直线  $l$  的上方;

从而抛物线必过点  $(-1, 4)$ .

北京中考 2013      难度 4 级      知识点 “手拉手”模型的应用      编号 294

24. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ ), 将线段  $BC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $BD$ .



(1) 如图 1, 直接写出  $\angle ABD$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示);

(2) 如图 2,  $\angle BCE = 150^\circ$ ,  $\angle ABE = 60^\circ$ , 判断  $\triangle ABE$  的形状并加以证明;

(3) 在 (2) 的条件下, 连结  $DE$ , 若  $\angle DEC = 45^\circ$ , 求  $\alpha$  的值.

解析: 【解析】(1)  $30^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

(2)  $\triangle ABE$  为等边三角形

证明连接  $AD$ 、 $CD$ 、 $ED$



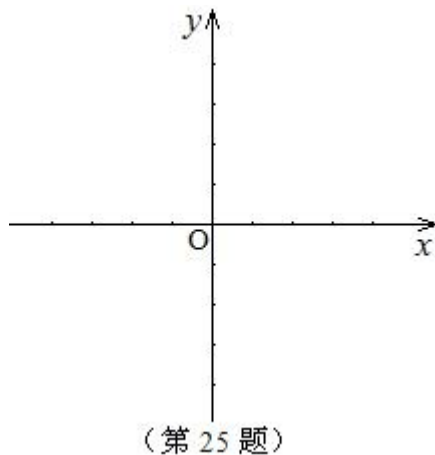
(1) 当 $\odot O$ 的半径为1时,

①在点D, E, F中,  $\odot O$ 的关联点是\_\_\_\_\_;

②过点F作直线交y轴正半轴于点G, 使 $\angle GFO=30^\circ$ , 若直线上的点P( $m, n$ )

是 $\odot O$ 的关联点, 求 $m$ 的取值范围;

(2) 若线段EF上的所有点都是某个圆的关联点, 求这个圆的半径 $r$ 的取值范围.



解析: 【解析】(1) ① D, E;

② 由题意可知, 若P点要刚好是圆C的关联点;  
需要点P到圆C的两条切线PA和PB之间所夹  
的角度为 $60^\circ$ ;

由图1可知 $\angle APB=60^\circ$ , 则 $\angle CPB=30^\circ$ ,

连接BC, 则 $PC = \frac{BC}{\sin \angle CPB} = 2BC = 2r$ ;

$\therefore$  若P点为圆C的关联点; 则需点P到圆心的距离 $d$ 满足 $0 \leq d \leq 2r$ ;

由上述证明可知, 考虑临界位置的P点, 如图2;

点P到原点的距离 $OP=2 \times 1=2$ ;

过O作x轴的垂线OH, 垂足为H;

$$\tan \angle OGF = \frac{OF}{OG} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3};$$

$\therefore \angle OGF = 60^\circ$ ;

$$\therefore OH = OG \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3};$$

$$\therefore \sin \angle OPH = \frac{OH}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$\therefore \angle OPH = 60^\circ$ ;

易得点 $P_1$ 与点G重合, 过 $P_2$ 作 $P_2M \perp x$ 轴于点M;

易得 $\angle P_2OM = 30^\circ$ ;

$$\therefore OM = OP_2 \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3};$$

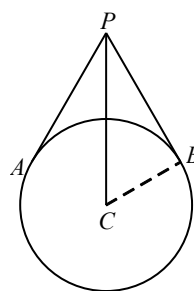


图1

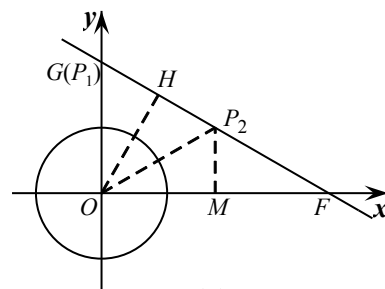


图2

从而若点  $P$  为圆  $O$  的关联点，则  $P$  点必在线段  $P_1P_2$  上；

$$\therefore 0 \leq m \leq \sqrt{3} ;$$

(2) 若线段  $EF$  上的所有点都是某个圆的关联点，欲使这个圆的半径最小，

则这个圆的圆心应在线段  $EF$  的中点；

考虑临界情况，如图 3；

即恰好  $E$ 、 $F$  点为圆  $K$  的关联时，则  $KF = 2KN = \frac{1}{2}EF = 2$ ；

$\therefore$  此时  $r = 1$ ；

故若线段  $EF$  上的所有点都是某个圆的关联

点，

这个圆的半径  $r$  的取值范围为  $r \geq 1$ 。

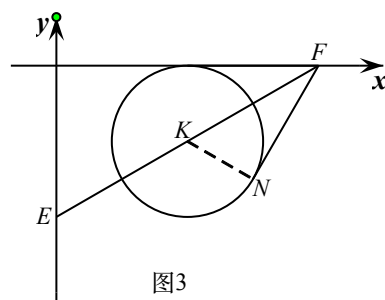


图3

【点评】“新定义”问题最关键的是要能够把“新定义”转化为自己熟悉的知识，通过第(2)问开头部分的解析，可以看出本题的“关联点”本质就是到圆心的距离小于或等于 2 倍半径的点。

了解了这一点，在结合平面直角坐标系和圆的知识去解答就事半功倍了。

## 2013 年北京市中考数学试题难点解析

2013 年北京市中考试卷数学试题整体难度较 2012 年有所下降。从近四年 (2009-2012) 北京中考数学试题的难易程度可以看出北京市中考数学整体大小年的规律。2013 年北京中考数学平均分预计将较去年有所提升。

本套试卷在保持对基础知识的考察力度上更加重视对数学思想方法和学生综合素质能力的考察，体现了“实践与操作，综合与探究，创新与应用”的命题特点，与中考考试说明中 C 级要求相呼应。

### 一、试题的基本结构：

整个试卷五道大题、25 个题目，总分 120 分。

其中包括**选择题**（共 8 个题目，共 32 分）、  
**填空题**（共 4 个题目，共 16 分）、  
**解答题**（包括计算题，证明题、应用题和综合题；共 13 个题目，共 72 分）。

### 1. 题型与题量

| 选择题 |    | 填空题 |    | 解答题 |    |
|-----|----|-----|----|-----|----|
| 题数  | 分值 | 题数  | 分值 | 题数  | 分值 |
| 8   | 32 | 4   | 16 | 13  | 72 |

### 2. 考查的内容及分布

从试卷考查的内容来看，几乎覆盖了数学《课程标准》所列的主要知识点，并且对初中数学的主要内容都作了重点考查。

| 内容 | 数与代数 | 图形与空间 | 统计与概率 |
|----|------|-------|-------|
| 分值 | 60   | 47    | 13    |

### 3. 每道题目所考查的知识点

| 题型   | 题号 | 考查知识点                              |
|------|----|------------------------------------|
| 选择题  | 1  | 科学记数法                              |
|      | 2  | 有理数的概念（倒数）                         |
|      | 3  | 概率                                 |
|      | 4  | 平行线的性质                             |
|      | 5  | 相似三角形                              |
|      | 6  | 轴对称、中心对称                           |
|      | 7  | 平均数                                |
|      | 8  | 圆中的动点的函数图像                         |
| 填空题  | 9  | 因式分解（提公因式法、公式法）                    |
|      | 10 | 抛物线的解析式                            |
|      | 11 | 矩形、中位线                             |
|      | 12 | 函数综合找规律（循环规律）                      |
| 解答题一 | 13 | 三角形全等证明                            |
|      | 14 | 实数运算（0 次幂、-1 次幂、绝对值、特殊角三角函数）       |
|      | 15 | 解一元一次不等式组                          |
|      | 16 | 代数式化简求值（整体代入）                      |
|      | 17 | 列分式方程解应用题                          |
|      | 18 | 一元二次方程（判别式、整数解）                    |
| 解答题二 | 19 | 梯形中的计算（平行四边形判定、梯形常用辅助线作法、特殊三角形的性质） |
|      | 20 | 圆中的证明与计算（三角形相似、三角函数、切线的性质）         |
|      | 21 | 统计图表（折线统计图、扇形统计图、统计表）              |
|      | 22 | 操作与探究（旋转、从正方形到等边三角形的变式、全等三角形）      |
| 解    | 23 | 代数综合（二次函数的性质、一次函数的图像对称、二次函数的图像对称、  |

|     |    |                                         |
|-----|----|-----------------------------------------|
| 答题三 |    | 数形结合思想、二次函数解析式的确定)                      |
|     | 24 | 几何综合 (等边三角形、等腰直角三角形、旋转全等、对称全等、倒角)       |
|     | 25 | 代几综合 (“新定义”、特殊直角三角形的性质、圆、特殊角三角形函数、数形结合) |

## 二、命题主要特点:

第8、12、22、23、24、25题依旧是比较难的题型, 其他题型属于基础或者中档题。

近四年北京中考数学试题这几道题考查分布:

| 题型\年份                  | 2010                             | 2011                                   | 2012                                    | 2013                          |
|------------------------|----------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------|
| <b>第8题</b><br>(创新题)    | 立体图形展开图                          | 动点函数图象                                 | 动点函数图象                                  | 动点函数图象                        |
| <b>第22题</b><br>(操作与探究) | 轴对称、正方形                          | 平移、等积变换                                | 几何坐标化、方程与方程组                            | 正方形、等边三角形、全等三角形               |
| <b>第23题</b><br>(综合题)   | (代数综合)<br>反比例函数、旋转、恒等变形          | (代数综合)<br>二次函数、一次函数、等腰直角三角形、数形结合       | (代数综合)<br>二次函数、一次函数、一元二次方程、函数图象 平移、数形结合 | (代数综合)<br>一次函数、二次函数、图形对称 数形结合 |
| <b>第24题</b><br>(综合题)   | (代几综合)<br>二次函数、等腰直角三角形、分类讨论、数形结合 | (几何综合)<br>旋转、等腰直角三角形、等边三角形、直角三角形、平行四边形 | (几何综合)<br>轴对称、等腰三角形、倒角                  | (几何综合)<br>等边三角形、等腰直角三角形、旋转、倒角 |
| <b>第25题</b><br>(综合题)   | (几何综合)<br>等腰三角形、轴对称、倒角           | (代几综合)<br>一次函数、圆、平行四边形、分类讨论            | (代几综合)<br>“新定义”一次函数、圆、相似                | (代几综合)<br>一次函数、圆、特殊直角三角形      |

**特点一、**题目总体难度降低, 23 题代数综合和 25 题代几综合等压轴题理解题意仍有一定难度, 以体现试卷区分度, 但试题总体难度较去年有大幅下降。

**特点二、**题型设置上较以往有微调, 例如第 1、2 题位置调整; 第 18 题的一次函数综合体换成了一元二次方程; 第 19 题回归对梯形的考察; 第 20 题第(1)问没有考察切线的证明等。

**特点三、**试题内容上趋于稳定, 没有“偏难怪”题, 除了 25 题中的新定义“关联点”之外, 其他题都较为常规, 较好的体现了“稳中求变”的命题主导思想。

**特点四、**从试卷中最直观反应出的是阅读量的减小, 去年中考第 25 题占了一整页纸, 阅读占了很大比重, 今年题型仍然新颖, 但阅读量明显减少。

**特点五、**计算量大幅下降, 去年计算题 19 题、20 题是几何计算题, 有一定的难度, 计

算量普遍大，但今年的 19 题、20 题不论解题难度还是计算难度都骤降。

**特点六、**填空第 12 题考察循环规律，与前 2 年的递进规律类型有所不同，当然如果重视观察能力和精确作图能力，也可以很容易发现四次变化后回到  $A_1$ 。

**特点八、**延续了去年和前年的改革方向，增加对圆的考察，例如选择题第 8 题、解答题第 20 题。解答题第 25 题都涉及圆的知识。

**特点九、**考察学生对于知识点的深入理解能力逐渐加大。解答题第 23 题第三小问，重点考察直线与抛物线位置关系的深入理解，难度较大。

### 三、重难易错题目点评：

#### 1. 易错题目

| 易错题号 | 错误原因                                 |
|------|--------------------------------------|
| 8    | 易被圆的对称性误导，从而误认为函数图象为对称图像             |
| 12   | 前 2 年均均为递进规律，形成思维定势，不太容易抓住本质规律（循环规律） |
| 17   | 分式方程应用题忘记检验                          |

#### 2. 难题

| 难题题号 | 不得分原因                                          |
|------|------------------------------------------------|
| 22   | 没看懂题，不理解图 2 的作用是什么                             |
| 23   | 利用对称来进行数形结合练得比较少，抓不住第(3)问的关键                   |
| 24   | 对重要全等模型“手拉手”不熟悉，很难发现如何构造三角形全等；倒角证明三角形全等也是本题的难点 |
| 25   | 题目没读懂，没有理解“新定义”的关键是到原点的距离要小于半径的 2 倍            |

总体来看，2013 年并没有出现一点儿都无从下手的题目，体现了很好的梯度，让学生上手容易拿全难，有比较好的区分度，这是北京中考命题的一大特点，相信 2014 年也会是这种形式。

2013 年北京市高级中等学校招生考试

**数学试卷 解析**

满分 120 分，考试时间 120 分钟

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 在《关于促进城市南部地区加快发展第二阶段行动计划（2013-2015）》中，北京市提出了总计约 3 960 亿元的投资计划。将 3 960 用科学计数法表示应为

A.  $39.6 \times 10^2$       B.  $3.96 \times 10^3$       C.  $3.96 \times 10^4$       D.  $3.96 \times 10^4$

答案：B

解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值。  $3\,960 = 3.96 \times 10^3$

2.  $-\frac{3}{4}$  的倒数是

A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $-\frac{3}{4}$       D.  $-\frac{4}{3}$

答案：D

解析： $a(a \neq 0)$  的倒数为  $\frac{1}{a}$ ，所以， $-\frac{3}{4}$  的倒数是  $-\frac{4}{3}$

3. 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1，2，3，4，5，从中随机摸出一个小球，其标号大于 2 的概率为

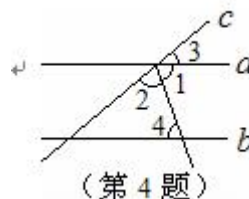
A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$

答案：C

解析：大于 2 的有 3、4、5，共 3 个，故所求概率为  $\frac{3}{5}$

4. 如图，直线  $a$ ， $b$  被直线  $c$  所截， $a \parallel b$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，若  $\angle 3 = 40^\circ$ ，则  $\angle 4$  等于

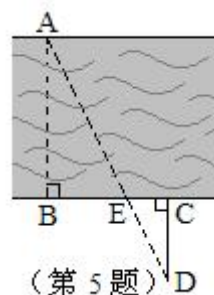
A.  $40^\circ$       B.  $50^\circ$   
C.  $70^\circ$       D.  $80^\circ$



答案：C

解析： $\angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$ ，由两直线平行，内错相等，得  $\angle 4 = 70^\circ$ 。

5. 如图，为估算某河的宽度，在河对岸边选定一个目标点 A，在近岸取点 B，C，D，使得  $AB \perp BC$ ， $CD \perp BC$ ，点 E 在 BC 上，并且点 A，E，D 在同一条直线上。若测得  $BE = 20\text{m}$ ， $EC = 10\text{m}$ ， $CD = 20\text{m}$ ，则河



的宽度 AB 等于

A. 60m

B. 40m

C. 30m

D. 20m

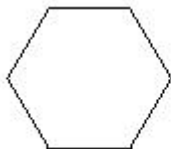
答案: B

解析: 由  $\triangle EAB \sim \triangle EDC$ , 得:  $\frac{CE}{BE} = \frac{CD}{AB}$ , 即  $\frac{10}{20} = \frac{20}{AB}$ , 解得:  $AB = 40$

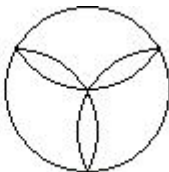
6. 下列图形中, 是中心对称图形但不是轴对称图形的是



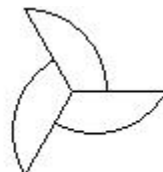
A.



B.



C.



D.

答案: A

解析: B 既是轴对称图形, 又是中心对称图形; C 只是轴对称图形; D 既不是轴对称图形也不是中心对称图形, 只有 A 符合。

7. 某中学随机地调查了 50 名学生, 了解他们一周在校的体育锻炼时间, 结果如下表所示:

|         |    |    |    |   |
|---------|----|----|----|---|
| 时间 (小时) | 5  | 6  | 7  | 8 |
| 人数      | 10 | 15 | 20 | 5 |

则这 50 名学生这一周在校的平均体育锻炼时间是

A. 6.2 小时

B. 6.4 小时

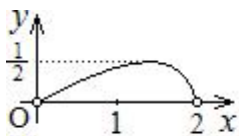
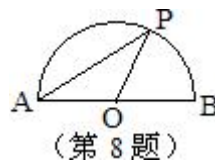
C. 6.5 小时

D. 7 小时

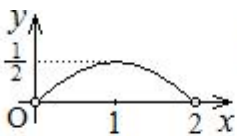
答案: B

解析: 平均体育锻炼时间是  $\frac{50 + 90 + 140 + 40}{50} = 6.4$  小时。

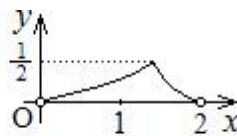
8. 如图, 点 P 是以 O 为圆心, AB 为直径的半圆上的动点,  $AB=2$ , 设弦 AP 的长为  $x$ ,  $\triangle APO$  的面积为  $y$ , 则下列图象中, 能表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致是



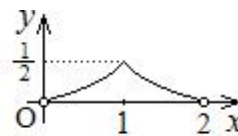
A.



B.



C.



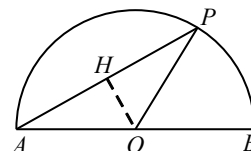
D.

答案: A

解析: 很显然, 并非二次函数, 排除 B;

采用特殊位置法;

当 P 点与 A 点重合时, 此时  $AP=x=0$ ,  $S_{\triangle PAO}=0$ ;



当  $P$  点与  $B$  点重合时, 此时  $AP=x=2$ ,  $S_{\triangle PAO}=0$ ;

本题最重要的为当  $AP=x=1$  时, 此时  $\triangle APO$  为等边三角形,  $S_{\triangle PAO}=\frac{\sqrt{3}}{4}>\frac{1}{4}$ ;

排除  $B$ 、 $C$ 、 $D$ . 选择  $A$ .

【点评】动点函数图象问题选取合适的特殊位置, 然后去解答是最为直接有效的方法  
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

9. 分解因式:  $ab^2-4ab+4a=$ \_\_\_\_\_

答案:  $a(b-2)^2$

解析: 原式  $= a(b^2-4b+4) = a(b-2)^2$

10. 请写出一个开口向上, 并且与  $y$  轴交于点  $(0, 1)$  的抛物线的解析式\_\_\_\_\_

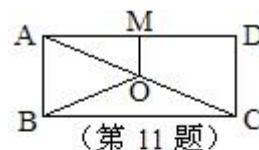
答案:  $y=x^2+1$

解析: 此题答案不唯一, 只要二次项系数大于 0, 经过点  $(0,1)$  即可。

11. 如图,  $O$  是矩形  $ABCD$  的对角线  $AC$  的中点,  $M$  是  $AD$  的中点, 若  $AB=5$ ,  $AD=12$ , 则四边形  $ABOM$  的周长为\_\_\_\_\_

答案: 20

解析: 由勾股定理, 得  $AC=13$ , 因为  $BO$  为直角三角形斜边上的中线, 所以,  $BO=6.5$ , 由中位线, 得  $MO=2.5$ , 所以, 四边形  $ABOM$  的周长为:  $6.5+2.5+6+5=20$



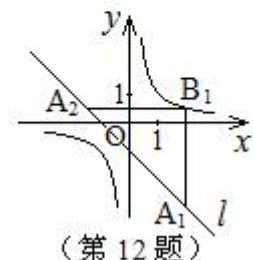
(第 11 题)

12. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线:  $l=-x-1$ , 双曲线  $y=\frac{1}{x}$ . 在上取点  $A_1$ , 过点  $A_1$  作  $x$  轴的垂线交双曲线于点  $B_1$ ,

过点  $B_1$  作  $y$  轴的垂线交于点  $A_2$ , 请继续操作并探究: 过点  $A_2$  作

$x$  轴的垂线交双曲线于点  $B_2$ , 过点  $B_2$  作  $y$  轴的垂线交于点  $A_3$ ,  $\dots$ , 这样依次得到上的点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ . 记点  $A_n$  的横坐标为  $a_n$ , 若  $a_1=2$ , 则  $a_2=$ \_\_\_\_\_,

$a_{2013}=$ \_\_\_\_\_ ; 若要将上述操作无限次地进行下去, 则  $a_1$  不能取的值是\_\_\_\_\_



(第 12 题)

答案:  $-\frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, 0, -1$

解析: 根据  $A_1(2,-3)$  求出  $B_1(2,\frac{1}{2})$ ; 根据  $B_1(2,\frac{1}{2})$  求出  $A_2(-\frac{3}{2},\frac{1}{2})$ ;

根据  $A_2\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$  求出  $B_2\left(-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}\right)$ ;

根据  $B_2\left(-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}\right)$  求出  $A_3\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ ;

根据  $A_3\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$  求出  $B_3\left(-\frac{1}{3}, -3\right)$ ;

根据  $B_3\left(-\frac{1}{3}, -3\right)$  求出  $A_4(2, -3)$ ;

至此可以发现本题为循环规律, 3 次一循环,  $\therefore 2013 = 3 \times 670 + 3$ ;

$$\therefore a_{2013} = a_3 = -\frac{1}{3};$$

重复上述过程, 可求出  $A_1(a_1, -a_1 - 1)$ 、 $B_1\left(a_1, \frac{1}{a_1}\right)$ 、 $A_2\left(-\frac{a_1 + 1}{a_1}, \frac{1}{a_1}\right)$ 、

$$B_2\left(-\frac{a_1 + 1}{a_1}, -\frac{a_1}{a_1 + 1}\right)、A_3\left(-\frac{1}{a_1 + 1}, -\frac{a_1}{a_1 + 1}\right)、B_3\left(-\frac{1}{a_1 + 1}, -a_1 - 1\right)、A_4(a_1, -a_1 - 1);$$

由上述结果可知, 分母不能为 0, 故  $a_1$  不能取 0 和 -1.

【点评】找规律的题目, 规律类型有两种类型, 递进规律和循环规律, 对于循环规律类型, 多求几种特殊情况发现循环规律是最重要的.

三、解答题 (本题共 30 分, 每小题 5 分)

13. 如图, 已知 D 是 AC 上一点,  $AB = DA$ ,  $DE \parallel AB$ ,  $\angle B = \angle DAE$ .

求证:  $BC = AE$ .

解析:

证明:  $\because DE \parallel AB$

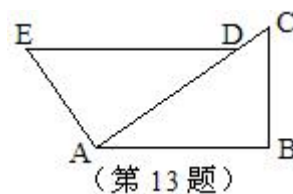
$$\therefore \angle CAB = \angle ADE$$

在  $\triangle ABC$  与  $\triangle DAE$  中

$$\begin{cases} \angle CAB = \angle ADE \\ AB = DA \\ \angle B = \angle DAE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BAC \text{ (ASA)}$$

$$\therefore BC = AE$$



14. 计算:  $(1 - \sqrt{3})^0 + |-\sqrt{2}| - 2 \cos 45^\circ + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$ .

解析:

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 1 + \sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 \\ &= 5\end{aligned}$$

18、解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x > x - 2 \\ \frac{x+1}{3} > 2x \end{cases}$$

解析:

解: 由  $3x > x - 2$ , 得

$$x > -1$$

由  $\frac{x+1}{3} > 2x$ , 得

$$x < \frac{1}{5}$$

$$\therefore -1 < x < \frac{1}{5}$$

16. 已知  $x^2 - 4x - 1 = 0$ , 求代数式  $(2x - 3)^2 - (x + y)(x - y) - y^2$  的值。

解析:

代数式化简得:

$$4x^2 - 12x + 9 - x^2 + y^2 - y^2$$

$$= 3x^2 - 12x + 9$$

$$= 3(x^2 - 4x + 3)$$

$\because x^2 - 4x = 1$  代入得

$$\therefore \text{原式} = 12$$

17. 列方程或方程组解应用题:

某园林队计划由 6 名工人对 180 平方米的区域进行绿化, 由于施工时增加了 2 名工人, 结果比计划提前 3 小时完成任务。若每人每小时绿化面积相同, 求每人每小时的绿化面积。

解析:

设每人每小时的绿化面积为  $x$  平方米。

$$\text{则有: } \frac{180}{6x} - \frac{180}{(6+2)x} = 3$$

解得  $x = 2.5$

经检验:  $x = 2.5$  是原方程的解

答: 每人每小时的绿化面积为 2.5 平方米

18. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + 2k - 4 = 0$  有两个不相等的实数根

(1) 求  $k$  的取值范围;

(2) 若  $k$  为正整数, 且该方程的根都是整数, 求  $k$  的值。

解析:

$$(1) \Delta = 4 - 4(2k - 4) = 20 - 8k$$

$\because$  方程有两个不等的实根

$$\therefore \Delta > 0$$

$$\text{即 } 20 - 8k > 0$$

$$\therefore k < \frac{5}{2}$$

(2)  $\because k$  为整数

$$\therefore 0 < k < \frac{5}{2} \text{ 即 } k = 1 \text{ 或 } 2, \quad x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{5 - 2k}$$

$\because$  方程的根为整数,  $\therefore 5 - 2k$  为完全平方数

$$\text{当 } k = 1 \text{ 时, } 5 - 2k = 3$$

$$k = 2 \text{ 时, } 5 - 2k = 1$$

$$\therefore k = 2$$

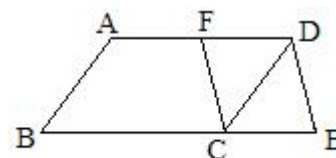
四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

19. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $F$  是  $AD$  的中点, 延长  $BC$  到点  $E$ , 使  $CE = \frac{1}{2} BC$ , 连结  $DE$ ,  $CF$ 。

(1) 求证: 四边形  $CEDF$  是平行四边形;

(2) 若  $AB=4$ ,  $AD=6$ ,  $\angle B=60^\circ$ , 求  $DE$  的长。

解析:



(第 19 题)

(1) 在□ABCD中,  $AD \parallel BC$

∵ F 是 AD 中点.

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AD, \text{ 又 } \because CE = \frac{1}{2}BC.$$

$$\therefore DF = CE \text{ 且 } DF \parallel CE$$

∴ 四边形 CEDF 为平行四边形

(2) 过 D 作  $DH \perp BE$  于 H

在□ABCD中

$$\because \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = 60^\circ$$

$$\because AB = 4$$

$$\therefore CD = 4$$

$$\therefore CH = 2, DH = 2\sqrt{3}$$

$$\text{在 } \square CEDF \text{ 中, } CE = DF = \frac{1}{2}AD = 3$$

$$\therefore EH = 1$$

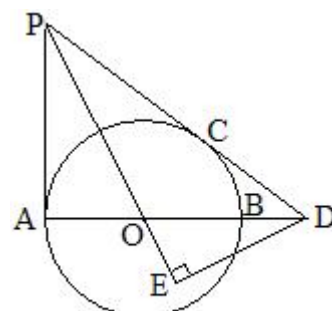
在 Rt△DHE 中

$$DE = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{13}$$

20. 如图, AB 是⊙O 的直径, PA, PC 分别与⊙O 相切于点 A, C, PC 交 AB 的延长线于点 D, DE ⊥ PO 交 PO 的延长线于点 E。

(1) 求证:  $\angle EPD = \angle EDO$

(2) 若  $PC = 6$ ,  $\tan \angle PDA = \frac{3}{4}$ , 求 OE 的长。



(第 20 题)

解析:

(1) ∵ PA、PC 与⊙O 分别相切于点 A、C

$$\therefore \angle APO = \angle CPD \text{ 且 } PA \perp AO \text{ 即 } \angle PAO = 90^\circ$$

$$\because \angle AOP = \angle EOD, \angle PAO = \angle E = 90^\circ$$

$$\therefore \angle APO = \angle EDO$$

$$\text{即 } \angle EPD = \angle EDO$$

(2) 连结 OC

$$\therefore PA = PC = 6$$

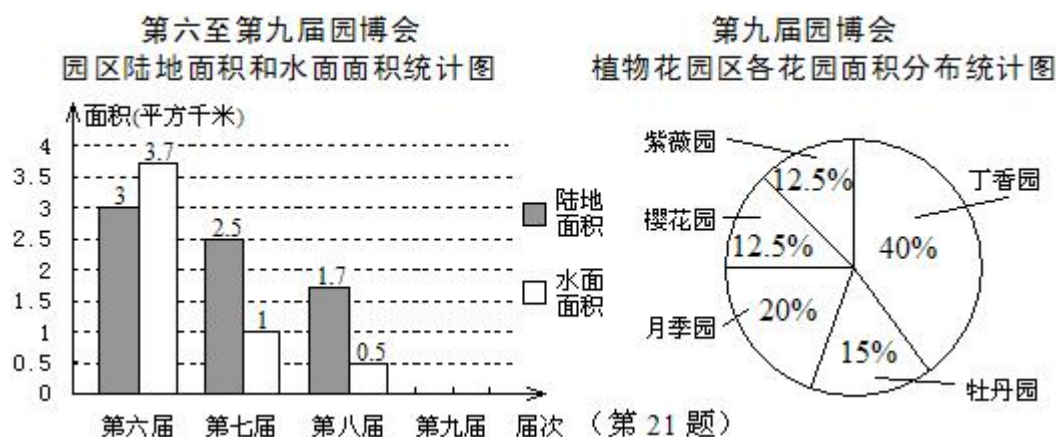
$$\because \tan \angle PDA = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PAD \text{ 中 } AD = 8, PD = 10$$

$$\therefore CD = 4$$

$$\begin{aligned} \because \tan \angle PDA &= \frac{3}{4} \\ \therefore \text{在 Rt}\triangle OCD \text{ 中, } OC &= OA = 3, OD = 5 \\ \because \angle EPD &= \angle EDO \\ \therefore \triangle OED &\sim \triangle DEP \\ \therefore \frac{PD}{OD} &= \frac{DE}{OE} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1} \\ \text{在 Rt}\triangle OED \text{ 中 } OE^2 + DE^2 &= 5^2 \\ \therefore OE &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

21. 第九届中国国际园林博览会（园博会）已于 2013 年 5 月 18 日在北京开幕，以下是根据近几届园博会的相关数据绘制的统计图的一部分：



- 第九届园博会的植物花园区由五个花园组成，其中月季园面积为 0.04 平方千米，牡丹园面积为\_\_\_\_\_平方千米；
- 第九届园博会园区陆地面积是植物花园区总面积的 18 倍，水面面积是第七、八两届园博会的水面面积之和，请根据上述信息补全条形统计图，并标明相应数据；
- 小娜收集了几届园博会的相关信息（如下表），发现园博会园区周边设置的停车位数量与日接待游客量和单日最多接待游客量中的某个量近似成正比例关系，根据小娜的发现，请估计将于 2015 年举办的第十届园博会大约需要设置的停车位数量（直接写出结果，精确到百位）。

**第七届至第十届园博会游客量与停车位数量统计表**

|     | 日均接待游客量<br>(万人次) | 单日最多接待游客量<br>(万人次) | 停车位数量<br>(个) |
|-----|------------------|--------------------|--------------|
| 第七届 | 0.8              | 6                  | 约 3 000      |
| 第八届 | 2.3              | 8.2                | 约 4 000      |

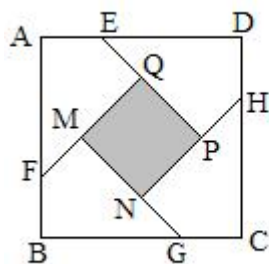
|     |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|
| 第九届 | 8 (预计)   | 20 (预计)  | 约 10 500 |
| 第十届 | 1.9 (预计) | 7.4 (预计) | 约_____   |

解析:

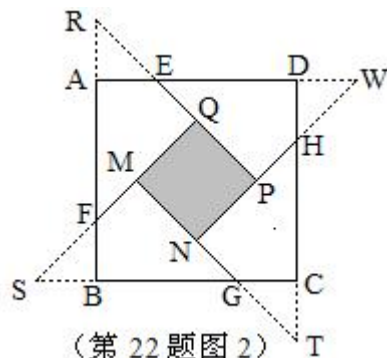
- (1) 0.03  
 (2) 陆地面积 3.6  
 水面面积 1.5  
 图略  
 (3) 3700

22. 阅读下面材料:

小明遇到这样一个问题: 如图 1, 在边长为  $a(a > 2)$  的正方形  $ABCD$  各边上分别截取  $AE=BF=CG=DH=1$ , 当  $\angle AFQ=\angle BGM=\angle CHN=\angle DEP=45^\circ$  时, 求正方形  $MNPQ$  的面积。



(第 22 题图 1)



(第 22 题图 2)

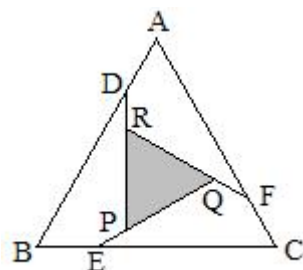
小明发现: 分别延长  $QE$ ,  $MF$ ,  $NG$ ,  $PH$ , 交  $FA$ ,  $GB$ ,  $HC$ ,  $ED$  的延长线于点  $R$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $W$ , 可得  $\triangle RQF$ ,  $\triangle SMG$ ,  $\triangle TNH$ ,  $\triangle WPE$  是四个全等的等腰直角三角形 (如图 2)

请回答:

- (1) 若将上述四个等腰直角三角形拼成一个新的正方形 (无缝隙, 不重叠), 则这个新的正方形的边长为 \_\_\_\_\_;

- (2) 求正方形  $MNPQ$  的面积。

参考小明思考问题的方法, 解决问题:



(第 22 题图 3)

如图 3, 在等边  $\triangle ABC$  各边上分别截取  $AD=BE=CF$ , 再分别过点  $D$ ,  $E$ ,  $F$  作  $BC$ ,

AC, AB 的垂线, 得到等边  $\triangle RPQ$ , 若  $S_{\triangle RPQ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则 AD 的长为\_\_\_\_\_。

解析:

(1)  $a$

(2) 四个等腰直角三角形面积和为  $a^2$

正方形  $ABCD$  的面积为  $a^2$

$$\therefore S_{\text{正方形}MNPQ} = S_{\triangle ARE} + S_{\triangle DWH} + S_{\triangle GCT} + S_{\triangle SBF}$$

$$= 4S_{\triangle ARE}$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times 1^2$$

$$= 2$$

(3)  $\frac{2}{3}$

五、解答题 (本题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 7 分, 第 25 题 8 分)

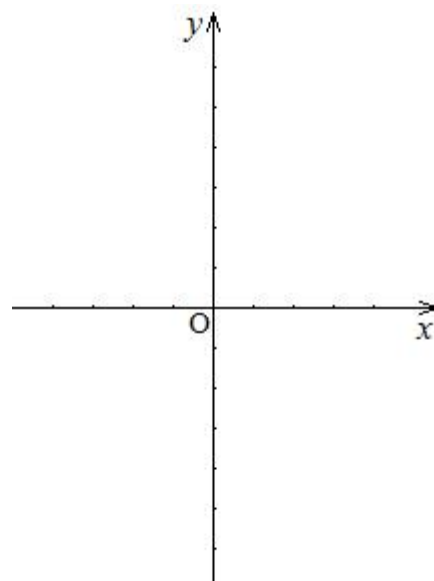
23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线

$y = mx^2 - 2mx - 2$  ( $m \neq 0$ ) 与  $y$  轴交于点 A, 其对称轴与  $x$  轴交于点 B。

(1) 求点 A, B 的坐标;

(2) 设直线与直线 AB 关于该抛物线的对称轴对称, 求直线的解析式;

(3) 若该抛物线在  $-2 < x < -1$  这一段位于直线的上方, 并且在  $2 < x < 3$  这一段位于直线 AB 的下方, 求该抛物线的解析式。



(第 23 题)

解析: 【解析】 (1) 当  $x = 0$  时,  $y = -2$ .

$$\therefore A(0, -2)$$

$$\text{抛物线对称轴为 } x = -\frac{-2m}{2m} = 1$$

$$\therefore B(1, 0)$$

(2) 易得 A 点关于对称轴的对称点为  $A(2, -2)$

则直线  $l$  经过 A、B.

设直线的解析式为  $y = kx + b$

$$\text{则 } \begin{cases} 2k + b = -2 \\ k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = 2 \end{cases}$$

$\therefore$  直线的解析式为  $y = -2x + 2$

(3)  $\because$  抛物线对称轴为  $x=1$

抛物线在  $2 < x < 3$  这一段与在  $-1 < x < 0$  这一段关于对称轴对称  
结合图象可以观察到抛物线在  $-2 < x < -1$  这一段位于直线  $l$  的上方  
在  $-1 < x < 0$  这一段位于直线  $l$  的下方；

$\therefore$  抛物线与直线  $l$  的交点横坐标为  $-1$ ；

当  $x=-1$  时， $y=-2x(-1)+2=+4$

则抛物线过点  $(-1, 4)$

当  $x=-1$  时， $m+2m-2=4$ ， $m=2$

$\therefore$  抛物线解析为  $y=2x^2-4x-2$ 。

【点评】 本题第(3)问主要难点在于对数形结合的认识和了解，要能够观察到直线  $l$  与直线  $AB$  关于对称轴对称，

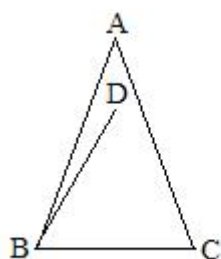
$\because$  抛物线在  $2 < x < 3$  这一段位于直线  $AB$  的下方，

$\therefore$  关于对称轴对称后抛物线在  $-1 < x < 0$  这一段位于直线  $l$  的下方；

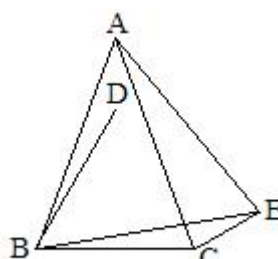
再结合抛物线在  $-2 < x < -1$  这一段位于直线  $l$  的上方；

从而抛物线必过点  $(-1, 4)$ 。

24. 在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ )，将线段  $BC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $BD$ 。



(第 24 题图 1)



(第 24 题图 2)

- (1) 如图 1，直接写出  $\angle ABD$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示)；
- (2) 如图 2， $\angle BCE=150^\circ$ ， $\angle ABE=60^\circ$ ，判断  $\triangle ABE$  的形状并加以证明；
- (3) 在 (2) 的条件下，连结  $DE$ ，若  $\angle DEC=45^\circ$ ，求  $\alpha$  的值。

解析：【解析】 (1)  $30^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

(2)  $\triangle ABE$  为等边三角形

证明连接  $AD$ 、 $CD$ 、 $ED$

$\because$  线段  $BC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $BD$

则  $BC=BD$ ， $\angle DBC=60^\circ$

又  $\because \angle ABE=60^\circ$

$\therefore \angle ABD=60^\circ - \angle DBE = \angle EBC = 30^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

且  $\triangle BCD$  为等边三角形。

在  $\triangle ABD$  与  $\triangle ACO$  中

$$\begin{cases} AB = AC \\ AD = AD \\ BD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD \quad (\text{SSS})$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \alpha$$

$$\therefore \angle BCE = 150^\circ$$

$$\therefore \angle BEC = 180^\circ - (30^\circ - \frac{1}{2} \alpha) - 150^\circ = \frac{1}{2} \alpha$$

在  $\triangle ABD$  与  $\triangle EBC$  中

$$\begin{cases} \angle BEC = \angle BAD \\ \angle EBC = \angle ABD \\ BC = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBC \quad (\text{AAS})$$

$$\therefore AB = BE$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 为等边三角形}$$

$$(3) \therefore \angle BCD = 60^\circ, \angle BCE = 150^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ$$

$$\text{又} \therefore \angle DEC = 45^\circ$$

$$\therefore \triangle DCE \text{ 为等腰直角三角形}$$

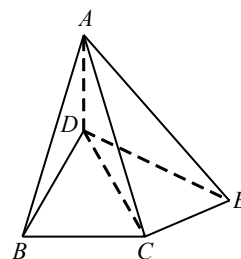
$$\therefore DC = CE = BC$$

$$\therefore \angle BCE = 150^\circ$$

$$\therefore \angle EBC = \frac{(180^\circ - 150^\circ)}{2} = 15^\circ$$

$$\text{而} \angle EBC = 30^\circ - \frac{1}{2} \alpha = 15^\circ$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ$$



【点评】本题是初中数学重要模型“手拉手”模型的应用，从本题可以看出积累掌握常见模型、常用辅助线对于平面几何的学习是非常有帮助的。

25. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和  $\odot C$ ，给出如下定义：若  $\odot C$  上存在两个点  $A, B$ ，使得  $\angle APB = 60^\circ$ ，则称  $P$  为  $\odot C$  的关联点。

已知点  $D (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ， $E (0, -2)$ ， $F (2\sqrt{3}, 0)$

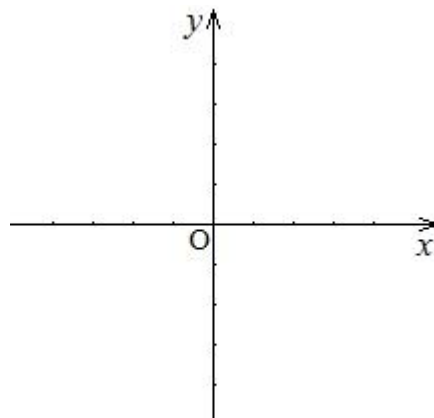
(1) 当  $\odot O$  的半径为 1 时，

①在点  $D, E, F$  中， $\odot O$  的关联点是\_\_\_\_\_；

②过点  $F$  作直线交  $y$  轴正半轴于点  $G$ ，使  $\angle GFO=30^\circ$ ，若直线上的点  $P(m, n)$

是  $\odot O$  的关联点，求  $m$  的取值范围；

(2) 若线段  $EF$  上的所有点都是某个圆的关联点，求这个圆的半径  $r$  的取值范围。



(第 25 题)

**解析：**【解析】(1) ①  $D, E$ ；

② 由题意可知，若  $P$  点要刚好是圆  $C$  的关联点；  
需要点  $P$  到圆  $C$  的两条切线  $PA$  和  $PB$  之间所夹的角度为  $60^\circ$ ；

由图 1 可知  $\angle APB = 60^\circ$ ，则  $\angle CPB = 30^\circ$ ，

连接  $BC$ ，则  $PC = \frac{BC}{\sin \angle CPB} = 2BC = 2r$ ；

$\therefore$  若  $P$  点为圆  $C$  的关联点；则需点  $P$  到圆心的距离  $d$  满足  $0 \leq d \leq 2r$ ；

由上述证明可知，考虑临界位置的  $P$  点，如图 2；

点  $P$  到原点的距离  $OP = 2 \times 1 = 2$ ；

过  $O$  作  $x$  轴的垂线  $OH$ ，垂足为  $H$ ；

$$\tan \angle OGF = \frac{OF}{OG} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}；$$

$\therefore \angle OGF = 60^\circ$ ；

$$\therefore OH = OG \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}；$$

$$\therefore \sin \angle OPH = \frac{OH}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2}；$$

$\therefore \angle OPH = 60^\circ$ ；

易得点  $P_1$  与点  $G$  重合，过  $P_2$  作  $P_2M \perp x$  轴于点  $M$ ；

易得  $\angle P_2OM = 30^\circ$ ；

$$\therefore OM = OP_2 \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3}；$$

从而若点  $P$  为圆  $O$  的关联点，则  $P$  点必在线段  $P_1P_2$  上；

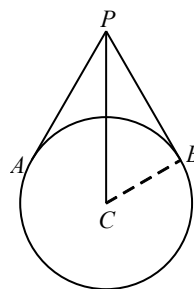


图1

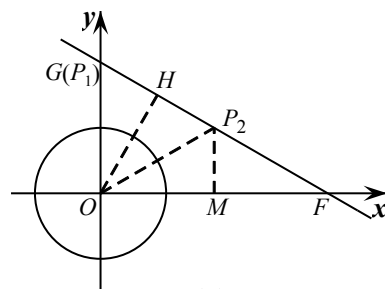


图2

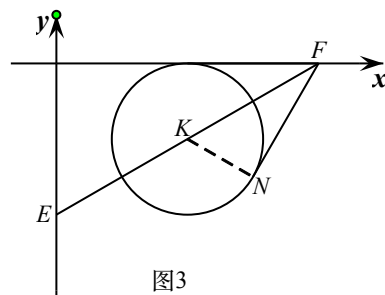
$$\therefore 0 \leq m \leq \sqrt{3};$$

- (2) 若线段  $EF$  上的所有点都是某个圆的关联点，欲使这个圆的半径最小，  
则这个圆的圆心应在线段  $EF$  的中点；  
考虑临界情况，如图 3；

$$\text{即恰好 } E、F \text{ 点为圆 } K \text{ 的关联点时，则 } KF = 2KN = \frac{1}{2}EF = 2;$$

$$\therefore \text{此时 } r = 1;$$

故若线段  $EF$  上的所有点都是某个圆的关联点，  
这个圆的半径  $r$  的取值范围为  $r \geq 1$ .



【点评】“新定义”问题最关键的是要能够把“新定义”转化为自己熟悉的知识，通过第(2)问开头部分的解析，可以看出本题的“关联点”本质就是到圆心的距离小于或等于 2 倍半径的点。  
了解了这一点，在结合平面直角坐标系和圆的知识去解答就事半功倍了。

## 2013 年北京市中考数学试题难点解析

2013 年北京市中考试卷数学试题整体难度较 2012 年有所下降。从近四年 (2009-2012) 北京中考数学试题的难易程度可以看出北京市中考数学整体大小年的规律。2013 年北京中考数学平均分预计将较去年有所提升。

本套试卷在保持对基础知识的考察力度上更加重视对数学思想方法和学生综合素质能力的考察，体现了“实践与操作，综合与探究，创新与应用”的命题特点，与中考考试说明中 C 级要求相呼应。

### 一、试题的基本结构：

整个试卷五道大题、25 个题目，总分 120 分。

其中包括**选择题**（共 8 个题目，共 32 分）、

**填空题**（共 4 个题目，共 16 分）、

**解答题**（包括计算题，证明题、应用题和综合题；共 13 个题目，共 72 分）。

### 1. 题型与题量

| 选择题 |    | 填空题 |    | 解答题 |    |
|-----|----|-----|----|-----|----|
| 题数  | 分值 | 题数  | 分值 | 题数  | 分值 |
| 8   | 32 | 4   | 16 | 13  | 72 |

### 2. 考查的内容及分布

从试卷考查的内容来看，几乎覆盖了数学《课程标准》所列的主要知识点，并且对初中数学的主要内容都作了重点考查。

| 内容 | 数与代数 | 图形与空间 | 统计与概率 |
|----|------|-------|-------|
| 分值 | 60   | 47    | 13    |

### 3. 每道题目所考查的知识点

| 题型   | 题号 | 考查知识点                                               |
|------|----|-----------------------------------------------------|
| 选择题  | 1  | 科学记数法                                               |
|      | 2  | 有理数的概念（倒数）                                          |
|      | 3  | 概率                                                  |
|      | 4  | 平行线的性质                                              |
|      | 5  | 相似三角形                                               |
|      | 6  | 轴对称、中心对称                                            |
|      | 7  | 平均数                                                 |
|      | 8  | 圆中的动点的函数图像                                          |
| 填空题  | 9  | 因式分解（提公因式法、公式法）                                     |
|      | 10 | 抛物线的解析式                                             |
|      | 11 | 矩形、中位线                                              |
|      | 12 | 函数综合找规律（循环规律）                                       |
| 解答题一 | 13 | 三角形全等证明                                             |
|      | 14 | 实数运算（0 次幂、-1 次幂、绝对值、特殊角三角函数）                        |
|      | 15 | 解一元一次不等式组                                           |
|      | 16 | 代数式化简求值（整体代入）                                       |
|      | 17 | 列分式方程解应用题                                           |
|      | 18 | 一元二次方程（判别式、整数解）                                     |
| 解答题二 | 19 | 梯形中的计算（平行四边形判定、梯形常用辅助线作法、特殊三角形的性质）                  |
|      | 20 | 圆中的证明与计算（三角形相似、三角函数、切线的性质）                          |
|      | 21 | 统计图表（折线统计图、扇形统计图、统计表）                               |
|      | 22 | 操作与探究（旋转、从正方形到等边三角形的变式、全等三角形）                       |
| 解答题  | 23 | 代数综合（二次函数的性质、一次函数的图像对称、二次函数的图像对称、数形结合思想、二次函数解析式的确定） |
|      | 24 | 几何综合（等边三角形、等腰直角三角形、旋转全等、对称全等、倒角）                    |

|   |    |                                        |
|---|----|----------------------------------------|
| 三 | 25 | 代几综合（“新定义”、特殊直角三角形的性质、圆、特殊角三角形函数、数形结合） |
|---|----|----------------------------------------|

## 二、命题主要特点：

第8、12、22、23、24、25题依旧是比较难的题型，其他题型属于基础或者中档题。

近四年北京中考数学试题这几道题考查分布：

| 题型\年份                  | 2010                             | 2011                                   | 2012                                    | 2013                          |
|------------------------|----------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------|
| <b>第8题</b><br>(创新题)    | <b>立体图形展开图</b>                   | <b>动点函数图象</b>                          | <b>动点函数图象</b>                           | <b>动点函数图象</b>                 |
| <b>第22题</b><br>(操作与探究) | 轴对称、正方形                          | 平移、等积变换                                | 几何坐标化、<br>方程与方程组                        | 正方形、等边三角形、全等三角形               |
| <b>第23题</b><br>(综合题)   | (代数综合)<br>反比例函数、旋转、恒等变形          | (代数综合)<br>二次函数、一次函数、等腰直角三角形、数形结合       | (代数综合)<br>二次函数、一次函数、一元二次方程、函数图象 平移、数形结合 | (代数综合)<br>一次函数、二次函数、图形对称 数形结合 |
| <b>第24题</b><br>(综合题)   | (代几综合)<br>二次函数、等腰直角三角形、分类讨论、数形结合 | (几何综合)<br>旋转、等腰直角三角形、等边三角形、直角三角形、平行四边形 | (几何综合)<br>轴对称、等腰三角形、倒角                  | (几何综合)<br>等边三角形、等腰直角三角形、旋转、倒角 |
| <b>第25题</b><br>(综合题)   | (几何综合)<br>等腰三角形、轴对称、倒角           | (代几综合)<br>一次函数、圆、平行四边形、分类讨论            | (代几综合)<br>“新定义”、一次函数、圆、相似               | (代几综合)<br>一次函数、圆、特殊直角三角形      |

**特点一、**题目总体难度降低，23 题代数综合和 25 题代几综合等压轴题理解题意仍有一定难度，以体现试卷区分度，但试题总体难度较去年有大幅下降。

**特点二、**题型设置上较以往有微调，例如第 1、2 题位置调整；第 18 题的一次函数综合体换成了一元二次方程；第 19 题回归对梯形的考察；第 20 题第(1)问没有考察切线的证明等。

**特点三、**试题内容上趋于稳定，没有“偏难怪”题，除了 25 题中的新定义“关联点”之外，其他题都较为常规，较好的体现了“稳中求变”的命题主导思想。

**特点四、**从试卷中最直观反应出的是阅读量的减小，去年中考第 25 题占了一整页纸，阅读占了很大比重，今年题型仍然新颖，但阅读量明显减少。

**特点五、**计算量大幅下降，去年计算题 19 题、20 题是几何计算题，有一定的难度，计算量普遍大，但今年的 19 题、20 题不论解题难度还是计算难度都骤降。

**特点六、**填空第 12 题考察循环规律，与前 2 年的递进规律类型有所不同，当然如果重

视观察能力和精确作图能力，也可以很容易发现四次变化后回到  $A_1$ 。

**特点八**、延续了去年和前年的改革方向，增加对圆的考察，例如选择题第 8 题、解答题第 20 题。解答题第 25 题都涉及圆的知识。

**特点九**、考察学生对于知识点的深入理解能力逐渐加大。解答题第 23 题第三小问，重点考察直线与抛物线位置关系的深入理解，难度较大。

### 三、重难易错题目点评：

#### 1. 易错题目

| 易错题号 | 错误原因                                |
|------|-------------------------------------|
| 8    | 易被圆的对称性误导，从而误认为函数图象为对称图像            |
| 12   | 前 2 年均为递进规律，形成思维定势，不太容易抓住本质规律（循环规律） |
| 17   | 分式方程应用题忘记检验                         |

#### 2. 难题

| 难题题号 | 不得分原因                                          |
|------|------------------------------------------------|
| 22   | 没看懂题，不理解图 2 的作用是什么                             |
| 23   | 利用对称来进行数形结合练得比较少，抓不住第(3)问的关键                   |
| 24   | 对重要全等模型“手拉手”不熟悉，很难发现如何构造三角形全等；倒角证明三角形全等也是本题的难点 |
| 25   | 题目没读懂，没有理解“新定义”的关键是到原点的距离要小于半径的 2 倍            |

总体来看，2013 年并没有出现一点儿都无从下手的题目，体现了很好的梯度，让学生上手容易拿全难，有比较好的区分度，这是北京中考命题的一大特点，相信 2014 年也会是这种形式。