

2012 年北京市高级中等学校招生考试

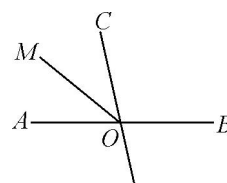
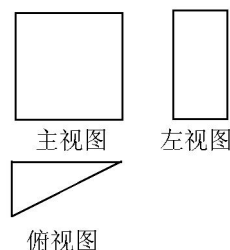
数 学 试 卷

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

- 9 的相反数是
A. $-\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ C. -9 D. 9
- 首届中国（北京）国际服务贸易交易会（京交会）于 2012 年 6 月 1 日闭幕，本届京交会期间签订的项目成交总金额达 60 110 000 000 美元，将 60 110 000 000 用科学记数法表示应为
A. 6.011×10^9 B. 60.11×10^9 C. 6.011×10^{10} D. 0.6011×10^{11}
- 正十边形的每个外角等于
A. 18° B. 36° C. 45° D. 60°
- 右图是某个几何体的三视图，该几何体是
A. 长方体
B. 正方体
C. 圆柱
D. 三棱柱
- 班主任王老师将 6 份奖品分别放在 6 个完全相同的不透明礼盒中，准备将它们奖给小英等 6 位获“爱集体标兵”称号的同学。这些奖品中 3 份是学习文具，2 份是科普读物，1 份是科技馆通票。小英同学从中随机取一份奖品，恰好取到科普读物的概率是
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
- 如图，直线 AB ， CD 交于点 O ，射线 OM 平分 $\angle AOC$ ，若 $\angle BOD = 76^\circ$ ，则 $\angle BOM$ 等于
A. 38° B. 104° C. 142° D. 144°
- 某课外小组的同学们在社会实践活动中调查了 20 户家庭某月的用电量，如下表所示：



用电量（度）	120	140	160	180	200
户数	2	3	6	7	2

则这 20 户家庭该月用电量的众数和中位数分别是

- A. 180, 160 B. 160, 180 C. 160, 160 D. 180, 180

8. 小翔在如图 1 所示的场地上匀速跑步，他从点 A 出发，沿箭头所示方向经过点 B 跑到点 C ，共用时 30 秒。他的教练选择了一个固定的位置观察小翔的跑步过程。设小翔跑步的时间为 t （单位：秒），他与教练的距离为 y （单位：米），表示 y 与 t 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则这个固定位置可能是图 1 中的

A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

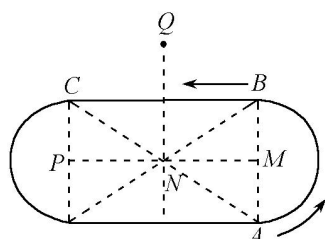


图1

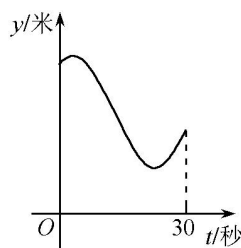
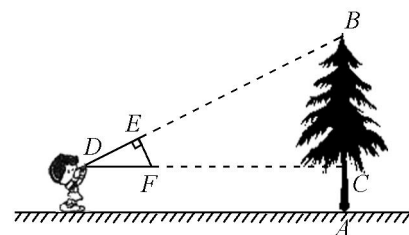


图2

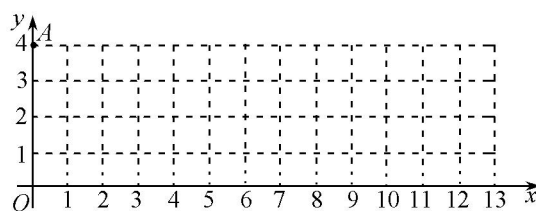
二、填空题（本题共 16 分，每小题 4 分）

9. 分解因式： $mn^2 + 6mn + 9m =$ _____.
10. 若关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是_____.

11. 如图，小明同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB ，他调整自己的位置，设法使斜边 DF 保持水平，并且边 DE 与点 B 在同一直线上。已知纸板的两条直角边 $DE = 40\text{cm}$ ， $EF = 20\text{cm}$ ，测得边 DF 离地面的高度 $AC = 1.5\text{m}$ ， $CD = 8\text{m}$ ，则树高 $AB =$ _____ m 。



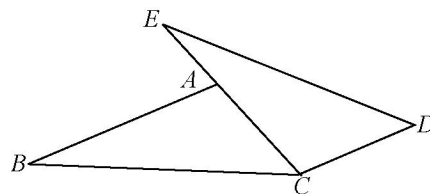
12. 在平面直角坐标系 xOy 中，我们把横、纵坐标都是整数的点叫做整点。已知点 $A(0, 4)$ ，点 B 是 x 轴正半轴上的整点，记 $\triangle AOB$ 内部（不包括边界）的整点个数为 m 。当 $m = 3$ 时，点 B 的横坐标的所有可能值是_____；当点 B 的横坐标为 $4n$ （ n 为正整数）时， $m =$ _____（用含 n 的代数式表示。）



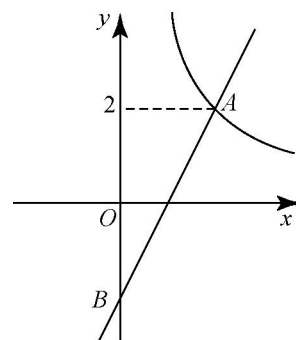
三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

13. 计算： $(\pi - 3)^0 + \sqrt{18} - 2\sin 45^\circ - \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$.
14. 解不等式组：
$$\begin{cases} 4x - 3 > x, \\ x + 4 < 2x - 1. \end{cases}$$
15. 已知 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \neq 0$ ，求代数式 $\frac{5a - 2b}{a^2 - 4b^2} \cdot (a - 2b)$ 的值.

16. 已知: 如图, 点 E, A, C 在同一条直线上, $AB \parallel CD$,
 $AB = CE$, $AC = CD$.
 求证: $BC = ED$.



17. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象与一次函数 $y = kx - k$ 的图象的交点为 $A(m, 2)$.



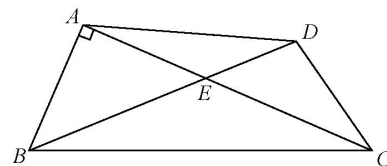
- (1) 求一次函数的解析式;
 (2) 设一次函数 $y = kx - k$ 的图象与 y 轴交于点 B , 若 P 是 x 轴上一点, 且满足 $\triangle PAB$ 的面积是 4, 直接写出点 P 的坐标.

18. 列方程或方程组解应用题:

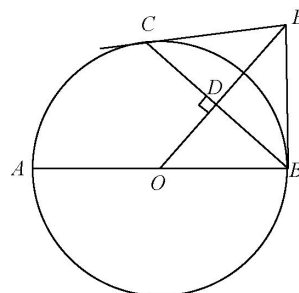
据林业专家分析, 树叶在光合作用后产生的分泌物能够吸附空气中的一些悬浮颗粒物, 具有滞尘净化空气的作用. 已知一片银杏树叶一年的平均滞尘量比一片国槐树叶一年的平均滞尘量的 2 倍少 4 毫克, 若一年滞尘 1000 毫克所需的银杏树叶的片数与一年滞尘 550 毫克所需的国槐树叶的片数相同, 求一片国槐树叶一年的平均滞尘量.

四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

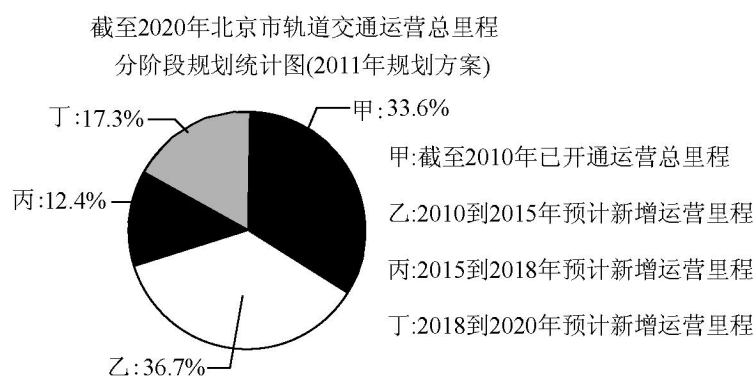
19. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 E ,
 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle CED = 45^\circ$, $\angle DCE = 30^\circ$, $DE = \sqrt{2}$,
 $BE = 2\sqrt{2}$. 求 CD 的长和四边形 $ABCD$ 的面积.



20. 已知: 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, $OD \perp BC$ 于点 D ,
 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 交 OD 的延长线于点 E , 连结 BE .
 (1) 求证: BE 与 $\odot O$ 相切;
 (2) 连结 AD 并延长交 BE 于点 F , 若 $OB = 9$, $\sin \angle ABC = \frac{2}{3}$, 求 BF 的长.



21. 近年来,北京市大力发展轨道交通,轨道运营里程大幅增加,2011年北京市又调整修订了2010至2020年轨道交通线网的发展规划.以下是根据北京市轨道交通指挥中心发布的有关数据制作的统计图表的一部分.



北京市轨道交通已开通线路
相关数据统计表 (截至 2010 年底)

开通时间	开通线路	运营里程 (千米)
1971	1 号线	31
1984	2 号线	23
2003	13 号线	41
	八通线	19
2007	5 号线	28
2008	8 号线	5
	10 号线	25
	机场线	28
2009	4 号线	28
2010	房山线	22
	大兴线	22
	亦庄线	23
	昌平线	21
	15 号线	20

请根据以上信息解答下列问题:

- 补全条形统计图并在图中标明相应数据;
- 按照 2011 年规划方案,预计 2020 年北京市轨道交通运营里程将达到多少千米?
- 要按时完成截至 2015 年的轨道交通规划任务,从 2011 到 2015 这 4 年中,平均每年需新增运营里程多少千米?

22. 操作与探究:

- 对数轴上的点 P 进行如下操作: 先把点 P 表示的数乘以 $\frac{1}{3}$, 再把所得数对应的点

向右平移 1 个单位, 得到点 P 的对应点 P' .

点 A, B 在数轴上, 对线段 AB 上的每个点进行上述操作后得到线段 $A'B'$, 其中点 A, B 的对应点分别为 A', B' . 如图 1, 若点 A 表示的数是 -3 , 则点 A' 表示的数是_____ ; 若点 B' 表示的数是 2, 则点 B 表示的数是_____ ; 已知线段 AB 上的点 E 经过上述操作后得到的对应点 E' 与点 E 重合, 则点 E 表示的数是_____ ;

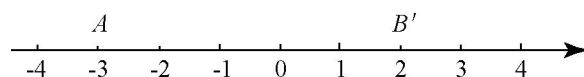


图1

- (2) 如图 2, 在平面直角坐标系 xOy 中, 对正方形 $ABCD$ 及其内部的每个点进行如下操作: 把每个点的横、纵坐标都乘以同一种实数 a , 将得到的点先向右平移 m 个单位, 再向上平移 n 个单位

($m > 0, n > 0$), 得到正方形 $A'B'C'D'$ 及其内部的点, 其中点

A, B 的对应点分别为 A', B' . 已知正方形 $ABCD$ 内部的一个点 F

经过上述操作后得到的对应点 F' 与点 F 重合, 求点 F 的坐标.

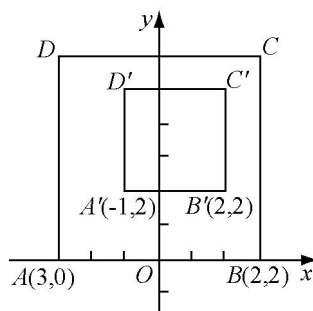


图2

五、解答题 (本题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 7 分, 第 25 题 8 分)

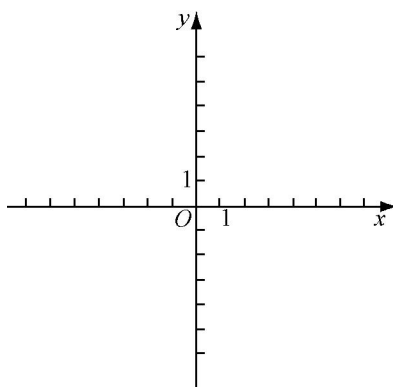
23. 已知二次函数 $y = (t+1)x^2 + 2(t+2)x + \frac{3}{2}$

在 $x=0$ 和 $x=2$ 时的函数值相等.

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 若一次函数 $y = kx + 6$ 的图象与二次函数的图象都经过点 $A(-3, m)$, 求 m 和 k 的值;

(3) 设二次函数的图象与 x 轴交于点 B, C (点 B 在点 C 的左侧), 将二次函数的图象在点 B, C 间的部分 (含点 B 和点 C) 向左平移 n ($n > 0$) 个单位后得到的图象记为 G , 同时将 (2) 中得到的直线 $y = kx + 6$ 向上平移 n 个单位. 请结合图象回答: 当平移后的直线与图象 G 有公共点时, n 的取值范围.



24. 在 $\triangle ABC$ 中, $BA = BC$, $\angle BAC = \alpha$, M 是 AC 的中点, P 是线段 BM 上的动点, 将线段 PA 绕点 P 顺时针旋转 2α 得到线段 PQ .

(1) 若 $\alpha = 60^\circ$ 且点 P 与点 M 重合 (如图 1), 线段 CQ 的延长线交射线 BM 于点 D , 请补全图形, 并写出 $\angle CDB$ 的度数;

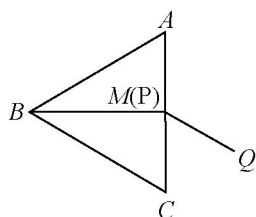


图1

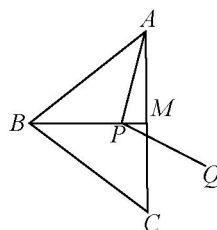


图2

- (2) 在图 2 中, 点 P 不与点 B, M 重合, 线段 CQ 的延长线与射线 BM 交于点 D , 猜想 $\angle CDB$ 的大小 (用含 α 的代数式表示), 并加以证明;
- (3) 对于适当大小的 α , 当点 P 在线段 BM 上运动到某一位置 (不与点 B, M 重合) 时, 能使得线段 CQ 的延长线与射线 BM 交于点 D , 且 $PQ = QD$, 请直接写出 α 的范围.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 与 $P_2(x_2, y_2)$ 的“非常距离”, 给出如下定义:

若 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$, 则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|x_1 - x_2|$;

若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$, 则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|y_1 - y_2|$.

例如: 点 $P_1(1, 2)$, 点 $P_2(3, 5)$, 因为 $|1 - 3| < |2 - 5|$, 所以点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|2 - 5| = 3$, 也就是图 1 中线段 P_1Q 与线段 P_2Q 长度的较大值 (点 Q 为垂直于 y 轴的直线 P_1Q 与垂直于 x 轴的直线 P_2Q 的交点)。

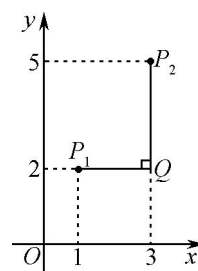


图1

- (1) 已知点 $A(-\frac{1}{2}, 0)$, B 为 y 轴上的一个动点,

- ①若点 A 与点 B 的“非常距离”为 2, 写出一个满足条件的点 B 的坐标;
- ②直接写出点 A 与点 B 的“非常距离”的最小值;

- (2) 已知 C 是直线 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 上的一个动点,

- ①如图 2, 点 D 的坐标是 $(0, 1)$, 求点 C 与点 D 的“非常距离”的最小值及相应的点 C 的坐标;
- ②如图 3, E 是以原点 O 为圆心, 1 为半径的圆上的一个动点, 求点 C 与点 E 的“非常距离”的最小值及相应的点 E 和点 C 的坐标。

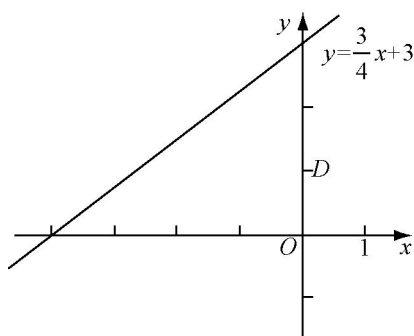


图2

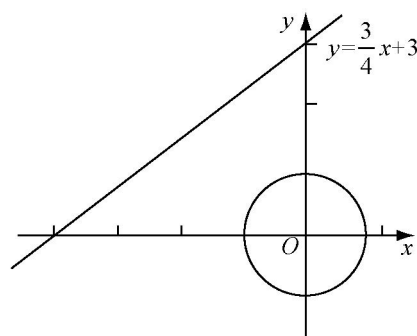


图3

2012 年北京市高级中等学校招生考试答案及详解

一、选择题

1. D 2. C 3. B 4. D 5. B 6. C 7. A
8. D

二、填空题

9. $m(n+3)^2$

10. -1

11. 5.5

12. 3 或 4, $6n-3$

三、解答题

13.

【解析】原式 $= 1 + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 8$

$$= 2\sqrt{2} - 7$$

14.

【解析】 $\begin{cases} 3x > 3 \\ x > 5 \end{cases}$

$$\therefore x > 5$$

15.

【解析】原式 $= \frac{5a-2b}{(a+2b)(a-2b)} \cdot (a-2b) = \frac{5a-2b}{a+2b} (a=2k, b=3k)$
 $= \frac{10k-6k}{2k+6k} = \frac{4k}{8k} = \frac{1}{2}$

16.

【解析】 $\triangle BAC \cong \triangle BCD (SAS)$

$$\therefore BC = ED$$

17.

【解析】(1) $2k - k = 2 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow y = 2x - 2$

$$(2) S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times PC \times 4 = 4$$

$$\therefore PC = 2$$

$$\therefore P_1(-1, 0), P_2(3, 0)$$

18.

【解析】设片国槐 x 毫克/年

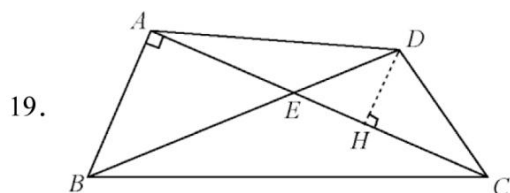
则一片银杏 $(2x-4)$ 毫克/年

$$\frac{1000}{2x-4} = \frac{550}{x}$$

$$\therefore x = 22$$

经检验： $x = 22$ 是方程的解

答：国槐 22 毫克/年。



【解析】过点 D 作 $DH \perp AC$

$$\because \angle CED = 45^\circ$$

$$DH \perp EC$$

$$DE = \sqrt{2}$$

$$\therefore EH = DH = 1$$

$$\text{又} \because \angle DCE = 30^\circ$$

$$\therefore HC = \sqrt{3}$$

$$DC = 2$$

$$\because \angle AEB = 45^\circ$$

$$\angle BAC = 90^\circ$$

$$BE = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore AE = 2$$

$$\therefore AC = 2 + 1 + \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}ABCD} &= \frac{1}{2} \times 2 \times (3 + \sqrt{3}) + \frac{1}{2} \times 1 \times (3 + \sqrt{3}) \\ &= \frac{3\sqrt{3} + 9}{2} \end{aligned}$$

20.

【解析】(1)证明：连接 OC

易证 $\triangle OCE \cong \triangle OBE$ (SAS)

$$\therefore \angle OBE = 90^\circ$$

$$\therefore EB \perp OB.$$

$\therefore BE$ 与 $\odot O$ 相切。

(2)过点 D 作 $DH \perp AB$,

$$\because \triangle ODH \sim \triangle OBD$$

$$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{OH}{OD} = \frac{DH}{BD}$$

$$\text{又} \because \sin \angle ABC = \frac{2}{3}.$$

$$\therefore OD = 6$$

$$\therefore OH = 4$$

$$HB = 5$$

$$DH = 2\sqrt{5}$$

$$\text{又} \because \triangle ADH \sim \triangle AFB$$

$$\therefore \frac{AH}{AB} = \frac{DH}{FB}$$

$$\frac{13}{18} = \frac{2\sqrt{5}}{FB}$$

$$\therefore FB = \frac{36\sqrt{5}}{13}$$

$$21. (1) 228 \quad (2) 1000 \quad (3) 82.75$$

$$22. (1) 0, 3, \frac{3}{2}$$

$$(2) F(1, 4)$$

23.

【解析】(1)由题意可知依二次函数图象的对称轴为 $x=1$

$$\text{则} -\frac{2(t+2)}{2(t+1)} = 1.$$

$$\therefore t = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$$

(2) $\because$ 因二次函数图象必经过 A 点

$$\therefore m = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 + (-3) + \frac{3}{2} = -6$$

又一次函数 $y=kx+6$ 的图象经过 A 点

$$\therefore -3k+6=-6, \therefore k=4$$

(3)由题意可知, 点 B, C 间的部分图象的解析式为 $y = -\frac{1}{2}(x-3)(x+1), -1 \leq x \leq 3$

$$\text{则向左平移后得到的图象 } G \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}(x-3+n)(x+1+n)$$

$$-n-1 \leq x \leq 3-n$$

$$\text{此时平移后的解析式为 } y = 4x + 6 + n$$

如果平移后的直线 $y = 4x + n + 6$ 与平移后的

$$\text{二次函数 } y = -\frac{1}{2}(x-3+n)(x+1+n) \text{ 相切,}$$

则方程 $4x + n + 6 = -\frac{1}{2}(x - 3 + n)(x + 1 + n)$ 有两个相等的实数根,

即一元二次方程 $-\frac{1}{2}x^2 - (n + 3)x - \frac{1}{2}n^2 - \frac{9}{2} = 0$ 有两个相等的实数根,

即判别式 $[-(n + 3)]^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}n^2 - \frac{9}{2}\right) = 6n = 0$, 从而 $n = 0$, 与题目中

$n > 0$ 矛盾,

$\therefore$ 平移后的直线与平移后的得到的图像 G 不相切。

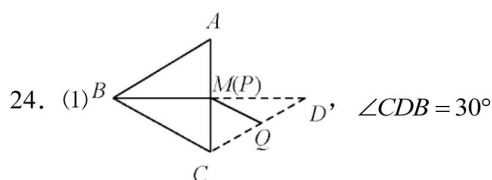
$\therefore$ 结合图象可知, 如果平移后的直线与图象 G 有公共点,

则两个临界的交点为 $(-n - 1, 0)$ 与 $(3 - n, 0)$

$$\text{则 } 0 = 4(-n - 1) + 6 + n \quad n = \frac{2}{3}$$

$$0 = 4(3 - n) + 6 + n \quad n = 6$$

$$\therefore \frac{2}{3} \leq n \leq 6$$



(2) 连接 PC , AD , 易证 $\triangle APD \cong \triangle CPD$

$\therefore AP = PC$ $\angle ADB = \angle CDB$ $\angle PAD = \angle PCD$

又 $\because PQ = PA$

$\therefore PQ = PC$, $\angle ADC = 2\angle CDB$, $\angle PQC = \angle PCD = \angle PAD$

$$\therefore \angle PAD + \angle PQD = \angle PQC + \angle PQD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle APQ + \angle ADC = 360^\circ - (\angle PAD + \angle PQD) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle APQ = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\therefore 2\angle CDB = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\therefore \angle CDB = 90^\circ - \alpha$$

(3) $\because \angle CDB = 90^\circ - \alpha$, 且 $PQ = QD$

$$\therefore \angle PAD = \angle PCQ = \angle PQC = 2\angle CDB = 180^\circ - 2\alpha$$

$\because$ 点 P 不与点 B , M 重合

$$\therefore \angle BAD > \angle PAD > \angle MAD$$

$$\therefore 2\alpha > 180^\circ - 2\alpha > \alpha$$

$$\therefore 45^\circ < \alpha < 60^\circ$$

25.

【解析】(1) ① $(0, -2)$ 或 $(0, 2)$

$$\textcircled{2} \frac{1}{2}$$

$$(2)\textcircled{1} \text{ 设 } C \text{ 坐标 } \left(x_0, \frac{3}{4}x_0 + 3 \right)$$

$$\therefore \text{ 当 } -x_0 = \frac{3}{4}x_0 + 2$$

$$\text{此时 } x_0 = -\frac{8}{7}$$

$$\therefore \text{ 距离为 } \frac{8}{7}$$

$$\text{此时 } C \left(-\frac{8}{7}, \frac{15}{7} \right).$$

$$\textcircled{2} E \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right)$$

$$-\frac{3}{5} - x_0 = \frac{3}{4}x_0 + 3 - \frac{4}{5}$$

$$\therefore x_0 = -\frac{8}{5}$$

$$\therefore C \left(-\frac{8}{5}, \frac{9}{5} \right)$$

最小值 1。