

# 2010 年北京市高级中等学校招生考试 数 学 试 卷

## 一、选择题 (本题共 32 分, 每小题 4 分)

1、-2 的倒数是

- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C. -2      D. 2

2、2010 年 6 月 3 日, 人类首次模拟火星载人航天飞行试验“火星—500”正式启动, 包括中国志愿者王跃在内的 6 名志愿者踏上了为期 12480 小时的“火星之旅”. 将 12480 用科学计数法表示应为

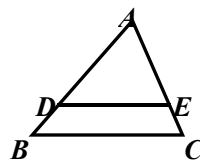
- A.  $12.48 \times 10^3$       B.  $0.1248 \times 10^5$       C.  $1.248 \times 10^4$       D.  $1.248 \times 10^3$

3、如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$ 、 $E$  分别在  $AB$ 、 $AC$  上,  $DE \parallel BC$ , 若  $AD:AB=3:4$ ,  $AE=6$ , 则  $AC$  等于

- A. 3      B. 4      C. 6      D. 8

4、若菱形两条对角线长分别为 6 和 8, 则这个菱形的周长为

- A. 20      B. 16      C. 12      D. 10



5、从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 这十个数中随机取出一个数, 取出的数是 3 的倍数的概率是

- A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{3}{10}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

6、将二次函数  $y = x^2 - 2x + 3$  化成的  $y = (x - h)^2 + k$  形式, 结果为

- A.  $y = (x + 1)^2 + 4$       B.  $y = (x - 1)^2 + 4$       C.  $y = (x + 1)^2 + 2$       D.  $y = (x - 1)^2 + 2$

7、10 名同学分成甲、乙两队进行篮球比赛, 他们的身高 (单位: cm) 如下表所示:

|    | 队员 1 | 队员 2 | 队员 3 | 队员 4 | 队员 5 |
|----|------|------|------|------|------|
| 甲队 | 177  | 176  | 175  | 172  | 175  |
| 乙队 | 170  | 175  | 173  | 174  | 183  |

设两队队员身高的平均数依次为  $\overline{x}_{\text{甲}}$ 、 $\overline{x}_{\text{乙}}$ , 身高的方差依次为  $S_{\text{甲}}^2$ 、 $S_{\text{乙}}^2$ , 则下列关系中完全正确的是

- A.  $\overline{x}_{\text{甲}} = \overline{x}_{\text{乙}}$ ,  $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$       B.  $\overline{x}_{\text{甲}} = \overline{x}_{\text{乙}}$ ,  $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$       C.  $\overline{x}_{\text{甲}} > \overline{x}_{\text{乙}}$ ,  $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$       D.  $\overline{x}_{\text{甲}} < \overline{x}_{\text{乙}}$ ,  $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$

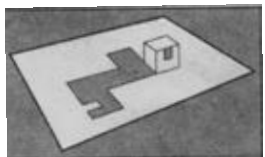
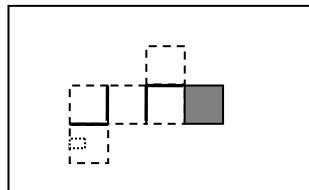
8、美术课上, 老师要求同学们将右图所示的白纸只沿虚线裁开, 用裁开的纸片和白纸上的阴影部分围成一个立体模型, 然后放在桌面上, 下列四个示意图中, 只有一个符合上述要求, 那么这个示意图是



A



B



C



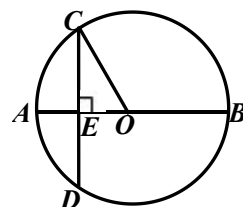
D

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

9、若二次根式  $\sqrt{2x-1}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10、分解因式:  $m^3 - 4m =$ \_\_\_\_\_.

11、如图,  $AB$  为  $\odot O$  直径, 弦  $CD \perp AB$ , 垂足为点  $E$ , 连结  $OC$ , 若  $OC=5$ ,  $CD=8$ , 则  $AE=$ \_\_\_\_\_.



12、右图手的示意图, 在各个手指间标记字母  $A, B, C, D$ . 请你按图中箭头所指方向

(即  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$  的方式) 从  $A$  开始数连续的正整数 1, 2, 3, 4,  $\dots$ , 当数到 12 时, 对应的字母是\_\_\_\_\_; 当字母  $C$  第 201 次出现时, 恰好数到的数是\_\_\_\_\_; 当字母  $C$  第  $2n+1$  次出现时 ( $n$  为正整数), 恰好数到的数是\_\_\_\_\_ (用含  $n$  的代数式表示) .



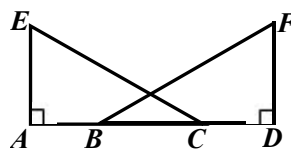
三、解答题 (本题共 30 分, 每小题 5 分)

13、计算:  $(\frac{1}{3})^{-1} - 2010^0 + |-4\sqrt{3}| - \tan 60^\circ$

14、解分式方程  $\frac{3}{2x-4} - \frac{x}{x-2} = \frac{1}{2}$

15、已知: 如图, 点  $A, B, C, D$  在同一条直线上,  $EA \perp AD$ ,  $FD \perp AD$ ,  $AE=DF$ ,  $AB=DC$ .

求证:  $\angle ACE = \angle DBF$ .



16、已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + m - 1 = 0$  有两个相等的实数根, 求  $m$  的值及方程的根.

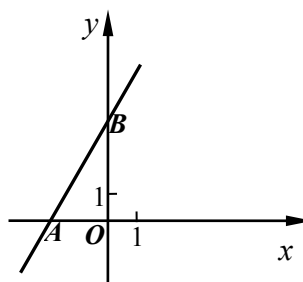
17、列方程或方程组解应用题

2009 年北京市生产运营用水和居民家庭用水的总和为 5.8 亿立方米，其中居民家庭用水比生产运营用水的 3 倍还多 0.6 亿立方米，问生产运营用水和居民家庭用水各多少亿立方米.

18、如图，直线  $y = 2x + 3$  与  $x$  轴交于点  $A$ ，与  $y$  轴交于点  $B$ .

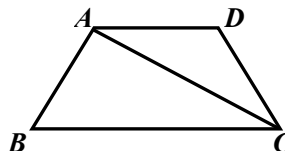
(1) 求  $A$ ， $B$  两点的坐标；

(2) 过点  $B$  作直线  $BP$  与  $x$  轴交于点  $P$ ，且使  $OP=2OA$ ，求  $\triangle ABP$  的面积.



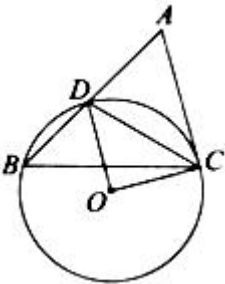
四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19、已知：如图，在梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC=AD=2$ ， $BC=4$ .求  $\angle B$  的度数及  $AC$  的长.



20、已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $D$ 是 $AB$ 边上一点， $\odot O$ 过 $D$ 、 $B$ 、 $C$ 三点， $\angle DOC=2\angle ACD=90^\circ$ 。

- (1) 求证：直线  $AC$  是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 如果 $\angle ACB=75^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 2，求  $BD$  的长。



21、根据北京市统计局公布的 2006—2009 年空气质量的相关数据，绘制统计图如下：



(1) 由统计图中的信息可知，北京全年市区空气质量达到二级和好于二级的天数与上一年相比，增加最多的是\_\_\_\_\_年，增加了\_\_\_\_\_天；

(2) 表 1 是根据《中国环境发展报告（2010）》公布的数据绘制的 2009 年十个城市空气质量达到二级和好于二级的天数占全年天数百分比的统计表，请将表 1 中的空缺部分补充完整（精确到 1%）；

表 1 2009 年十个城市空气质量达到二级和好于二级的天数占全年天数百分比统计图

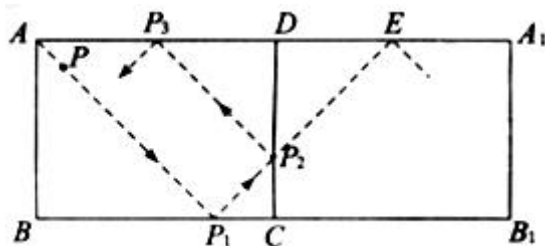
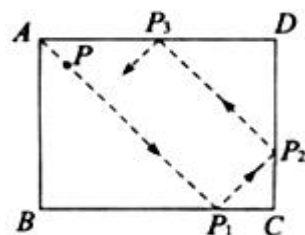
| 城市  | 北京 | 上海  | 天津  | 昆明   | 杭州  | 广州  | 南京  | 成都  | 沈阳  | 西宁  |
|-----|----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 百分比 |    | 91% | 84% | 100% | 89% | 95% | 86% | 86% | 90% | 77% |

(3) 根据表 1 中的数据将十个城市划分为三个组，百分比不低于 95%的为  $A$  组，不低于 85%且低于 95%的为  $B$  组，低于 85%的为  $C$  组.按此标准， $C$  组城市数量在这十个城市中所占的百分比为\_\_\_\_\_%; 请你补全右边的扇形统计图.



22、阅读下列材料:

小贝遇到一个有趣的问题: 在矩形  $ABCD$  中,  $AD=8\text{cm}$ ,  $BA=6\text{cm}$ . 现有一动点  $P$  按下列方式在矩形内运动: 它从  $A$  点出发, 沿着与  $AB$  边夹角为  $45^\circ$  的方向作直线运动, 每次碰到矩形的一边, 就会改变运动方向, 沿着与这条边夹角为  $45^\circ$  的方向作直线运动, 并且它一直按照这种方式不停地运动, 即当  $P$  点碰到  $BC$  边, 沿着与  $BC$  边夹角为  $45^\circ$  的方向作直线运动, 当  $P$  点碰到  $CD$  边, 再沿着与  $CD$  边夹角为  $45^\circ$  的方向作直线运动,  $\dots$ , 如图 1 所示, 问  $P$  点第一次与  $D$  点重合前与边相碰几次,  $P$  点第一次与  $D$  点重合时所经过的路径总长是多少.



小贝的思考是这样开始的: 如图 2, 将矩形  $ABCD$  沿直线  $CD$  折叠, 得到矩形  $A_1B_1CD$ . 由轴对称的知识, 发现

$$P_2P_3 = P_2E, \quad P_1A = P_1E.$$

请你参考小贝的思路解决下列问题:

- (1)  $P$  点第一次与  $D$  点重合前与边相碰\_\_\_\_\_次;  $P$  点从  $A$  点出发到第一次与  $D$  点重合时所经过的路径的总长是\_\_\_\_\_cm;
- (2) 进一步探究: 改变矩形  $ABCD$  中  $AD$ 、 $AB$  的长, 且满足  $AD > AB$ , 动点  $P$  从  $A$  点出发, 按照阅读材料中动点的运动方式, 并满足前后连续两次与边相碰的位置在矩形  $ABCD$  相邻的两边上, 若  $P$  点第一次与  $B$  点重合前与边相碰 7 次, 则  $AB: AD$  的值为\_\_\_\_\_.

五、解答题 (本题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 8 分, 第 25 题 7 分)

23、已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象经过点  $A(-\sqrt{3}, 1)$ .

- (1) 试确定此反比例函数的解析式;
- (2) 点  $O$  是坐标原点, 将线段  $OA$  绕  $O$  点顺时针旋转  $30^\circ$  得到线段  $OB$ , 判断点  $B$  是否在此反比例函数的图象上, 并说明理由;
- (3) 已知点  $P(m, \sqrt{3}m+6)$  也在此反比例函数的图象上 (其中  $m < 0$ ), 过  $P$  点作  $x$  轴的垂线, 交  $x$  轴于点  $M$ . 若线段  $PM$  上存在一点  $Q$ , 使得  $\triangle OQM$  的面积是  $\frac{1}{2}$ , 设  $Q$  点的纵坐标为  $n$ , 求  $n^2 - 2\sqrt{3}n + 9$  的值.

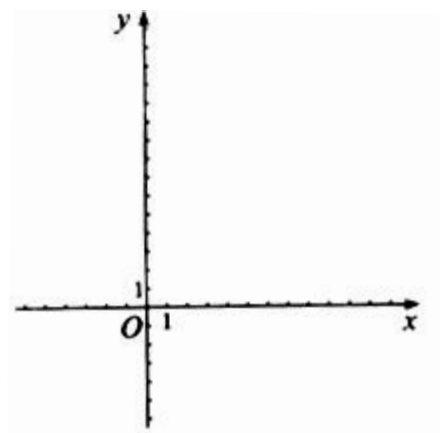
24、在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = -\frac{m-1}{4}x^2 + \frac{5m}{4}x + m^2 - 3m + 2$  与  $x$  轴的交点分别为原点  $O$  和点  $A$ ，点  $B(2, n)$  在这条抛物线上.

(1) 求  $B$  点的坐标;

(2) 点  $P$  在线段  $OA$  上，从  $O$  点出发向  $A$  点运动，过  $P$  点作  $x$  轴的垂线，与直线  $OB$  交于点  $E$ ，延长  $PE$  到点  $D$ ，使得  $ED=PE$ ，以  $PD$  为斜边，在  $PD$  右侧作等腰直角三角形  $PCD$  (当  $P$  点运动时， $C$  点、 $D$  点也随之运动) .

①当等腰直角三角形  $PCD$  的顶点  $C$  落在此抛物线上时，求  $OP$  的长;

②若  $P$  点从  $O$  点出发向  $A$  点作匀速运动，速度为每秒 1 个单位，同时线段  $OA$  上另一点  $Q$  从  $A$  点出发向  $O$  点作匀速运动，速度为每秒 2 个单位 (当  $Q$  点到达  $O$  点时停止运动， $P$  点也同时停止运动) .过  $Q$  点作  $x$  轴的垂线，与直线  $AB$  交于点  $F$ ，延长  $QF$  到点  $M$ ，使得  $FM=QF$ ，以  $QM$  为斜边，在  $QM$  的左侧作等腰直角三角形  $QMN$  (当  $Q$  点运动时， $M$  点、 $N$  点也随之运动) .若  $P$  点运动到  $t$  秒时，两个等腰直角三角形分别有一条边恰好落在同一条直线上，求此刻  $t$  的值.



25、问题：已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=2\angle ACB$ ，点 $D$ 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $AD=CD$ ， $BD=BA$ 。探究 $\angle DBC$ 与 $\angle ABC$ 度数的比值。

请你完成下列探究过程：

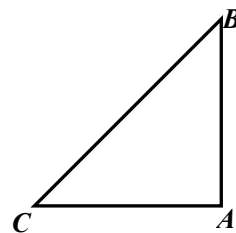
先将图形特殊化，得出猜想，再对一般情况进行分析并加以证明。

(1) 当 $\angle BAC=90^\circ$ 时，依问题中的条件补全右图。

观察图形， $AB$ 与 $AC$ 的数量关系为\_\_\_\_\_；

当推出 $\angle DAC=15^\circ$ 时，可进一步推出 $\angle DBC$ 的度数为\_\_\_\_\_；

可得到 $\angle DBC$ 与 $\angle ABC$ 度数的比值为\_\_\_\_\_。



(2) 当 $\angle BAC \neq 90^\circ$ 时，请你画出图形，研究 $\angle DBC$ 与 $\angle ABC$ 度数的比值是否与(1)中的结论相同，

写出你的猜想并加以证明。

**2010 年北京市高级中等学校招生考试**  
**数学试卷答案及评分参考**

**阅卷须知：**

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。
2. 若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。
3. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

**一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）**

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题 号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答 案 | A | C | D | A | B | D | B | B |

**二、填空题（本题共 16 分，每小题 4 分）**

|     |                      |               |    |                 |
|-----|----------------------|---------------|----|-----------------|
| 题 号 | 9                    | 10            | 11 | 12              |
| 答 案 | $x \geq \frac{1}{2}$ | $m(m+2)(m-2)$ | 2  | B    603 $6n+3$ |

**三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）**

13. （本小题满分 5 分）

解：  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 2010^0 + |-4\sqrt{3}| - \tan 60^\circ$   
 $= 3 - 1 + 4\sqrt{3} - \sqrt{3}$  ..... 4 分  
 $= 2 + 3\sqrt{3}$  ..... 5 分

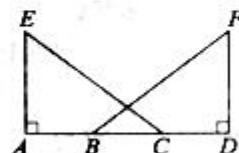
14. （本小题满分 5 分）

解：去分母，得  $3 - 2x = x - 2$  ..... 2 分  
 整理，得  $3x = 5$  .....  
 解得  $x = \frac{5}{3}$  ..... 4 分  
 经检验， $x = \frac{5}{3}$  是原方程的解。  
 所以原方程的解是  $x = \frac{5}{3}$  ..... 5 分

15. （本小题满分 5 分）

证明：∵  $AB = DC$  .....  
 ∴  $AC = DB$  ..... 1 分  
 ∵  $EA \perp AD$ ,  $FD \perp AD$ ,  
 ∴  $\angle A = \angle D = 90^\circ$  ..... 2 分  
 在  $\triangle EAC$  与  $\triangle FDB$  中，  

$$\begin{cases} EA = FD, \\ \angle A = \angle D, \\ AC = DB, \end{cases}$$
  
 ∴  $\triangle EAC \cong \triangle FDB$  ..... 4 分  
 ∴  $\angle ACE = \angle DBF$  ..... 5 分



16. (本小题满分5分)

解:由题意可知  $\Delta = 0$ .

$$\text{即 } (-4)^2 - 4(m-1) = 0.$$

解得  $m = 5$ . ..... 3分

当  $m = 5$  时,原方程化为  $x^2 - 4x + 4 = 0$ .

解得  $x_1 = x_2 = 2$ .

所以原方程的根为  $x_1 = x_2 = 2$ . ..... 5分

17. (本小题满分5分)

解法一:设生产运营用水  $x$  亿立方米,则居民家庭用水  $(5.8 - x)$  亿立方米. .... 1分

依题意,得  $5.8 - x = 3x + 0.6$ . .... 2分

解得  $x = 1.3$ . .... 3分

$$5.8 - x = 5.8 - 1.3 = 4.5. \quad \dots\dots\dots 4分$$

答:生产运营用水 1.3 亿立方米,居民家庭用水 4.5 亿立方米. .... 5分

解法二:设生产运营用水  $x$  亿立方米,居民家庭用水  $y$  亿立方米. .... 1分

$$\text{依题意,得 } \begin{cases} x + y = 5.8, \\ y = 3x + 0.6. \end{cases} \quad \dots\dots\dots 2分$$

$$\text{解这个方程组,得 } \begin{cases} x = 1.3, \\ y = 4.5. \end{cases} \quad \dots\dots\dots 4分$$

答:生产运营用水 1.3 亿立方米,居民家庭用水 4.5 亿立方米. .... 5分

18. (本小题满分5分)

解:(1)令  $y = 0$ ,得  $x = -\frac{3}{2}$ .

$\therefore A$  点坐标为  $(-\frac{3}{2}, 0)$ . .... 1分

令  $x = 0$ ,得  $y = 3$ .

$\therefore B$  点坐标为  $(0, 3)$ . .... 2分

(2) 设  $P$  点坐标为  $(x, 0)$ .

依题意,得  $x = \pm 3$ .

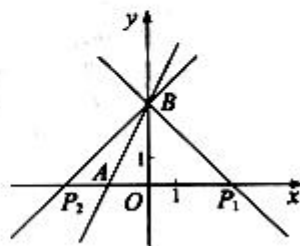
$\therefore P$  点坐标分别为  $P_1(3, 0)$  或  $P_2(-3, 0)$ .

..... 3分

$$\therefore S_{\triangle ABP_1} = \frac{1}{2} \times (\frac{3}{2} + 3) \times 3 = \frac{27}{4};$$

$$S_{\triangle ABP_2} = \frac{1}{2} \times (3 - \frac{3}{2}) \times 3 = \frac{9}{4}.$$

$\therefore \triangle ABP$  的面积为  $\frac{27}{4}$  或  $\frac{9}{4}$ . .... 5分



四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

19. (本小题满分 5 分)

解法一: 分别作  $AF \perp BC$ ,  $DG \perp BC$ ,  $F$ 、 $G$  是垂足. .... 1 分

$$\therefore \angle AFB = \angle DGC = 90^\circ,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$\therefore$  四边形  $AFGD$  是矩形.

$$\therefore AF = DG,$$

$$\because AB = DC,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle AFB \cong \text{Rt} \triangle DGC,$$

$$\therefore BF = CG,$$

$$\because AD = 2, BC = 4,$$

$$\therefore BF = 1,$$

在  $\text{Rt} \triangle AFB$  中,

$$\therefore \cos B = \frac{BF}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ.$$

$$\therefore BF = 1,$$

$$\therefore AF = \sqrt{3}.$$

$$\therefore FC = 3,$$

由勾股定理, 得  $AC = 2\sqrt{3}$ .

$$\therefore \angle B = 60^\circ, AC = 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

解法二: 过  $A$  点作  $AE \parallel DC$  交  $BC$  于点  $E$ . .... 1 分

$$\because AD \parallel BC,$$

$\therefore$  四边形  $AECD$  是平行四边形.

$$\therefore AD = EC, AE = DC.$$

$$\because AB = DC = AD = 2, BC = 4,$$

$$\therefore AE = BE = EC = AB.$$

可证  $\triangle BAC$  是直角三角形,  $\triangle ABE$  是等边三角形.

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ, \angle B = 60^\circ.$$

在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $AC = AB \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}$ .

$$\therefore \angle B = 60^\circ, AC = 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

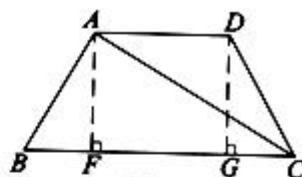


图 1

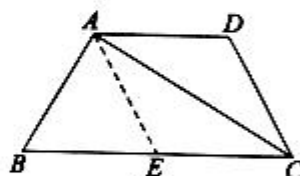


图 2

20. (本小题满分 5 分)

(1) 证明:  $\because OD = OC, \angle DOC = 90^\circ,$

$$\therefore \angle ODC = \angle OCD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC = 2\angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle OCD = \angle OCA = 90^\circ,$$

$\therefore$  点  $C$  在  $\odot O$  上,

$\therefore$  直线  $AC$  是  $\odot O$  的切线. .... 2 分

(2) 解:  $\because OD = OC = 2, \angle DOC = 90^\circ,$

可求  $CD = 2\sqrt{2}.$

$$\because \angle ACB = 75^\circ, \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 30^\circ.$$

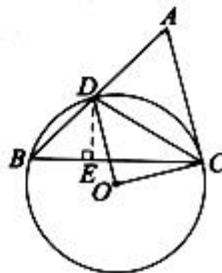
作  $DE \perp BC$  于点  $E$ .

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore DE = DC \cdot \sin 30^\circ = \sqrt{2}.$$

$$\therefore \angle B = 45^\circ,$$

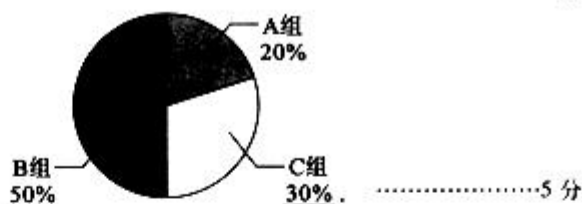
$$\therefore DB = 2. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



21. (本小题满分5分)

解: (1) 2008; 28; ..... 2分  
 (2) 78%; ..... 3分

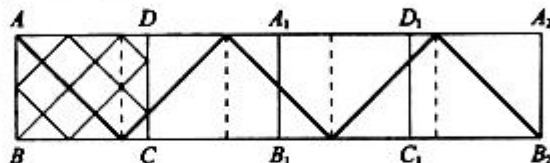
(3) 30; ..... 4分



22. (本小题满分5分)

解: (1) 5,  $24\sqrt{2}$ ; ..... 3分  
 (2) 4:5; ..... 5分

解题思路示意图:



# 五、解答题 (本题共22分, 第23题7分, 第24题8分, 第25题7分)

23. (本小题满分7分)

解: (1) 由题意得  $1 = \frac{k}{-\sqrt{3}}$ .

解得  $k = -\sqrt{3}$ .

$\therefore$  反比例函数的解析式为  $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$ . ..... 1分

(2) 过点A作x轴的垂线交x轴于点C.

在Rt△AOC中,  $OC = \sqrt{3}$ ,  $AC = 1$ .

可得  $OA = \sqrt{OC^2 + AC^2} = 2$ ,  $\angle AOC = 30^\circ$ . ..... 2分

由题意,  $\angle AOB = 30^\circ$ ,  $OB = OA = 2$ ,

$\therefore \angle BOC = 60^\circ$ .

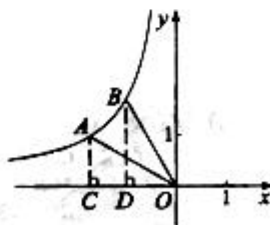
过点B作x轴的垂线交x轴于点D.

在Rt△BOD中, 可得  $BD = \sqrt{3}$ ,  $OD = 1$ .

$\therefore$  B点坐标为  $(-1, \sqrt{3})$ . ..... 3分

将  $x = -1$  代入  $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$  中, 得  $y = \sqrt{3}$ .

$\therefore$  点  $B(-1, \sqrt{3})$  在反比例函数  $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$  的图象上. .... 4分



(3) 由  $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$  得  $xy = -\sqrt{3}$ .

$\because$  点  $P(m, \sqrt{3}m+6)$  在反比例函数  $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$  的图象上, 其中  $m < 0$ ,

$\therefore m(\sqrt{3}m+6) = -\sqrt{3}$ . ..... 5 分

$\therefore m^2 + 2\sqrt{3}m + 1 = 0$ .

$\because PQ \perp x$  轴,

$\therefore Q$  点的坐标为  $(m, n)$ .

$\therefore \triangle OQM$  的面积是  $\frac{1}{2}$ ,

$\therefore \frac{1}{2}OM \cdot QM = \frac{1}{2}$ .

$\because m < 0$ ,

$\therefore mn = -1$ . ..... 6 分

$\therefore m^2n^2 + 2\sqrt{3}mn^2 + n^2 = 0$ .

$\therefore n^2 - 2\sqrt{3}n = -1$ .

$\therefore n^2 - 2\sqrt{3}n + 9 = 8$ . ..... 7 分

24. (本小题满分 8 分)

解:(1) $\because$  抛物线  $y = -\frac{m-1}{4}x^2 + \frac{5m}{4}x + m^2 - 3m + 2$  经过原点,

$\therefore m^2 - 3m + 2 = 0$ .

解得  $m_1 = 1, m_2 = 2$ .

由题意知  $m \neq 1$ ,

$\therefore m = 2$ .

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x$ .

$\because$  点  $B(2, n)$  在抛物线  $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x$  上,

$\therefore n = 4$ .

$\therefore B$  点的坐标为  $(2, 4)$ . ..... 2 分

(2) ①设直线  $OB$  的解析式为  $y = k_1x$ .

求得直线  $OB$  的解析式为  $y = 2x$ .

$\because A$  点是抛物线与  $x$  轴的一个交点,

可求得  $A$  点的坐标为  $(10, 0)$ .

设  $P$  点的坐标为  $(a, 0)$ , 则  $E$  点的坐标为  $(a, 2a)$ .

根据题意作等腰直角三角形  $PCD$ , 如图 1.

可求得点  $C$  的坐标为  $(3a, 2a)$ .

由  $C$  点在抛物线上,

得  $2a = -\frac{1}{4} \times (3a)^2 + \frac{5}{2} \times 3a$ .

即  $\frac{9}{4}a^2 - \frac{11}{2}a = 0$ .

解得  $a_1 = \frac{22}{9}, a_2 = 0$  (舍去).

$\therefore OP = \frac{22}{9}$ . ..... 4 分

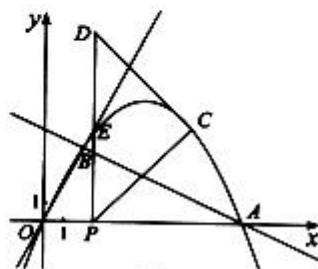


图 1

②依题意作等腰直角三角形  $QMN$ .

设直线  $AB$  的解析式为  $y = k_2x + b$ .

由点  $A(10, 0)$ , 点  $B(2, 4)$ , 求得直线  $AB$  的解析式为  $y = -\frac{1}{2}x + 5$ .

当  $P$  点运动到  $t$  秒时, 两个等腰直角三角形分别有一条边恰好落在同一条直线上, 有以下三种情况:

第一种情况:  $CD$  与  $NQ$  在同一条直线上, 如图 2 所示.

可证  $\triangle DPQ$  为等腰直角三角形.

此时  $OP$ 、 $DP$ 、 $AQ$  的长可依次表示为  $t$ 、 $4t$ 、 $2t$  个单位.

$$\therefore PQ = DP = 4t.$$

$$\therefore t + 4t + 2t = 10.$$

$$\therefore t = \frac{10}{7}.$$

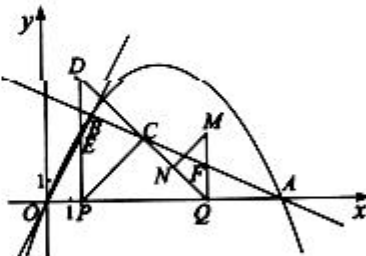


图 2

第二种情况:  $PC$  与  $MN$  在同一条直线上, 如图 3 所示.

可证  $\triangle PQM$  为等腰直角三角形.

此时  $OP$ 、 $AQ$  的长可依次表示为  $t$ 、 $2t$  个单位.

$$\therefore OQ = 10 - 2t.$$

$\therefore F$  点在直线  $AB$  上,

$$\therefore FQ = t.$$

$$\therefore MQ = 2t.$$

$$\therefore PQ = MQ = CQ = 2t.$$

$$\therefore t + 2t + 2t = 10.$$

$$\therefore t = 2.$$

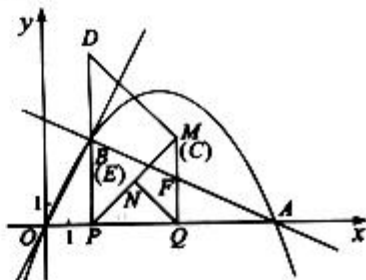


图 3

第三种情况: 点  $P$ 、 $Q$  重合时,  $PD$ 、 $QM$  在同一条直线上, 如图 4 所示.

此时  $OP$ 、 $AQ$  的长可依次表示为  $t$ 、 $2t$  个单位.

$$\therefore t + 2t = 10.$$

$$\therefore t = \frac{10}{3}.$$

综上, 符合题意的  $t$  值分别为  $\frac{10}{7}$ ,  $2$ ,  $\frac{10}{3}$ .

..... 8 分

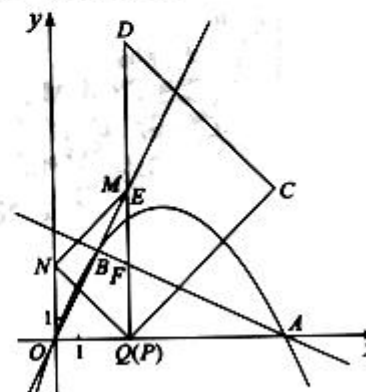


图 4

25. (本小题满分7分)

- 解: (1) 相等 ; ..... 1分  
 $15^\circ$  ; ..... 2分  
1:3 . ..... 3分

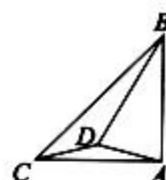


图1

(2) 猜想:  $\angle DBC$  与  $\angle ABC$  度数的比值与 (1) 中结论相同.

证明: 如图2, 作  $\angle KCA = \angle BAC$ ,

过  $B$  点作  $BK \parallel AC$  交  $CK$  于点  $K$ , 连结  $DK$ .

$$\because \angle BAC \neq 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $ABKC$  是等腰梯形.

$$\therefore CK = AB,$$

$$\because DC = DA,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle DAC,$$

$$\because \angle KCA = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle KCD = \angle 3.$$

$$\therefore \triangle KCD \cong \triangle BAD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 4, KD = BD.$$

$$\therefore KD = BD = BA = KC.$$

$$\because BK \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle 6.$$

$$\because \angle KCA = 2\angle ACB,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle ACB.$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 6.$$

$$\therefore KC = KB.$$

$$\therefore KD = BD = KB.$$

$$\therefore \angle KBD = 60^\circ.$$

$$\because \angle ACB = \angle 6 = 60^\circ - \angle 1,$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle ACB = 120^\circ - 2\angle 1.$$

$$\because \angle 1 + (60^\circ - \angle 1) + (120^\circ - 2\angle 1) + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 2\angle 1.$$

$$\therefore \angle DBC \text{ 与 } \angle ABC \text{ 度数的比值为 } 1:3. \text{ ..... 7分}$$

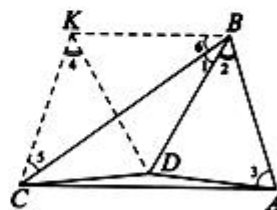


图2