

北京市 2006 年高级中等学校招生统一考试 (课标 A 卷)

数学试卷

一. 选择题 (本题共 32 分, 每小题 4 分)

在下列各题的四个备选答案中, 只有一个是正确的。

01. -5 的相反数是

- A、 5 B、 -5 C、 $\frac{1}{5}$ D、 $-\frac{1}{5}$

02. 青藏高原是世界上海拔最高的高原, 它的面积约为 2500000 平方千米。将 2500000 用科学记数法表示应为

- A、 0.25×10^7 B、 2.5×10^7 C、 2.5×10^6 D、 25×10^5

03. 在函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是

- A、 $x \neq 3$ B、 $x \neq 0$ C、 $x > 3$ D、 $x \neq -3$

04. 如图, $AD \parallel BC$, 点 E 在 BD 的延长线上, 若 $\angle ADE = 155^\circ$, 则 $\angle DBC$ 的度数为

- A、 155° B、 50° C、 45° D、 25°

05. 小芸所在学习小组的同学们, 响应“为祖国争光, 为奥运添彩”的号召, 主动到附近的 7 个社区帮助爷爷、奶奶们学习英语日常用语。他们记录的各社区参加其中一次活动的人数如下: 33, 32, 32, 31, 28, 26, 32, 那么这组数据的众数和中位数分别是

- A、32, 31 B、32, 32 C、3, 31 D、3, 32

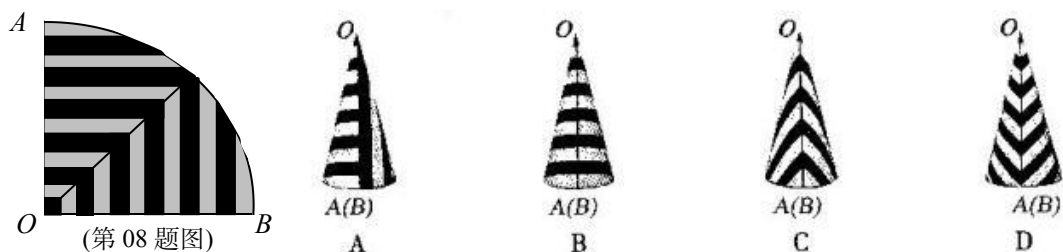
06. 把代数式 $xy^2 - 9x$ 分解因式, 结果正确的是

- A、 $x(y^2 - 9)$ B、 $x(y+3)^2$ C、 $x(y+3)(y-3)$ D、 $x(y+9)(y-9)$

07. 掷一枚质地均匀的正方体骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 掷得面朝上的点数为奇数的概率为

- A、 $\frac{1}{6}$ B、 $\frac{1}{3}$ C、 $\frac{1}{4}$ D、 $\frac{1}{2}$

08. 将如右图所示的圆心角为 90° 的扇形纸片 AOB 围成圆锥形纸帽, 使扇形的两条半径 OA 与 OB 重合(接缝粘贴部分忽略不计), 则围成的圆锥形纸帽是



二. 填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

09. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是_____。

10. 若 $\sqrt{m-3} + (n+1)^2 = 0$, 则 $m+n$ 的值为_____。

11. 用“ $\star$ ”定义新运算: 对于任意实数 a, b , 都有 $a \star b = b^2 + 1$ 。例如 $7 \star 4 = 4^2 + 1 = 17$, 那么 $5 \star 3 =$ _____; 当 m 为实数时, $m \star (m \star 2) =$ _____。

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, M, N 分别是 AB, AC 的中点, D, E 为 BC 上的点, 连

结 DN 、 EM 。若 $AB=13\text{cm}$ ， $BC=10\text{cm}$ ， $DE=5\text{cm}$ ，则图中阴影部分的面积为 cm^2 。

三. 解答题 (本题共 30 分，每小题 5 分)

13. 计算: $\sqrt{12} + |-\sqrt{3}| - (-2006)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$ 。

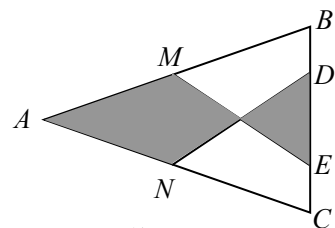
14. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x-1 < 5 \\ 2x-6 > 0 \end{cases}$$

15. 解分式方程: $\frac{1}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 2$ 。

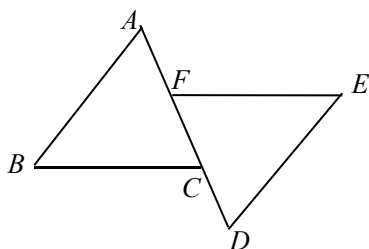
16. 已知: 如图, $AB \parallel ED$, 点 F 、点 C 在 AD 上, $AB=DE$, $AF=DC$ 。求证: $BC=EF$ 。

17. 已知 $2x-3=0$, 求代数式 $x(x^2-x)+x^2(5-x)-9$ 的值。

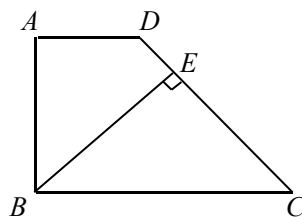
18. 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC=90^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $BE \perp CD$ 于点 E , $AD=1$, $CD=2\sqrt{2}$ 。求: BE 的长。



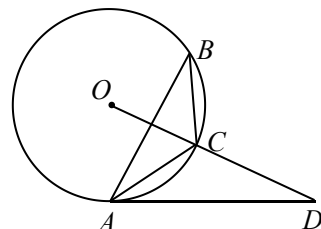
(第 12 题图)



(第 16 题图)



(第 18 题图)



(第 19 题图)

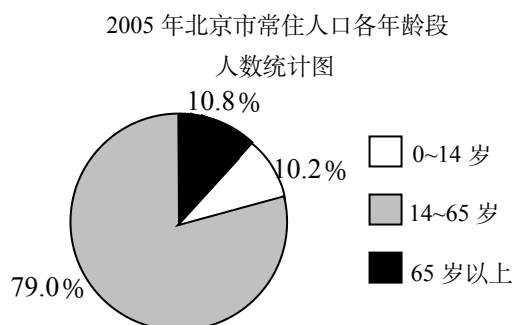
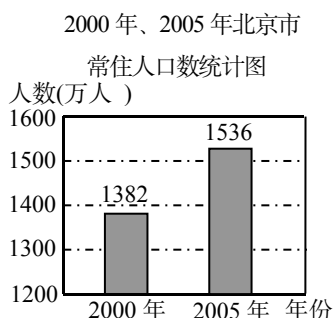
四. 解答题 (本题共 20 分，第 19 题 6 分，第 20 题 5 分，第 21 题 5 分，第 22 题 4 分)

19. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 D 在 OC 的延长线上, $\sin B = \frac{1}{2}$, $\angle CAD = 30^\circ$ 。

(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OD \perp AB$, $BC=5$, 求 AD 的长。

20. 根据北京市统计局公布的 2000 年、2005 年北京市常住人口相关数据, 绘制统计图表如下:



2000 年、2005 年北京市常住人口中受教育程度情况统计表 (人数单位: 万人)

年份	大学程度人数 (指大专及以上)	高中程度人数 (含中专)	初中程度人数	小学程度人数	其它人数
2000 年	233	320	475	234	120

2005 年	362	372	476	212	114
--------	-----	-----	-----	-----	-----

请利用上述统计图表提供的信息回答下列问题:

- (1) 从 2000 年到 2005 年北京市常住人口增加了多少万人?
- (2) 2005 年北京市常住人口中, 少儿(0~14 岁)人口约为多少万人?
- (3) 请结合 2000 年和 2005 年北京市常住人口受教育程度的状况, 谈谈你的看法。

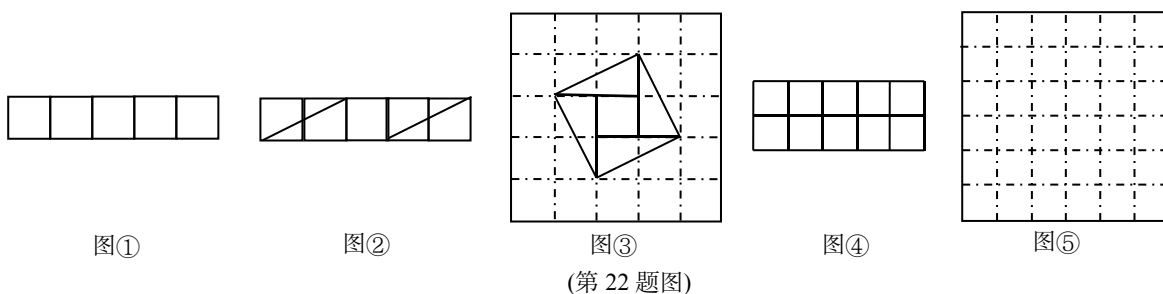
21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=-x$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到直线 l , 直线 l 与反比例函数

$y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为 $A(a, 3)$, 试确定反比例函数的解析式。

22. 请阅读下列材料:

问题: 现有 5 个边长为 1 的正方形, 排列形式如图①, 请把它们分割后拼接成一个新的正方形。要求: 画出分割线并在正方形网格图(图中每个小正方形的边长均为 1)中用实线画出拼接成的新正方形。

小东同学的做法是: 设新正方形的边长为 $x(x>0)$ 。依题意, 割补前后图形的面积相等, 有 $x^2=5$, 解得 $x=\sqrt{5}$ 。由此可知新正方形得边长等于两个小正方形组成得矩形对角线得长。于是, 画出如图②所示的分割线, 拼出如图③所示的新正方形。



请你参考小东同学的做法, 解决如下问题:

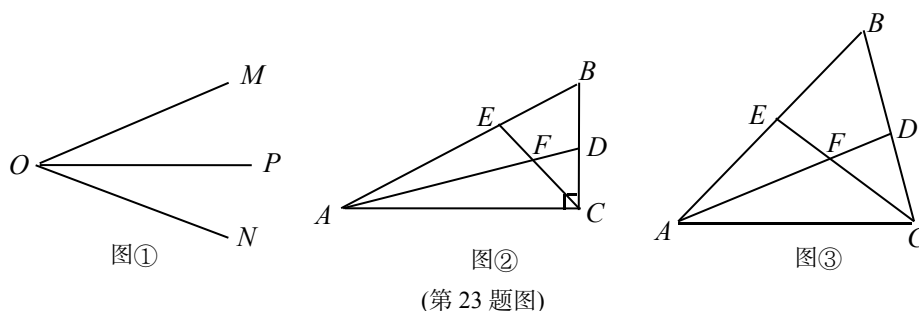
现有 10 个边长为 1 的正方形, 排列形式如图④, 请把它们分割后拼接成一个新的正方形。要求: 在图④中画出分割线, 并在图⑤的正方形网格图(图中每个小正方形的边长均为 1)中用实线画出拼接成的新正方形。

说明: 直接画出图形, 不要求写分析过程。

五. 解答题 (本题共 22 分, 第 23 题 6 分, 第 24 题 8 分, 第 25 题 8 分)

23. 如图①, OP 是 $\angle MON$ 的平分线, 请你利用该图形画一对以 OP 所在直线为对称轴的全等三角形。请你参考这个作全等三角形的方法, 解答下列问题:

- (1) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB$ 是直角, $\angle B=60^\circ$, AD 、 CE 分别是 $\angle BAC$ 、 $\angle BCA$ 的平分线, AD 、 CE 相交于点 F 。请你判断并写出 FE 与 FD 之间的数量关系;
- (2) 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle ACB$ 不是直角, 而(1)中的其它条件不变, 请问, 你在(1)中所得结论是否仍然成立? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由。



24. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 $A(0, 3)$, 与 x 轴分别交于 $B(1, 0)$ 、 $C(5, 0)$ 两点。
- (1) 求此抛物线的解析式;
 - (2) 若点 D 为线段 OA 的一个三等分点, 求直线 DC 的解析式;
 - (3) 若一个动点 P 自 OA 的中点 M 出发, 先到达 x 轴上的某点(设为点 E), 再到达抛物线的对称轴上某点(设为点 F), 最后运动到点 A 。求使点 P 运动的总路径最短的点 E 、点 F 的坐标, 并求出这个最短总路径的长。
25. 我们给出如下定义: 若一个四边形的两条对角线相等, 则称这个四边形为等对角线四边形。请解答下列问题:
- (1) 写出你所学过的特殊四边形中是等对角线四边形的两种图形的名称;
 - (2) 探究: 当等对角线四边形中两条对角线所夹锐角为 60° 时, 这对 60° 角所对的两边之和与其中一条对角线的大小关系, 并证明你的结论。

北京市 2006 年高级中等学校招生统一考试（课标 A 卷）
数学试卷参考答案

一、选择题

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	A	C	A	D	B	C	D	B

二、填空题

题 号	9	10	11		12
答 案	$m \leq \frac{9}{4}$	2	10	26	30

三、解答题

13. 计算： $\sqrt{12} + |-\sqrt{3}| - (-2006)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

解： $\sqrt{12} + |-\sqrt{3}| - (-2006)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$$= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 + 2$$

$$= 1 + 3\sqrt{3}.$$

14. 解不等式组 $\begin{cases} 3x - 1 < 5, & \text{①} \\ 2x + 6 > 0. & \text{②} \end{cases}$

解：由不等式①解得 $x < 2$.

由不等式②解得 $x > -3$.

则不等式组的解集为 $-3 < x < 2$.

15. 解分式方程 $\frac{1}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 2$.

解： $(x+1) + 2x(x-1) = 2(x+1)(x-1)$.

$$x+1+2x^2-2x=2x^2-2.$$

$$x=3.$$

经检验 $x=3$ 是原方程的解.

所以原方程的解是 $x=3$.

16. 已知：如图， $AB \parallel ED$ ，点 F 、点 C 在 AD 上， $AB = DE$ ， $AF = DC$ 。

求证： $BC = EF$ 。

证明：因为 $AB \parallel ED$ ，

则 $\angle A = \angle D$ 。

又 $AF = DC$ ，

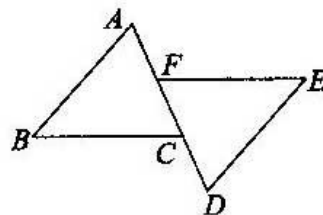
则 $AC = DF$ 。

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE, \\ \angle A = \angle D, \\ AC = DF, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

所以 $BC = EF$ 。



17. 已知 $2x - 3 = 0$ ，求代数式 $x(x^2 - x) + x^2(5 - x) - 9$ 的值。

解： $x(x^2 - x) + x^2(5 - x) - 9$

$$= x^3 - x^2 + 5x^2 - x^3 - 9$$

$$= 4x^2 - 9.$$

当 $2x - 3 = 0$ 时，原式 $= 4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3) = 0$ 。

18. 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $BE \perp CD$ 于点 E ， $AD = 1$ ， $CD = 2\sqrt{2}$ 。

求： BE 的长。

解：如图，过点 D 作 $DF \parallel AB$ 交 BC 于点 F 。

因为 $AD \parallel BC$ ，

所以 四边形 $ABFD$ 是平行四边形。

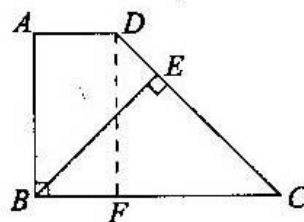
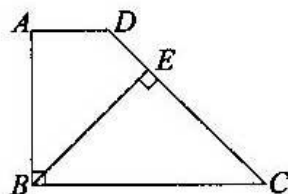
所以 $BF = AD = 1$ 。

由 $DF \parallel AB$ ，

得 $\angle DFC = \angle ABC = 90^\circ$ 。

在 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中， $\angle C = 45^\circ$ ， $CD = 2\sqrt{2}$ ，

由 $\cos C = \frac{CF}{CD}$ ，



所以 $BC = BF + FC = 3$.

在 $\triangle BEC$ 中, $\angle BEC = 90^\circ$,

$$\sin C = \frac{BE}{BC}.$$

求得 $BE = \frac{3}{2}\sqrt{2}$.

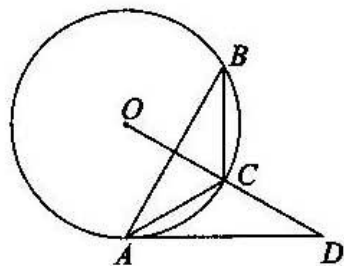
四、解答题

19. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 D 在 OC 的延长线上,

$$\sin B = \frac{1}{2}, \angle CAD = 30^\circ.$$

(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OD \perp AB$, $BC = 5$, 求 AD 的长.



解: (1) 证明: 如图, 连结 OA .

$$\text{因为 } \sin B = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } \angle B = 30^\circ.$$

$$\text{故 } \angle O = 60^\circ.$$

$$\text{又 } OA = OC,$$

所以 $\triangle ACO$ 是等边三角形.

$$\text{故 } \angle OAC = 60^\circ.$$

$$\text{因为 } \angle CAD = 30^\circ,$$

$$\text{所以 } \angle OAD = 90^\circ.$$

所以 AD 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: 因为 $OD \perp AB$,

所以 OC 垂直平分 AB .

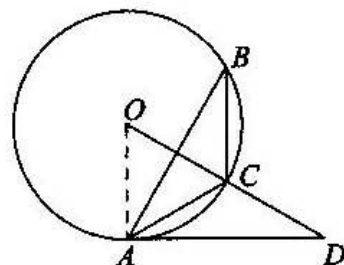
$$\text{则 } AC = BC = 5.$$

$$\text{所以 } OA = 5.$$

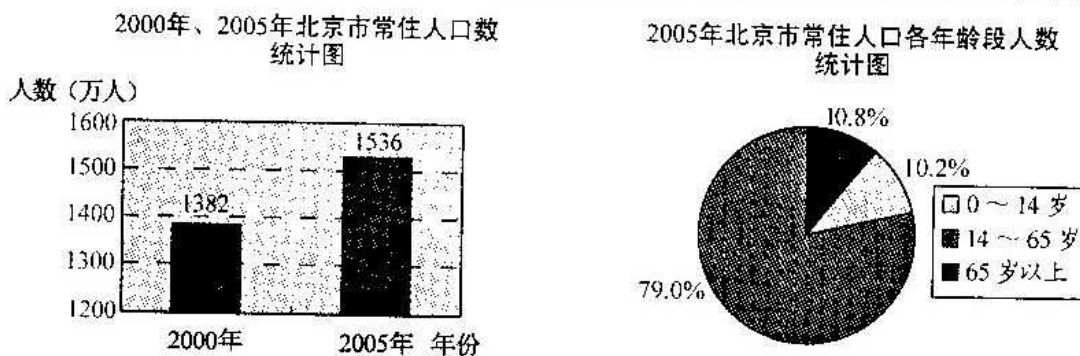
在 $\triangle OAD$ 中, $\angle OAD = 90^\circ$,

$$\text{由正切定义, 有 } \tan \angle AOD = \frac{AD}{OA}.$$

$$\text{所以 } AD = 5\sqrt{3}.$$



20. 根据北京市统计局公布的2000年、2005年北京市常住人口相关数据，绘制统计图表如下：



2000年、2005年北京市常住人口中受教育程度情况统计表(人数单位:万人)

年 份	大学程度人数 (指大专及以上)	高中程度人数 (含中专)	初中程度人数	小学程度人数	其他人数
2000 年	233	320	475	234	120
2005 年	362	372	476	212	114

请利用上述统计图表提供的信息回答下列问题:

- (1) 从2000年到2005年北京市常住人口增加了多少万人?
- (2) 2005年北京市常住人口中,少儿(0~14岁)人口约为多少万人?
- (3) 请结合2000年和2005年北京市常住人口受教育程度的状况,谈谈你的看法.

解: (1) $1536 - 1382 = 154$ (万人).

故从2000年到2005年北京市常住人口增加了154万人.

(2) $1536 \times 10.2\% = 156.672 \approx 157$ (万人).

故2005年北京市常住人口中,少儿(0~14岁)人口约为157万人.

(3) 例如:依数据可得,2000年受大学教育的人口比例为16.86%,2005年受大学教育的人口比例为23.57%.可知,受大学教育的人口比例明显增加,教育水平有所提高.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y = -x$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到直线 l . 直线 l 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为 $A(a, 3)$, 试确定反比例函数的解析式.

解: 依题意得,直线 l 的解析式为 $y = x$.

因为 $A(a, 3)$ 在直线 $y = x$ 上,

则 $a = 3$.

即 $A(3, 3)$.

又因为 $A(3, 3)$ 在 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

可求得 $k = 9$.

所以 反比例函数的解析式为 $y = \frac{9}{x}$.

22. 请阅读下列材料：

问题：现有5个边长为1的正方形，排列形式如图1，请把它们分割后拼接成一个新的正方形。要求：画出分割线并在正方形网格图（图中每个小正方形的边长均为1）中用实线画出拼接成的新正方形。

小东同学的做法是：设新正方形的边长为 $x(x>0)$ 。依题意，割补前后图形的面积相等，有 $x^2=5$ ，解得 $x=\sqrt{5}$ 。由此可知新正方形的边长等于两个小正方形组成的矩形对角线的长。于是，画出如图2所示的分割线，拼出如图3所示的新正方形。

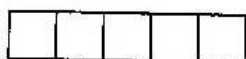


图1



图2

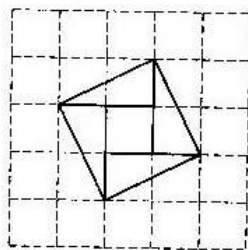


图3

请你参考小东同学的做法，解决如下问题：

现有10个边长为1的正方形，排列形式如图4，请把它们分割后拼接成一个新的正方形。要求：在图4中画出分割线，并在图5的正方形网格图（图中每个小正方形的边长均为1）中用实线画出拼接成的新正方形。

说明：直接画出图形，不要求写分析过程。

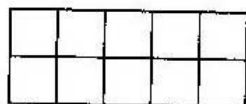


图4

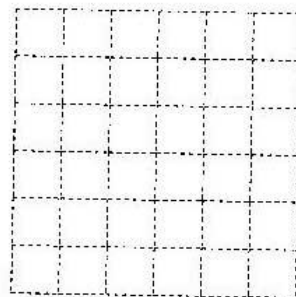


图5

解：所画图形如图所示。

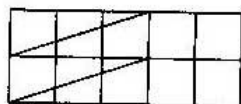


图4

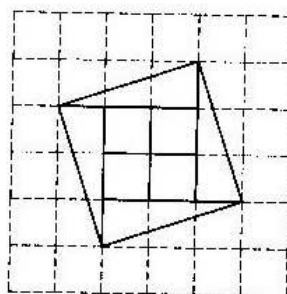


图5

五、解答题

23. 如图1, OP 是 $\angle MON$ 的平分线, 请你利用该图形画一对以 OP 所在直线为对称轴的全等三角形.

请你参考这个作全等三角形的方法, 解答下列问题:

- (1) 如图2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB$ 是直角, $\angle B = 60^\circ$, AD 、 CE 分别是 $\angle BAC$ 、 $\angle BCA$ 的平分线, AD 、 CE 相交于点 F . 请你判断并写出 FE 与 FD 之间的数量关系;
- (2) 如图3, 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle ACB$ 不是直角, 而(1)中的其他条件不变, 请问, 你在(1)中所得结论是否仍然成立? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由.

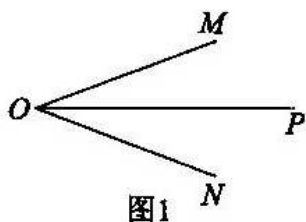


图1

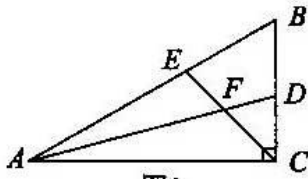


图2

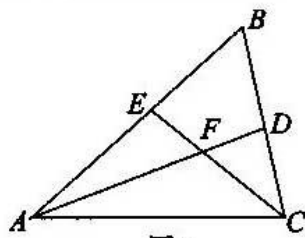


图3

解: 图略.

(1) FE 与 FD 之间的数量关系为 $FE = FD$.

(2) 答: (1) 中的结论 $FE = FD$ 仍然成立.

证法一: 如图4, 在 AC 上截取 $AG = AE$, 连结 FG .

因为 $\angle 1 = \angle 2$, AF 为公共边,

可证 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$.

所以 $\angle AFE = \angle AFG$, $FE = FG$.

由 $\angle B = 60^\circ$, AD 、 CE 分别是 $\angle BAC$ 、 $\angle BCA$ 的平分线,

可得 $\angle 2 + \angle 3 = 60^\circ$.

所以 $\angle AFE = \angle CFD = \angle AFG = 60^\circ$.

所以 $\angle CFG = 60^\circ$.

由 $\angle 3 = \angle 4$ 及 FC 为公共边, 可得 $\triangle CFG \cong \triangle CFD$.

所以 $FG = FD$.

所以 $FE = FD$.

证法二: 如图5,

过点 F 分别作 $FG \perp AB$ 于点 G , $FH \perp BC$ 于点 H .

因为 $\angle B = 60^\circ$, 且 AD 、 CE 分别是 $\angle BAC$ 、 $\angle BCA$ 的平分线,

所以可得 $\angle 2 + \angle 3 = 60^\circ$, F 是 $\triangle ABC$ 的内心.

所以 $\angle GEF = 60^\circ + \angle 1$, $FG = FH$.

又因为 $\angle HDF = \angle B + \angle 1$,

所以 $\angle GEF = \angle HDF$.

因此可证 $\triangle EGF \cong \triangle DHF$.

所以 $FE = FD$.

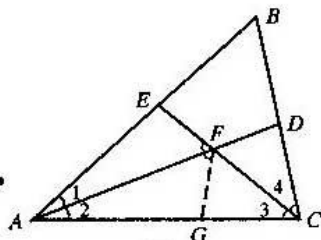


图4

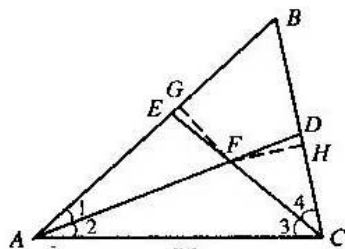


图5

24. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 $A(0, 3)$, 与 x 轴分别交于 $B(1, 0)$ 、 $C(5, 0)$ 两点.

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 若点 D 为线段 OA 的一个三等分点, 求直线 DC 的解析式;

(3) 若一个动点 P 自 OA 的中点 M 出发, 先到达 x 轴上的某点 (设为点 E), 再到达抛物线的对称轴上某点 (设为点 F), 最后运动到点 A . 求使点 P 运动的总路径最短的点 E 、点 F 的坐标, 并求出这个最短总路径的长.

解: (1) 根据题意, $c = 3$,

$$\text{所以 } \begin{cases} a + b + 3 = 0, \\ 25a + 5b + 3 = 0. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a = \frac{3}{5}, \\ b = -\frac{18}{5}. \end{cases}$$

所以 抛物线解析式为 $y = \frac{3}{5}x^2 - \frac{18}{5}x + 3$.

(2) 依题意可得 OA 的三等分点分别为 $(0, 1)$, $(0, 2)$.

设直线 CD 的解析式为 $y = kx + b$.

当点 D 的坐标为 $(0, 1)$ 时, 直线 CD 的解析式为 $y = -\frac{1}{5}x + 1$;

当点 D 的坐标为 $(0, 2)$ 时, 直线 CD 的解析式为 $y = -\frac{2}{5}x + 2$.

(3) 如图, 由题意, 可得 $M(0, \frac{3}{2})$.

点 M 关于 x 轴的对称点为 $M'(0, -\frac{3}{2})$,

点 A 关于抛物线对称轴 $x = 3$ 的对称点为 $A'(6, 3)$.

连结 $A'M'$.

根据轴对称性及两点间线段最短可知, $A'M'$ 的长就是所求点 P 运动的最短总路径的长.

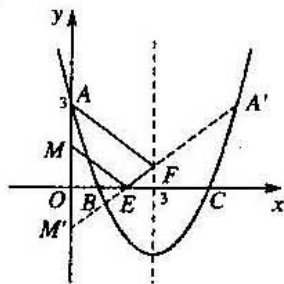
所以 $A'M'$ 与 x 轴的交点为所求 E 点, 与直线 $x = 3$ 的交点为所求 F 点.

可求得直线 $A'M'$ 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$.

可得 E 点坐标为 $(2, 0)$, F 点坐标为 $(3, \frac{3}{4})$.

由勾股定理可求出 $A'M' = \frac{15}{2}$.

所以点 P 运动的最短总路径 ($ME + EF + FA$) 的长为 $\frac{15}{2}$.



25. 我们给出如下定义：若一个四边形的两条对角线相等，则称这个四边形为等对角线四边形。

请解答下列问题：

- (1) 写出你所学过的特殊四边形中是等对角线四边形的两种图形的名称；
- (2) 探究：当等对角线四边形中两条对角线所夹锐角为 60° 时，这对 60° 角所对的两边之和与其中一条对角线的大小关系，并证明你的结论。

解：(1) 略。

(2) 结论：等对角线四边形中两条对角线所夹锐角为 60° 时，这对 60° 角所对的两边之和大于或等于一条对角线的长。

已知：四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $AC = BD$ ，
且 $\angle AOD = 60^\circ$ 。

求证： $BC + AD \geq AC$ 。

证明：过点 D 作 $DF \parallel AC$ ，在 DF 上截取 $DE = AC$ 。

连结 CE 、 BE 。

故 $\angle EDO = 60^\circ$ ，四边形 $ACED$ 是平行四边形。

所以 $\triangle BDE$ 是等边三角形， $CE = AD$ 。

所以 $DE = BE = AC$ 。

①当 BC 与 CE 不在同一条直线上时（如图1），

在 $\triangle BCE$ 中，有 $BC + CE > BE$ 。

所以 $BC + AD > AC$ 。

②当 BC 与 CE 在同一条直线上时（如图2），

则 $BC + CE = BE$ 。

因此 $BC + AD = AC$ 。

综合①、②，得 $BC + AD \geq AC$ 。

即等对角线四边形中两条对角线所夹锐角为 60° 时，这对 60° 角所对的两边之和大于或等于其中一条对角线的长。

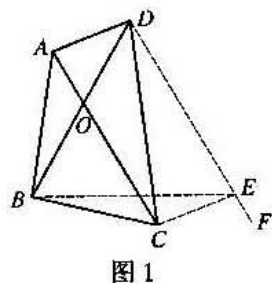


图1

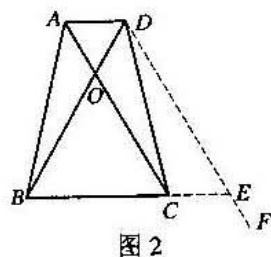


图2

说明

为了方便各位老师在今后的教学中使用本卷, 本人由天利考试信息网上的扫描卷编辑了这份试卷, 在此, 首先对扫描卷的制作者表示感谢。

由于本人水平有限, 编辑过程中难免出错, 如有错落, 请大家见谅并对照扫描卷自行更正。

天门市卢家口中学 *herewave*

2006.07.12