

2019 年内蒙古鄂尔多斯市中考数学试卷

一、单项选择题 (本大题共 10 题, 每题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 有理数 $-\frac{1}{3}$ 的相反数为 ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

2. (3 分) 下面四个图形中, 经过折叠能围成如图所示的几何图形的是 ()

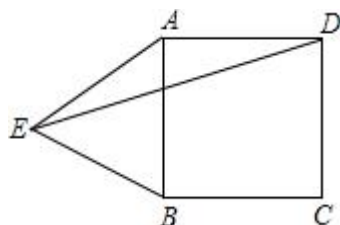


- A. B.
- C. D.

3. (3 分) 禽流感病毒的半径大约是 0.00000045 米, 它的直径用科学记数法表示为 ()

- A. 0.9×10^{-7} 米 B. 9×10^{-7} 米 C. 9×10^{-6} 米 D. 9×10^7 米

4. (3 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 的外侧, 作等边 $\triangle ABE$, 则 $\angle BED$ 为 ()



- A. 15° B. 35° C. 45° D. 55°

5. (3 分) 下列计算

① $\sqrt{9} = \pm 3$ ② $3a^2 - 2a = a$ ③ $(2a^2)^3 = 6a^6$ ④ $a^8 \div a^4 = a^2$ ⑤ $\sqrt[3]{-27} = -3$,

其中任意抽取一个, 运算结果正确的概率是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

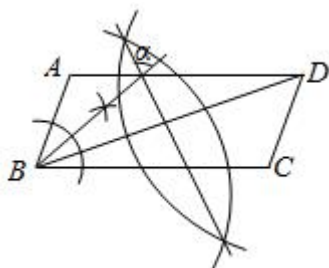
6. (3 分) 下表是抽查的某班 10 名同学中考体育测试成绩线计表.

成绩 (分)	30	25	20	15
人数 (人)	2	x	y	1

若成绩的平均数为 23，中位数是 a ，众数是 b ，则 $a-b$ 的值是 ()

- A. -5 B. -2.5 C. 2.5 D. 5

7. (3 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle BDC = 47^\circ 42'$ ，依据尺规作图的痕迹，计算 α 的度数是 ()



- A. $67^\circ 29'$ B. $67^\circ 9'$ C. $66^\circ 29'$ D. $66^\circ 9'$

8. (3 分) 下列说法正确的是 ()

①函数 $y = \sqrt{\frac{1}{3x+1}}$ 中自变量 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{3}$.

②若等腰三角形的两边长分别为 3 和 7，则第三边长是 3 或 7.

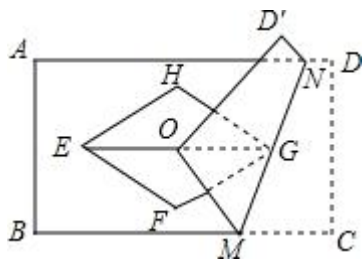
③一个正六边形的内角和是其外角和的 2 倍.

④同旁内角互补是真命题.

⑤关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + k = 0$ 有两个不相等的实数根.

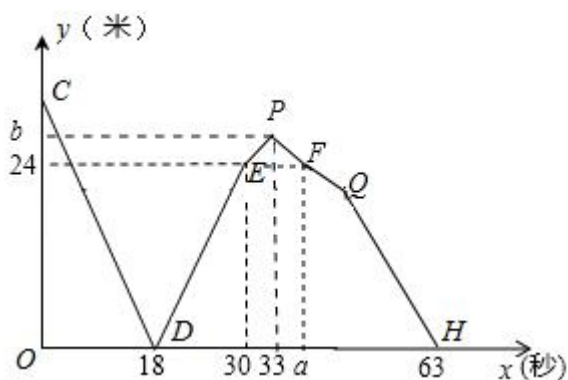
- A. ①②③ B. ①④⑤ C. ②④ D. ③⑤

9. (3 分) 如图，矩形 $ABCD$ 与菱形 $EFGH$ 的对角线均交于点 O ，且 $EG \parallel BC$ ，将矩形折叠，使点 C 与点 O 重合，折痕 MN 过点 G 。若 $AB = \sqrt{6}$ ， $EF = 2$ ， $\angle H = 120^\circ$ ，则 DN 的长为 ()



- A. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

10. (3 分) 在“加油向未来”电视节目中，王清和李北进行无人驾驶汽车运送货物表演，王清操控的快车和李北操控的慢车分别从 A ， B 两地同时出发，相向而行。快车到达 B 地后，停留 3 秒卸货，然后原路返回 A 地，慢车到达 A 地即停运休息，如图表示的是两车之间的距离 y (米) 与行驶时间 x (秒) 的函数图象，根据图象信息，计算 a 、 b 的值分别为 ()



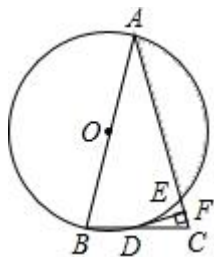
- A. 39, 26 B. 39, 26.4 C. 38, 26 D. 38, 26.4

二、填空题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) 计算: $(\pi+1)^0 + |\sqrt{3}-2| - (\frac{1}{2})^{-2} =$ _____.

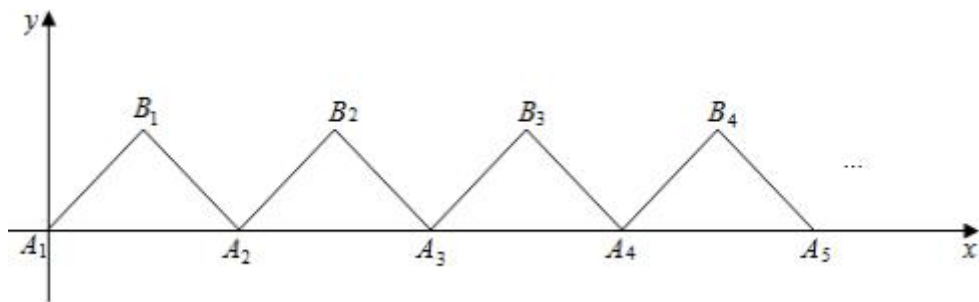
12. (3 分) 一组数据 $-1, 0, 1, 2, 3$ 的方差是_____.

13. (3 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别与 BC, AC 交于点 D, E , 连接 DE , 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F . 若 $AB=6$, $\angle CDF=15^\circ$, 则阴影部分的面积是_____.

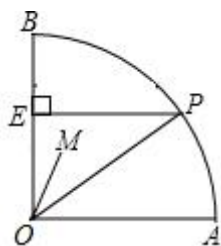


14. (3 分) 如果三角形有一边上的中线长等于这边的长, 那么称这个三角形为“好玩三角形”. 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“好玩三角形”, 且 $\angle A=90^\circ$, 则 $\tan \angle ABC =$ _____.

15. (3 分) 如图, 有一条折线 $A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4B_4\cdots$, 它是由过 $A_1(0, 0)$, $B_1(4, 4)$, $A_2(8, 0)$ 组成的折线依次平移 8, 16, 24, $\cdots$ 个单位得到的, 直线 $y=kx+2$ 与此折线有 $2n$ ($n \geq 1$ 且为整数) 个交点, 则 k 的值为_____.



16. (3 分) 如图, 在圆心角为 90° 的扇形 OAB 中, $OB=2$, P 为 $\widehat{AB}$ 上任意一点, 过点 P 作 $PE \perp OB$ 于点 E , 设 M 为 $\triangle OPE$ 的内心, 当点 P 从点 A 运动到点 B 时, 则内心 M 所经过的路径长为_____.



三、解答题（本大题共 8 题，共 72 分，解答时写出必要的文字说明，演算步骤或推理过程）

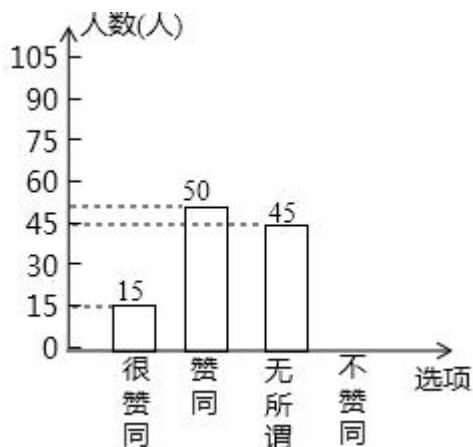
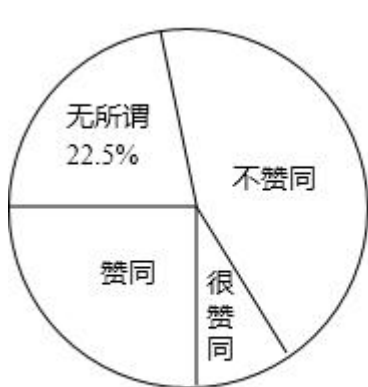
17. (8 分) (1) 先化简： $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} + \frac{x}{x^2-x} \div \frac{x-2}{x-1}$ ，再从 $-1 \leq x \leq 3$ 的整数中选取一个你喜欢的 x 的值代

入求值.

- (2) 解不等式组 $\begin{cases} -(2x+1) < 5-6x & ① \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1 & ② \end{cases}$ ，并写出该不等式组的非负整数解.

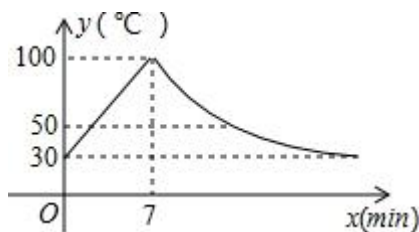
18. (9 分) 某校调查了若干名家长对“初中生带手机上学”现象的看法，统计整理并制作了如下的条形与扇形统计图，根据图中提供的信息，完成以下问题：

- (1) 本次共调查了_____名家长，扇形统计图中“很赞同”所对应的圆心角度数是_____度，并补全条形统计图.
- (2) 该校共有 3600 名家长，通过计算估计其中“不赞同”的家长有多少名？
- (3) 从“不赞同”的五位家长中（两女三男），随机选取两位家长对全校家长进行“学生使用手机危害性”的专题讲座，请用树状图或列表法求出选中“1 男 1 女”的概率.



19. (8 分) 教室里的饮水机接通电源就进入自动程序，开机加热时每分钟上升 10°C ，加热到 100°C 停止加热，水温开始下降，此时水温 $y (^{\circ}\text{C})$ 与开机后用时 $x (\text{min})$ 成反比例关系，直至水温降至 30°C ，饮水机关机，饮水机关机后即刻自动开机，重复上述自动程序. 若在水温为 30°C 时接通电源，水温 $y (^{\circ}\text{C})$ 与时间 $x (\text{min})$ 的关系如图所示：

- (1) 分别写出水温上升和下降阶段 y 与 x 之间的函数关系式；
- (2) 怡萱同学想喝高于 50°C 的水，请问她最多需要等待多长时间？

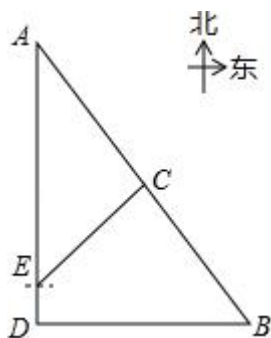


20. (7分) 某校组织学生到恩格贝 A 和康镇 B 进行研学活动, 澄澄老师在网上查得, A 和 B 分别位于学校 D 的正北和正东方向, B 位于 A 南偏东 37° 方向, 校车从 D 出发, 沿正北方向前往 A 地, 行驶到 15 千米的 E 处时, 导航显示, 在 E 处北偏东 45° 方向有一服务区 C , 且 C 位于 A, B 两地中点处.

(1) 求 E, A 两地之间的距离;

(2) 校车从 A 地匀速行驶 1 小时 40 分钟到达 B 地, 若这段路程限速 100 千米/时, 计算校车是否超速?

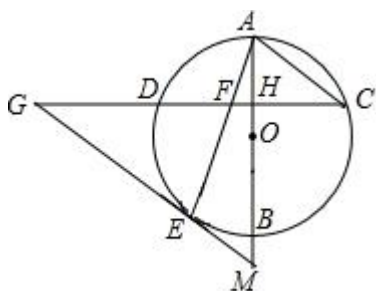
(参考数据: $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ = \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ = \frac{3}{4}$)



21. (8分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 H , 连接 AC . 过 $\widehat{BD}$ 上一点 E 作 $EG \parallel AC$ 交 CD 的延长线于点 G , 连接 AE 交 CD 于点 F , 且 $EG = FG$.

(1) 求证: EG 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 延长 AB 交 GE 的延长线于点 M , 若 $AH = 2$, $CH = 2\sqrt{2}$, 求 OM 的长.



22. (9分) 某工厂制作 A, B 两种手工艺品, B 每天每件获利比 A 多 105 元, 获利 30 元的 A 与获利 240 元的 B 数量相等.

(1) 制作一件 A 和一件 B 分别获利多少元?

(2) 工厂安排 65 人制作 A, B 两种手工艺品, 每人每天制作 2 件 A 或 1 件 B . 现在在不增加工人的情况下, 增加制作 C . 已知每人每天可制作 1 件 C (每人每天只能制作一种手工艺品), 要求每天制作 A ,

C 两种手工艺品的数量相等. 设每天安排 x 人制作 B , y 人制作 A , 写出 y 与 x 之间的函数关系式.

(3) 在 (1) (2) 的条件下, 每天制作 B 不少于 5 件. 当每天制作 5 件时, 每件获利不变. 若每增加 1 件, 则当天平均每件获利减少 2 元. 已知 C 每件获利 30 元, 求每天制作三种手工艺品可获得的总利润 W (元) 的最大值及相应 x 的值.

23. (11 分) (1) 【探究发现】

如图 1, $\angle EOF$ 的顶点 O 在正方形 $ABCD$ 两条对角线的交点处, $\angle EOF = 90^\circ$, 将 $\angle EOF$ 绕点 O 旋转, 旋转过程中, $\angle EOF$ 的两边分别与正方形 $ABCD$ 的边 BC 和 CD 交于点 E 和点 F (点 F 与点 C, D 不重合). 则 CE, CF, BC 之间满足的数量关系是_____.

(2) 【类比应用】

如图 2, 若将 (1) 中的“正方形 $ABCD$ ”改为“ $\angle BCD = 120^\circ$ 的菱形 $ABCD$ ”, 其他条件不变, 当 $\angle EOF = 60^\circ$ 时, 上述结论是否仍然成立? 若成立, 请给出证明; 若不成立, 请猜想结论并说明理由.

(3) 【拓展延伸】

如图 3, $\angle BOD = 120^\circ$, $OD = \frac{3}{4}$, $OB = 4$, OA 平分 $\angle BOD$, $AB = \sqrt{13}$, 且 $OB > 2OA$, 点 C 是 OB 上一点, $\angle CAD = 60^\circ$, 求 OC 的长.

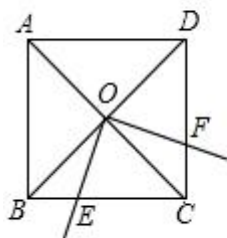


图1

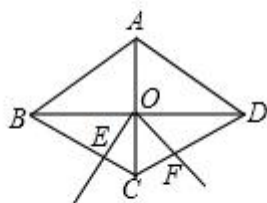


图2

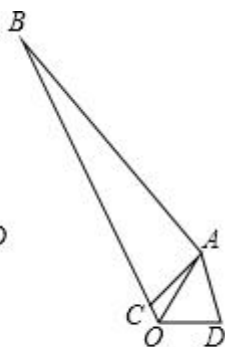


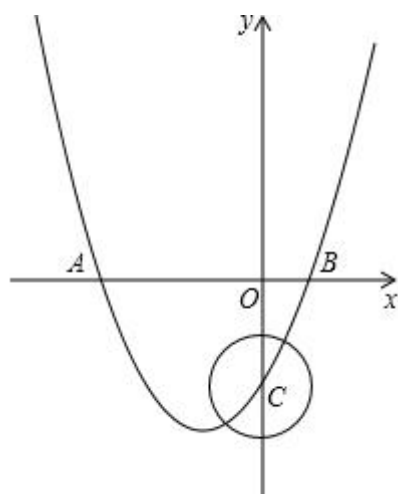
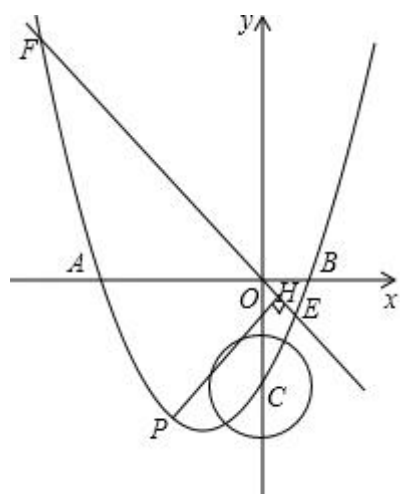
图3

24. (12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 直线 $y = -x$ 与该抛物线交于 E, F 两点.

(1) 求抛物线的解析式.

(2) P 是直线 EF 下方抛物线上的一个动点, 作 $PH \perp EF$ 于点 H , 求 PH 的最大值.

(3) 以点 C 为圆心, 1 为半径作圆, $\odot C$ 上是否存在点 M , 使得 $\triangle BCM$ 是以 CM 为直角边的直角三角形? 若存在, 直接写出 M 点坐标; 若不存在, 说明理由.



2019 年内蒙古鄂尔多斯市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（本大题共 10 题，每题 3 分，共 30 分）

1. 【解答】解：有理数 $-\frac{1}{3}$ 的相反数为： $\frac{1}{3}$.

故选：C.

2. 【解答】解：三角形图案的顶点应与圆形的图案相对，而选项 A 与此不符，所以错误；
三角形图案所在的面应与正方形的图案所在的面相邻，而选项 C 与此也不符，
三角形图案所在的面应与圆形的图案所在的面相邻，而选项 D 与此也不符，正确的是 B.
故选：B.

3. 【解答】解： $0.00000045 \times 2 = 9 \times 10^{-7}$.

故选：B.

4. 【解答】解：在正方形 ABCD 中， $AB = AD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，

在等边 $\triangle ABE$ 中， $AB = AE$ ， $\angle BAE = \angle AEB = 60^\circ$ ，

在 $\triangle ADE$ 中， $AD = AE$ ， $\angle DAE = \angle BAD + \angle BAE = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ ，

所以， $\angle AED = \frac{1}{2} (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$ ，

所以 $\angle BED = \angle AEB - \angle AED = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$.

故选：C.

5. 【解答】解：运算结果正确的有⑤，则运算结果正确的概率是 $\frac{1}{5}$ ，

故选：A.

6. 【解答】解： $\because$ 平均数为 23，

$$\therefore \frac{30 \times 2 + 25x + 20y + 15}{10} = 23,$$

$$\therefore 25x + 20y = 155,$$

$$\text{即： } 5x + 4y = 31,$$

$$\therefore x + y = 7,$$

$$\therefore x = 3, y = 4,$$

$$\therefore \text{中位数 } a = 22.5, b = 20,$$

$$\therefore a - b = 2.5,$$

故选：C.

7. 【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC = 47^\circ 42',$$

由作法得 EF 垂直平分 BD , BE 平分 $\angle ABD$,

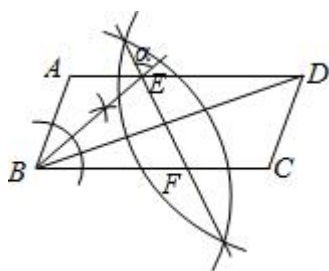
$$\therefore EF \perp BD, \angle ABE = \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABD = 23^\circ 51',$$

$$\therefore \angle BEF + \angle EBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = 90^\circ - 23^\circ 51' = 66^\circ 9',$$

$$\therefore \alpha \text{ 的度数是 } 66^\circ 9'.$$

故选: D .



8. 【解答】解：①函数 $y = \sqrt{\frac{1}{3x+1}}$ 中自变量 x 的取值范围是 $x > -\frac{1}{3}$, 故错误.

②若等腰三角形的两边长分别为 3 和 7, 则第三边长是 7, 故错误.

③一个正六边形的内角和是其外角和的 2 倍, 正确.

④两直线平行, 同旁内角互补是真命题, 故错误.

⑤关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 正确,

故选: D .

9. 【解答】解：延长 EG 交 DC 于 P 点, 连接 GC 、 FH ; 如图所示:

$$\text{则 } CP = DP = \frac{1}{2}CD = \frac{\sqrt{6}}{2}, \triangle GCP \text{ 为直角三角形,}$$

$$\therefore \text{四边形 } EFGH \text{ 是菱形, } \angle EHG = 120^\circ,$$

$$\therefore GH = EF = 2, \angle OHG = 60^\circ, EG \perp FH,$$

$$\therefore OG = GH \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$\text{由折叠的性质得: } CG = OG = \sqrt{3}, OM = CM, \angle MOG = \angle MCG,$$

$$\therefore PG = \sqrt{CG^2 - CP^2} = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$\therefore OG \parallel CM,$$

$$\therefore \angle MOG + \angle OMC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MCG + \angle OMC = 180^\circ,$$

$$\therefore OM \parallel CG,$$

$\therefore$ 四边形 $OGCM$ 为平行四边形,

$$\therefore OM = CM,$$

$\therefore$ 四边形 $OGCM$ 为菱形,

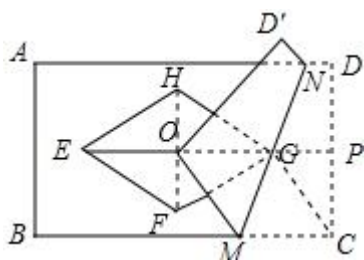
$$\therefore CM = OG = \sqrt{3},$$

根据题意得: PG 是梯形 $MCDN$ 的中位线,

$$\therefore DN + CM = 2PG = \sqrt{6},$$

$$\therefore DN = \sqrt{6} - \sqrt{3};$$

故选: A.



10. 【解答】解: 速度和为: $24 \div (30 - 18) = 2$ 米/秒,

$$\text{由题意得: } \frac{b-24}{3} = \frac{b}{33}, \text{ 解得: } b = 26.4,$$

$$\text{因此慢车速度为: } \frac{b-24}{3} = 0.8 \text{ 米/秒, 快车速度为: } 2 - 0.8 = 1.2 \text{ 米/秒,}$$

$$\text{快车返回追至两车距离为 24 米的时间: } (26.4 - 24) \div (1.2 - 0.8) = 6 \text{ 秒, 因此 } a = 33 + 6 = 39 \text{ 秒.}$$

故选: B.

二、填空题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

$$11. \text{【解答】解: } (\pi + 1)^0 + |\sqrt{3} - 2| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

$$= 1 + 2 - \sqrt{3} - 4$$

$$= -1 - \sqrt{3}$$

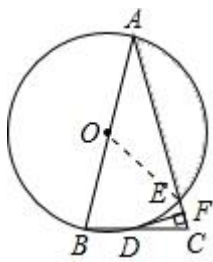
$$\text{故答案为: } -1 - \sqrt{3}.$$

$$12. \text{【解答】解: 数据的平均数 } \bar{x} = \frac{1}{5} (-1 + 0 + 1 + 2 + 3) = 1,$$

$$\text{方差 } s^2 = \frac{1}{5} [(-1-1)^2 + (0-1)^2 + (1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2] = 2.$$

故填 2.

13. 【解答】解: 连接 OE ,



$$\because \angle CDF = 15^\circ, \angle C = 75^\circ, \therefore \angle OAE = 30^\circ = \angle OEA,$$

$$\therefore \angle AOE = 120^\circ,$$

$$S_{\triangle OAE} = \frac{1}{2} AE \times OE \sin \angle OEA = \frac{1}{2} \times 2 \times OE \times \cos \angle OEA \times OE \sin \angle OEA = \frac{9\sqrt{3}}{4},$$

$$S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形 } OAE} - S_{\triangle OAE} = \frac{120}{360} \times \pi \times 3^2 - \frac{9\sqrt{3}}{4} = 3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{故答案 } 3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

14. 【解答】解：①如图 1 中，

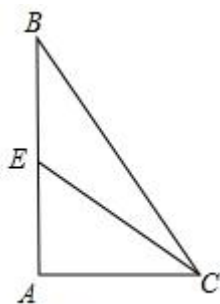


图1

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， CE 是 $\triangle ABC$ 的中线，设 $AB = EC = 2a$ ，则 $AE = EB = a$ ， $AC = \sqrt{3}a$ ，

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

②如图 2 中，

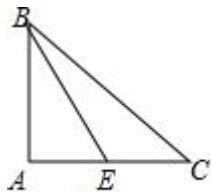


图2

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， BE 是 $\triangle ABC$ 的中线，设 $EB = AC = 2a$ ，则 $AE = EC = a$ ， $AB = \sqrt{3}a$ ，

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

15. 【解答】解： $\because A_1 (0, 0)$ ， $A_2 (8, 0)$ ， $A_3 (16, 0)$ ， $A_4 (24, 0)$ ， $\dots$ ，

$$\therefore A_n (8n-8, 0).$$

$\therefore$ 直线 $y=kx+2$ 与此折线恰有 $2n$ ($n \geq 1$ 且为整数) 个交点,

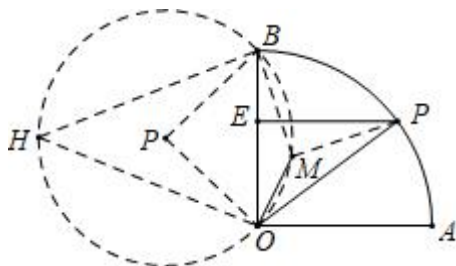
$\therefore$ 点 $A_{n+1} (8n, 0)$ 在直线 $y=kx+2$ 上,

$$\therefore 0=8nk+2,$$

$$\text{解得: } k = -\frac{1}{4n}.$$

$$\text{故答案为: } -\frac{1}{4n}.$$

16. 【解答】解: 如图, 以 OB 为斜边在 OB 的右边作等腰 $\text{Rt}\triangle POB$, 以 P 为圆心 PB 为半径作 $\odot P$, 在优弧 OB 上取一点 H , 连接 HB , HO , BM , MP .



$$\therefore PE \perp OB,$$

$$\therefore \angle PEO = 90^\circ,$$

$\therefore$ 点 M 是内心,

$$\therefore \angle OMP = 135^\circ,$$

$$\therefore OB = OP, \angle MOB = \angle MOP, OM = OM,$$

$$\therefore \triangle OMB \cong \triangle OMP \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle OMB = \angle OMP = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle H = \frac{1}{2} \angle BPO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle H + \angle OMB = 180^\circ,$$

$\therefore O, M, B, H$ 四点共圆,

$\therefore$ 点 M 的运动轨迹是 $\widehat{OB}$,

$$\therefore \text{内心 } M \text{ 所经过的路径长} = \frac{90\pi \cdot \sqrt{2}}{180} = \frac{\sqrt{2}}{2}\pi,$$

$$\text{故答案为 } \frac{\sqrt{2}}{2}\pi.$$

三、解答题 (本大题共 8 题, 共 72 分, 解答时写出必要的文字说明, 演算步骤或推理过程)

17. 【解答】解: (1) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} + \frac{x}{x^2-x} \div \frac{x-2}{x-1}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} + \frac{x}{x(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x-2} \\
 &= \frac{x+2}{x-2} + \frac{1}{x-2} \\
 &= \frac{x+3}{x-2},
 \end{aligned}$$

当 $x=3$ 时, 原式 $= \frac{3+3}{3-2} = 1$;

$$(2) \begin{cases} -(2x+1) < 5-6x & \text{①} \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1 & \text{②} \end{cases}$$

由不等式①, 得

$$x < \frac{3}{2},$$

由不等式②, 得

$$x \geq -1,$$

故原不等式组的解集是 $-1 \leq x < \frac{3}{2}$,

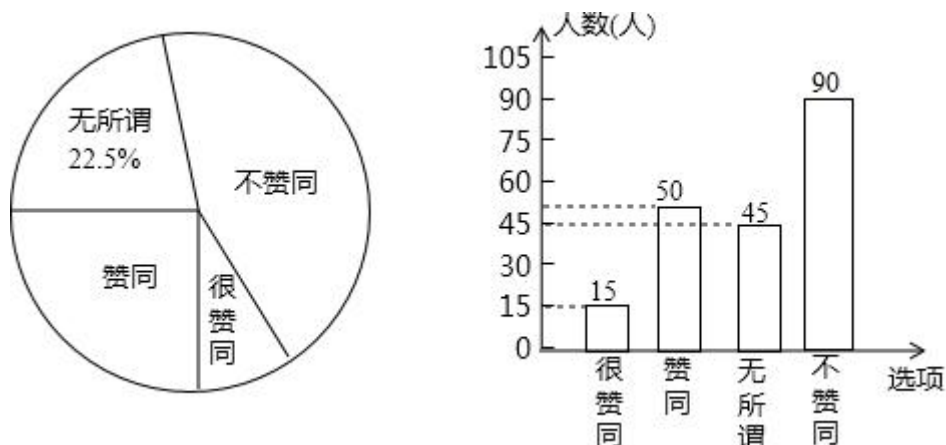
$\therefore$ 该不等式组的非负整数解是 0, 1.

18. 【解答】解: (1) 本次调查的家长人数为 $45 \div 22.5\% = 200$ (人),

扇形统计图中“很赞同”所对应的圆心角度数是 $360^\circ \times \frac{15}{200} = 27^\circ$,

不赞同的人数为 $200 - (15+50+45) = 90$ (人),

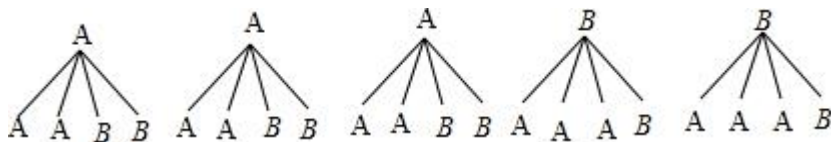
补全图形如下:



故答案为: 200、27;

(2) 估计其中“不赞同”的家长有 $3600 \times \frac{90}{200} = 1620$ (人);

(3) 用 A 表示男生, B 表示女生, 画图如下:



共有 20 种情况，一男一女的情况是 12 种，

则刚好抽到一男一女的概率是 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

19. 【解答】解：(1) 由题意可得，

$$a = (100 - 30) \div 10 = 70 \div 10 = 7,$$

当 $0 \leq x \leq 7$ 时，设 y 关于 x 的函数关系式为： $y = kx + b$,

$$\begin{cases} b=30 \\ 7k+b=100 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k=10 \\ b=30 \end{cases},$$

即当 $0 \leq x \leq 7$ 时， y 关于 x 的函数关系式为 $y = 10x + 30$,

当 $x > 7$ 时，设 $y = \frac{a}{x}$,

$$100 = \frac{a}{7}, \text{ 得 } a = 700,$$

即当 $x > 7$ 时， y 关于 x 的函数关系式为 $y = \frac{700}{x}$,

当 $y = 30$ 时， $x = \frac{70}{3}$,

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为： $y = \begin{cases} 10x+30 & (0 \leq x \leq 7) \\ \frac{700}{x} & (7 < x \leq \frac{70}{3}) \end{cases}$ ， y 与 x 的函数关系式每 $\frac{70}{3}$ 分钟重复出现一次；

(2) 将 $y = 50$ 代入 $y = 10x + 30$ ，得 $x = 2$ ，

将 $y = 50$ 代入 $y = \frac{700}{x}$ ，得 $x = 14$ ，

$$\therefore 14 - 2 = 12, \quad \frac{70}{3} - 12 = \frac{34}{3}$$

$\therefore$ 怡萱同学想喝高于 50°C 的水，请问她最多需要等待 $\frac{34}{3}$ 时间；

20. 【解答】解：(1) 如图，作 $CH \perp AD$ 于 H 。

由题意 $\angle HEC = 45^\circ$ ，可得 $CH = EH$ ，设 $CH = HE = x$ 千米，

$\therefore$ 点 C 是 AB 的中点， $CH \parallel BD$ ，

$\therefore AH = HD = (x + 15)$ 千米，

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中， $\tan 37^\circ = \frac{CH}{AH}$ ，

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{x}{x+15},$$

$\therefore x = 45$ ，

$\therefore CH = 45$ (千米)， $AH = 60$ (千米)， $AD = 120$ (千米)，

$$\therefore EA = AD - DE = 120 - 15 = 105 \text{ (千米)}.$$

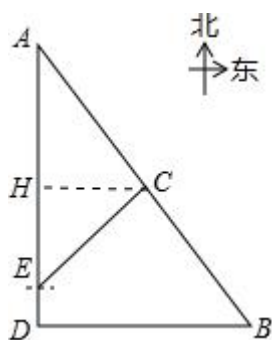
$$(2) \text{ 在 Rt}\triangle ACH \text{ 中, } AC = \sqrt{45^2 + 60^2} = 75 \text{ (千米)},$$

$$\therefore AB = 2AC = 150 \text{ (千米)},$$

$$\therefore 150 \div \frac{5}{3} = 90 \text{ 千米/小时},$$

$$\therefore 90 < 100,$$

$\therefore$ 校车没有超速.



21. 【解答】(1) 证明: 连接 OE , 如图,

$$\therefore GE = GF,$$

$$\therefore \angle GEF = \angle GFE,$$

$$\text{而 } \angle GFE = \angle AFH,$$

$$\therefore \angle GEF = \angle AFH,$$

$$\therefore AB \perp CD,$$

$$\therefore \angle OAF + \angle AFH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GEA + \angle OAF = 90^\circ,$$

$$\therefore OA = OE,$$

$$\therefore \angle OEA = \angle OAF,$$

$$\therefore \angle GEA + \angle OEA = 90^\circ, \text{ 即 } \angle GEO = 90^\circ,$$

$$\therefore OE \perp GE,$$

$\therefore EG$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 连接 OC , 如图,

设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OC = r$, $OH = r - 2$,

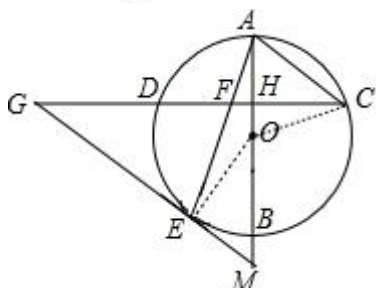
在 $\text{Rt}\triangle OCH$ 中, $(r - 2)^2 + (2\sqrt{2})^2 = r^2$, 解得 $r = 3$,

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中, $AC = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore AC \parallel GE,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle OEM \sim \text{Rt} \triangle CHA,$$

$$\therefore OM = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$


$$\frac{30}{x} = \frac{240}{x+105}, \text{ 解得: } x=15,$$

当 $x=15$ 时, $x+105=120$.

(2) 设每天安排 x 人制作 B , y 人制作 A , 则 $2y$ 人制作 C , 于是有:

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + \frac{65}{3}$$

(3) 由题意得:

$$\text{又} \because y = -\frac{1}{3}x + \frac{65}{3}$$

$$\therefore W = -2x^2 + 130x + 90y = -2x^2 + 130x + 90 \left(-\frac{1}{3}x + \frac{65}{3} \right) = -2x^2 + 100x + 1950,$$

根据抛物线的对称性可得:

此时制作 A 产品的 13 人, B 产品的 26 人, C 产品的 26 人, 获利最大, 最大利润为 2198 元.

23. **【解答】**解: (1) 如图 1 中, 结论: $CE+CF=BC$. 理由如下:

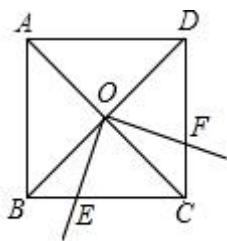


图1

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AC \perp BD$, $OB = OC$, $\angle OBE = \angle OCF = 45^\circ$,

$\because \angle EOF = \angle BOC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOE = \angle OCF$,

$\therefore \triangle BOE \cong \triangle COF$ (ASA),

$\therefore BE = CF$,

$\therefore CE + CF = CE + BE = BC$.

故答案为 $CE + CF = BC$.

(2) 如图 2 中, 结论不成立. $CE + CF = \frac{1}{2}BC$.

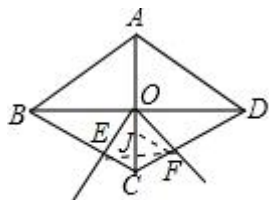


图2

理由: 连接 EF , 在 CO 上截取 $CJ = CF$, 连接 FJ .

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle BCD = 120^\circ$,

$\therefore \angle BCO = \angle OCF = 60^\circ$,

$\because \angle EOF + \angle ECF = 180^\circ$,

$\therefore O, E, C, F$ 四点共圆,

$\therefore \angle OFE = \angle OCE = 60^\circ$,

$\therefore \angle EOF = 60^\circ$,

$\therefore \triangle EOF$ 是等边三角形,

$\therefore OF = FE$, $\angle OFE = 60^\circ$,

$\because CF = CJ$, $\angle FCJ = 60^\circ$,

$\therefore \triangle CFJ$ 是等边三角形,

$$\therefore FC = FJ, \angle EFC = \angle OFE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OFJ = \angle CFE,$$

$$\therefore \triangle OFJ \cong \triangle EFC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore OJ = CE,$$

$$\therefore CF + CE = CJ + OJ = OC = \frac{1}{2}BC,$$

(3) 如图 3 中, 由 $OB > 2OA$ 可知 $\triangle BAO$ 是钝角三角形, $\angle BAO > 90^\circ$, 作 $AH \perp OB$ 于 H , 设 $OH = x$.

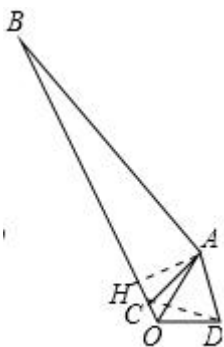


图 3

$$\text{在 Rt}\triangle ABH \text{ 中, } BH = \sqrt{13 - 3x^2},$$

$$\therefore OB = 4,$$

$$\therefore \sqrt{13 - 3x^2} + x = 4,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{2} \text{ (舍去) 或 } \frac{1}{2},$$

$$\therefore OA = 2OH = 1,$$

$$\therefore \angle COD + \angle ACD = 180^\circ,$$

$$\therefore A, C, O, D \text{ 四点共圆},$$

$$\therefore OA \text{ 平分 } \angle COD,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle AOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \text{ 是等边三角形},$$

$$\text{由 (2) 可知: } OC + OD = OA,$$

$$\therefore OC = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

24. 【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 9a-3b-2=0 \\ a+b-2=0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=\frac{2}{3} \\ b=\frac{4}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - 2;$$

(2) 如图 1, 过点 P 作直线 l , 使 $l \parallel EF$, 过点 O 作 $OP \perp l$,
当直线 l 与抛物线只有一个交点时, PH 最大, 等于 OP ,

$$\therefore \text{直线 } EF \text{ 的解析式为 } y = -x,$$

$$\text{设直线 } l \text{ 的解析式为 } y = -x + m \text{ ①},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - 2 \text{ ②},$$

$$\text{联立①②化简得, } \frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - 2 - m = 0,$$

$$\therefore \Delta = \frac{49}{9} - 4 \times \frac{2}{3} \times (-2 - m) = 0,$$

$$\therefore m = -\frac{97}{24},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式为 } y = -x - \frac{97}{24},$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } x = -\frac{97}{24},$$

$$\therefore M \left(-\frac{97}{24}, 0 \right),$$

$$\therefore OM = \frac{97}{24},$$

$$\text{在 Rt} \triangle OPM \text{ 中, } OP = \frac{OM}{\sqrt{2}} = \frac{97\sqrt{2}}{48},$$

$$\therefore PH_{\text{最大}} = \frac{97\sqrt{2}}{48}.$$

(3) ①当 $\angle CMB = 90^\circ$ 时, 如图 2,

$\therefore BM$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \odot C \text{ 半径为 } 1, B(1, 0),$$

$$\therefore BM_2 \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle CBM_2 = \angle BCO, M_2(1, -2),$$

$$\therefore BM_2 = 2,$$

$\therefore BM_1$ 与 BM_2 是 $\odot C$ 的切线,

$$\therefore BM_1 = BM_2 = 2, \quad \angle CBM_1 = \angle BCM_2,$$

$$\therefore \angle CBM_1 = \angle BCO, \quad \therefore BD = CD,$$

在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中, $OD^2 + OB^2 = BD^2$,

$$\therefore OD^2 + 1 = (2 - OD)^2,$$

$$\therefore OD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore BD = \frac{5}{4},$$

$$\therefore DM_1 = \frac{3}{4}$$

过点 M_1 作 $M_1Q \perp y$ 轴,

$$\therefore M_1Q \parallel x \text{ 轴},$$

$$\therefore \triangle BOD \sim \triangle M_1QD,$$

$$\therefore \frac{OB}{M_1Q} = \frac{OD}{DQ} = \frac{BD}{DM_1},$$

$$\therefore \frac{1}{M_1Q} = \frac{\frac{3}{4}}{DQ} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{4}},$$

$$\therefore M_1Q = \frac{3}{5}, \quad DQ = \frac{9}{20},$$

$$\therefore OQ = \frac{3}{4} + \frac{9}{20} = \frac{6}{5},$$

$$\therefore M_1 \left(-\frac{3}{5}, -\frac{6}{5} \right),$$

②当 $\angle BCM = 90^\circ$ 时, 如图 3,

$$\therefore \angle OCM_3 + \angle OCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCB + \angle OBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCM_3 = \angle OBC,$$

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $OB = 1$, $OC = 2$,

$$\therefore \tan \angle OBC = \frac{OC}{OB} = 2,$$

$$\therefore \tan \angle OCM_3 = 2,$$

过点 M_3 作 $M_3H \perp y$ 轴于 H ,

在 $\text{Rt}\triangle CHM_3$ 中, $CM_3 = 1$,

设 $CH = m$, 则 $M_3H = 2m$,

根据勾股定理得, $m^2 + (2m)^2 = 1$,

$$\therefore m = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore M_3H = 2m = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad OH = OC - CH = 2 - \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore M_3 \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5} - 2 \right),$$

而点 M_4 与 M_3 关于点 C 对称,

$$\therefore M_4 \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5} - 2 \right),$$

即: 满足条件的点 M 的坐标为 $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{6}{5} \right)$ 或 $(1, -2)$ 或 $\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5} - 2 \right)$ 或 $\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5} - 2 \right)$.

