

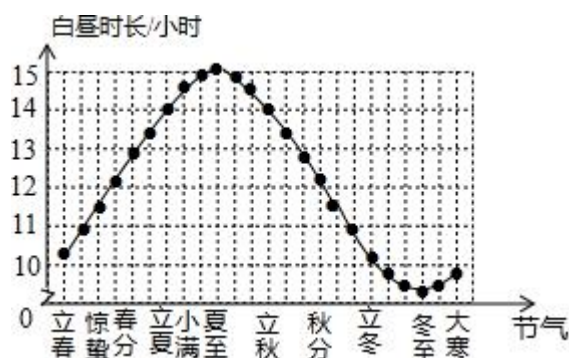
内蒙古呼和浩特市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1. (3.00 分) $-3 - (-2)$ 的值是 ()

A. -1 B. 1 C. 5 D. -5

2. (3.00 分) 二十四节气是中国古代劳动人民长期经验积累的结晶，它与白昼时长密切相关。当春分、秋分时，昼夜时长大致相等；当夏至时，白昼时长最长，根据如图，在下列选项中指出白昼时长低于 11 小时的节气 ()

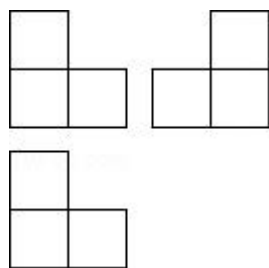


A. 惊蛰 B. 小满 C. 立秋 D. 大寒

3. (3.00 分) 已知一个多边形的内角和为 1080° ，则这个多边形是 ()

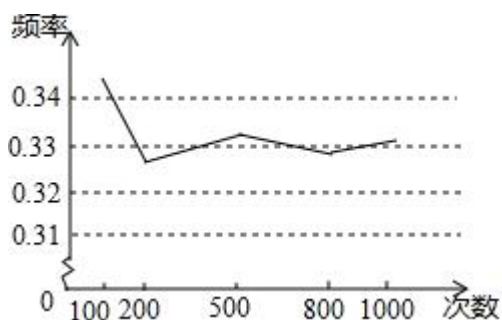
A. 九边形 B. 八边形 C. 七边形 D. 六边形

4. (3.00 分) 下面是几个一样的小正方体摆出的立体图形的三视图，由三视图可知小正方体的个数为 ()



A. 6 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个

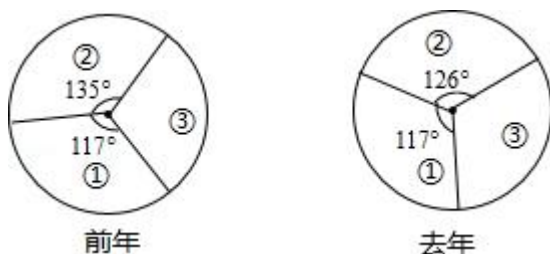
5. (3.00 分) 某学习小组做“用频率估计概率”的实验时，统计了某一结果出现的频率，绘制了如下折线统计图，则符合这一结果的实验最有可能的是 ()



- A. 袋中装有大小和质地都相同的 3 个红球和 2 个黄球，从中随机取一个，取到红球
- B. 掷一枚质地均匀的正六面体骰子，向上的面的点数是偶数
- C. 先后两次掷一枚质地均匀的硬币，两次都出现反面
- D. 先后两次掷一枚质地均匀的正六面体骰子，两次向上的面的点数之和是 7 或超过 9
6. (3.00 分) 若以二元一次方程 $x+2y-b=0$ 的解为坐标的点 (x, y) 都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+b-1$ 上，则常数 $b=$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. -1 D. 1

7. (3.00 分) 随着“三农”问题的解决，某农民近两年的年收入发生了明显变化，已知前年和去的年收入分别是 60000 元和 80000 元，下面是依据①②③三种农作物每种作物每年的收入占该年年收入的比例绘制的扇形统计图. 依据统计图得出的以下四个结论正确的是()



- A. ①的收入去年和前年相同
- B. ③的收入所占比例前年的比去年的大
- C. 去年②的收入为 2.8 万
- D. 前年年收入不止①②③三种农作物的收入
8. (3.00 分) 顺次连接平面上 A、B、C、D 四点得到一个四边形，从① $AB\parallel CD$ ② $BC=AD$ ③ $\angle A=\angle C$ ④ $\angle B=\angle D$ 四个条件中任取其中两个，可以得出“四边形 ABCD 是平行四边形”这一结论的情况共有 ()

A. 5 种 B. 4 种 C. 3 种 D. 1 种

9. (3.00 分) 下列运算及判断正确的是 () #ERR1

A. $-5 \times \frac{1}{5} \div (-\frac{1}{5}) \times 5 = 1$

B. 方程 $(x^2+x-1)^{x+3}=1$ 有四个整数解

C. 若 $a \times 567^3 = 10^3$, $a \div 10^3 = b$, 则 $a \times b = \frac{10^6}{567^3}$

D. 有序数对 (m^2+1, m) 在平面直角坐标系中对应的点一定在第一象限

10. (3.00 分) 若满足 $\frac{1}{2} < x \leq 1$ 的任意实数 x , 都能使不等式 $2x^3 - x^2 - mx > 2$ 成立, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m < -1$ B. $m \geq -5$ C. $m < -4$ D. $m \leq -4$

二、填空题 (本题共 6 小题, 每题 3 分, 共 18 分)

11. (3.00 分) 分解因式: $a^2b - 9b =$ _____.

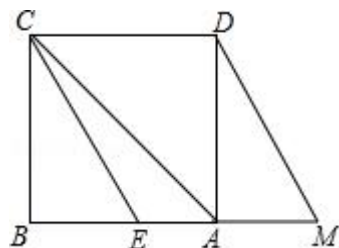
12. (3.00 分) 同一个圆的内接正方形和正三角形的边心距的比为_____.

13. (3.00 分) 文具店销售某种笔袋, 每个 18 元, 小华去购买这种笔袋, 结账时店员说: “如果你再多买一个就可以打九折, 价钱比现在便宜 36 元”, 小华说: “那就多买一个吧, 谢谢,” 根据两人的对话可知, 小华结账时实际付款_____元.

14. (3.00 分) 已知函数 $y = (2k-1)x+4$ (k 为常数), 若从 $-3 \leq k \leq 3$ 中任取 k 值, 则得到的函数是具有性质“ y 随 x 增加而增加”的一次函数的概率为_____.

15. (3.00 分) 若不等式组 $\begin{cases} 2a+x > 0 \\ \frac{1}{2}x > -\frac{a}{4}+1 \end{cases}$ 的解集中的任意 x , 都能使不等式 $x-5 > 0$ 成立, 则 a 的取值范围是_____.

16. (3.00 分) 如图, 已知正方形 $ABCD$, 点 M 是边 BA 延长线上的动点 (不与点 A 重合), 且 $AM < AB$, $\triangle CBE$ 由 $\triangle DAM$ 平移得到. 若过点 E 作 $EH \perp AC$, H 为垂足, 则有以下结论:
①点 M 位置变化, 使得 $\angle DHC = 60^\circ$ 时, $2BE = DM$; ②无论点 M 运动到何处, 都有 $DM = \sqrt{2}HM$;
③无论点 M 运动到何处, $\angle CHM$ 一定大于 135° . 其中正确结论的序号为_____.



三、解答题（本题共 9 题，72 分）

17. (10.00 分) 计算

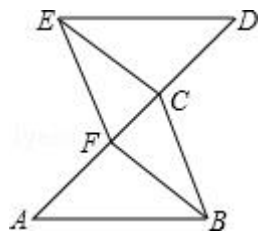
(1) 计算: $2^{-2} + (3\sqrt{27} - \frac{1}{4}\sqrt{6}) \div \sqrt{6} - 3\sin 45^\circ$;

(2) 解方程: $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$.

18. (6.00 分) 如图, 已知 A、F、C、D 四点在同一条直线上, $AF=CD$, $AB \parallel DE$, 且 $AB=DE$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 若 $EF=3$, $DE=4$, $\angle DEF=90^\circ$, 请直接写出使四边形 EFBC 为菱形时 AF 的长度.



19. (8.00 分) 下表是随机抽取的某公司部分员工的月收入资料.

月收入/ 元	45000	18000	10000	5500	5000	3400	3000	2000
人数	1	1	1	3	6	1	11	2

(1) 请计算以上样本的平均数和中位数;

(2) 甲乙两人分别用样本平均数和中位数来估计推断公司全体员工月收入水平, 请你写出甲乙两人的推断结论

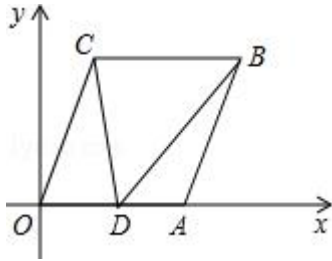
;

(3) 指出谁的推断比较科学合理, 能真实地反映公司全体员工月收入水平, 并说出另一个人的推断依据不能真实反映公司全体员工月收入水平的原因.

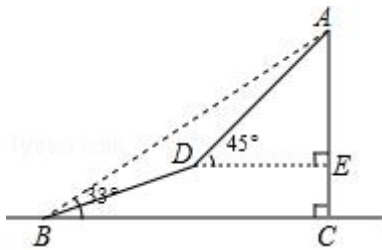
20. (8.00 分) 如图, 已知 A (6, 0), B (8, 5), 将线段 OA 平移至 CB, 点 D 在 x 轴正半轴上 (不与点 A 重合), 连接 OC, AB, CD, BD.

(1) 求对角线 AC 的长;

(2) 设点 D 的坐标为 (x, 0), $\triangle ODC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积分别记为 S_1 , S_2 . 设 $S=S_1-S_2$, 写出 S 关于 x 的函数解析式, 并探究是否存在点 D 使 S 与 $\triangle DBC$ 的面积相等? 如果存在, 用坐标形式写出点 D 的位置; 如果不存在, 说明理由.



21. (7.00 分) 如图，一座山的一段斜坡 BD 的长度为 600 米，且这段斜坡的坡度 $i=1:3$ (沿斜坡从 B 到 D 时，其升高的高度与水平前进的距离之比). 已知在地面 B 处测得山顶 A 的仰角为 33° ，在斜坡 D 处测得山顶 A 的仰角为 45° . 求山顶 A 到地面 BC 的高度 AC 是多少米? (结果用含非特殊角的三角函数和根式表示即可)

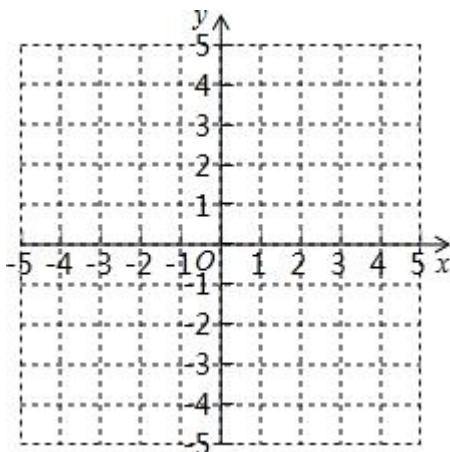


22. (6.00 分) 已知变量 x 、 y 对应关系如下表已知值呈现的对应规律.

x	$\cdots$	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	2	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\cdots$

(1) 依据表中给出的对应关系写出函数解析式，并在给出的坐标系中画出大致图象;

(2) 在这个函数图象上有一点 $P(x, y)$ ($x < 0$), 过点 P 分别作 x 轴和 y 轴的垂线，并延长与直线 $y=x-2$ 交于 A、B 两点，若 $\triangle PAB$ 的面积等于 $\frac{25}{2}$ ，求出 P 点坐标.



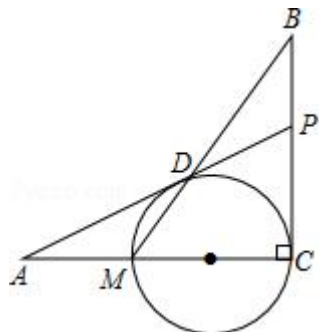
23. (7.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有两个实数根 x_1, x_2 ，请用配方法探索有实数根的条件，并推导出求根公式，证明 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

24. (10.00 分) 如图，已知 $BC \perp AC$ ，圆心 O 在 AC 上，点 M 与点 C 分别是 AC 与 $\odot O$ 的交

点，点 D 是 MB 与 $\odot O$ 的交点，点 P 是 AD 延长线与 BC 的交点，且 $\frac{AD}{AP} = \frac{AM}{AO}$.

(1) 求证：PD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AD=12$ ， $AM=MC$ ，求 $\frac{BP}{MD}$ 的值.



25. (10.00 分) 某市计划在十二年内通过公租房建设，解决低收入人群的住房问题. 已知前 7 年，每年竣工投入使用的公租房面积 y (单位：百万平方米)，与时间 x (第 x 年) 的关系构成一次函数，($1 \leq x \leq 7$ 且 x 为整数)，且第一和第三年竣工投入使用的公租房面积分别为 $\frac{23}{6}$ 和 $\frac{7}{2}$ 百万平方米；后 5 年每年竣工投入使用的公租房面积 y (单位：百万平方米)，与时间 x (第 x 年) 的关系是 $y = -\frac{1}{8}x + \frac{15}{4}$ ($7 < x \leq 12$ 且 x 为整数).

(1) 已知第 6 年竣工投入使用的公租房面积可解决 20 万人的住房问题，如果人均住房面积，最后一年要比第 6 年提高 20%，那么最后一年竣工投入使用的公租房面积可解决多少万人的住房问题？

(2) 受物价上涨等因素的影响，已知这 12 年中，每年竣工投入使用的公租房的租金各不相同，且第一年，一年 38 元/ m^2 ，第二年，一年 40 元/ m^2 ，第三年，一年 42 元/ m^2 ，第四年，一年 44 元/ m^2 ……以此类推，分析说明每平方米的年租金和时间能否构成函数，如果能，直接写出函数解析式；

(3) 在 (2) 的条件下，假设每年的公租房当年全部出租完，写出这 12 年中每年竣工投入使用的公租房的年租金 W 关于时间 x 的函数解析式，并求出 W 的最大值 (单位：亿元). 如果在 W 取得最大值的这一年，老张租用了 $58m^2$ 的房子，计算老张这一年应交付的租金.

参考答案与试题解析

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1. (3.00 分) $-3 - (-2)$ 的值是 ()

A. -1 B. 1 C. 5 D. -5

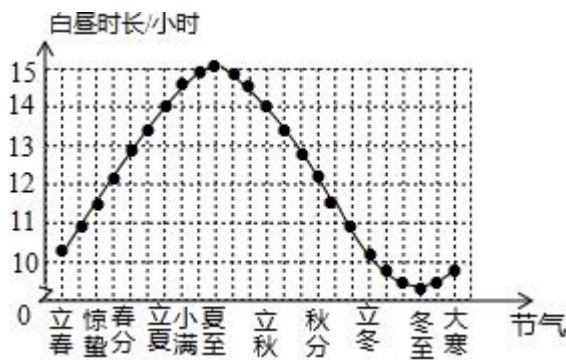
【分析】直接利用有理数的减法运算法则计算得出答案.

【解答】解: $-3 - (-2) = -3 + 2 = -1$.

故选: A.

【点评】此题主要考查了有理数的减法运算, 正确掌握运算法则是解题关键.

2. (3.00 分) 二十四节气是中国古代劳动人民长期经验积累的结晶, 它与白昼时长密切相关. 当春分、秋分时, 昼夜时长大致相等; 当夏至时, 白昼时长最长, 根据如图, 在下列选项中指出白昼时长低于 11 小时的节气 ()



A. 惊蛰 B. 小满 C. 立秋 D. 大寒

【分析】根据函数的图象确定每个节气白昼时长, 然后即可确定正确的选项.

【解答】解: A、惊蛰白昼时长为 11.5 小时, 高于 11 小时, 不符合题意;

B、小满白昼时长为 14.5 小时, 高于 11 小时, 不符合题意;

C、秋分白昼时长为 12.2 小时, 高于 11 小时, 不符合题意;

D、大寒白昼时长为 9.8 小时, 低于 11 小时, 符合题意,

故选: D.

【点评】考查了函数的图象的知识, 解题的关键是能够读懂函数的图象并从中整理出进一步解题的有关信息, 难度不大.

3. (3.00 分) 已知一个多边形的内角和为 1080° , 则这个多边形是 ()

A. 九边形 B. 八边形 C. 七边形 D. 六边形

【分析】 n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，如果已知多边形的边数，就可以得到一个关于边数的方程，解方程就可以求出多边形的边数.

【解答】解：根据 n 边形的内角和公式，得

$$(n-2) \cdot 180 = 1080,$$

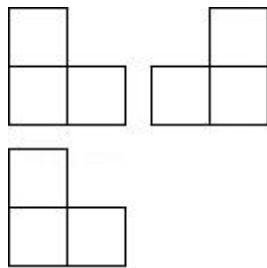
解得 $n=8$.

$\therefore$ 这个多边形的边数是 8.

故选：B.

【点评】本题考查了多边形的内角与外角，熟记内角和公式和外角和定理并列方程是解题的关键. 根据多边形的内角和定理，求边数的问题就可以转化为解方程的问题来解决.

4. (3.00 分) 下面是几个一样的小正方体摆出的立体图形的三视图，由三视图可知小正方体的个数为 ()



A. 6 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个

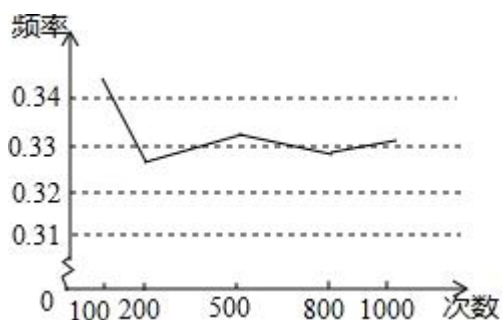
【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看所得到的图形. 根据三视图的知识，该几何体的底层应有 3 个小正方体，第二层应有 1 个小正方体.

【解答】解：综合三视图，这个立体图形的底层应该有 3 个，第二层应该有 1 个小正方体，因此构成这个立体图形的小正方体的个数是 $3+1=4$ 个.

故选：C.

【点评】本题考查了学生对三视图的理解和运用能力，同时也考查了空间想象能力. 如果掌握口诀“俯视图打地基，正视图疯狂盖，左视图拆违章”就更容易得到答案.

5. (3.00 分) 某学习小组做“用频率估计概率”的实验时，统计了某一结果出现的频率，绘制了如下折线统计图，则符合这一结果的实验最有可能的是 ()



- A. 袋中装有大小和质地都相同的 3 个红球和 2 个黄球，从中随机取一个，取到红球
- B. 掷一枚质地均匀的正六面体骰子，向上的面的点数是偶数
- C. 先后两次掷一枚质地均匀的硬币，两次都出现反面
- D. 先后两次掷一枚质地均匀的正六面体骰子，两次向上的面的点数之和是 7 或超过 9

【分析】根据统计图可知，试验结果在 0.33 附近波动，即其概率 $P \approx 0.33$ ，计算四个选项的概率，约为 0.33 者即为正确答案.

【解答】解：A、袋中装有大小和质地都相同的 3 个红球和 2 个黄球，从中随机取一个，取到红球的概率为 $\frac{3}{5}$ ，不符合题意；

B、掷一枚质地均匀的正六面体骰子，向上的面的点数是偶数的概率为 $\frac{1}{2}$ ，不符合题意；

C、先后两次掷一枚质地均匀的硬币，两次都出现反面的概率为 $\frac{1}{4}$ ，不符合题意；

D、先后两次掷一枚质地均匀的正六面体骰子，两次向上的面的点数之和是 7 或超过 9 的概率为 $\frac{1}{3}$ ，符合题意；

故选：D.

【点评】此题考查了利用频率估计概率，大量反复试验下频率稳定值即概率. 用到的知识点为：频率=所求情况数与总情况数之比.

6. (3.00 分) 若以二元一次方程 $x+2y-b=0$ 的解为坐标的点 (x, y) 都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+b-1$ 上，则常数 $b=$ ()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 2
- C. -1
- D. 1

【分析】直线解析式乘以 2 后和方程联立解答即可.

【解答】解：因为以二元一次方程 $x+2y-b=0$ 的解为坐标的点 (x, y) 都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+b-1$ 上，

直线解析式乘以 2 得 $2y = -x + 2b - 2$ ，变形为： $x + 2y - 2b + 2 = 0$

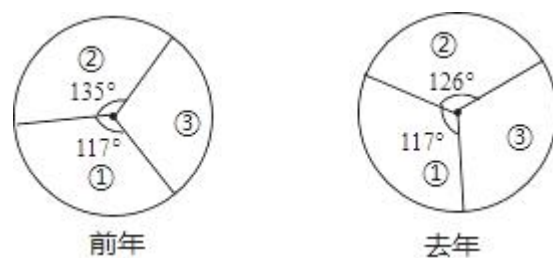
所以 $-b = -2b + 2$,

解得： $b = 2$,

故选：B.

【点评】此题考查一次函数与二元一次方程问题，关键是直线解析式乘以 2 后和方程联立解答.

7. (3.00 分) 随着“三农”问题的解决，某农民近两年的年收入发生了明显变化，已知前年和去的年收入分别是 60000 元和 80000 元，下面是依据①②③三种农作物每种作物每年的收入占该年年收入的比例绘制的扇形统计图. 依据统计图得出的以下四个结论正确的是()



- A. ①的收入去年和前年相同
- B. ③的收入所占比例前年的比去年的大
- C. 去年②的收入为 2.8 万
- D. 前年年收入不止①②③三种农作物的收入

【分析】根据扇形统计图中各项目的圆心角即可得出每部分占总体的百分比，据此对各选项逐一判断即可得.

【解答】解：A、前年①的收入为 $60000 \times \frac{117}{360} = 19500$ ，去年①的收入为 $80000 \times \frac{117}{360} = 26000$ ，此选项错误；

B、前年③的收入所占比例为 $\frac{360-135-117}{360} \times 100\% = 30\%$ ，去年③的收入所占比例为 $\frac{360-117-126}{360} \times 100\% = 32.5\%$ ，此选项错误；

C、去年②的收入为 $80000 \times \frac{126}{360} = 28000 = 2.8$ （万元），此选项正确；

D、前年年收入即为①②③三种农作物的收入，此选项错误；

故选：C.

【点评】本题主要考查扇形统计图，解题的关键是掌握扇形统计图是用整个圆表示总数用圆

内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数,并且通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系.

8. (3.00 分) 顺次连接平面上 A、B、C、D 四点得到一个四边形,从① $AB \parallel CD$ ② $BC=AD$ ③ $\angle A=\angle C$ ④ $\angle B=\angle D$ 四个条件中任取其中两个,可以得出“四边形 ABCD 是平行四边形”这一结论的情况共有 ()

A. 5 种 B. 4 种 C. 3 种 D. 1 种

【分析】根据平行四边形的判定定理可得出答案.

【解答】解:当①③时,四边形 ABCD 为平行四边形;

当①④时,四边形 ABCD 为平行四边形;

当③④时,四边形 ABCD 为平行四边形;

故选: C.

【点评】此题主要考查了平行四边形的判定,关键是掌握 (1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形. (2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形. (3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形. (4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形. (5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

9. (3.00 分) 下列运算及判断正确的是 () #ERR1

A. $-5 \times \frac{1}{5} \div (-\frac{1}{5}) \times 5 = 1$

B. 方程 $(x^2+x-1)^{x+3}=1$ 有四个整数解

C. 若 $a \times 567^3 = 10^3$, $a \div 10^3 = b$, 则 $a \times b = \frac{10^6}{567^3}$

D. 有序数对 (m^2+1, m) 在平面直角坐标系中对应的点一定在第一象限

【分析】依据有理数的乘除混合运算法则、零指数幂、同底数幂的乘法法则以及点的坐标,进行判断即可得出结论.

【解答】解: A. $-5 \times \frac{1}{5} \div (-\frac{1}{5}) \times 5 = -1 \times (-5) \times 5 = 25$, 故错误;

B. 方程 $(x^2+x-1)^{x+3}=1$ 有四个整数解: $x=1$, $x=-2$, $x=-3$, $x=-1$, 故正确;

C. 若 $a \times 567^3 = 10^3$, $a \div 10^3 = b$, 则 $a \times b = \frac{10^3}{567^3} \times \frac{1}{567^3} = \frac{10^3}{567^6}$, 故错误;

D. 有序数对 (m^2+1, m) 在平面直角坐标系中对应的点一定在第一象限或第四象限或 x 轴正半轴上, 故错误;

故选: B.

【点评】 本题主要考查了点的坐标, 有理数的混合运算以及零指数幂的综合运用, 解题时注意: 坐标平面内的点与有序实数对是一一对应的关系.

10. (3.00 分) 若满足 $\frac{1}{2} < x \leq 1$ 的任意实数 x , 都能使不等式 $2x^3 - x^2 - mx > 2$ 成立, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m < -1$ B. $m \geq -5$ C. $m < -4$ D. $m \leq -4$

【分析】 根据题意可以得到关于 m 的不等式, 再根据二次函数和反比例函数的性质可以去的 m 的取值范围.

【解答】 解: $\because$ 满足 $\frac{1}{2} < x \leq 1$ 的任意实数 x , 都能使不等式 $2x^3 - x^2 - mx > 2$ 成立,

$$\therefore m < 2x^2 - x - \frac{2}{x},$$

$$\therefore m \leq -4$$

故选: D.

【点评】 本题考查二次函数的性质、反比例函数的性质、不等式的性质, 解答本题的关键是明确题意, 求出相应的 m 的取值范围.

二、填空题 (本题共 6 小题, 每题 3 分, 共 18 分)

11. (3.00 分) 分解因式: $a^2b - 9b = \underline{b(a+3)(a-3)}$.

【分析】 首先提取公因式 b , 进而利用平方差公式分解因式即可.

【解答】 解: $a^2b - 9b$

$$= b(a^2 - 9)$$

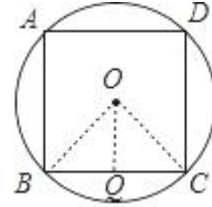
$$= b(a+3)(a-3).$$

故答案为: $b(a+3)(a-3)$.

【点评】 此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式, 熟练掌握公式法分解因式是解题关键.

12. (3.00 分) 同一个圆的内接正方形和正三角形的边心距的比为 $\sqrt{2}:1$.

【分析】 先化成同一个圆的内接正方形和内接正三角形，设 $\odot O$ 的半径为 R ，求出正方形的边心距和正三角形的边心距，再求出比值即可.



【解答】 解：设 $\odot O$ 的半径为 r ， $\odot O$ 的内接正方形 $ABCD$ ，如图，

过 O 作 $OQ \perp BC$ 于 Q ，连接 OB 、 OC ，即 OQ 为正方形 $ABCD$ 的边心距，

$\because$ 四边形 $BACD$ 是正方形， $\odot O$ 是正方形 $ABCD$ 的外接圆，

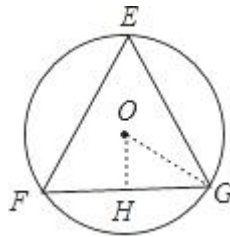
$\therefore O$ 为正方形 $ABCD$ 的中心，

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$ ，

$\because OQ \perp BC$ ， $OB = CO$ ，

$\therefore QC = BQ$ ， $\angle COQ = \angle BOQ = 45^\circ$ ，

$\therefore OQ = OC \times \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}R$ ；



设 $\odot O$ 的内接正 $\triangle EFG$ ，如图，

过 O 作 $OH \perp FG$ 于 H ，连接 OG ，即 OH 为正 $\triangle EFG$ 的边心距，

$\because$ 正 $\triangle EFG$ 是 $\odot O$ 的外接圆，

$\therefore \angle OGF = \frac{1}{2} \angle EGF = 30^\circ$ ，

$\therefore OH = OG \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2}R$ ，

$\therefore OQ : OH = (\frac{\sqrt{2}}{2}R) : (\frac{1}{2}R) = \sqrt{2} : 1$ ，

故答案为： $\sqrt{2} : 1$.

【点评】 本题考查了正多边形与圆、解直角三角形，等边三角形的性质、正方形的性质解直角三角形等知识点，能综合运用知识点进行推理和计算是解此题的关键.

13. (3.00 分) 文具店销售某种笔袋，每个 18 元，小华去购买这种笔袋，结账时店员说：“如

果你再多买一个就可以打九折，价钱比现在便宜 36 元”，小华说：“那就多买一个吧，谢谢，”根据两人的对话可知，小华结账时实际付款 486 元.

【分析】 设小华购买了 x 个笔袋，根据原单价 $\times$ 购买数量 $(x-1)$ - 打九折后的单价 $\times$ 购买数量 (x) = 节省的钱数，即可得出关于 x 的一元一次方程，解之即可求出小华购买的数量，再根据总价 = 单价 $\times 0.9 \times$ 购买数量，即可求出结论.

【解答】 解：设小华购买了 x 个笔袋，
根据题意得： $18(x-1) - 18 \times 0.9x = 36$ ，
解得： $x = 30$ ，
 $\therefore 18 \times 0.9x = 18 \times 0.9 \times 30 = 486$.

答：小华结账时实际付款 486 元.

故答案为：486.

【点评】 本题考查了一元一次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键.

14. (3.00 分) 已知函数 $y = (2k-1)x + 4$ (k 为常数)，若从 $-3 \leq k \leq 3$ 中任取 k 值，则得到的函数是具有性质“ y 随 x 增加而增加”的一次函数的概率为 $\frac{5}{12}$.

【分析】 直接利用一次函数增减性结合 k 的取值范围进而得出答案.

【解答】 解：当 $2k-1 > 0$ 时，
解得： $k > \frac{1}{2}$ ，则 $\frac{1}{2} < k \leq 3$ 时， y 随 x 增加而增加，
故 $-3 \leq k < \frac{1}{2}$ 时， y 随 x 增加而减小，

则得到的函数是具有性质“ y 随 x 增加而增加”的一次函数的概率为： $\frac{3 - \frac{1}{2}}{3 - (-3)} = \frac{5}{12}$.
故答案为： $\frac{5}{12}$.

【点评】 此题主要考查了概率公式以及一次函数的性质，关键是掌握概率的计算方法.

15. (3.00 分) 若不等式组 $\begin{cases} 2a+x > 0 \\ \frac{1}{2}x > -\frac{a}{4}+1 \end{cases}$ 的解集中的任意 x ，都能使不等式 $x-5 > 0$ 成立，
则 a 的取值范围是 $a \leq -6$.

【分析】先求出每个不等式的解集，再根据已知得出关于 a 的不等式，求出不等式的解集，再判断即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2a+x>0① \\ \frac{1}{2}x>-\frac{a}{4}+1② \end{cases}$$

$\therefore$ 解不等式①得： $x > -2a$,

解不等式②得： $x > -\frac{1}{2}a+2$,

又 $\therefore$ 不等式 $x-5>0$ 的解集是 $x>5$,

$\therefore -2a \geq 5$ 或 $-\frac{1}{2}a+2 \geq 5$,

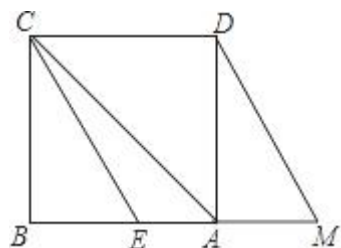
解得： $a \leq -2.5$ 或 $a \leq -6$,

经检验 $a \leq -2.5$ 不符合,

故答案为： $a \leq -6$.

【点评】本题考查了解一元一次不等式和解一元一次不等式组，能得出关于 a 的不等式是解此题的关键.

16. (3.00 分) 如图，已知正方形 $ABCD$ ，点 M 是边 BA 延长线上的动点（不与点 A 重合），且 $AM < AB$ ， $\triangle CBE$ 由 $\triangle DAM$ 平移得到. 若过点 E 作 $EH \perp AC$ ， H 为垂足，则有以下结论：
①点 M 位置变化，使得 $\angle DHC=60^\circ$ 时， $2BE=DM$ ；②无论点 M 运动到何处，都有 $DM=\sqrt{2}HM$ ；
③无论点 M 运动到何处， $\angle CHM$ 一定大于 135° . 其中正确结论的序号为 ①②③.



【分析】先判定 $\triangle MEH \cong \triangle DAH$ (SAS)，即可得到 $\triangle DHM$ 是等腰直角三角形，进而得出 $DM=\sqrt{2}HM$ ；依据当 $\angle DHC=60^\circ$ 时， $\angle ADH=60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$ ，即可得到 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中， $DM=2AM$ ，即可得到 $DM=2BE$ ；依据点 M 是边 BA 延长线上的动点（不与点 A 重合），且 $AM < AB$ ，可得 $\angle AHM < \angle BAC=45^\circ$ ，即可得出 $\angle CHM > 135^\circ$.

【解答】解：由题可得， $AM=BE$,

$\therefore AB=EM=AD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形， $EH \perp AC$,

$\therefore EM=AH$, $\angle AHE=90^\circ$, $\angle MEH=\angle DAH=45^\circ=\angle EAH$,

$\therefore EH=AH$,

$\therefore \triangle MEH \cong \triangle DAH$ (SAS),

$\therefore \angle MHE=\angle DHA$, $MH=DH$,

$\therefore \angle MHD=\angle AHE=90^\circ$, $\triangle DHM$ 是等腰直角三角形,

$\therefore DM=\sqrt{2}HM$, 故②正确;

当 $\angle DHC=60^\circ$ 时, $\angle ADH=60^\circ-45^\circ=15^\circ$,

$\therefore \angle ADM=45^\circ-15^\circ=30^\circ$,

$\therefore$ Rt $\triangle ADM$ 中, $DM=2AM$,

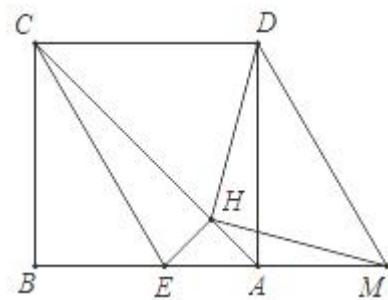
即 $DM=2BE$, 故①正确;

$\therefore$ 点 M 是边 BA 延长线上的动点 (不与点 A 重合), 且 $AM < AB$,

$\therefore \angle AHM < \angle BAC=45^\circ$,

$\therefore \angle CHM > 135^\circ$, 故③正确;

故答案为: ①②③.



【点评】 本题考查的是正方形的性质、全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的判定与性质的综合运用, 掌握正方形的性质、全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

三、解答题 (本题共 9 题, 72 分)

17. (10.00 分) 计算

(1) 计算: $2^{-2} + (3\sqrt{27} - \frac{1}{4}\sqrt{6}) \div \sqrt{6} - 3\sin 45^\circ$;

(2) 解方程: $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$.

【分析】 (1) 根据实数混合运算顺序和运算法则计算可得;

(2) 根据解分式方程的步骤依次计算可得.

【解答】解：(1) 原式 $= -\frac{1}{4} + (9\sqrt{3} - \frac{\sqrt{6}}{4}) \div \sqrt{6} - 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $= -\frac{1}{4} + \frac{9\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $= 3\sqrt{2};$

(2) 两边都乘以 $x-2$, 得: $x-3+x-2=-3$,

解得: $x=1$,

检验: $x=1$ 时, $x-2=-1 \neq 0$,

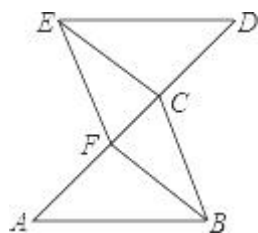
所以分式方程的解为 $x=1$.

【点评】 本题主要考查实数的混合运算与解分式方程的能力, 解题的关键是掌握解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

18. (6.00 分) 如图, 已知 A、F、C、D 四点在同一条直线上, $AF=CD$, $AB \parallel DE$, 且 $AB=DE$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 若 $EF=3$, $DE=4$, $\angle DEF=90^\circ$, 请直接写出使四边形 EFBC 为菱形时 AF 的长度.



【分析】 (1) 根据 SAS 即可证明.

(2) 解直角三角形求出 DF、OE、OF 即可解决问题;

【解答】 (1) 证明: $\because AB \parallel DE$,

$$\therefore \angle A = \angle D,$$

$$\because AF = CD,$$

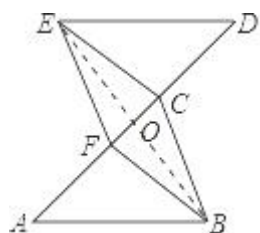
$$\therefore AF + FC = CD + FC,$$

$$\text{即 } AC = DF,$$

$$\because AB = DE,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF.$$

(2) 如图, 连接 AB 交 AD 于 O.



在 $\text{Rt}\triangle EFD$ 中, $\because \angle DEF=90^\circ$, $EF=3$, $DE=4$,

$$\therefore DF=\sqrt{3^2+4^2}=5,$$

$\because$ 四边形 $EFBC$ 是菱形,

$$\therefore BE \perp CF, \therefore EO=\frac{DE \cdot EF}{DF}=\frac{12}{5},$$

$$\therefore OF=OC=\sqrt{EF^2-EO^2}=\frac{9}{5},$$

$$\therefore CF=\frac{18}{5},$$

$$\therefore AF=CD=DF-FC=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}.$$

【点评】 本题考查全等三角形的判定和性质、菱形的性质、勾股定理等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题.

19. (8.00 分) 下表是随机抽取的某公司部分员工的月收入资料.

月收入/ 元	45000	18000	10000	5500	5000	3400	3000	2000
人数	1	1	1	3	6	1	11	2

(1) 请计算以上样本的平均数和中位数;

(2) 甲乙两人分别用样本平均数和中位数来估计推断公司全体员工月收入水平, 请你写出甲乙两人的推断结论;

(3) 指出谁的推断比较科学合理, 能真实地反映公司全体员工月收入水平, 并说出另一个人的推断依据不能真实反映公司全体员工月收入水平的原因.

【分析】 (1) 要求平均数只要求出各个数据之和再除以数据个数即可; 对于中位数, 因图中是按从小到大的顺序排列的, 所以只要找出最中间的一个数 (或最中间的两个数) 即可;

(2) 甲从员工平均工资水平的角度推断公司员工月收入, 乙从员工中间工资水平的角度推断公司员工的收入;

(3) 推断的合理性取决于数据的极差、某些数据的集中程度等因素.

【 解 答 】 解 : (1) 样 本 的 平 均 数 为 :

$$\frac{45000+18000+10000+5500 \times 3+5000 \times 6+3400+3000 \times 11+2000 \times 1+1+1+3+6+1+11+2}{1+1+1+3+6+1+11+2}$$

=6150;

这组数据共有 26 个, 第 13、14 个数据分别是 3400、3000,

所以样本的中位数为: $\frac{3400+3000}{2}=3200$.

(2) 甲: 由样本平均数 6150 元, 估计公司全体员工月平均收入大约为 6150 元;

乙: 由样本中位数为 3200 元, 估计公司全体员工约有一半的月收入超过 3200 元, 约有一半的月收入不足 3200 元.

(3) 乙的推断比较科学合理.

由题意知样本中的 26 名员工, 只有 3 名员工的收入在 6150 元以上, 原因是该样本数据极差较大,

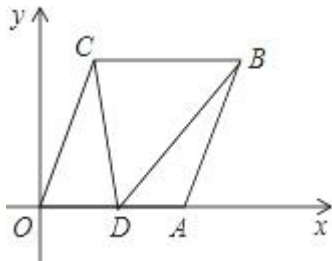
所以平均数不能真实的反映实际情况.

【点评】 本题考查了计算平均数和中位数, 并用中位数和平均数说明具体问题. 题目难度不大, 有的问题的答案不唯一.

20. (8.00 分) 如图, 已知 A (6, 0), B (8, 5), 将线段 OA 平移至 CB, 点 D 在 x 轴正半轴上 (不与点 A 重合), 连接 OC, AB, CD, BD.

(1) 求对角线 AC 的长;

(2) 设点 D 的坐标为 (x, 0), $\triangle ODC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积分别记为 S_1 , S_2 . 设 $S=S_1-S_2$, 写出 S 关于 x 的函数解析式, 并探究是否存在点 D 使 S 与 $\triangle DBC$ 的面积相等? 如果存在, 用坐标形式写出点 D 的位置; 如果不存在, 说明理由.



【分析】 (1) 根据平移的性质可以求得点 C 的坐标, 然后根据两点间的距离公式即可求得 AC 的长;

(2) 根据题意, 可以分别表示出 S_1 , S_2 , 从而可以得到 S 关于 x 的函数解析式, 由图和题目中的条件可以求得 $\triangle CDB$ 的面积, 从而可以求得满足条件的点 D 的坐标, 本题得以解决.

【解答】 解: (1) $\because A(6, 0), B(8, 5)$, 线段 OA 平移至 CB ,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(2, 5)$,

$$\therefore AC = \sqrt{(6-2)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{41};$$

(2) 当点 D 在线段 OA 上时,

$$S_1 = \frac{x \cdot 5}{2} = \frac{5}{2}x, \quad S_2 = \frac{(6-x) \times 5}{2} = -\frac{5}{2}x + 15,$$

$$\therefore S = S_1 - S_2 = \frac{5}{2}x - (-\frac{5}{2}x + 15) = 5x - 15,$$

当点 D 在 OA 的延长线上时,

$$S_1 = \frac{x \cdot 5}{2} = \frac{5}{2}x, \quad S_2 = \frac{(x-6) \times 5}{2} = \frac{5}{2}x - 15,$$

$$\therefore S = S_1 - S_2 = \frac{5}{2}x - (\frac{5}{2}x - 15) = 15,$$

$$\text{由上可得, } S = \begin{cases} 5x-15 & (0 < x < 6) \\ 15 & (x > 6) \end{cases},$$

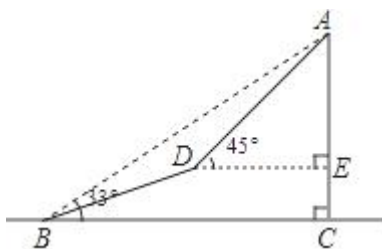
$$\therefore S_{\triangle DBC} = \frac{6 \times 5}{2} = 15,$$

$\therefore$ 点 D 在 OA 的延长线上的任意一点都满足条件,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(x, 0) (x > 6)$.

【点评】 本题考查一元一次方程的应用、平移的性质、两点间的距离公式, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合思想和分类讨论的数学思想解答.

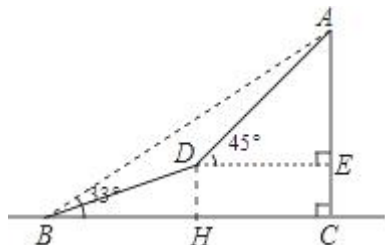
21. (7.00 分) 如图, 一座山的一段斜坡 BD 的长度为 600 米, 且这段斜坡的坡度 $i=1:3$ (沿斜坡从 B 到 D 时, 其升高的高度与水平前进的距离之比). 已知在地面 B 处测得山顶 A 的仰角为 33° , 在斜坡 D 处测得山顶 A 的仰角为 45° . 求山顶 A 到地面 BC 的高度 AC 是多少米? (结果用含非特殊角的三角函数和根式表示即可)



【分析】作 $DH \perp BC$ 于 H . 设 $AE=x$. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 根据 $\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$, 构建方程即可

解决问题;

【解答】解: 作 $DH \perp BC$ 于 H . 设 $AE=x$.



$\therefore DH: BH=1: 3$,

在 $Rt\triangle BDH$ 中, $DH^2 + (3DH)^2 = 600^2$,

$\therefore DH=60\sqrt{10}$, $BH=180\sqrt{10}$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $\therefore \angle ADE=45^\circ$,

$\therefore DE=AE=x$,

$\therefore$ 又 $HC=ED$, $EC=DH$,

$\therefore HC=x$, $EC=60\sqrt{10}$,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\tan 33^\circ = \frac{x+60\sqrt{10}}{180\sqrt{10}+x}$,

$\therefore x = \frac{180\sqrt{10}\tan 33^\circ - 60\sqrt{10}}{1-\tan 33^\circ}$,

$\therefore AC=AE+EC = \frac{180\sqrt{10}\tan 33^\circ - 60\sqrt{10}}{1-\tan 33^\circ} + 60\sqrt{10} = \frac{120\sqrt{10}\tan 33^\circ}{1-\tan 33^\circ}$.

答: 山顶 A 到地面 BC 的高度 AC 是 $\frac{120\sqrt{10}\tan 33^\circ}{1-\tan 33^\circ}$ 米

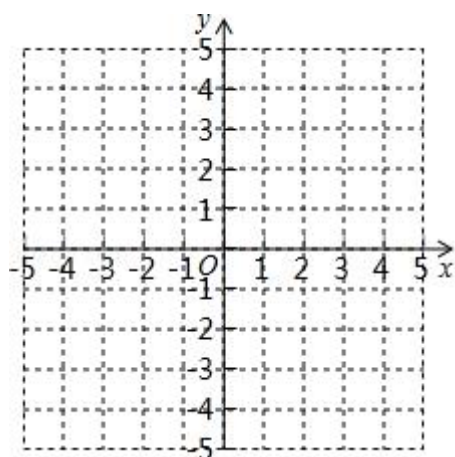
【点评】本题考查仰角的定义, 要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形. 解此题的关键是掌握数形结合思想与方程思想的应用.

22. (6.00 分) 已知变量 x 、 y 对应关系如下表已知值呈现的对应规律.

x	$\cdots$	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	2	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\cdots$

(1) 依据表中给出的对应关系写出函数解析式, 并在给出的坐标系中画出大致图象;

(2) 在这个函数图象上有一点 $P(x, y)$ ($x < 0$), 过点 P 分别作 x 轴和 y 轴的垂线, 并延长与直线 $y=x-2$ 交于 A 、 B 两点, 若 $\triangle PAB$ 的面积等于 $\frac{25}{2}$, 求出 P 点坐标.



【分析】(1) 根据图可知 $xy = -2$ ，再根据表格秒点即可画出图象；

(2) 设点 $P(x, -\frac{2}{x})$ ，则点 $A(x, x-2)$ ，由题意可知 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，可列出 $-\frac{2}{x} - x + 2 = 5$ ，从而可求出 x 的值.

【解答】解：(1) 由图可知： $y = -\frac{2}{x}$

(2) 设点 $P(x, -\frac{2}{x})$ ，则点 $A(x, x-2)$

由题意可知 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，

$$\therefore S_{\triangle PAB} = \frac{25}{2},$$

$$\therefore PA = PB = 5,$$

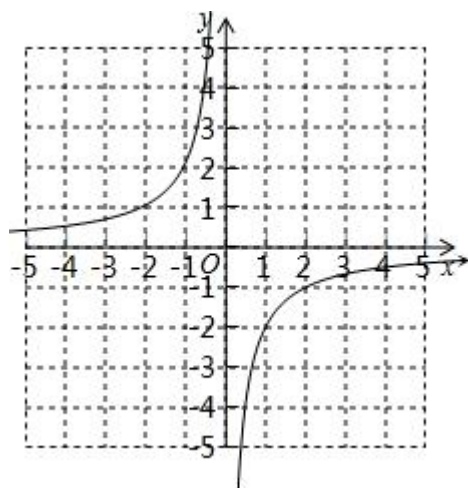
$$\therefore x < 0,$$

$$\therefore PA = y_P - y_A = -\frac{2}{x} - x + 2$$

$$\text{即 } -\frac{2}{x} - x + 2 = 5$$

$$\text{解得： } x_1 = -2, x_2 = -1$$

$$\therefore \text{点 } P(-2, 1) \text{ 或 } (-1, 2)$$



【点评】本题考查反比例函数与一次函数的综合问题，解题的关键是求出反比例函数的解析式，本题数中等题型.

23. (7.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有两个实数根 x_1, x_2 , 请用配方法探索有实数根的条件, 并推导出求根公式, 证明 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a}$.

【分析】由 a 不为 0, 在方程两边同时除以 a , 把二次项系数化为 1, 然后把常数项移项到方程右边, 两边都加上一次项系数一半的平方即 $(\frac{b}{2a})^2$, 左边变为完全平方式, 右边大于等于 0 时, 开方即可得到求根公式; 由求根公式求出的两个根相乘, 化简后即可得证.

【解答】解: $\because ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$),

$$\therefore x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

$$\therefore x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2,$$

$$\text{即 } (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2},$$

$$\because 4a^2 > 0,$$

$\therefore$ 当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时, 方程有实数根,

$$\therefore x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\therefore \text{当 } b^2 - 4ac > 0 \text{ 时, } x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$\text{当 } b^2 - 4ac = 0 \text{ 时, } x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a};$$

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a},$$

$$\text{或 } x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a},$$

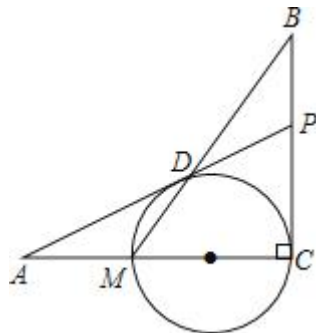
$$\therefore x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

【点评】此题考查了利用配方法推导求根公式，由求根公式推导根与系数的关系，以及根与系数关系的运用，其中利用配方法推导求根公式是一个难点，要求学生必须掌握推导过程每一步的依据，即要搞清为什么，根与系数关系应用的前提必须是一元二次方程有解，即 $b^2 - 4ac \geq 0$ ，在运用根与系数关系时，往往利用配方，提取公因式，通分等方法把所求的式子化为与两根之和及两根之积有关的式子，然后把求出的两根之和与两根之积整体代入即可求出值。

24. (10.00 分) 如图，已知 $BC \perp AC$ ，圆心 O 在 AC 上，点 M 与点 C 分别是 AC 与 $\odot O$ 的交点，点 D 是 MB 与 $\odot O$ 的交点，点 P 是 AD 延长线与 BC 的交点，且 $\frac{AD}{AP} = \frac{AM}{AO}$ 。

(1) 求证： PD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AD=12$ ， $AM=MC$ ，求 $\frac{BP}{MD}$ 的值。



【分析】(1) 欲证明 PD 是 $\odot O$ 的切线，只要证明 $OD \perp PA$ 即可解决问题；

(2) 连接 CD 。由 (1) 可知： $PC=PD$ ，由 $AM=MC$ ，推出 $AM=2MO=2R$ ，在 $Rt\triangle AOD$ 中， $OD^2 + AD^2 = OA^2$ ，可得 $R^2 + 12^2 = 9R^2$ ，推出 $R=3\sqrt{2}$ ，推出 $OD=3\sqrt{2}$ ， $MC=6\sqrt{2}$ ，由 $\frac{AD}{AP} = \frac{AM}{AO}$ ，可得 $DP=6$ ，再利用相似三角形的性质求出 MD 即可解决问题；

【解答】(1) 证明：连接 OD 、 OP 、 CD 。

$$\therefore \frac{AD}{AP} = \frac{AM}{AO}, \quad \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ADM \sim \triangle APO,$$

$\therefore \angle ADM = \angle APO$,
 $\therefore MD \parallel PO$,
 $\therefore \angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$,
 $\because OD = OM$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 4$,
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$,
 $\because OP = OP, OD = OC$,
 $\therefore \triangle ODP \cong \triangle OCP$,
 $\therefore \angle ODP = \angle OCP$,
 $\because BC \perp AC$,
 $\therefore \angle OCP = 90^\circ$,
 $\therefore OD \perp AP$,
 $\therefore PD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 连接 CD . 由 (1) 可知: $PC = PD$,
 $\therefore AM = MC$,
 $\therefore AM = 2MO = 2R$,
 在 $Rt\triangle AOD$ 中, $OD^2 + AD^2 = OA^2$,
 $\therefore R^2 + 12^2 = 9R^2$,
 $\therefore R = 3\sqrt{2}$,
 $\therefore OD = 3\sqrt{2}, MC = 6\sqrt{2}$,
 $\therefore \frac{AD}{AP} = \frac{AM}{MO} = \frac{2}{3}$,
 $\therefore DP = 6$,
 $\because O$ 是 MC 的中点,
 $\therefore \frac{CO}{MC} = \frac{CP}{CB} = \frac{1}{2}$,
 $\therefore$ 点 P 是 BC 的中点,
 $\therefore BP = CP = DP = 6$,
 $\because MC$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle BDC = \angle CDM = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中, $\because BC=2DP=12$, $MC=6\sqrt{2}$,

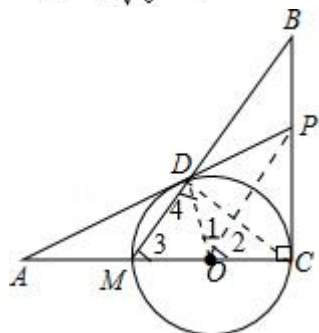
$$\therefore BM=6\sqrt{6},$$

$$\because \triangle BCM \sim \triangle CDM,$$

$$\therefore \frac{MD}{MC} = \frac{MC}{BM}, \text{ 即 } \frac{MD}{6\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{6}},$$

$$\therefore MD=2\sqrt{6},$$

$$\therefore \frac{BP}{MD} = \frac{6}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$



【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质、圆周角定理、切线的判定和性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造相似三角形解决问题, 属于中考常考题型.

25. (10.00 分) 某市计划在十二年内通过公租房建设, 解决低收入人群的住房问题. 已知前 7 年, 每年竣工投入使用的公租房面积 y (单位: 百万平方米), 与时间 x (第 x 年) 的关系构成一次函数, ($1 \leq x \leq 7$ 且 x 为整数), 且第一和第三年竣工投入使用的公租房面积分别为 $\frac{23}{6}$ 和 $\frac{7}{2}$ 百万平方米; 后 5 年每年竣工投入使用的公租房面积 y (单位: 百万平方米), 与时间 x (第 x 年) 的关系是 $y = -\frac{1}{8}x + \frac{15}{4}$ ($7 < x \leq 12$ 且 x 为整数).

(1) 已知第 6 年竣工投入使用的公租房面积可解决 20 万人的住房问题, 如果人均住房面积, 最后一年要比第 6 年提高 20%, 那么最后一年竣工投入使用的公租房面积可解决多少万人的住房问题?

(2) 受物价上涨等因素的影响, 已知这 12 年中, 每年竣工投入使用的公租房的租金各不相同, 且第一年, 一年 38 元/ m^2 , 第二年, 一年 40 元/ m^2 , 第三年, 一年 42 元/ m^2 , 第四年, 一年 44 元/ m^2 ……以此类推, 分析说明每平方米的年租金和时间能否构成函数, 如果能, 直接写出函数解析式;

(3) 在 (2) 的条件下, 假设每年的公租房当年全部出租完, 写出这 12 年中每年竣工投入使用的公租房的年租金 W 关于时间 x 的函数解析式, 并求出 W 的最大值 (单位: 亿元). 如

果在 W 取得最大值的这一年，老张租用了 58m^2 的房子，计算老张这一年应交付的租金.

【分析】 (1) 利用待定系数法求出一次函数解析式，代入计算即可；

(2) 根据函数的概念判断即可；

(3) 分 $1 \leq x \leq 7$ 、 $7 < x \leq 12$ 两种情况列出函数解析式，根据二次函数的性质解答.

【解答】 解：(1) 设 $y=kx+b$ ($1 \leq x \leq 7$),

$$\text{由题意得, } \begin{cases} k+b=\frac{23}{6} \\ 3k+b=\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得 } k=-\frac{1}{6}, b=4$$

$$\therefore y=-\frac{1}{6}x+4 \quad (1 \leq x \leq 7)$$

$$\therefore x=6 \text{ 时, } y=-\frac{1}{6} \times 6+4=3 \therefore 300 \div 20=15, 15(1+20\%)=18,$$

$$\text{又 } x=12 \text{ 时, } y=-\frac{1}{8} \times 12+\frac{15}{4}=\frac{9}{4} \therefore \frac{9}{4} \times 100 \div 18=12.5 \text{ 万人,}$$

所以最后一年可解决 12.5 万人的住房问题；

(2) 由于每平方米的年租金和时间都是变量，且对于每一个确定的时间 x 的值，每平方米的年租金 m 都有唯一的值与它对应，所以它们能构成函数.

由题意知 $m=2x+36$ ($1 \leq x \leq 12$)

$$(3) \text{ 解: } W=\begin{cases} (2x+36)(-\frac{1}{6}x+4)=-\frac{1}{3}x^2+2x+144=-\frac{1}{3}(x-3)^2+147 & (1 \leq x \leq 7) \\ (2x+36)(-\frac{1}{8}x+\frac{15}{4})=-\frac{1}{4}x^2+3x+135=-\frac{1}{4}(x-6)^2+144 & (7 < x \leq 12) \end{cases}$$

$$\therefore \text{当 } x=3 \text{ 时 } W_{\max}=147, x=8 \text{ 时 } W_{\max}=143, 147 > 143$$

$$\therefore \text{当 } x=3 \text{ 时, 年租金最大, } W_{\max}=1.47 \text{ 亿元}$$

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, } m=2 \times 3+36=42 \text{ 元}$$

$$58 \times 42=2436 \text{ 元}$$

答：老张这一年应交租金为 2436 元.

【点评】 本题考查的是二次函数的应用，正确列出二次函数解析式、掌握二次函数的性质是解题的关键.