

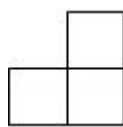
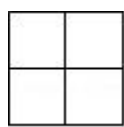
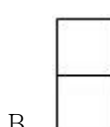
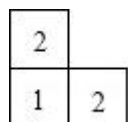
内蒙古包头市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题：本大题共有 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。每小题只有一个正确选项

1. (3.00 分) 计算 $-\sqrt{4}-|-3|$ 的结果是 ()

A. -1 B. -5 C. 1 D. 5

2. (3.00 分) 如图，是由几个大小相同的小立方块所搭几何体的俯视图，其中小正方形中的数字表示在该位置的小立方块的个数，则这个几何体的主视图是 ()



3. (3.00 分) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 1$ B. $x > 0$ C. $x \geq 1$ D. $x > 1$

4. (3.00 分) 下列事件中，属于不可能事件的是 ()

A. 某个数的绝对值大于 0

B. 某个数的相反数等于它本身

C. 任意一个五边形的外角和等于 540°

D. 长分别为 3, 4, 6 的三条线段能围成一个三角形

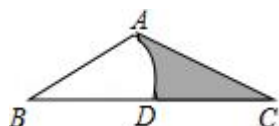
5. (3.00 分) 如果 $2x^{a+1}y$ 与 x^2y^{b-1} 是同类项，那么 $\frac{a}{b}$ 的值是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. 3

6. (3.00 分) 一组数据 1, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6 的众数和方差分别是 ()

A. 4, 1 B. 4, 2 C. 5, 1 D. 5, 2

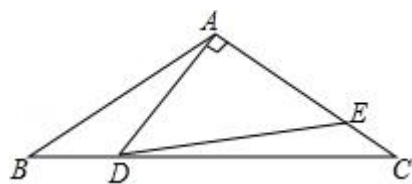
7. (3.00 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=2$ ， $BC=4$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，以点 B 为圆心，AB 长为半径画弧，交 BC 于点 D，则图中阴影部分的面积是 ()



A. $2 - \frac{\pi}{3}$ B. $2 - \frac{\pi}{6}$ C. $4 - \frac{\pi}{3}$ D. $4 - \frac{\pi}{6}$

8. (3.00 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\triangle ADE$ 的顶点 D, E 分别在 BC, AC 上，且 $\angle$

DAE=90°, AD=AE. 若 $\angle C + \angle BAC = 145^\circ$, 则 $\angle EDC$ 的度数为 ()



- A. 17.5° B. 12.5° C. 12° D. 10°

9. (3.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m - 2 = 0$ 有两个实数根, m 为正整数, 且该方程的根都是整数, 则符合条件的所有正整数 m 的和为 ()

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

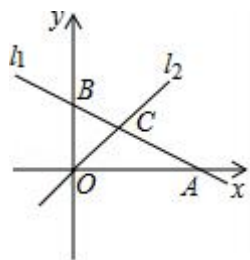
10. (3.00 分) 已知下列命题:

- ①若 $a^3 > b^3$, 则 $a^2 > b^2$;
- ②若点 A (x_1, y_1) 和点 B (x_2, y_2) 在二次函数 $y = x^2 - 2x - 1$ 的图象上, 且满足 $x_1 < x_2 < 1$, 则 $y_1 > y_2 > -2$;
- ③在同一平面内, a, b, c 是直线, 且 $a \parallel b, b \perp c$, 则 $a \parallel c$;
- ④周长相等的所有等腰直角三角形全等.

其中真命题的个数是 ()

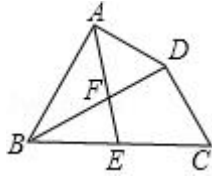
- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

11. (3.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x + 1$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A 和点 B, 直线 $l_2: y = kx$ ($k \neq 0$) 与直线 l_1 在第一象限交于点 C. 若 $\angle BOC = \angle BCO$, 则 k 的值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

12. (3.00 分) 如图, 在四边形 ABCD 中, BD 平分 $\angle ABC$, $\angle BAD = \angle BDC = 90^\circ$, E 为 BC 的中点, AE 与 BD 相交于点 F. 若 $BC = 4$, $\angle CBD = 30^\circ$, 则 DF 的长为 ()



- A. $\frac{2}{5}\sqrt{3}$ B. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ C. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ D. $\frac{4}{5}\sqrt{3}$

二、填空题：本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

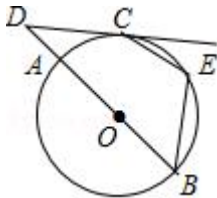
13. (3.00 分) 若 $a - 3b = 2$, $3a - b = 6$, 则 $b - a$ 的值为_____.

14. (3.00 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+7 > 3(x+1) \\ \frac{2}{3}x - \frac{3x+4}{6} \leq \frac{2}{3} \end{cases}$ 的非负整数解有_____个.

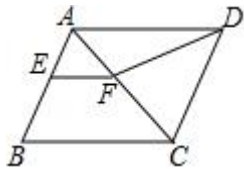
15. (3.00 分) 从 -2 , -1 , 1 , 2 四个数中, 随机抽取两个数相乘, 积为大于 -4 小于 2 的概率是_____.

16. (3.00 分) 化简: $\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x} \div (\frac{4}{x+2} - 1) =$ _____.

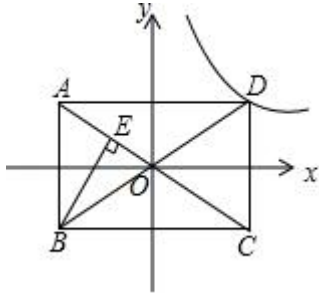
17. (3.00 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 过点 C 的切线与 BA 的延长线交于点 D, 点 E 在 $\widehat{BC}$ 上 (不与点 B, C 重合), 连接 BE, CE. 若 $\angle D = 40^\circ$, 则 $\angle BEC =$ _____度.



18. (3.00 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC 是一条对角线, $EF \parallel BC$, 且 EF 与 AB 相交于点 E, 与 AC 相交于点 F, $3AE = 2EB$, 连接 DF. 若 $S_{\triangle AEF} = 1$, 则 $S_{\triangle ADF}$ 的值为_____.



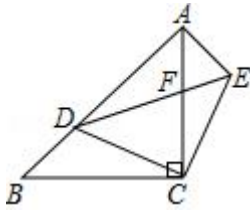
19. (3.00 分) 以矩形 ABCD 两条对角线的交点 O 为坐标原点, 以平行于两边的方向为坐标轴, 建立如图所示的平面直角坐标系, BE $\perp$ AC, 垂足为 E. 若双曲线 $y = \frac{3}{2x}$ ($x > 0$) 经过点 D, 则 $OB \cdot BE$ 的值为_____.



20. (3.00 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, D 是 AB 上的一个动点 (不与点 A , B 重合), 连接 CD , 将 CD 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 CE , 连接 DE , DE 与 AC 相交于点 F , 连接 AE . 下列结论:

- ① $\triangle ACE \cong \triangle BCD$;
- ② 若 $\angle BCD=25^\circ$, 则 $\angle AED=65^\circ$;
- ③ $DE^2=2CF \cdot CA$;
- ④ 若 $AB=3\sqrt{2}$, $AD=2BD$, 则 $AF=\frac{5}{3}$.

其中正确的结论是_____. (填写所有正确结论的序号)



三、解答题: 本大题共有 6 小题, 共 60 分. 请写出必要的文字说明、计算过程或推理过程

21. (8.00 分) 某公司招聘职员两名, 对甲、乙、丙、丁四名候选人进行了笔试和面试, 各项成绩满分均为 100 分, 然后再按笔试占 60%、面试占 40% 计算候选人的综合成绩 (满分为 100 分).

他们的各项成绩如下表所示:

修造人	笔试成绩/分	面试成绩/分
甲	90	88
乙	84	92
丙	x	90
丁	88	86

(1) 直接写出这四名候选人面试成绩的中位数;

(2) 现得知候选人丙的综合成绩为 87.6 分，求表中 x 的值；

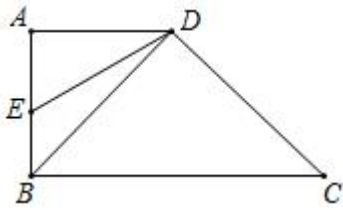
(3) 求出其余三名候选人的综合成绩，并以综合成绩排序确定所要招聘的前两名的人选.

22. (8.00 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，连接 BD ，点 E 在 AB 上，且 $\angle BDE = 15^\circ$ ， $DE = 4\sqrt{3}$ ， $DC = 2\sqrt{21}$.

(1) 求 BE 的长；

(2) 求四边形 $DEBC$ 的面积.

(注意：本题中的计算过程和结果均保留根号)



23. (10.00 分) 某商店以固定进价一次性购进一种商品，3 月份按一定售价销售，销售额为 2400 元，为扩大销量，减少库存，4 月份在 3 月份售价基础上打 9 折销售，结果销售量增加 30 件，销售额增加 840 元.

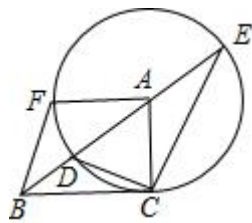
(1) 求该商店 3 月份这种商品的售价是多少元？

(2) 如果该商店 3 月份销售这种商品的利润为 900 元，那么该商店 4 月份销售这种商品的利润是多少元？

24. (10.00 分) 如图，在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，以点 A 为圆心， AC 长为半径的圆交 AB 于点 D ， BA 的延长线交 $\odot A$ 于点 E ，连接 CE ， CD ， F 是 $\odot A$ 上一点，点 F 与点 C 位于 BE 两侧，且 $\angle FAB = \angle ABC$ ，连接 BF .

(1) 求证： $\angle BCD = \angle BEC$ ；

(2) 若 $BC = 2$ ， $BD = 1$ ，求 CE 的长及 $\sin \angle ABF$ 的值.



25. (12.00 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 5$ ， E 是 AD 上的一个动

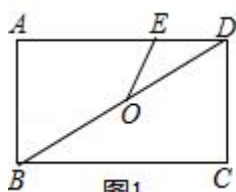


图1

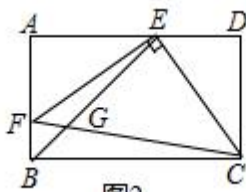


图2

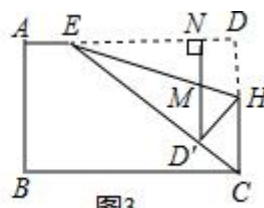


图3

点.

(1) 如图 1, 连接 BD, O 是对角线 BD 的中点, 连接 OE. 当 $OE=DE$ 时, 求 AE 的长;

(2) 如图 2, 连接 BE, EC, 过点 E 作 $EF \perp EC$ 交 AB 于点 F, 连接 CF, 与 BE 交于点 G. 当 BE 平分 $\angle ABC$ 时, 求 BG 的长;

(3) 如图 3, 连接 EC, 点 H 在 CD 上, 将矩形 ABCD 沿直线 EH 折叠, 折叠后点 D 落在 EC 上的点 D' 处, 过点 D' 作 $D'N \perp AD$ 于点 N, 与 EH 交于点 M, 且 $AE=1$.

①求 $\frac{S_{\triangle ED'M}}{S_{\triangle EMN}}$ 的值;

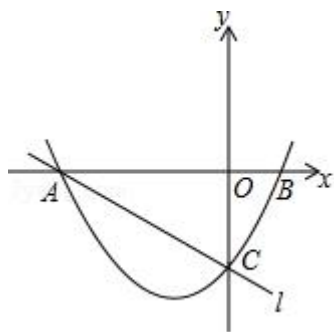
②连接 BE, $\triangle D'MH$ 与 $\triangle CBE$ 是否相似? 请说明理由.

26. (12.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C, 直线 l 经过 A, C 两点, 连接 BC.

(1) 求直线 l 的解析式;

(2) 若直线 $x=m$ ($m < 0$) 与该抛物线在第三象限内交于点 E, 与直线 l 交于点 D, 连接 OD. 当 $OD \perp AC$ 时, 求线段 DE 的长;

(3) 取点 G (0, -1), 连接 AG, 在第一象限内的抛物线上, 是否存在点 P, 使 $\angle BAP = \angle BCO - \angle BAG$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共有 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．每小题只有一个正确选项

1. (3.00 分) 计算 $-\sqrt{4}-|-3|$ 的结果是 ()

A. -1 B. -5 C. 1 D. 5

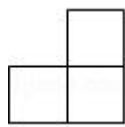
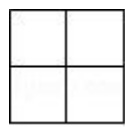
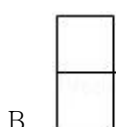
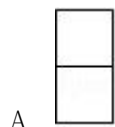
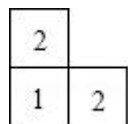
【分析】原式利用算术平方根定义，以及绝对值的代数意义计算即可求出值．

【解答】解：原式 $= -2 - 3 = -5$ ，

故选：B．

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键．

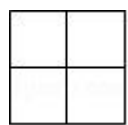
2. (3.00 分) 如图，是由几个大小相同的小立方块所搭几何体的俯视图，其中小正方形中的数字表示在该位置的小立方块的个数，则这个几何体的主视图是 ()



【分析】由俯视图知该几何体共 2 列，其中第 1 列前一排 1 个正方形、后 1 排 2 个正方形，第 2 列只有前排 2 个正方形，据此可得．

【解答】解：由俯视图知该几何体共 2 列，其中第 1 列前一排 1 个正方形、后 1 排 2 个正方形，第 2 列只有前排 2 个正方形，

所以其主视图为：



故选：C．

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

3. (3.00 分) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 1$ B. $x > 0$ C. $x \geq 1$ D. $x > 1$

【分析】根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解．

【解答】解：由题意得， $x - 1 \geq 0$ 且 $x - 1 \neq 0$ ，

解得 $x > 1$.

故选: D.

【点评】 本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

4. (3.00 分) 下列事件中, 属于不可能事件的是 ()

- A. 某个数的绝对值大于 0
- B. 某个数的相反数等于它本身
- C. 任意一个五边形的外角和等于 540°
- D. 长分别为 3, 4, 6 的三条线段能围成一个三角形

【分析】 直接利用随机事件以及确定事件的定义分析得出答案.

【解答】 解: A、某个数的绝对值大于 0, 是随机事件, 故此选项错误;

B、某个数的相反数等于它本身, 是随机事件, 故此选项错误;

C、任意一个五边形的外角和等于 540° , 是不可能事件, 故此选项正确;

D、长分别为 3, 4, 6 的三条线段能围成一个三角形, 是必然事件, 故此选项错误.

故选: C.

【点评】 此题主要考查了随机事件以及确定事件, 正确把握相关定义是解题关键.

5. (3.00 分) 如果 $2x^{a+1}y$ 与 x^2y^{b-1} 是同类项, 那么 $\frac{a}{b}$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{3}{2}$
- C. 1
- D. 3

【分析】 根据同类项: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同, 可得出 a、b 的值, 然后代入求值.

【解答】 解: $\because 2x^{a+1}y$ 与 x^2y^{b-1} 是同类项,

$$\therefore a+1=2, \quad b-1=1,$$

解得 $a=1, \quad b=2$.

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{2}.$$

故选: A.

【点评】此题考查了同类项的知识，属于基础题，掌握同类项所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，是解答本题的关键.

6. (3.00 分) 一组数据 1, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6 的众数和方差分别是 ()

A. 4, 1 B. 4, 2 C. 5, 1 D. 5, 2

【分析】根据题目中的数据可以直接写出众数，求出相应的平均数和方差，从而可以解答本题.

【解答】解：数据 1, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6 的众数是 4,

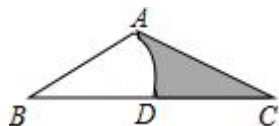
$$\bar{x} = \frac{1+3+4+4+4+5+5+6}{8} = 4,$$

$$s^2 = \frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2}{8} = 2,$$

故选：B.

【点评】本题考查方差和众数，解答本题的关键是明确众数的定义，会求一组数据的方差.

7. (3.00 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=2$ ， $BC=4$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，以点 B 为圆心，AB 长为半径画弧，交 BC 于点 D，则图中阴影部分的面积是 ()



A. $2 - \frac{\pi}{3}$ B. $2 - \frac{\pi}{6}$ C. $4 - \frac{\pi}{3}$ D. $4 - \frac{\pi}{6}$

【分析】过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E，依据 $AB=2$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，即可得出 $AE = \frac{1}{2}AB=1$ ，再根据公式即可得到，阴影部分的面积是 $\frac{1}{2} \times 4 \times 1 - \frac{30 \times \pi \times 2^2}{360} = 2 - \frac{1}{3}\pi$.

【解答】解：如图，过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E，

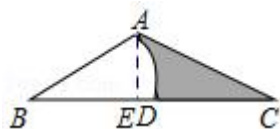
$$\because AB=2, \angle ABC=30^\circ,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB=1,$$

$$\text{又} \because BC=4,$$

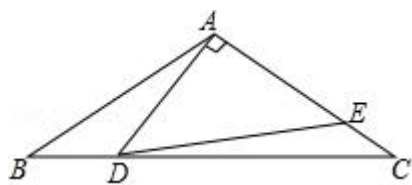
$$\therefore \text{阴影部分的面积是} \frac{1}{2} \times 4 \times 1 - \frac{30 \times \pi \times 2^2}{360} = 2 - \frac{1}{3}\pi,$$

故选：A.



【点评】本题主要考查了扇形面积的计算，求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积，常用的方法：①直接用公式法；②和差法；③割补法.

8. (3.00 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\triangle ADE$ 的顶点 D ， E 分别在 BC ， AC 上，且 $\angle DAE=90^\circ$ ， $AD=AE$. 若 $\angle C+\angle BAC=145^\circ$ ，则 $\angle EDC$ 的度数为 ()



A. 17.5° B. 12.5° C. 12° D. 10°

【分析】由 $AB=AC$ 知 $\angle B=\angle C$ ，据此得 $2\angle C+\angle BAC=180^\circ$ ，结合 $\angle C+\angle BAC=145^\circ$ 可知 $\angle C=35^\circ$ ，根据 $\angle DAE=90^\circ$ 、 $AD=AE$ 知 $\angle AED=45^\circ$ ，利用 $\angle EDC=\angle AED-\angle C$ 可得答案.

【解答】解： $\because AB=AC$,

$\therefore \angle B=\angle C$,

$\therefore \angle B+\angle C+\angle BAC=2\angle C+\angle BAC=180^\circ$,

又 $\because \angle C+\angle BAC=145^\circ$,

$\therefore \angle C=35^\circ$,

$\because \angle DAE=90^\circ$ ， $AD=AE$,

$\therefore \angle AED=45^\circ$,

$\therefore \angle EDC=\angle AED-\angle C=10^\circ$,

故选：D.

【点评】本题主要考查等腰直角三角形，解题的关键是掌握等腰直角三角形和等腰三角形的性质及三角形的内角和定理、外角的性质.

9. (3.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m-2=0$ 有两个实数根， m 为正整数，且该方程的根都是整数，则符合条件的所有正整数 m 的和为 ()

A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

【分析】根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta \geq 0$ ，即可得出 $m \leq 3$ ，由 m 为正整数结合该方

程的根都是整数，即可求出 m 的值，将其相加即可得出结论.

【解答】解： $\because a=1, b=2, c=m-2$ ，关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m-2=0$ 有实数根

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(m-2) = 12 - 4m \geq 0,$$

$$\therefore m \leq 3.$$

$\because m$ 为正整数，且该方程的根都是整数，

$$\therefore m=2 \text{ 或 } 3.$$

$$\therefore 2+3=5.$$

故选：B.

【点评】 本题考查了根的判别式以及一元二次方程的整数解，牢记“当 $\Delta \geq 0$ 时，方程有实数根”是解题的关键.

10. (3.00 分) 已知下列命题：

①若 $a^3 > b^3$ ，则 $a^2 > b^2$ ；

②若点 A (x_1, y_1) 和点 B (x_2, y_2) 在二次函数 $y=x^2-2x-1$ 的图象上，且满足 $x_1 < x_2 < 1$ ，则 $y_1 > y_2 > -2$ ；

③在同一平面内， a, b, c 是直线，且 $a \parallel b, b \perp c$ ，则 $a \parallel c$ ；

④周长相等的所有等腰直角三角形全等.

其中真命题的个数是 ()

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【分析】 依据 a, b 的符号以及绝对值，即可得到 $a^2 > b^2$ 不一定成立；依据二次函数 $y=x^2-2x-1$ 图象的顶点坐标以及对称轴的位置，即可得 $y_1 > y_2 > -2$ ；依据 $a \parallel b, b \perp c$ ，即可得到 $a \perp c$ ；依据周长相等的所有等腰直角三角形的边长对应相等，即可得到它们全等.

【解答】解：①若 $a^3 > b^3$ ，则 $a^2 > b^2$ 不一定成立，故错误；

②若点 A (x_1, y_1) 和点 B (x_2, y_2) 在二次函数 $y=x^2-2x-1$ 的图象上，且满足 $x_1 < x_2 < 1$ ，则 $y_1 > y_2 > -2$ ，故正确；

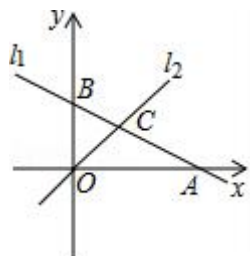
③在同一平面内， a, b, c 是直线，且 $a \parallel b, b \perp c$ ，则 $a \perp c$ ，故错误；

④周长相等的所有等腰直角三角形全等，故正确.

故选：C.

【点评】 本题主要考查了命题与定理，任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可.

11. (3.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x + 1$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A 和点 B , 直线 $l_2: y = kx$ ($k \neq 0$) 与直线 l_1 在第一象限交于点 C . 若 $\angle BOC = \angle BCO$, 则 k 的值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

【分析】 利用直线 $l_1: y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x + 1$, 即可得到 $A(2\sqrt{2}, 0)$ $B(0, 1)$, $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 3$, 过 C 作 $CD \perp OA$ 于 D , 依据 $CD \parallel BO$, 可得 $OD = \frac{1}{3}AO = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $CD = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3}$, 进而得到 $C(\frac{2}{3}\sqrt{2}, \frac{2}{3})$, 代入直线 $l_2: y = kx$, 可得 $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

【解答】 解: 直线 $l_1: y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x + 1$ 中, 令 $x = 0$, 则 $y = 1$, 令 $y = 0$, 则 $x = 2\sqrt{2}$,

即 $A(2\sqrt{2}, 0)$ $B(0, 1)$,

$\therefore$ Rt $\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 3$,

如图, 过 C 作 $CD \perp OA$ 于 D ,

$\because \angle BOC = \angle BCO$,

$\therefore CB = BO = 1$, $AC = 2$,

$\because CD \parallel BO$,

$\therefore OD = \frac{1}{3}AO = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $CD = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3}$,

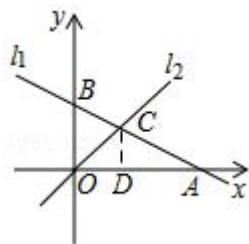
即 $C(\frac{2}{3}\sqrt{2}, \frac{2}{3})$,

把 $C(\frac{2}{3}\sqrt{2}, \frac{2}{3})$ 代入直线 $l_2: y = kx$, 可得

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{2}k$,

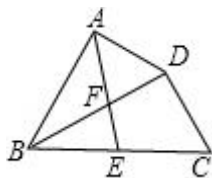
即 $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

故选: B.



【点评】 本题主要考查了两直线相交或平行问题，两条直线的交点坐标，就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解.

12. (3.00 分) 如图，在四边形 ABCD 中，BD 平分 $\angle ABC$ ， $\angle BAD = \angle BDC = 90^\circ$ ，E 为 BC 的中点，AE 与 BD 相交于点 F. 若 $BC = 4$ ， $\angle CBD = 30^\circ$ ，则 DF 的长为 ()



- A. $\frac{2}{5}\sqrt{3}$ B. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ C. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ D. $\frac{4}{5}\sqrt{3}$

【分析】 先利用含 30° 度角的直角三角形的性质求出 BD，再利用直角三角形的性质求出 $DE = BE = 2$ ，即： $\angle BDE = \angle ABD$ ，进而判断出 $DE \parallel AB$ ，再求出 $AB = 3$ ，即可得出结论.

【解答】 解：如图，

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中， $BC = 4$ ， $\angle DBC = 30^\circ$ ，

$$\therefore BD = 2\sqrt{3},$$

连接 DE，

$\because \angle BDC = 90^\circ$ ，点 D 是 BC 中点，

$$\therefore DE = BE = CE = \frac{1}{2}BC = 2,$$

$\because \angle DCB = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BDE = \angle DBC = 30^\circ,$$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDE,$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BAF,$$

$$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{DE}{AB},$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = 30^\circ$, $BD = 2\sqrt{3}$,

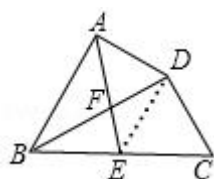
$$\therefore AB = 3,$$

$$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{DF}{BD} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore DF = \frac{2}{5}BD = \frac{2}{5} \times 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{5},$$

故选: D.



【点评】 此题主要考查了含 30° 度角的直角三角形的性质, 相似三角形的判定和性质, 角平分线的定义, 判断出 $DE \parallel AB$ 是解本题的关键.

二、填空题: 本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

13. (3.00 分) 若 $a - 3b = 2$, $3a - b = 6$, 则 $b - a$ 的值为 -2.

【分析】 将两方程相加可得 $4a - 4b = 8$, 再两边都除以 2 得出 $a - b$ 的值, 继而由相反数定义或等式的性质即可得出答案.

【解答】 解: 由题意知
$$\begin{cases} a - 3b = 2 & \text{①} \\ 3a - b = 6 & \text{②} \end{cases}$$

①+②, 得: $4a - 4b = 8$,

则 $a - b = 2$,

$\therefore b - a = -2$,

故答案为: -2.

【点评】 本题主要考查解二元一次方程组, 解题的关键是掌握等式的基本性质的灵活运用及两方程未知数系数与待求代数式间的特点.

14. (3.00 分) 不等式组
$$\begin{cases} 2x + 7 > 3(x + 1) \\ \frac{2}{3}x - \frac{3x + 4}{6} \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$
 的非负整数解有 4 个.

【分析】 首先正确解不等式组, 根据它的解集写出其非负整数解.

【解答】解：解不等式 $2x+7>3(x+1)$ ，得： $x<4$ ，

解不等式 $\frac{2}{3}x - \frac{3x+4}{6} \leq \frac{2}{3}$ ，得： $x \leq 8$ ，

则不等式组的解集为 $x<4$ ，

所以该不等式组的非负整数解为 0、1、2、3 这 4 个，

故答案为：4.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

15. (3.00 分) 从 -2 ， -1 ， 1 ， 2 四个数中，随机抽取两个数相乘，积为大于 -4 小于 2 的概率是 $\frac{1}{2}$.

【分析】列表得出所有等可能结果，从中找到积为大于 -4 小于 2 的结果数，根据概率公式计算可得.

【解答】解：列表如下：

	-2	-1	1	2
-2		2	-2	-4
-1	2		-1	-2
1	-2	-1		2
2	-4	-2	2	

由表可知，共有 12 种等可能结果，其中积为大于 -4 小于 2 的有 6 种结果，

$\therefore$ 积为大于 -4 小于 2 的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

16. (3.00 分) 化简： $\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x} \div (\frac{4}{x+2} - 1) = -\frac{x-2}{x}$.

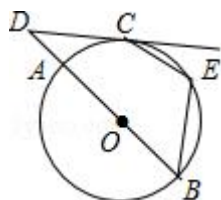
【分析】根据分式混合运算顺序和运算法则计算可得.

$$\begin{aligned}
 \text{【解答】解：原式} &= \frac{(x-2)^2}{x(x+2)} \div \left(\frac{4}{x+2} - \frac{x+2}{x+2} \right) \\
 &= \frac{(x-2)^2}{x(x+2)} \div \frac{2-x}{x+2} \\
 &= \frac{(x-2)^2}{x(x+2)} \cdot \frac{x+2}{-(x-2)} \\
 &= -\frac{x-2}{x},
 \end{aligned}$$

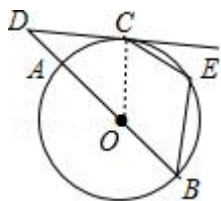
故答案为： $-\frac{x-2}{x}$.

【点评】 本题主要考查分式的混合运算，解题的关键是掌握分式混合运算顺序和运算法则.

17. (3.00 分) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，过点 C 的切线与 BA 的延长线交于点 D，点 E 在 $\widehat{BC}$ 上 (不与点 B, C 重合)，连接 BE, CE. 若 $\angle D=40^\circ$ ，则 $\angle BEC=$ 115 度.



【分析】 连接 OC，根据切线的性质求出 $\angle DCO$ ，求出 $\angle COB$ ，即可求出答案.



【解答】 解：

连接 OC,

$\because$ DC 切 $\odot O$ 于 C,

$\therefore \angle DCO=90^\circ$,

$\because \angle D=40^\circ$,

$\therefore \angle COB=\angle D+\angle DCO=130^\circ$,

$\therefore \widehat{CEB}$ 的度数是 130° ,

$\therefore \widehat{CAB}$ 的度数是 $360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$,

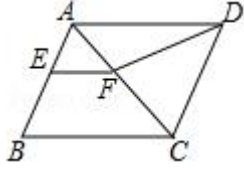
$\therefore \angle BEC = \frac{1}{2} \times 230^\circ = 115^\circ$,

故答案为： 115.

【点评】 本题考查了圆周角定理和切线的性质，能根据切线的性质求出 $\angle DCO$ 的度数是解

此题的关键.

18. (3.00 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC 是一条对角线, $EF \parallel BC$, 且 EF 与 AB 相交于点 E , 与 AC 相交于点 F , $3AE=2EB$, 连接 DF . 若 $S_{\triangle AEF}=1$, 则 $S_{\triangle ADF}$ 的值为 $\frac{5}{2}$.



【分析】由 $3AE=2EB$ 可设 $AE=2a$ 、 $BE=3a$, 根据 $EF \parallel BC$ 得 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \frac{4}{25}$, 结合 $S_{\triangle AEF}=1$ 知 $S_{\triangle ADC}=S_{\triangle ABC}=\frac{25}{4}$, 再由 $\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{BE} = \frac{2}{3}$ 知 $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle CDF}} = \frac{2}{3}$, 继而根据 $S_{\triangle ADF} = \frac{2}{5}S_{\triangle ADC}$ 可得答案.

案.

【解答】解: $\because 3AE=2EB$,

$\therefore$ 可设 $AE=2a$ 、 $BE=3a$,

$\because EF \parallel BC$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2a}{2a+3a}\right)^2 = \frac{4}{25},$$

$$\because S_{\triangle AEF}=1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{25}{4},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABC} = \frac{25}{4},$$

$\because EF \parallel BC$,

$$\therefore \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{BE} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3},$$

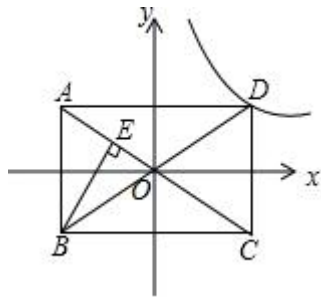
$$\therefore \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle CDF}} = \frac{AF}{CF} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{2}{5}S_{\triangle ADC} = \frac{2}{5} \times \frac{25}{4} = \frac{5}{2},$$

故答案为: $\frac{5}{2}$.

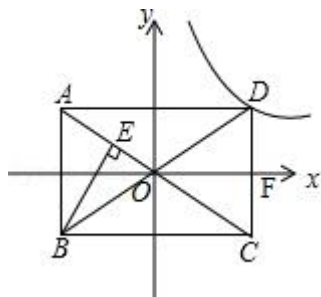
【点评】 本题主要考查相似三角形的判定与性质，解题的关键是掌握相似三角形的判定及性质、平行线分线段成比例定理及平行四边形的性质.

19. (3.00 分) 以矩形 ABCD 两条对角线的交点 O 为坐标原点，以平行于两边的方向为坐标轴，建立如图所示的平面直角坐标系，BE ⊥ AC，垂足为 E. 若双曲线 $y = \frac{3}{2x}$ ($x > 0$) 经过点 D，则 OB · BE 的值为 3.



【分析】 由双曲线 $y = \frac{3}{2x}$ ($x > 0$) 经过点 D 知 $S_{\triangle ODF} = \frac{1}{2}k = \frac{3}{4}$ ，由矩形性质知 $S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle ODF} = \frac{3}{2}$ ，据此可得 $OA \cdot BE = 3$ ，根据 $OA = OB$ 可得答案.

【解答】 解：如图，



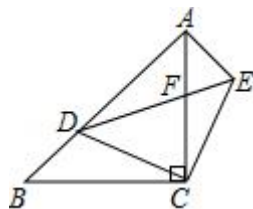
$\because$ 双曲线 $y = \frac{3}{2x}$ ($x > 0$) 经过点 D,
 $\therefore S_{\triangle ODF} = \frac{1}{2}k = \frac{3}{4}$,
 则 $S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle ODF} = \frac{3}{2}$, 即 $\frac{1}{2}OA \cdot BE = \frac{3}{2}$,
 $\therefore OA \cdot BE = 3$,
 $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,
 $\therefore OA = OB$,
 $\therefore OB \cdot BE = 3$,
 故答案为：3.

【点评】 本题主要考查反比例函数图象上的点的坐标特征，解题的关键是掌握反比例函数系数 k 的几何意义及矩形的性质.

20. (3.00 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ， D 是 AB 上的一个动点（不与点 A ， B 重合），连接 CD ，将 CD 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 CE ，连接 DE ， DE 与 AC 相交于点 F ，连接 AE 。下列结论：

- ① $\triangle ACE \cong \triangle BCD$;
- ② 若 $\angle BCD=25^\circ$ ，则 $\angle AED=65^\circ$;
- ③ $DE^2=2CF \cdot CA$;
- ④ 若 $AB=3\sqrt{2}$ ， $AD=2BD$ ，则 $AF=\frac{5}{3}$.

其中正确的结论是 ①②③。（填写所有正确结论的序号）



【分析】 先判断出 $\angle BCD=\angle ACE$ ，即可判断出①正确；

先求出 $\angle BDC=110^\circ$ ，进而得出 $\angle AEC=110^\circ$ ，即可判断出②正确；

先判断出 $\angle CAE=\angle CEF$ ，进而得出 $\triangle CEF \sim \triangle CAE$ ，即可得出 $CE^2=CF \cdot AC$ ，最后用勾股定理即可得出③正确；

先求出 $BC=AC=3$ ，再求出 $BD=\sqrt{2}$ ，进而求出 $CE=CD=\sqrt{5}$ ，求出 $CF=\frac{5}{3}$ ，即可判断出④错误.

【解答】 解： $\because \angle ACB=90^\circ$ ，

由旋转知， $CD=CE$ ， $\angle DCE=90^\circ=\angle ACB$ ，

$\therefore \angle BCD=\angle ACE$ ，

在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ACE$ 中，
$$\begin{cases} BC=AC \\ \angle BCD=\angle ACE \\ CD=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE$ ，故①正确；

$\because \angle ACB=90^\circ$ ， $BC=AC$ ，

$\therefore \angle B=45^\circ$

$\because \angle BCD=25^\circ$ ，

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - 45^\circ - 25^\circ = 110^\circ,$$

$$\because \triangle BCD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BDC = 110^\circ,$$

$$\because \angle DCE = 90^\circ, \quad CD = CE,$$

$$\therefore \angle CED = 45^\circ,$$

则 $\angle AED = \angle AEC - \angle CED = 65^\circ$, 故②正确;

$$\because \triangle BCD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CBD = 45^\circ = \angle CEF,$$

$$\because \angle ECF = \angle ACE,$$

$$\therefore \triangle CEF \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{CE},$$

$$\therefore CE^2 = CF \cdot AC,$$

在等腰直角三角形 CDE 中, $DE^2 = 2CE^2 = 2CF \cdot AC$, 故③正确;

如图, 过点 D 作 $DG \perp BC$ 于 G,

$$\because AB = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore AC = BC = 3,$$

$$\because AD = 2BD,$$

$$\therefore BD = \frac{1}{3}AB = \sqrt{2},$$

$$\therefore DG = BG = 1,$$

$$\therefore CG = BC - BG = 3 - 1 = 2,$$

在 $Rt\triangle CDG$ 中, 根据勾股定理得, $CD = \sqrt{CG^2 + DG^2} = \sqrt{5},$

$$\because \triangle BCD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore CE = \sqrt{5},$$

$$\because CE^2 = CF \cdot AC,$$

$$\therefore CF = \frac{CE^2}{AC} = \frac{5}{3},$$

$$\therefore AF = AC - CF = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}, \text{ 故④错误,}$$

(3) 甲候选人的综合成绩为: $90 \times 60\% + 88 \times 40\% = 89.2$ (分),

乙候选人的综合成绩为: $84 \times 60\% + 92 \times 40\% = 87.2$ (分),

丁候选人的综合成绩为: $88 \times 60\% + 86 \times 40\% = 87.2$ (分),

$\therefore$ 以综合成绩排序确定所要招聘的前两名的人选是甲和丙.

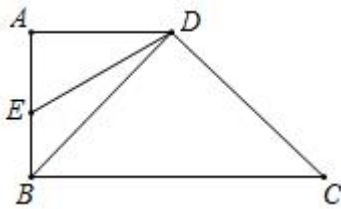
【点评】 本题考查的是中位数、加权平均数, 掌握中位数的概念、加权平均数的计算公式是解题的关键.

22. (8.00 分) 如图, 在四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = AD$, 连接 BD, 点 E 在 AB 上, 且 $\angle BDE = 15^\circ$, $DE = 4\sqrt{3}$, $DC = 2\sqrt{21}$.

(1) 求 BE 的长;

(2) 求四边形 DEBC 的面积.

(注意: 本题中的计算过程和结果均保留根号)



【分析】 (1) 解直角三角形求出 AD、AE 即可解决问题;

(2) 作 $DF \perp BC$ 于 F. 则四边形 ABFD 是矩形, 解直角三角形求出 CF, 即可解决问题;

【解答】 解: (1) 在四边形 ABCD 中, $\because AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$,

$\because AB = AD$,

$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 45^\circ$,

$\because \angle BDE = 15^\circ$,

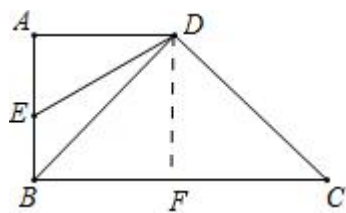
$\therefore \angle ADE = 30^\circ$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $AE = DE \times \sin 30^\circ = 2\sqrt{3}$, $AD = DE \cdot \cos 30^\circ = 6$,

$\therefore AB = AD = 6$,

$\therefore BE = 6 - 2\sqrt{3}$.

(2) 作 $DF \perp BC$ 于 F. 则四边形 ABFD 是矩形,



$$\therefore BF=AD=6, DF=AB=6,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DFC \text{ 中, } FC=\sqrt{CD^2-DF^2}=4\sqrt{3},$$

$$\therefore BC=6+4\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 DEBC}}=S_{\triangle DEB}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times(6-2\sqrt{3})\times 6+\frac{1}{2}(6+4\sqrt{3})\times 6=36+6\sqrt{3}.$$

【点评】 本题考查矩形的性质、锐角三角函数、勾股定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题.

23. (10.00 分) 某商店以固定进价一次性购进一种商品，3 月份按一定售价销售，销售额为 2400 元，为扩大销量，减少库存，4 月份在 3 月份售价基础上打 9 折销售，结果销售量增加 30 件，销售额增加 840 元.

(1) 求该商店 3 月份这种商品的售价是多少元？

(2) 如果该商店 3 月份销售这种商品的利润为 900 元，那么该商店 4 月份销售这种商品的利润是多少元？

【分析】 (1) 设该商店 3 月份这种商品的售价为 x 元，则 4 月份这种商品的售价为 $0.9x$ 元，根据数量=总价 $\div$ 单价结合 4 月份比 3 月份多销售 30 件，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验即可得出结论；

(2) 设该商品的进价为 y 元，根据销售利润=每件的利润 $\times$ 销售数量，即可得出关于 y 的一元一次方程，解之即可得出该商品的进价，再利用 4 月份的利润=每件的利润 $\times$ 销售数量，即可求出结论.

【解答】 解：(1) 设该商店 3 月份这种商品的售价为 x 元，则 4 月份这种商品的售价为 $0.9x$ 元，

$$\text{根据题意得: } \frac{2400}{x} - \frac{2400+840}{0.9x} = 30,$$

$$\text{解得: } x=40,$$

经检验， $x=40$ 是原分式方程的解.

答：该商店 3 月份这种商品的售价是 40 元.

(2) 设该商品的进价为 y 元,

根据题意得: $(40 - a) \times \frac{2400}{40} = 900$,

解得: $a = 25$,

$\therefore (40 \times 0.9 - 25) \times \frac{2400 + 840}{40 \times 0.9} = 990$ (元).

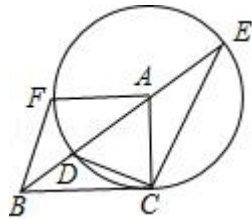
答: 该商店 4 月份销售这种商品的利润是 990 元.

【点评】 本题考查了分式方程的应用以及一元一次方程的应用, 解题的关键是: (1) 找准等量关系, 正确列出分式方程; (2) 找准等量关系, 正确列出一元一次方程.

24. (10.00 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 以点 A 为圆心, AC 长为半径的圆交 AB 于点 D , BA 的延长线交 $\odot A$ 于点 E , 连接 CE , CD , F 是 $\odot A$ 上一点, 点 F 与点 C 位于 BE 两侧, 且 $\angle FAB = \angle ABC$, 连接 BF .

(1) 求证: $\angle BCD = \angle BEC$;

(2) 若 $BC = 2$, $BD = 1$, 求 CE 的长及 $\sin \angle ABF$ 的值.



【分析】 (1) 先利用等角的余角相等即可得出结论;

(2) 先判断出 $\triangle BDC \sim \triangle BCE$ 得出比例式求出 $BE = 4$, $DE = 3$, 利用勾股定理求出 CD , CE , 再判断出 $\triangle AFM \sim \triangle BAC$, 进而判断出四边形 $FNCA$ 是矩形, 求出 FN , NC , 即: BN , 再用勾股定理求出 BF , 即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ$,

$\because DE$ 是 $\odot A$ 的直径,

$\therefore \angle DCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BEC + \angle CDE = 90^\circ$,

$\because AD = AC$,

$\therefore \angle CDE = \angle ACD$,

$\therefore \angle BCD = \angle BEC$,

$$(2) \because \angle BCD = \angle BEC, \quad \angle EBC = \angle EBC,$$

$$\therefore \triangle BDC \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \frac{CD}{CE} = \frac{BD}{BC} = \frac{BC}{BE},$$

$$\because BC=2, \quad BD=1,$$

$$\therefore BE=4, \quad EC=2CD,$$

$$\therefore DE=BE - BD=3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCE \text{ 中, } DE^2=CD^2+CE^2=9,$$

$$\therefore CD=\frac{3\sqrt{5}}{5}, \quad CE=\frac{6\sqrt{5}}{5},$$

过点 F 作 $FM \perp AB$ 于 M,

$$\because \angle FAB = \angle ABC, \quad \angle FMA = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AFM \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{FM}{AC} = \frac{AF}{AB},$$

$$\because DE=3,$$

$$\therefore AD=AF=AC=\frac{3}{2}, \quad AB=\frac{5}{2},$$

$$\therefore FM=\frac{9}{10},$$

过点 F 作 $FN \perp BC$ 于 N,

$$\therefore \angle FNC=90^\circ,$$

$$\because \angle FAB = \angle ABC,$$

$$\therefore FA \parallel BC,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle ACB = 90^\circ,$$

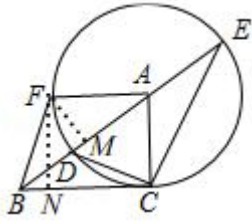
$\therefore$ 四边形 FNCA 是矩形,

$$\therefore FN=AC=\frac{3}{2}, \quad NC=AF=\frac{3}{2},$$

$$\therefore BN=\frac{1}{2},$$

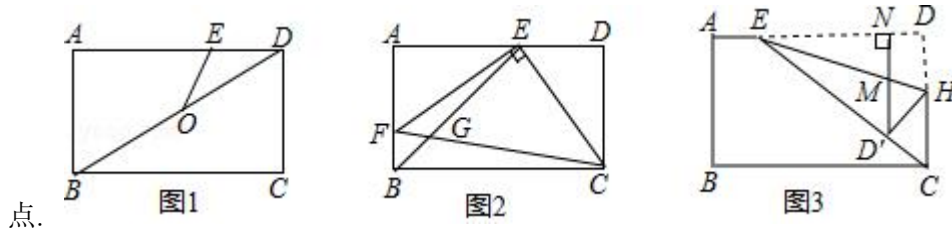
$$\text{在 Rt}\triangle FBN \text{ 中, } BF=\frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle FBM \text{ 中, } \sin \angle ABF = \frac{FM}{BF} = \frac{9\sqrt{10}}{50}.$$



【点评】此题主要考查了圆的有关性质，等角的余角相等，相似三角形的判定和性质，勾股定理，锐角三角函数，正确作出辅助线是解本题的关键.

25. (12.00 分) 如图，在矩形 ABCD 中，AB=3，BC=5，E 是 AD 上的一个动



- (1) 如图 1，连接 BD，O 是对角线 BD 的中点，连接 OE. 当 OE=DE 时，求 AE 的长；
- (2) 如图 2，连接 BE，EC，过点 E 作 EF⊥EC 交 AB 于点 F，连接 CF，与 BE 交于点 G. 当 BE 平分∠ABC 时，求 BG 的长；
- (3) 如图 3，连接 EC，点 H 在 CD 上，将矩形 ABCD 沿直线 EH 折叠，折叠后点 D 落在 EC 上的点 D' 处，过点 D' 作 D'N⊥AD 于点 N，与 EH 交于点 M，且 AE=1.

①求 $\frac{S_{\triangle ED'M}}{S_{\triangle EMN}}$ 的值；

②连接 BE，△D'MH 与△CBE 是否相似？请说明理由.

【分析】(1) 先求出 BD，进而求出 OD=OB=OA，再判断出△ODE∽△ADO，即可得出结论；
 (2) 先判断出△AEF≌△DCE，进而求出 BF=1，再判断出△CHG∽△CBF，进而求出 BK=GK= $\frac{5}{6}$ ，最后用勾股定理即可得出结论；
 (3) ①先求出 EC=5，再求出 D'C=1，根据勾股定理求出 DH= $\frac{4}{3}$ ，CH= $\frac{5}{3}$ ，再判断出△EMN∽△EHD，的粗 $\frac{MN}{HD} = \frac{EM}{EH}$ ，△ED'M∽△ECH，得出 $\frac{D'M}{CH} = \frac{EM}{EH}$ ，进而得出 $\frac{D'M}{MN} = \frac{CH}{HD} = \frac{5}{4}$ ，即可得出结论；

②先判断出∠MD'H=∠NED'，进而判断出∠MD'H=∠ECB，即可得出 $\frac{D'M}{CB} = \frac{D'H}{CE}$ ，即可.

【解答】解：(1) 如图 1，连接 OA，在矩形 ABCD 中，CD=AB=3，AD=BC=5，∠BAD=90°

在 Rt△ABD 中, 根据勾股定理得, $BD=\sqrt{34}$,

∵ O 是 BD 中点,

$$\therefore OD=OB=OA=\frac{\sqrt{34}}{2},$$

$$\therefore \angle OAD=\angle ODA,$$

$$\therefore OE=DE,$$

$$\therefore \angle EOD=\angle ODE,$$

$$\therefore \angle EOD=\angle ODE=\angle OAD,$$

$$\therefore \triangle ODE \sim \triangle ADO,$$

$$\therefore \frac{DO}{AD} = \frac{DE}{DO}, \therefore$$

$$DO^2=DE \cdot DA,$$

$$\therefore \text{设 } AE=x,$$

$$\therefore DE=5-x,$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{34}}{2}\right)^2=5(5-x),$$

$$\therefore x=\frac{33}{10},$$

$$\text{即: } AE=\frac{33}{10};$$

(2) 如图 2, 在矩形 ABCD 中,

∵ BE 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE=\angle EBC=45^\circ,$$

∵ AD//BC,

$$\therefore \angle AEB=\angle EBC,$$

$$\therefore \angle ABE=\angle AEB,$$

$$\therefore AE=AB=3,$$

$$\therefore AE=CD=3,$$

∵ EF ⊥ EC,

$$\therefore \angle FEC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF+\angle CED=90^\circ,$$

$$\therefore \angle A=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF + \angle AFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = \angle AFE,$$

$$\because \angle D = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DCE,$$

$$\therefore AF = DE = 2,$$

$$\therefore BF = AB - AF = 1,$$

过点 G 作 $GK \perp BC$ 于 K,

$$\therefore \angle EBC = \angle BGK = 45^\circ,$$

$$\therefore BK = GK, \quad \angle ABC = \angle GKC = 90^\circ,$$

$$\because \angle KCG = \angle BCF,$$

$$\therefore \triangle CHG \sim \triangle CBF,$$

$$\therefore \frac{GK}{FB} = \frac{CK}{CB},$$

设 $BK = GK = y$,

$$\therefore CK = 5 - y,$$

$$\therefore y = \frac{5}{6},$$

$$\therefore BK = GK = \frac{5}{6},$$

在 $Rt\triangle GKB$ 中, $BG = \frac{5\sqrt{2}}{6}$;

(3) ①在矩形 ABCD 中, $\angle D = 90^\circ$,

$$\because AE = 1, \quad AD = 5,$$

$$\therefore DE = 4,$$

$$\because DC = 3,$$

$$\therefore EC = 5,$$

由折叠知, $ED' = ED = 4$, $D'H = DH$, $\angle ED'H = \angle D = 90^\circ$,

$$\therefore D'C = 1,$$

设 $D'H = DH = z$,

$$\therefore HC = 3 - z,$$

根据勾股定理得, $(3 - z)^2 = 1 + z^2$,

$$\therefore z = \frac{4}{3},$$

$$\therefore DH = \frac{4}{3}, \quad CH = \frac{5}{3},$$

$$\therefore D'N \perp AD,$$

$$\therefore \angle AND' = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore D'N \parallel DC,$$

$$\therefore \triangle EMN \sim \triangle EHD,$$

$$\therefore \frac{MN}{HD} = \frac{EM}{EH},$$

$$\therefore D'N \parallel DC,$$

$$\therefore \angle ED'M = \angle ECH,$$

$$\therefore \angle MED' = \angle HEC,$$

$$\therefore \triangle ED'M \sim \triangle ECH,$$

$$\therefore \frac{D'M}{CH} = \frac{EM}{EH},$$

$$\therefore \frac{MN}{HD} = \frac{D'M}{CH},$$

$$\therefore \frac{D'M}{MN} = \frac{CH}{HD} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ED'M}}{S_{\triangle EMN}} = \frac{5}{4},$$

②相似，理由：由折叠知， $\angle EHD' = \angle EHD$ ， $\angle ED'H = \angle D = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle MD'H + \angle ED'N = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle END' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ED'N + \angle NED' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MD'H = \angle NED',$$

$$\therefore D'N \parallel DC,$$

$$\therefore \angle EHD = \angle D'MH,$$

$$\therefore \angle EHD' = \angle D'MH,$$

$$\therefore D'M = D'H,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle NED' = \angle ECB,$$

$$\therefore \angle MD'H = \angle ECB,$$

$$\because CE = CB = 5,$$

$$\therefore \frac{D'M}{CB} = \frac{D'H}{CE},$$

$$\therefore \triangle D'MH \sim \triangle CBE.$$

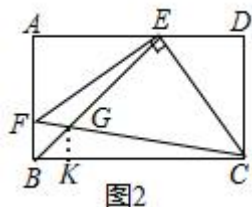


图2

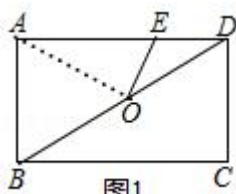


图1

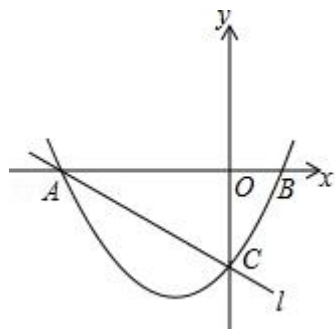
【点评】此题是相似形综合题，主要考查了矩形的性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理，角平分线的定义，熟练掌握判定两三角形相似的方法是解本题的关键。

26. (12.00 分) 如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C，直线 l 经过 A, C 两点，连接 BC。

(1) 求直线 l 的解析式；

(2) 若直线 $x = m$ ($m < 0$) 与该抛物线在第三象限内交于点 E，与直线 l 交于点 D，连接 OD。当 $OD \perp AC$ 时，求线段 DE 的长；

(3) 取点 G (0, -1)，连接 AG，在第一象限内的抛物线上，是否存在点 P，使 $\angle BAP = \angle BCO - \angle BAG$ ？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



【分析】(1) 根据题目中的函数解析式可以求得点 A 和点 C 的坐标，从而可以求得直线 l 的函数解析式；

(2) 根据题意作出合适的辅助线, 利用三角形相似和勾股定理可以解答本题;

(3) 根据题意画出相应的图形, 然后根据锐角三角函数可以求得 $\angle OAC = \angle OCB$, 然后根据题目中的条件和图形, 利用锐角三角函数和勾股定理即可解答本题.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$,

$\therefore$ 当 $y=0$ 时, 得 $x_1=1$, $x_2=-4$, 当 $x=0$ 时, $y=-2$,

$\therefore$ 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$ 与 x 轴交于 A , B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C ,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-4, 0)$, 点 B $(1, 0)$, 点 C $(0, -2)$,

$\therefore$ 直线 l 经过 A , C 两点, 设直线 l 的函数解析式为 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} -4k+b=0 \\ b=-2 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=-2 \end{cases},$$

即直线 l 的函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - 2$;

(2) 直线 ED 与 x 轴交于点 F , 如右图 1 所示,

由 (1) 可得,

$AO=4$, $OC=2$, $\angle AOC=90^\circ$,

$\therefore AC=2\sqrt{5}$,

$\therefore OD = \frac{4 \times 2}{2\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore OD \perp AC$, $OA \perp OC$, $\angle OAD = \angle CAO$,

$\therefore \triangle AOD \sim \triangle ACO$,

$\therefore \frac{AD}{AO} = \frac{AO}{AC}$,

即 $\frac{AD}{4} = \frac{4}{2\sqrt{5}}$, 得 $AD = \frac{8\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore EF \perp x$ 轴, $\angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore EF \parallel OC$,

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ACO$,

$\therefore \frac{AF}{AO} = \frac{DF}{OC} = \frac{AD}{AC}$,

解得, $AF = \frac{16}{5}$, $DF = \frac{8}{5}$,

$\therefore OF = 4 - \frac{16}{5} = \frac{4}{5}$,

$$\therefore m = -\frac{4}{5},$$

$$\text{当 } m = -\frac{4}{5} \text{ 时, } y = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \frac{3}{2} \times \left(-\frac{4}{5}\right) - 2 = -\frac{72}{25},$$

$$\therefore EF = \frac{72}{25},$$

$$\therefore DE = EF - FD = \frac{72}{25} - \frac{8}{5} = \frac{32}{25},$$

(3) 存在点 P, 使 $\angle BAP = \angle BCO - \angle BAG$,

理由: 作 $GM \perp AC$ 于点 M, 作 $PN \perp x$ 轴于点 N, 如右图 2 所示,

$\therefore$ 点 A $(-4, 0)$, 点 B $(1, 0)$, 点 C $(0, -2)$,

$\therefore OA=4, OB=1, OC=2$,

$$\therefore \tan \angle OAC = \frac{OC}{OA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad \tan \angle OCB = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{2}, \quad AC = 2\sqrt{5},$$

$\therefore \angle OAC = \angle OCB$,

$\therefore \angle BAP = \angle BCO - \angle BAG, \quad \angle GAM = \angle OAC - \angle BAG$,

$\therefore \angle BAP = \angle GAM$,

$\therefore$ 点 G $(0, -1)$, $AC = 2\sqrt{5}$, $OA = 4$,

$\therefore OG = 1, GC = 1$,

$$\therefore AG = \sqrt{17}, \quad \frac{AC \cdot GM}{2} = \frac{CG \cdot OA}{2}, \quad \text{即 } \frac{2\sqrt{5} \cdot GM}{2} = \frac{1 \times 4}{2},$$

$$\text{解得, } GM = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore AM = \sqrt{AG^2 - GM^2} = \sqrt{(\sqrt{17})^2 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{9\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \tan \angle GAM = \frac{GM}{AM} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5}}{\frac{9\sqrt{5}}{5}} = \frac{2}{9},$$

$$\therefore \tan \angle PAN = \frac{2}{9},$$

设点 P 的坐标为 $(n, \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n - 2)$,

$$\therefore AN = 4 + n, \quad PN = \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n - 2,$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n - 2}{n + 4} = \frac{2}{9},$$

解得, $n_1 = \frac{13}{9}$, $n_2 = -4$ (舍去),

当 $n=\frac{13}{9}$ 时, $\frac{1}{2}n^2+\frac{3}{2}n-2=\frac{98}{81}$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(\frac{13}{9}, \frac{98}{81})$,

即存在点 P $(\frac{13}{9}, \frac{98}{81})$, 使 $\angle BAP = \angle BCO - \angle BAG$.

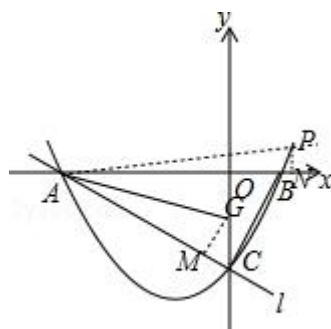


图2

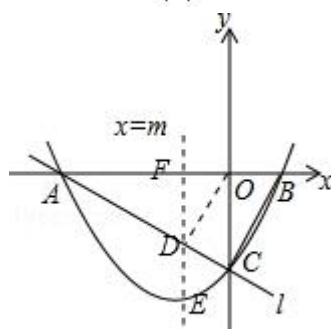


图1

【点评】 本题是一道二次函数综合题，解答本题的关键是明确题意，作出合适的辅助线，找出所求问题需要的条件，利用三角形相似、锐角三角函数和二次函数的性质解答.