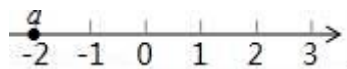


2017 年内蒙古鄂尔多斯市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) 数轴上，表示数 a 的点的绝对值是 ()



A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. -2

2. (3 分) 空气中有一种有害粉尘颗粒，其直径大约为 0.000 000 017m，该直径可用科学记数法表示为 ()

A. $0.17 \times 10^{-7} \text{m}$ B. $1.7 \times 10^7 \text{m}$ C. $1.7 \times 10^{-8} \text{m}$ D. $1.7 \times 10^8 \text{m}$

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^4 \cdot a^1 = a^4$ B. $(a^3)^2 = a^5$ C. $3x^2 - x^2 = 2$ D. $2a^2 \div 3a = \frac{2}{3}a$

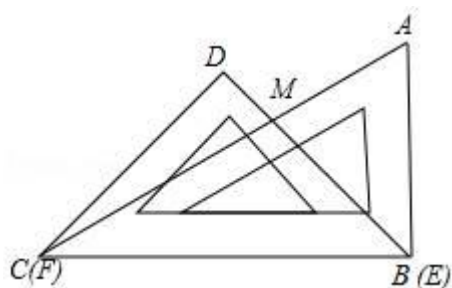
4. (3 分) 四张形状大小完全一致的卡片，放在不透明的箱子中，每张卡片正反面分别标的点的坐标如下表所示：

	第一张	第二张	第三张	第四张
正面	(2, 3)	(1, 3)	(-1, 2)	(2, 4)
反面	(-2, 1)	(-1, -3)	(1, 2)	(-3, 4)

若从中随机抽取一张，其正反面上两点正好关于 y 轴对称的概率是 ()

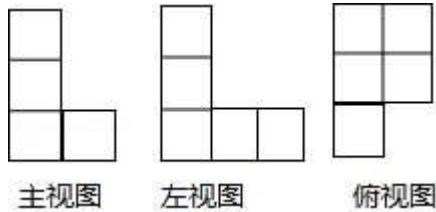
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

5. (3 分) 如图是一副三角尺 ABC 和与 DEF 拼成的图案，若将三角尺 DEF 绕点 M 按顺时针方向旋转，则边 DE 与边 AB 第一次平行时，旋转角的度数是 ()



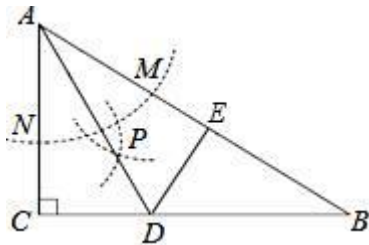
A. 75° B. 60° C. 45° D. 30°

6. (3 分) 桌上摆着一个由若干个相同正方体组成的几何体，其三视图如图所示，则组成此几何体需要正方体的个数是 ()



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

7. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 以 A 为圆心适当长为半径画弧, 分别交 AC 、 AB 于点 M 、 N , 分别以点 M 、 N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧交于点 P , 作射线 AP 交 BC 于点 D , 再作射线 DE 交 AB 于点 E , 则下列结论错误的是 ()

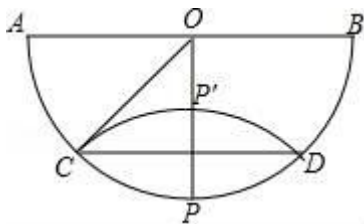


- A. $\angle ADB=120^\circ$ B. $S_{\triangle ADC}: S_{\triangle ABC}=1: 3$
C. 若 $CD=2$, 则 $BD=4$ D. DE 垂直平分 AB

8. (3分) 2016年5月15日从呼市到鄂尔多斯市的D6767次动车首发成功, 鄂尔多斯市自此迎来了动车时代, 已知两地铁路长为450千米, 动车比火车每小时多行驶50千米, 从呼市到鄂尔多斯市乘动车比乘火车少用40分钟, 设动车速度为每小时 x 千米, 则可列方程为 ()

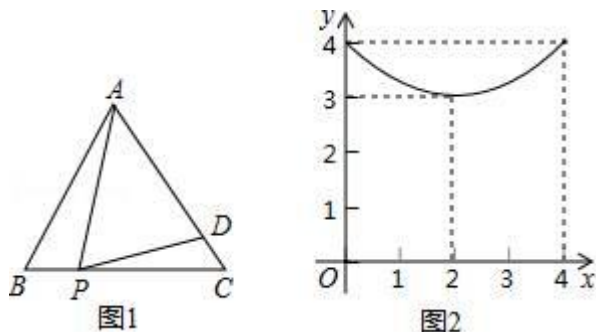
- A. $\frac{450}{x-50} - \frac{450}{x} = 40$ B. $\frac{450}{x} - \frac{450}{x+50} = 40$
C. $\frac{450}{x} - \frac{450}{x+50} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{450}{x-50} - \frac{2}{3} = \frac{450}{x}$

9. (3分) 如图, 将半圆形纸片折叠, 使折痕 CD 与直径 AB 平行, $\widehat{CD}$ 的中点 P 落在 OP 上的点 P' 处, 且 $OP' = \frac{1}{3}OP$, 折痕 $CD=2\sqrt{3}$, 则 $\tan \angle COP$ 的值为 ()



- A. $\frac{6}{5}\sqrt{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

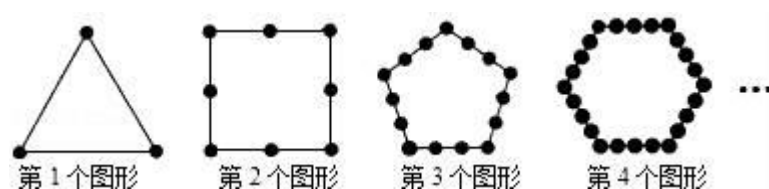
10. (3分) 如图1, 正 $\triangle ABC$ 的边长为4, 点P为BC边上的任意一点, 且 $\angle APD=60^\circ$, PD交AC于点D, 设线段PB的长度为x, 图1中某线段的长度为y, y与x的函数关系的大致图象如图2, 则这条线段可能是图1中的 ()



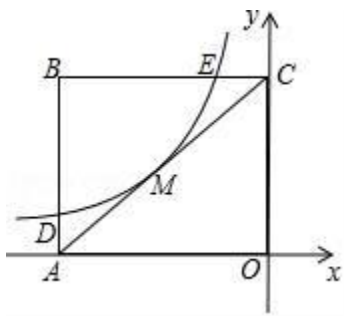
- A. 线段AD B. 线段APC. 线段PD D. 线段CD

二、填空题 (本大题共6题, 每题3分, 共18分)

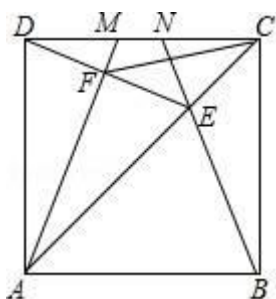
11. (3分) 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 的自变量x的取值范围是_____.
12. (3分) 计算: $(\pi - 3.14)^0 - 2\sqrt{3}\sin 60^\circ - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ _____.
13. (3分) 如图, 由一些点组成形如正多边形的图案, 按照这样的规律摆下去, 则第n (n>0) 个图案需要点的个数是_____.



14. (3分) 下列说法正确的是_____, (请直接填写序号)
- ① $2 < 2\sqrt{3} < 3$; ②四边形的内角和与外角和相等; ③ $\sqrt[3]{64}$ 的立方根为4;
- ④一元二次方程 $x^2 - 6x = 10$ 无实数根;
- ⑤若一组数据7, 4, x, 3, 5, 6的众数和中位数都是5, 则这组数据的平均数也是5.
15. (3分) 如图所示, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过矩形OABC的对角线AC的中点M, 分别与AB, BC交于点D, E, 若BD=3, OA=4, 则k的值为_____.



16. (3 分) 如图, M、N 是正方形 ABCD 的边 CD 上的两个动点, 满足 $AM=BN$, 连接 AC 交 BN 于点 E, 连接 DE 交 AM 于点 F, 连接 CF, 若正方形的边长为 4, 则线段 CF 的最小值是_____.



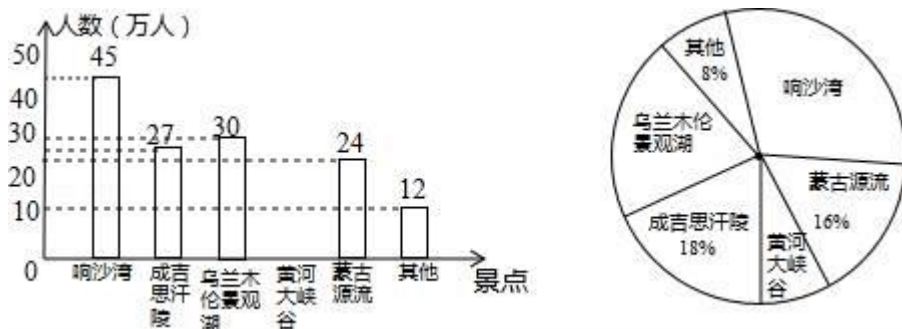
三、解答题 (本大题共 8 题, 共 72 分, 解答时写出必要的文字说明, 演算步骤或推理过程)

17. (8 分) (1) 化简求值: $\frac{2}{x+1} + \frac{x^2+4x+4}{x^2-1} \div \frac{x+2}{1-x}$, 其中 x 是一元二次方程 x

$(x-1) = 2x-2$ 的解.

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 2x-3(x-3) \geq 9 \textcircled{1} \\ \frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{5} > -1 \textcircled{2} \end{cases}$, 并求其整数解的和.

18. (9 分) 鄂尔多斯市加快国家旅游改革先行示范区建设, 越来越多的游客慕名而来, 感受鄂尔多斯市“24°C 夏天的独特魅力”, 市旅游局工作人员依据 2016 年 7 月份鄂尔多斯市各景点的游客数量, 绘制了如下尚不完整的统计图;



根据以上信息解答下列问题:

(1) 2016 年 7 月份, 鄂尔多斯市共接待游客_____万人, 扇形统计图中乌兰木伦景观湖所对应的圆心角的度数是_____, 并补全条形统计图;

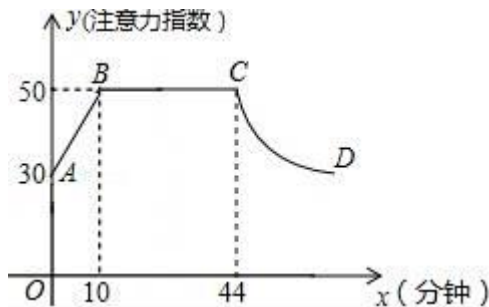
(2) 预计 2017 年 7 月份约有 200 万人选择来鄂尔多斯市旅游, 通过计算预估其中选择去响沙湾旅游的人数;

(3) 甲、乙两个旅行团准备去响沙湾、成吉思汗陵、蒙古源流三个景点旅游, 若这三个景点分别记作 a、b、c, 请用树状图或列表法求他们选择去同一个景点的概率.

19. (7 分) 一般情况下, 中学生完成数学家庭作业时, 注意力指数随时间 x (分钟) 的变化规律如图所示 (其中 AB、BC 为线段, CD 为双曲线的一部分).

(1) 分别求出线段 AB 和双曲线 CD 的函数关系式;

(2) 若学生的注意力指数不低于 40 为高效时间, 根据图中信息, 求出一般情况下, 完成一份数学家庭作业的高效时间是多少分钟?



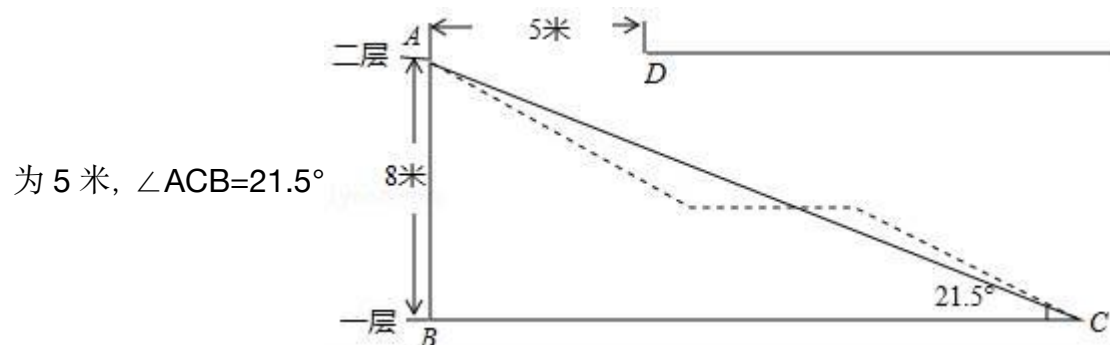
20. (9 分) 某商场试销 A、B 两种型号的台灯, 下表是两次进货情况统计:

进货情况	进货数量 (台)		进货资金 (元)
	A	B	
第一次	5	3	230
第二次	10	4	440

(1) 求 A、B 两种型号台灯的进价各为多少元?

(2) 经试销发现, A 型号台灯售价 x (元) 与销售数量 y (台) 满足关系式 $2x+y=140$ 此商场决定两种型号台灯共进货 100 台, 并一周内全部售出, 若 B 型号台灯售价定为 20 元, 求 A 型号台灯售价定为多少时, 商场可获得最大利润? 并通过计算说明商场获得最大利润时的进货方案.

21. (8 分) 某机场为了方便旅客换乘, 计划在一、二层之间安装电梯, 截面设计图如图所示, 已知两层 AD 与 BC 平行, 层高 AB 为 8 米, A、D 间水平距离



为 5 米, $\angle ACB=21.5^\circ$

(1) 通过计算说明身高 2.4 米的人在竖直站立的情况下, 搭乘电梯在 D 处会不会碰到头部;

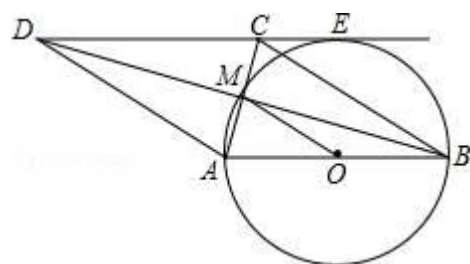
(2) 若采用中段加平台设计 (如图虚线所示), 已知平台 $MN \parallel BC$, 且 AM 段和 NC 段的坡度均为 1: 2 (坡度是指坡面的铅直高度与水平宽度的比), 求平台 MN 的长度.

(参考数据: $\sin 21.5^\circ = \frac{9}{25}$, $\cos 21.5^\circ = \frac{9}{10}$, $\tan 21.5^\circ = \frac{2}{5}$)

22. (8 分) 如图, 四边形 ABCD 中, $MA=MC$, $MB=MD$, 以 AB 为直径的 O 过点 M 且与 DC 延长线相切于点 E.

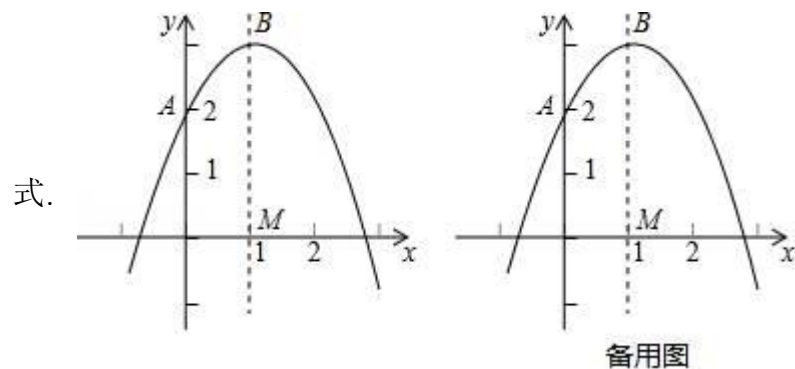
(1) 求证: 四边形 ABCD 是菱形;

(2) 若 $AB=4$, 求 $\widehat{BM}$ 的长 (结果请保留 π)



23. (11 分) 已知抛物线 $y=a(x-1)^2+3$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A (0, 2), 顶点为 B, 且对称轴 l_1 与 x 轴交于点 M

- (1) 求 a 的值，并写出点 B 的坐标；
- (2) 有一个动点 P 从原点 O 出发，沿 x 轴正方向以每秒 2 个单位的速度运动，设运动时间为 t 秒，求 t 为何值时 $PA+PB$ 最短；
- (3) 将此抛物线向右平移所得新的抛物线与原抛物线交于点 C ，且新抛物线的对称轴 l_2 与 x 轴交于点 N ，过点 C 作 $DE \parallel x$ 轴，分别交 l_1, l_2 于点 D, E ，若四边形 $MDEN$ 是正方形，求平移后抛物线的解析式.



24. (12 分) 【问题情景】

利用三角形的面积相等来求解的方法是一种常见的等积法，此方法是我们解决几何问题的途径之一.

例如：张老师给小聪提出这样一个问题：

如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AD=6$ ，问 $\triangle ABC$ 的高 AD 与 CE 的比是多少？

小聪的计算思路是：

根据题意得： $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2}AB \cdot CE$.

从而得 $2AD=CE$ ， $\therefore \frac{AD}{CE} = \frac{1}{2}$

请运用上述材料中所积累的经验和方法解决下列问题：

(1) 【类比探究】

如图 2，在 $\square ABCD$ 中，点 E, F 分别在 AD, CD 上，且 $AF=CE$ ，并相交于点 O ，连接 BE, BF ，

求证： BO 平分角 AOC .

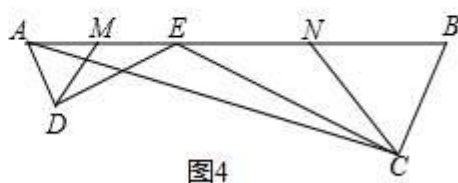
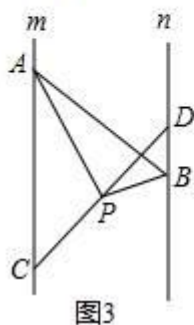
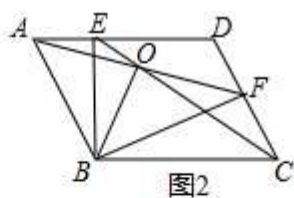
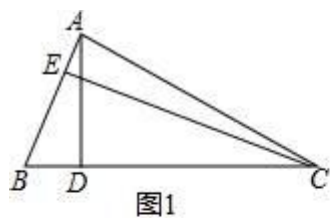
(2) 【探究延伸】

如图 3，已知直线 $m \parallel n$ ，点 A, C 是直线 m 上两点，点 B, D 是直线 n 上两点，点 P 是线段 CD 中点，且 $\angle APB=90^\circ$ ，两平行线 m, n 间的距离为 4. 求证：

$PA \cdot PB = 2AB$.

(3) 【迁移应用】

如图 4，E 为 AB 边上一点， $ED \perp AD$ ， $CE \perp CB$ ，垂足分别为 D，C， $\angle DAB = \angle B$ ， $AB = \sqrt{34}$ ， $BC = 2$ ， $AC = \sqrt{26}$ ，又已知 M、N 分别为 AE、BE 的中点，连接 DM、CN。求 $\triangle DEM$ 与 $\triangle CEN$ 的周长之和。

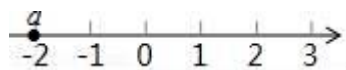


2017 年内蒙古鄂尔多斯市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. （3 分）数轴上，表示数 a 的点的绝对值是（ ）



A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. -2

【解答】解：由题意可知： $a = -2$

$$\therefore |a| = 2$$

故选（A）

2. （3 分）空气中有一种有害粉尘颗粒，其直径大约为 0.000 000 017m，该直径可用科学记数法表示为（ ）

A. $0.17 \times 10^{-7} \text{m}$ B. $1.7 \times 10^7 \text{m}$ C. $1.7 \times 10^{-8} \text{m}$ D. $1.7 \times 10^8 \text{m}$

【解答】解： $0.000\ 000\ 017 = 1.7 \times 10^{-8}$ ，

故选 C.

3. （3 分）下列计算正确的是（ ）

A. $a^4 \cdot a^1 = a^4$ B. $(a^3)^2 = a^5$ C. $3x^2 - x^2 = 2$ D. $2a^2 \div 3a = \frac{2}{3}a$

【解答】解：A、 $a^4 \cdot a^1 = a^5$ ，错误；

B、 $(a^3)^2 = a^6$ ，错误；

C、 $3x^2 - x^2 = 2x^2$ ，错误；

D、 $2a^2 \div 3a = \frac{2}{3}a$ ，正确.

故选 D.

4. （3 分）四张形状大小完全一致的卡片，放在不透明的箱子中，每张卡片正反面分别标的点的坐标如下表所示：

	第一张	第二张	第三张	第四张
--	-----	-----	-----	-----

正面	(2, 3)	(1, 3)	(-1, 2)	(2, 4)
反面	(-2, 1)	(-1, -3)	(1, 2)	(-3, 4)

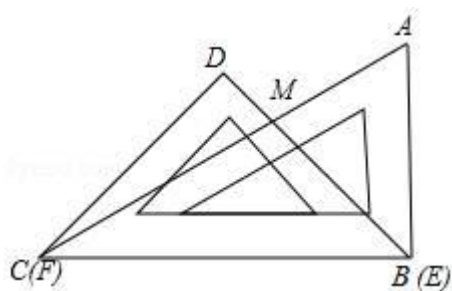
若从中随机抽取一张，其正反面上两点正好关于 y 轴对称的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

【解答】解： $\because$ 有四张形状大小完全一致的卡片，关于 y 轴对称的只有第三张，
 $\therefore$ 从中随机抽取一张，其正反面上两点正好关于 y 轴对称的概率是： $\frac{1}{4}$.

故选：A.

5. (3 分) 如图是一副三角尺 ABC 和与 DEF 拼成的图案，若将三角尺 DEF 绕点 M 按顺时针方向旋转，则边 DE 与边 AB 第一次平行时，旋转角的度数是 ()



- A. 75° B. 60° C. 45° D. 30°

【解答】解：过 M 作 $MH \parallel AB$ 交 BC 于 H ,

$\because AB \perp BC$,

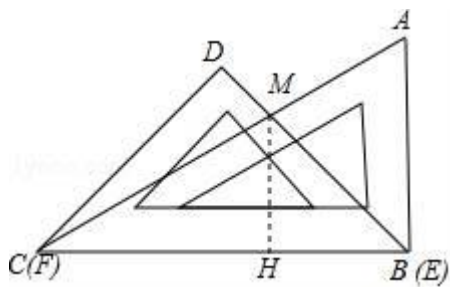
$\therefore MH \perp BC$,

$\therefore \triangle BMH$ 是等腰直角三角形，

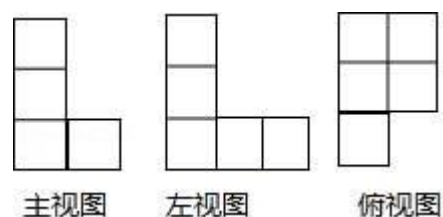
$\therefore \angle BMH = 45^\circ$,

$\therefore$ 若将三角尺 DEF 绕点 M 按顺时针方向旋转，则边 DE 与边 AB 第一次平行时，旋转角的度数是 45° ,

故选 C.

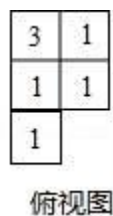


6. (3分) 桌上摆着一个由若干个相同正方体组成的几何体, 其三视图如图所示, 则组成此几何体需要正方体的个数是 ()



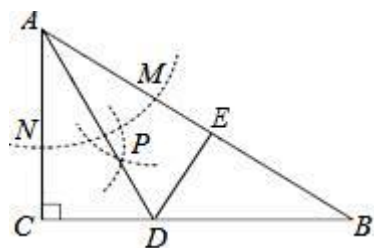
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【解答】解：根据俯视图可知该组合体共 3 行、2 列，
结合主视图和左视图知该几何体中小正方体的分布情况如图所示：



则组成此几何体需要正方体的个数是 7,
故选: B

7. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 以 A 为圆心适当长为半径画弧, 分别交 AC 、 AB 于点 M 、 N , 分别以点 M 、 N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧交于点 P , 作射线 AP 交 BC 于点 D , 再作射线 DE 交 AB 于点 E , 则下列结论错误的是 ()



- A. $\angle ADB=120^\circ$ B. $S_{\triangle ADC}: S_{\triangle ABC}=1: 3$
C. 若 $CD=2$, 则 $BD=4$ D. DE 垂直平分 AB

【解答】解： $\because \angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，
 $\therefore \angle CAB=60^\circ$ ，
 由题意知 AD 平分 $\angle CAB=60^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAD = \angle DAB = 30^\circ,$$

则 $\angle ADB = 180^\circ - \angle DAB - \angle B = 120^\circ$, 故 A 选项正确;

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 设 $CD=x$, 则 $AD=2x$,

$$\therefore \angle DAB = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore DB=DA=2x,$$

$$\therefore BC=CD+BD=3x,$$

$$\text{则 } \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot CD \cdot AC}{\frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}, \text{ 故 B 选项正确;}$$

由以上可知 $BD=2CD$,

$\therefore$ 当 $CD=2$ 时, $BD=4$, 故 C 选项正确;

由于点 E 的位置不确定, 故无法判断 DE 是否垂直平分 AB, 则 D 选项错误;

故选: D.

8. (3 分) 2016 年 5 月 15 日从呼市到鄂尔多斯市的 D6767 次动车首发成功, 鄂尔多斯市自此迎来了动车时代, 已知两地铁路长为 450 千米, 动车比火车每小时多行驶 50 千米, 从呼市到鄂尔多斯市乘动车比乘火车少用 40 分钟, 设动车速度为每小时 x 千米, 则可列方程为 ()

$$\text{A. } \frac{450}{x-50} - \frac{450}{x} = 40 \quad \text{B. } \frac{450}{x} - \frac{450}{x+50} = 40$$

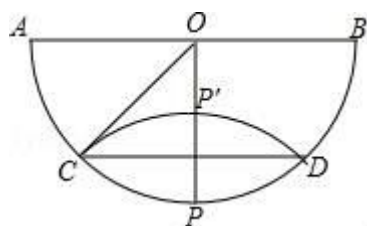
$$\text{C. } \frac{450}{x} - \frac{450}{x+50} = \frac{2}{3} \quad \text{D. } \frac{450}{x-50} - \frac{450}{x} = \frac{2}{3}$$

【解答】解: 设动车速度为每小时 x 千米, 则可列方程为:

$$\frac{450}{x-50} - \frac{450}{x} = \frac{2}{3}.$$

故选: D.

9. (3 分) 如图, 将半圆形纸片折叠, 使折痕 CD 与直径 AB 平行, $\widehat{CD}$ 的中点 P 落在 OP 上的点 P' 处, 且 $OP' = \frac{1}{3}OP$, 折痕 $CD=2\sqrt{3}$, 则 $\tan \angle COP$ 的值为 ()



- A. $\frac{6}{5}\sqrt{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

【解答】解：由折叠得：EP'=EP，

$$\therefore OP' = \frac{1}{3}OP,$$

$$\therefore EP' = EP = OP',$$

设 $OP' = x$ ，则 $OC = 3x$ ， $OE = 2x$ ，

$\therefore P$ 是 $\widehat{CD}$ 的中点，

$$\therefore OP \perp CD,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle OCE$ 中，由勾股定理得： $OC^2 = OE^2 + CE^2$ ，

$$(3x)^2 = (2x)^2 + (\sqrt{3})^2,$$

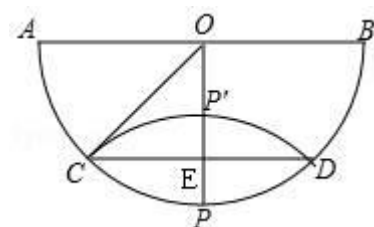
$$5x^2 = 3,$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{15}}{5},$$

$$x_1 = -\frac{\sqrt{15}}{5} \text{ (舍)}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{15}}{5},$$

$$\therefore \tan \angle COP = \frac{CE}{OE} = \frac{\sqrt{3}}{2 \times \frac{\sqrt{15}}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

故选 C.



10. (3分) 如图1，正 $\triangle ABC$ 的边长为4，点P为BC边上的任意一点，且 $\angle APD = 60^\circ$ ，PD交AC于点D，设线段PB的长度为x，图1中某线段的长度为y，y与x的函数关系的大致图象如图2，则这条线段可能是图1中的（ ）

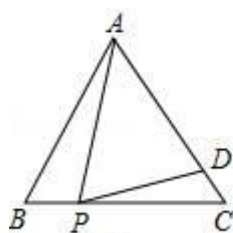


图1

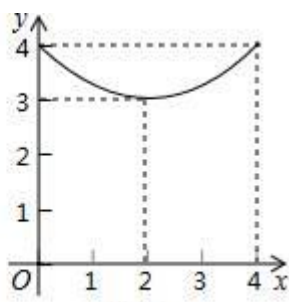


图2

A. 线段 AD B. 线段 APC. 线段 PD D. 线段 CD

【解答】解：由图 2 知，当 x 取最小值 2 时， $y=3$.

正 $\triangle ABC$ 的边长为 4，则 $0 \leq x \leq 4$,

根据等边三角形的性质可知，当 $AP \perp BC$ 即 $x=2$ 时，线段 AP 、 PD 有最小值，

此时 $AP=2\sqrt{3}$, $PD=\frac{1}{2}AP=\sqrt{3}$, $AD=AP\cos 30^\circ=3$, $CD=AC-AD=1$,

故选 A.

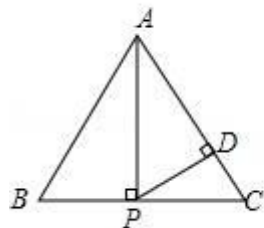


图1

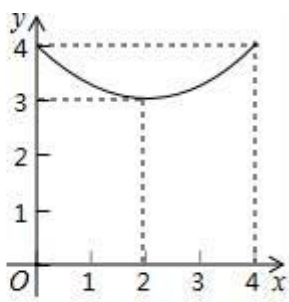


图2

二、填空题（本大题共 6 题，每题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【解答】解：根据题意得， $x-2 \geq 0$,

解得 $x \geq 2$.

故答案为： $x \geq 2$.

12. (3 分) 计算： $(\pi - 3.14)^0 - 2\sqrt{3}\sin 60^\circ - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = \underline{0}$.

【解答】解： $(\pi - 3.14)^0 - 2\sqrt{3}\sin 60^\circ - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$

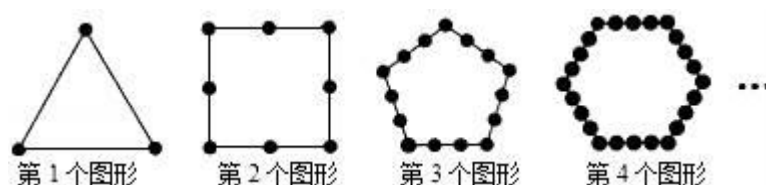
$$= 1 - 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2$$

$$= 3 - 3$$

=0.

故答案为：0.

13. (3分) 如图，由一些点组成形如正多边形的图案，按照这样的规律摆下去，则第 n ($n > 0$) 个图案需要点的个数是 $n^2 + 2n$.



【解答】解：第1个图形是 $2 \times 3 - 3$,

第2个图形是 $3 \times 4 - 4$,

第3个图形是 $4 \times 5 - 5$,

按照这样的规律摆下去，

则第 n 个图形需要云子的个数是 $(n+1)(n+2) - (n+2) = n^2 + 2n$,

故答案为： $n^2 + 2n$.

14. (3分) 下列说法正确的是 ②⑤, (请直接填写序号)

① $2 < 2\sqrt{3} < 3$; ② 四边形的内角和与外角和相等; ③ $\sqrt{64}$ 的立方根为 4;

④ 一元二次方程 $x^2 - 6x = 10$ 无实数根;

⑤ 若一组数据 7, 4, x , 3, 5, 6 的众数和中位数都是 5, 则这组数据的平均数也是 5.

【解答】解：① $\because 2 < 3 < 2\sqrt{3}$,

$\therefore$ ① 错误;

② $\because$ 四边形的内角和为 360° , 四边形的外角和为 360° ,

$\therefore$ 四边形的内角和与外角和相等, ② 正确;

③ $\because \sqrt{64} = 8$,

$\therefore \sqrt{64}$ 的立方根为 2, ③ 错误;

④ 原方程可变形为 $x^2 - 6x - 10 = 0$,

$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 76 > 0$,

$\therefore$ 一元二次方程 $x^2 - 6x = 10$ 有两个不相等的实数根, ④ 错误;

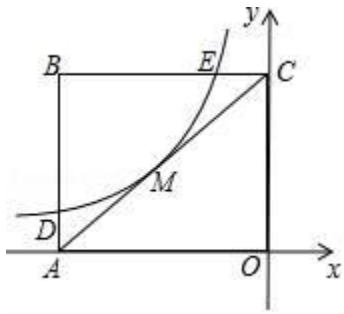
⑤∵数据 7, 4, x, 3, 5, 6 的众数和中位数都是 5,

$$\therefore x=5,$$

∴这组数据的平均数为 $(7+4+5+3+5+6) \div 6=5$, ⑤正确.

故答案为: ②⑤.

15. (3 分) 如图所示, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过矩形 OABC 的对角线 AC 的中点 M, 分别与 AB, BC 交于点 D、E, 若 BD=3, OA=4, 则 k 的值为 -4.



【解答】解: 设 D $(-4, m)$, $\therefore |k|=4m$,

过点 M 作 $MF \perp OA$ 于点 F, 连接 OB,

由矩形的性质可知: $BM=OM$,

$$\therefore FA=FO,$$

$$\therefore S_{\triangle OMF} = \frac{1}{2} S_{\triangle AMO} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABO} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} OA \cdot AB = \frac{1}{2} (3+m),$$

$$\therefore \frac{1}{2} |k| = \frac{1}{2} (3+m),$$

$$\therefore |k| = (3+m),$$

$$\therefore (3+m) = 4m,$$

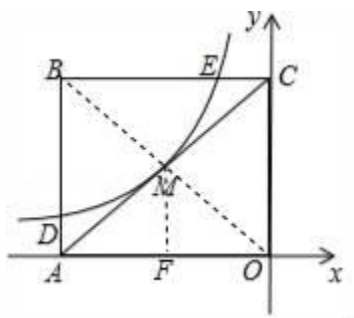
$$\therefore m=1,$$

$$\therefore |k| = \frac{12}{7} 4$$

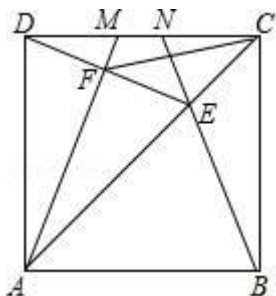
$$\therefore k < 0$$

$$\therefore k = -4,$$

故答案为: -4.



16. (3分) 如图, M、N 是正方形 ABCD 的边 CD 上的两个动点, 满足 $AM=BN$, 连接 AC 交 BN 于点 E, 连接 DE 交 AM 于点 F, 连接 CF, 若正方形的边长为 4, 则线段 CF 的最小值是 $2\sqrt{5}-2$.



【解答】 解: 在正方形 ABCD 中, $AD=BC=CD$, $\angle ADC=\angle BCD$, $\angle DCE=\angle BCE$,

在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 和 $\text{Rt}\triangle BCN$ 中,

$$\begin{cases} AD=BC \\ AM=BN \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADM$ 和 $\text{Rt}\triangle BCN$ (HL),

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} BC=CD \\ \angle DCE=\angle BCE, \\ CE=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCE \cong \triangle BCE$ (SAS),

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle ADF + \angle 3 = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

取 AD 的中点 O, 连接 OF、OC,

$$\text{则 } OF = DO = \frac{1}{2}AD = 2,$$

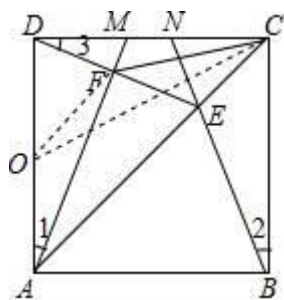
$$\text{在 Rt}\triangle ODC \text{ 中, } OC = \sqrt{DO^2 + DC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

根据三角形的三边关系, $OF + CF > OC$,

$\therefore$ 当 O、F、C 三点共线时, CF 的长度最小,

$$\text{最小值} = OC - OF = 2\sqrt{5} - 2.$$

故答案为: $2\sqrt{5} - 2$.



三、解答题 (本大题共 8 题, 共 72 分, 解答时写出必要的文字说明, 演算步骤或推理过程)

17. (8 分) (1) 化简求值: $\frac{2}{x+1} + \frac{x^2+4x+4}{x^2-1} \div \frac{x+2}{1-x}$, 其中 x 是一元二次方程 x

$(x-1) = 2x-2$ 的解.

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 2x-3(x-3) \geq 9 & \text{①} \\ \frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{5} > -1 & \text{②} \end{cases}$, 并求其整数解的和.

【解答】 解: (1) 原式 = $\frac{2}{x+1} - \frac{(x+2)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x+2} = \frac{2}{x+1} - \frac{x+2}{x+1} = -\frac{x}{x+1}$,

已知方程整理得: $(x-2)(x-1) = 0$,

解得: $x=2$ 或 $x=1$ (舍去),

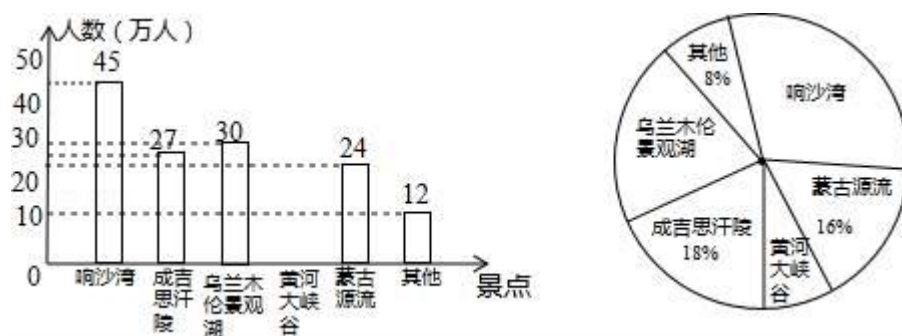
当 $x=2$ 时, 原式 = $-\frac{2}{3}$;

(2) 由①得: $x \leq 0$,

由②得: $x > -\frac{12}{7}$,

∴ 不等式组的解集为 $-\frac{12}{7} < x \leq 0$ ，即整数解为 $-1, 0$ ，之和为 -1 。

18. (9 分) 鄂尔多斯市加快国家旅游改革先行示范区建设，越来越多的游客慕名而来，感受鄂尔多斯市“24°C夏天的独特魅力”，市旅游局工作人员依据 2016 年 7 月份鄂尔多斯市各景点的游客数量，绘制了如下尚不完整的统计图；



根据以上信息解答下列问题：

(1) 2016 年 7 月份，鄂尔多斯市共接待游客 150 万人，扇形统计图中乌兰木伦景观湖所对应的圆心角的度数是 72°，并补全条形统计图；

(2) 预计 2017 年 7 月份约有 200 万人选择来鄂尔多斯市旅游，通过计算预估其中选择去响沙湾旅游的人数；

(3) 甲、乙两个旅行团准备去响沙湾、成吉思汗陵、蒙古源流三个景点旅游，若这三个景点分别记作 a、b、c，请用树状图或列表法求他们选择去同一个景点的概率。

【解答】 解：(1) 由条形图和扇形图可知，游其他的人数是 12 万人，占 8%，则鄂尔多斯市共接待游客人数为： $12 \div 8\% = 150$ (万人)，

乌兰木伦景观湖所对应的圆心角的度数是： $360^\circ \times \frac{30}{150} = 72^\circ$ ，

黄河大峡谷人数为： $150 - 45 - 27 - 30 - 24 - 12 = 12$ (万人)，补全条形统计图如图：

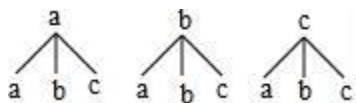
故答案为：150，72；

(2) 根据题意得：

$$200 \times \frac{45}{150} = 60 \text{ (万人)}$$

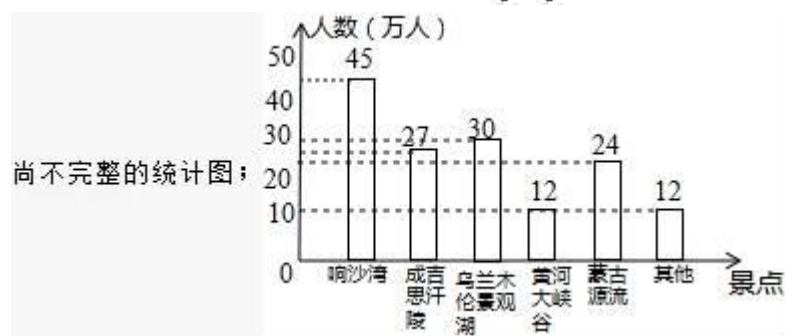
答：估计其中选择去响沙湾旅游的人数有 60 万人；

(3) 设 a , b , c 分别表示响沙湾、成吉思汗陵、蒙古源流, 列树状图如下:



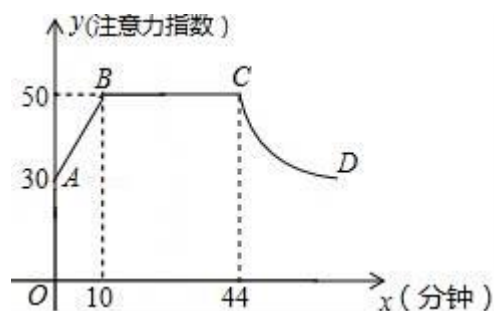
由此可见, 共有 9 种可能出现的结果, 这些结果出现的可能性相等, 其中同时选择去同一个景点的结果有 3 种

则同时选择去同一个景点的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$



19. (7 分) 一般情况下, 中学生完成数学家庭作业时, 注意力指数随时间 x (分钟) 的变化规律如图所示 (其中 AB 、 BC 为线段, CD 为双曲线的一部分).

- (1) 分别求出线段 AB 和双曲线 CD 的函数关系式;
- (2) 若学生的注意力指数不低于 40 为高效时间, 根据图中信息, 求出一般情况下, 完成一份数学家庭作业的高效时间是多少分钟?



【解答】 解: (1) 设线段 AB 所在的直线的解析式为 $y_1 = k_1x + 30$,

把 $B(10, 50)$ 代入得, $k_1 = 2$,

$\therefore AB$ 解析式为: $y_1 = 2x + 30$ ($0 \leq x \leq 10$).

设 C 、 D 所在双曲线的解析式为 $y_2 = \frac{k_2}{x}$,

把 $C(44, 50)$ 代入得, $k_2 = 2200$,

∴ 曲线 CD 的解析式为： $y_2 = \frac{2200}{x}$ ($x \geq 44$)；

(2) 将 $y=40$ 代入 $y_1=2x+30$ 得： $2x+30=40$ ，解得： $x=5$ ，

将 $y=40$ 代入 $y_2=\frac{2200}{x}$ 得： $x=55$ 。

$55 - 5 = 50$ 。

所以完成一份数学家庭作业的高效时间是 50 分钟。

20. (9 分) 某商场试销 A、B 两种型号的台灯，下表是两次进货情况统计：

进货情况 进货次数	进货数量 (台)		进货资金 (元)
	A	B	
第一次	5	3	230
第二次	10	4	440

(1) 求 A、B 两种型号台灯的进价各为多少元？

(2) 经试销发现，A 型号台灯售价 x (元) 与销售数量 y (台) 满足关系式 $2x+y=140$ 此商场决定两种型号台灯共进货 100 台，并一周内全部售出，若 B 型号台灯售价定为 20 元，求 A 型号台灯售价定为多少时，商场可获得最大利润？并通过计算说明商场获得最大利润时的进货方案。

【解答】解：(1) 设 A、B 两种型号台灯的进价分别为 x 元， y 元，

由题意得，
$$\begin{cases} 5x+3y=230 \\ 10x+4y=440 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=40 \\ y=10 \end{cases}$$

答：A、B 两种型号台灯的进价分别为 40 元，10 元；

(2) ∵ A 型号台灯售价 x (元) 与销售数量 y (台) 满足关系式 $2x+y=140$ 此商场决定两种型号台灯共进货 100 台，即 $y = -2x+140$ ，则 B 型号台灯共进货 $(100 - y)$ 台 = $(2x - 40)$ 台，

设商场可获得利润为 w ，则 $w = (x - 40)(-2x+140) + (20 - 10)(2x - 40) = -2x^2 + 240x - 6000 = -2(x - 60)^2 + 1200$ ，

∵ $-2 < 0$ ，

∴ A 型号台灯售价定为 60 元时，商场可获得最大利润为 1200 元。

21. (8分) 某机场为了方便旅客换乘, 计划在一、二层之间安装电梯, 截面设计图如图所示, 已知两层 AD 与 BC 平行, 层高 AB 为 8 米, A 、 D 间水平距离为 5 米, $\angle ACB=21.5^\circ$

(1) 通过计算说明身高 2.4 米的人在竖直站立的情况下, 搭乘电梯在 D 处会不会碰到头部;

(2) 若采用中段加平台设计 (如图虚线所示), 已知平台 $MN \parallel BC$, 且 AM 段和 NC 段的坡度均为 1: 2 (坡度是指坡面的铅直高度与水平宽度的比), 求平台 MN 的长度.

(参考数据: $\sin 21.5^\circ = \frac{9}{25}$, $\cos 21.5^\circ = \frac{9}{10}$, $\tan 21.5^\circ = \frac{2}{5}$)

【解答】 解: (1) 作 $GD \perp AD$, 交 AC 于点 G ,

$\therefore \angle ACB = 21.5^\circ$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAG = 21.5^\circ$,

$\therefore DG = \tan 21.5^\circ \times 5 = 0.4 \times 5 = 2 < 2.4$,

$\therefore$ 会碰到头部;

(2) $\because AB = 8$,

$\therefore CB = 20$,

过点 M 作 $ME \perp AB$, 垂足为点 E , 过点 N 作 $NF \perp CD$, 垂足为点 F ,

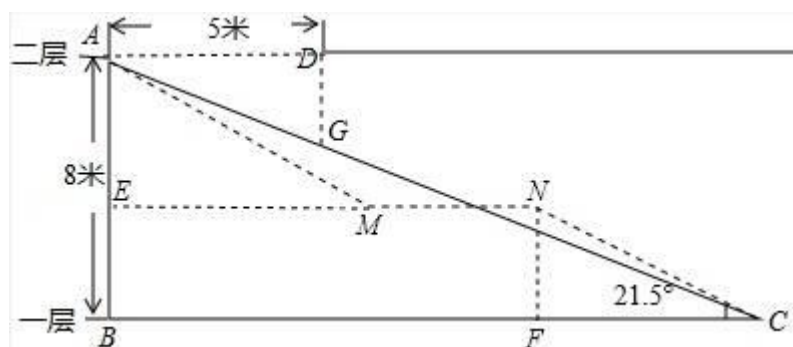
设 $FN = x$, 则 $AE = 8 - x$,

$\because AM$ 段和 NC 段的坡度 $i = 1: 2$,

$\therefore EM = 2(8 - x) = 16 - 2x$, $CF = 2x$,

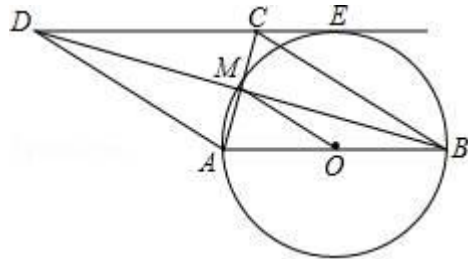
$\therefore EM + CF = 16 - 2x + 2x = 16$,

$\therefore MN = BC - (EM + CF) = 20 - 16 = 4$ (米).



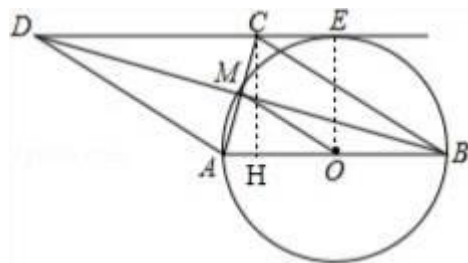
22. (8 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $MA=MC$, $MB=MD$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 过点 M 且与 DC 延长线相切于点 E .

- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;
 (2) 若 $AB=4$, 求 $\widehat{BM}$ 的长 (结果请保留 π)



【解答】 解: (1) $\because MA=MC$, $MB=MD$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 且 $\odot O$ 经过点 M ,
 $\therefore \angle AMB=90^\circ$, 即 $AC \perp BD$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 如图, 作 $CH \perp AB$ 于点 H , 连接 OE ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 且 $AB=4$,
 $\therefore DE \parallel AB$, $BC=AB=4$, $OA=OB=OE=2$,
 $\because \odot O$ 与 DC 相切于点 E ,
 $\therefore OE \perp DC$,
 则 $CH=OE=2$,
 在 $Rt\triangle BCH$ 中, 由 $BC=2CH$ 知 $\angle CBH=30^\circ$,
 $\therefore \angle OBM = \frac{1}{2} \angle CBH = 15^\circ$,
 $\because OB=OM=2$,
 $\therefore \angle BOM=150^\circ$,

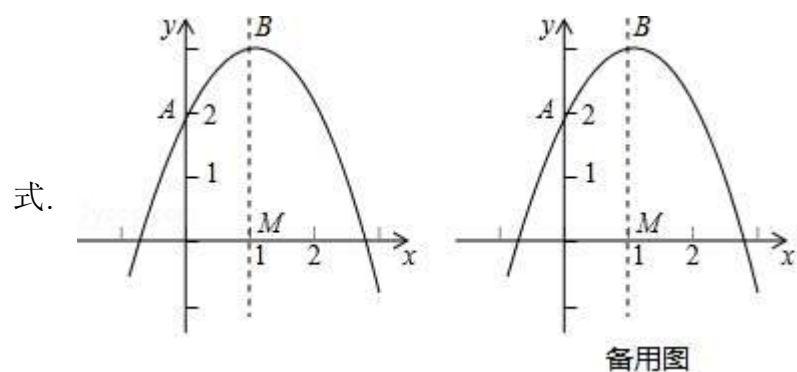
则 $\widehat{BM}$ 的长为 $\frac{150 \cdot \pi \cdot 2}{180} = \frac{5\pi}{3}$.

23. (11 分) 已知抛物线 $y=a(x-1)^2+3$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 $A(0, 2)$, 顶点为 B , 且对称轴 l_1 与 x 轴交于点 M

(1) 求 a 的值, 并写出点 B 的坐标;

(2) 有一个动点 P 从原点 O 出发, 沿 x 轴正方向以每秒 2 个单位的速度运动, 设运动时间为 t 秒, 求 t 为何值时 $PA+PB$ 最短;

(3) 将此抛物线向右平移所得新的抛物线与原抛物线交于点 C , 且新抛物线的对称轴 l_2 与 x 轴交于点 N , 过点 C 作 $DE \parallel x$ 轴, 分别交 l_1, l_2 于点 D, E , 若四边形 $MDEN$ 是正方形, 求平移后抛物线的解析式.



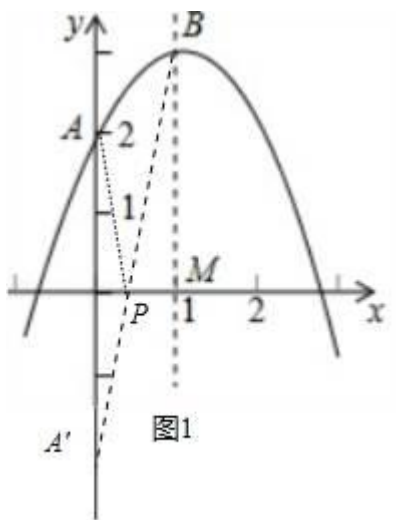
【解答】解: (1) 把 $A(0, 2)$ 代入抛物线的解析式可得, $2=a+3$,

$\therefore a=-1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-(x-1)^2+3$,

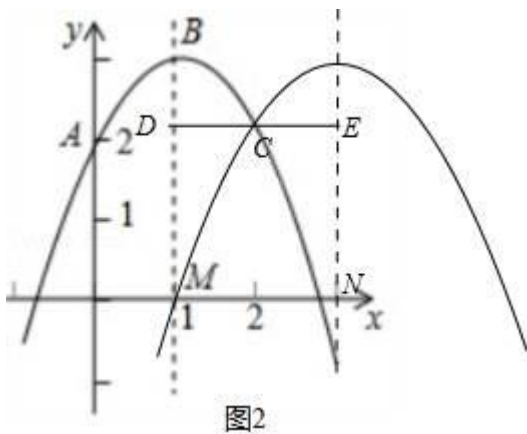
$\therefore$ 抛物线的顶点 B 坐标为 $(1, 3)$.

(2) 如图 1 中, 作点 A 关于 x 轴的对称点 A' , 连接 BA' 交 x 轴于 P , 点 P 即为所求.



$\therefore A' (0, -2), B (1, 3),$
 $\therefore$ 直线 $A'B$ 的解析式为 $y=5x-2,$
 $\therefore P (\frac{2}{5}, 0),$
 $\therefore t=\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$ 时, $PA+PB$ 最短

(3) 如图 2 中, 设抛物线向右平移后的解析式为 $y=-(x-m)^2+3.$



由 $\begin{cases} y=-(x-1)^2+3 \\ y=-(x-m)^2+3 \end{cases}$, 解得 $x=\frac{m+1}{2},$

$\therefore$ 点 C 的横坐标 $\frac{m+1}{2},$

$\therefore MN=m-1,$ 四边形 MDEN 是正方形,

$\therefore C (\frac{m+1}{2}, m-1),$

把点 C 的坐标代入 $y=-(x-1)^2+3,$

得到 $m - 1 = -\frac{(m-1)^2}{4} + 3$,

解得 $m=3$ 或 -5 (舍弃),

$\therefore$ 移后抛物线的解析式为 $y = -(x-3)^2 + 3$.

当点 C 在 x 轴下方时, $C(\frac{m+1}{2}, 1-m)$,

把点 C 的坐标代入 $y = -(x-1)^2 + 3$,

得到 $1-m = -\frac{(m-1)^2}{4} + 3$,

解得 $m=7$ 或 -1 (舍弃),

$\therefore$ 移后抛物线的解析式为 $y = -(x-7)^2 + 3$.

24. (12 分) 【问题情景】

利用三角形的面积相等来求解的方法是一种常见的等积法, 此方法是我们解决几何问题的途径之一.

例如: 张老师给小聪提出这样一个问题:

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $AD=6$, 问 $\triangle ABC$ 的高 AD 与 CE 的比是多少?

小聪的计算思路是:

根据题意得: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2}AB \cdot CE$.

从而得 $2AD=CE$, $\therefore \frac{AD}{CE} = \frac{1}{2}$

请运用上述材料中所积累的经验和方法解决下列问题:

(1) 【类比探究】

如图 2, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E、F 分别在 AD, CD 上, 且 $AF=CE$, 并相交于点 O, 连接 BE、BF,

求证: BO 平分角 AOC.

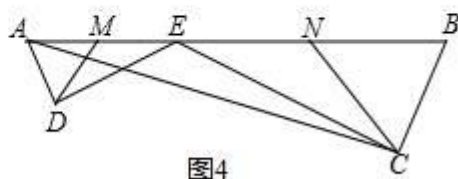
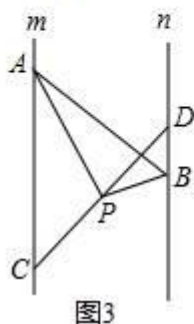
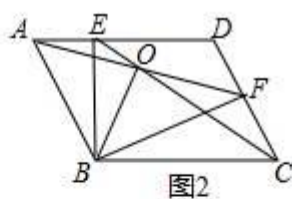
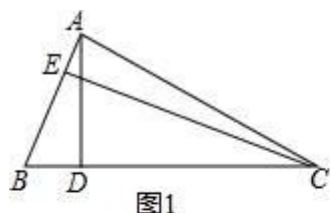
(2) 【探究延伸】

如图 3, 已知直线 $m \parallel n$, 点 A、C 是直线 m 上两点, 点 B、D 是直线 n 上两点, 点 P 是线段 CD 中点, 且 $\angle APB=90^\circ$, 两平行线 m、n 间的距离为 4. 求证: $PA \cdot PB = 2AB$.

(3) 【迁移应用】

如图 4, E 为 AB 边上一点, $ED \perp AD$, $CE \perp CB$, 垂足分别为 D、C, $\angle DAB =$

$\angle B$, $AB=\sqrt{34}$, $BC=2$, $AC=\sqrt{26}$, 又已知 M、N 分别为 AE、BE 的中点, 连接 DM、CN. 求 $\triangle DEM$ 与 $\triangle CEN$ 的周长之和.



【解答】证明: (1) 如图 2,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD}, \quad S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD},$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BCE},$$

过点 B 作 $OG \perp AF$ 于 G, $OH \perp CE$ 于 H,

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} AF \times BG, \quad S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} CE \times BH,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AF \times BG = \frac{1}{2} CE \times BH, \quad \text{即: } AF \times BG = CE \times BH,$$

$$\therefore AF = CE,$$

$$\therefore BG = BH,$$

在 $\text{Rt}\triangle BOG$ 和 $\text{Rt}\triangle BOH$ 中, $\begin{cases} BO=BO \\ BG=BH \end{cases}$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BOG \cong \text{Rt}\triangle BOH,$$

$$\therefore \angle BOG = \angle BOH,$$

$$\therefore OB \text{ 平分 } \angle AOC,$$

(2) 如图 3,

过点 P 作 $PG \perp n$ 于 G, 交 m 于 F,

$$\therefore m \parallel n,$$

$\therefore PF \perp AC$,

$\therefore \angle CFP = \angle BGP = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 P 是 CD 中点,

在 $\triangle CPF$ 和 $\triangle DPG$ 中,
$$\begin{cases} \angle CFP = \angle DGP \\ CP = DP \\ \angle CPF = \angle DPG \end{cases},$$

$\therefore \triangle CPF \cong \triangle DPG$,

$\therefore PF = PG = \frac{1}{2}FG = 2$,

延长 BP 交 AC 于 E,

$\therefore m \parallel n$,

$\therefore \angle ECP = \angle BDP$,

$\therefore CP = DP$,

在 $\triangle CPE$ 和 $\triangle DPB$ 中,
$$\begin{cases} \angle ECP = \angle BDP \\ CP = DP \\ \angle CPE = \angle DPB \end{cases},$$

$\therefore \triangle CPE \cong \triangle DPB$,

$\therefore PE = PB$,

$\therefore \angle APB = 90^\circ$,

$\therefore AE = AB$,

$\therefore S_{\triangle APE} = S_{\triangle APB}$,

$\therefore S_{\triangle APE} = \frac{1}{2}AE \times PF = AE = AB, S_{\triangle APB} = \frac{1}{2}AP \times PB$,

$\therefore AB = \frac{1}{2}AP \times PB$,

即: $PA \cdot PB = 2AB$;

(3) 如图 4, 延长 AD, BC 交于点 G,

$\therefore \angle BAD = \angle B$,

$\therefore AG = BG$, 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于 F,

设 $CF = x$ ($x > 0$),

$\therefore BF = BC + CF = x + 2$,

在 $Rt\triangle ABF$ 中, $AB = \sqrt{34}$,

根据勾股定理得, $AF^2=AB^2-BF^2=34-(x+2)^2$,

在 $Rt\triangle ACF$ 中, $AC=\sqrt{26}$,

根据勾股定理得, $AF^2=AC^2-CF^2=26-x^2$,

$$\therefore 34-(x+2)^2=26-x^2,$$

$$\therefore x=-1 \text{ (舍) 或 } x=1,$$

$$\therefore AF=\sqrt{26-x^2}=5,$$

连接 EG,

$$\therefore S_{\triangle ABG}=\frac{1}{2}BG \times AF=S_{\triangle AEG}+S_{\triangle BEG}=\frac{1}{2}AG \times DE+\frac{1}{2}BG \times CE=\frac{1}{2}BG (DE+CE),$$

$$\therefore DE+CE=AF=5,$$

在 $Rt\triangle ADE$ 中, 点 M 是 AE 的中点,

$$\therefore AE=2DM=2EM,$$

同理: $BE=2CN=2EN$,

$$\therefore AB=AE+BE,$$

$$\therefore 2DM+2CN=AB,$$

$$\therefore DM+CN=\frac{1}{2}AB,$$

$$\text{同理: } EM+EN=\frac{1}{2}AB$$

$$\therefore \triangle DEM \text{ 与 } \triangle CEN \text{ 的周长之和} = DE+DM+EM+CE+CN+EN = (DE+CE)$$

$$+[(DM+CN) + (EM+EN)]$$

$$= (DE+CN) + AB = 5 + \sqrt{34}.$$

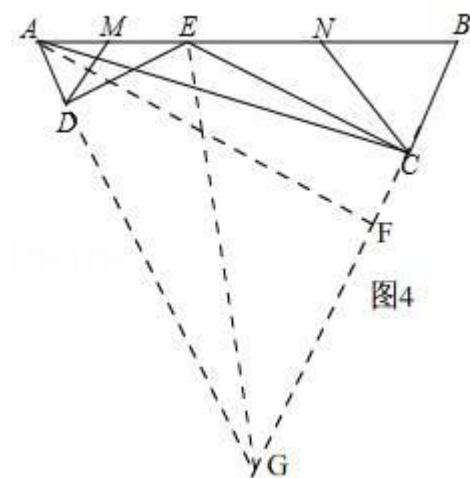


图4

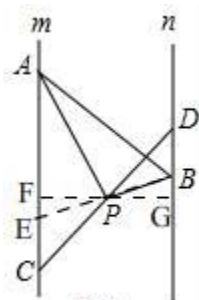


图3

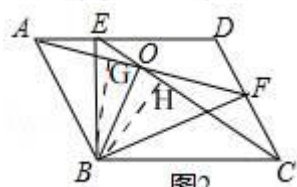


图2