

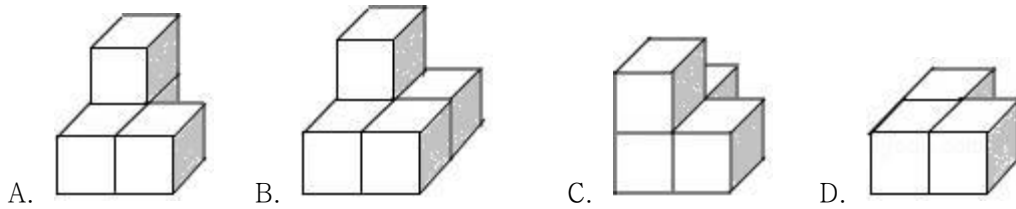
2017 年内蒙古通辽市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. -5 的相反数是（ ）

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

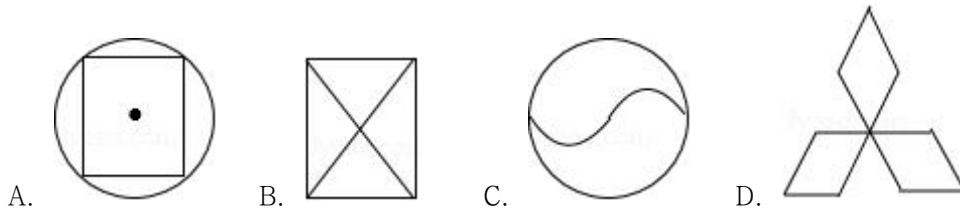
2. 下列四个几何体的俯视图中与众不同的是（ ）



3. 空气是混合物，为直观介绍空气各成分的百分比，最适合用的统计图是（ ）

- A. 折线图 B. 条形图 C. 直观图 D. 扇形图

4. 下列图形中，是轴对称图形，不是中心对称图形的是（ ）



5. 若数据 $10, 9, a, 12, 9$ 的平均数是 10 ，则这组数据的方差是（ ）

- A. 1 B. 1.2 C. 0.9 D. 1.4

6. 近似数 5.0×10^2 精确到（ ）

- A. 十分位 B. 个位 C. 十位 D. 百位

7. 志远要在报纸上刊登广告，一块 $10\text{cm} \times 5\text{cm}$ 的长方形版面要付广告费 180 元，他要把该版面的边长都扩大为原来的 3 倍，在每平方厘米版面广告费相同的情况下，他该付广告费（ ）

- A. 540 元 B. 1080 元 C. 1620 元 D. 1800 元

8. 若关于 x 的一元二次方程 $(k+1)x^2 + 2(k+1)x + k - 2 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围在数轴上表示正确的是（ ）

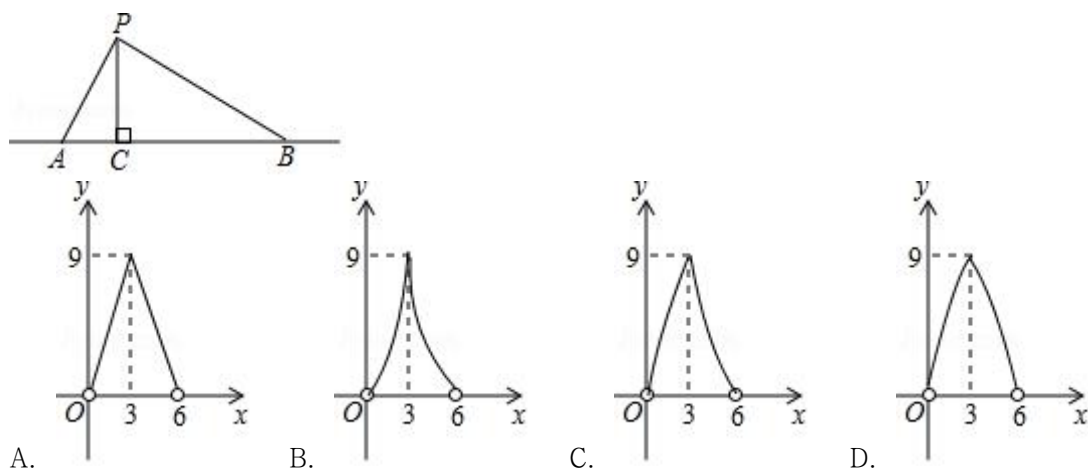


9. 下列命题中，假命题有（ ）

- ①两点之间线段最短；②到角的两边距离相等的点在角的平分线上；
 ③过一点有且只有一条直线与已知直线平行；④垂直于同一直线的两条直线平行；
 ⑤若 $\odot O$ 的弦 AB, CD 交于点 P ，则 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ 。

A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

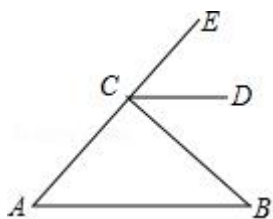
10.如图，点 P 在直线 AB 上方，且 $\angle APB = 90^\circ$ ， $PC \perp AB$ 于 C ，若线段 $AB = 6$ ， $AC = x$ ， $S_{\triangle PAB} = y$ ，则 y 与 x 的函数关系图象大致是（ ）



二、填空题（本大题共7小题，每小题3分，共21分）

11.不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -1 \\ \frac{2x-1}{3} \geq x-1 \end{cases}$ 的整数解是_____。

12.如图， CD 平分 $\angle ECB$ ，且 $CD \parallel AB$ ，若 $\angle A = 36^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____。



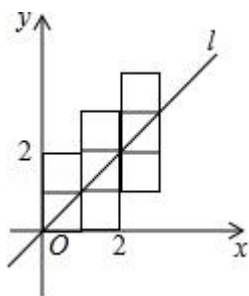
13.毛泽东在《沁园春·雪》中提到五位历史名人：秦始皇、汉武帝、唐太宗、宋太祖、成吉思汗.小红将这五位名人简介分别写在五张完全相同的知识卡片上.小哲从中随机抽取一张，卡片上介绍的人物是唐朝以后出生的概率是_____。

14.若关于 x 的二次三项式 $x^2 + ax + \frac{1}{4}$ 是完全平方式，则 a 的值是_____。

15.在平行四边形 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle BAD$ 交边 BC 于 E ， DF 平分 $\angle ADC$ 交边 BC 于 F .若 $AD = 11$ ，

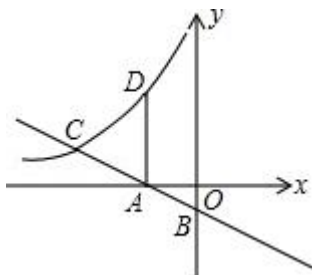
$EF = 5$ ，则 $AB =$ _____.

16.如图，将八个边长为 1 的小正方形摆放在平面直角坐标系中，若过原点的直线 l 将图形分成面积相等的两部分，则将直线 l 向右平移 3 个单位后所得直线 l' 的函数关系式为_____.



17.如图，直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 与 x, y 轴分别交于 A, B ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第二象限交于点 C .

过点 A 作 x 轴的垂线交该反比例函数图象于点 D .若 $AD = AC$ ，则点 D 的坐标为_____.



三、解答题（本大题共 9 小题，共 69 分）

18.（5 分）计算： $(\pi - 2017)^\circ + 6\sin 60^\circ - |5 - \sqrt{27}| - (\frac{1}{2})^{-2}$

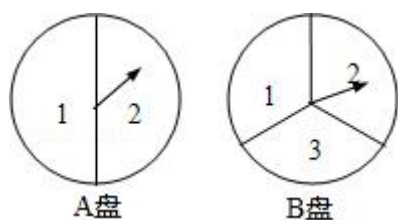
19.（5 分）先化简，再求值.

$(1 - \frac{2}{x-1}) \div \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1}$ ，其中 x 从 0,1,2,3,四个数中适当选取.

20.（6 分）一汽车从甲地出发开往相距 240 km 的乙地，出发后第一小时内按原计划的匀速行驶，1 小时后比原来的速度加快 $\frac{1}{4}$ ，比原计划提前 24 min 到达乙地，求汽车出发后第 1 小时内的行驶速度.

21.（6 分）小兰和小颖用下面两个可以转动的转盘做游戏，每个转盘被分成面积相等的几个扇形.转动两个转盘各一次，若两次指针所指数字之和为 4，则小兰胜，否则小颖胜（指针指在分界线时重转）.这个游戏

对双方公平吗？请用树状图或列表法说明理由.

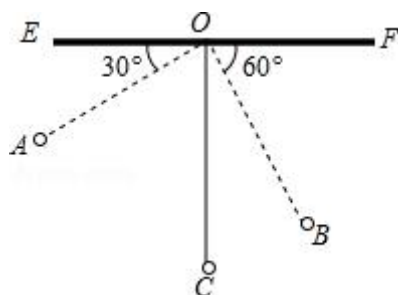


22. (8 分) 如图, 物理老师为同学们演示单摆运动, 单摆左右摆动中, 在 OA 的位置时俯角 $\angle EOA = 30^\circ$,

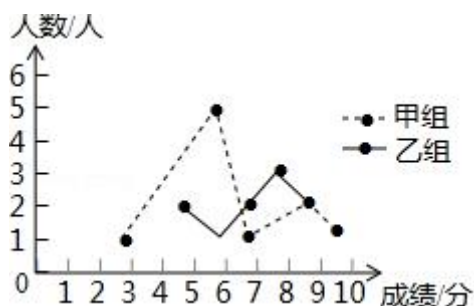
在 OB 的位置时俯角 $\angle FOB = 60^\circ$. 若 $OC \perp EF$, 点 A 比点 B 高 7cm .

求 (1) 单摆的长度 ($\sqrt{3} \approx 1.7$);

(2) 从点 A 摆动到点 B 经过的路径长 ($\pi \approx 3.1$).



23. (8 分) 某校举办了一次成语知识竞赛, 满分 10 分, 学生得分均为整数, 成绩达到 6 分及 6 分以上为合格, 达到 9 分或 10 分为优秀. 这次竞赛中甲、乙两组学生成绩分布的折线统计图和成绩统计分析表如图所示.



(1) 求出下列成绩统计分析表中 a, b 的值;

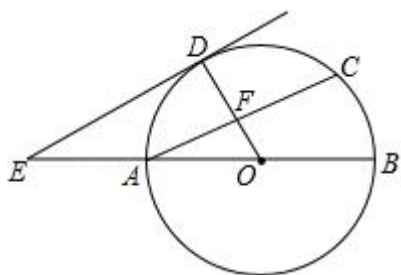
(2) 小英同学说: “这次竞赛我得了 7 分, 在我们小组中排名属中游略上!” 观察上面表格判断, 小英是甲、乙哪个组的学生;

(3) 甲组同学说他们组的合格率、优秀率均高于乙组, 所以他们组的成绩好于乙组, 但乙组同学不同意甲组同学的说法, 认为他们的成绩要好于甲组. 请你给出两条支持乙组同学观点的理由.

24. (9 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, D 为 AC 的中点, 连接 OD 交弦 AC 于点 F . 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BA 的延长线于点 E .

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 CD , 若 $OA = AE = 4$, 求四边形 $ACDE$ 的面积.



25. (10 分) 邻边不相等的平行四边形纸片, 剪去一个菱形, 余下一个四边形, 称为第一次操作; 在余下的四边形纸片中再剪去一个菱形, 又余下一个四边形, 称为第二次操作; ……依次类推, 若第 n 次操作余下的四边形是菱形, 则称原平行四边形为 n 阶准菱形, 如图 1, $\square ABCD$ 为 1 阶准菱形.

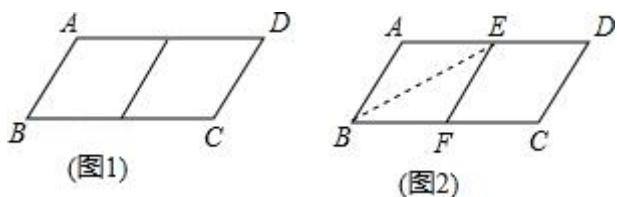
(1) 猜想与计算

邻边长分别为 3 和 5 的平行四边形是_____阶准菱形; 已知 $\square ABCD$ 的邻边长分别为 a, b ($a > b$),

满足 $a = 8b + r$, $b = 5r$, 请写出 $\square ABCD$ 是_____阶准菱形.

(2) 操作与推理

小明为了剪去一个菱形, 进行如下操作: 如图 2, 把 $\square ABCD$ 沿 BE 折叠 (点 E 在 AD 上), 使点 A 落在 BC 边上的点 F 处, 得到四边形 $ABEF$. 请证明四边形 $ABEF$ 是菱形.



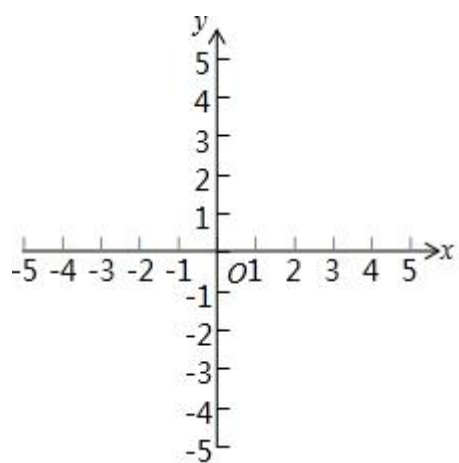
26. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 过点 $A(-2, 0)$, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 的函数表达式;

(2) 若点 D 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 的对称轴上, 求 $\triangle ACD$ 的周长的最小值;

(3) 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 的对称轴上是否存在点 P , 使 $\triangle ACP$ 是直角三角形? 若存在, 直接写出点

P 的坐标, 若不存在, 请说明理由.



2017 年内蒙古通辽市中考数学试卷

一、选择题:

1. -5 的相反数是 ()

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

【答案】A

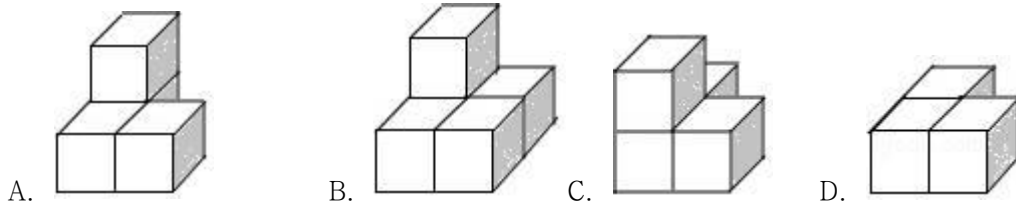
【解析】

试题分析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得 -5 的相反数是 5 ,

故选: A.

考点: 相反数

2. 下列四个几何体的俯视图中与众不同的是 ()



【答案】B

【解析】

试题分析: 根据从上边看得到的图形是俯视图, 可得

A 的俯视图是第一列两个小正方形, 第二列一个小正方形,

B 的俯视图是第一列两个小正方形, 第二列两个小正方形,

C 的俯视图是第一列两个小正方形, 第二列一个小正方形,

D 的俯视图是第一列两个小正方形, 第二列一个小正方形,

故选: B.

考点: 简单组合体的三视图

3. 空气是混合物, 为直观介绍空气各成分的百分比, 最适合用的统计图是 ()

- A. 折线图 B. 条形图 C. 直观图 D. 扇形图

【答案】D

【解析】

试题分析: 扇形统计图表示的是部分在总体中所占的百分比, 但一般不能直接从图中得到具体的数据; 折线统计图表示的是事物的变化情况; 条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目; 频数分布直方图,

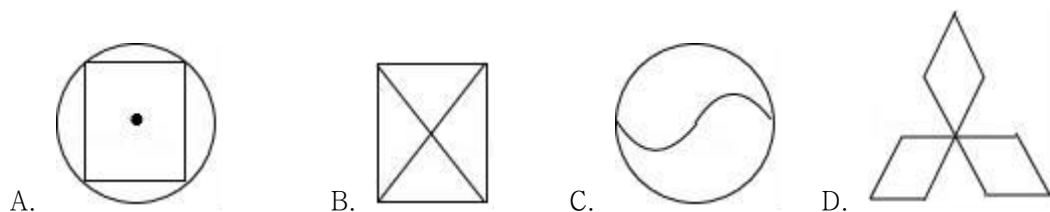
清楚显示在各个不同区间内取值，各组频数分布情况，易于显示各组之间频数的差别.

由分析可知，要求直观反映空气的组成情况，即各部分在总体中所占的百分比，结合统计图各自的特点，应选择扇形统计图.

故选：D.

考点：统计图的选择

4.下列图形中，是轴对称图形，不是中心对称图形的是（ ）



【答案】D

【解析】

试题分析：根据中心对称图形和轴对称图形的定义，可得：

A 是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B 是中心对称图形，故本选项不符合题意；

C 是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D 不是中心对称图形，故本选项符合题意；

故选：D. 学科网

考点：1、中心对称图形；2、轴对称图形

5.若数据 10, 9, a, 12, 9 的平均数是 10，则这组数据的方差是（ ）

A. 1 B. 1.2 C. 0.9 D. 1.4

【答案】B

【解析】

试题分析：先由平均数的公式，由数据 10, 9, a, 12, 9 的平均数是 10，可得 $(10+9+a+12+9) \div 5=10$ ，解得：a=10，然后可求得这组数据的方差是 $\frac{1}{5} [(10-10)^2 + (9-10)^2 + (10-10)^2 + (12-10)^2 + (9-10)^2] = 1.2$.

故选：B.

考点：1、方差；2、算术平均数

6.近似数 5.0×10^2 精确到（ ）

- A. 十分位 B. 个位 C. 十位 D. 百位

【答案】C

【解析】

试题分析：

根据近似数的精确度：近似数 5.0×10^2 精确到十位.

故选：C.

考点：近似数和有效数字

7. 志远要在报纸上刊登广告，一块 $10\text{cm} \times 5\text{cm}$ 的长方形版面要付广告费 180 元，他要把该版面的边长都扩大为原来的 3 倍，在每平方厘米版面广告费相同的情况下，他该付广告费（ ）

- A. 540 元 B. 1080 元 C. 1620 元 D. 1800 元

【答案】C

【解析】

试题分析：根据题意可知一块 $10\text{cm} \times 5\text{cm}$ 的长方形版面要付广告费 180 元，因此每平方厘米的广告费为：

$$180 \div 50 = \frac{18}{5} \text{元}, \text{然后根据相似三角形的性质, 由该版面的边长都扩大为原来的 3 倍, 广告费为: } 3 \times 10 \times 3 \times 5 \times \frac{18}{5} = 1620 \text{ 元}$$

故选：C

考点：相似三角形的应用

8. 若关于 x 的一元二次方程 $(k+1)x^2 + 2(k+1)x + k - 2 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围在数轴上表示正确的是（ ）



【答案】A

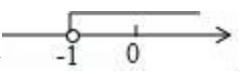
【解析】

试题分析：【考点】AA：根的判别式；C4：在数轴上表示不等式的解集.

【分析】根据一元二次方程的定义结合根的判别式，即可得出关于 k 的一元一次不等式组，解之即可得出 k 的取值范围，将其表示在数轴上即可得出结论.

【解答】解：根据一元二次方程的定义结合根的判别式，由关于 x 的一元二次方程 $(k+1)x^2 + 2(k+1)x + k - 2 = 0$

$-2=0$ 有实数根，可得出关于 k 的一元一次不等式组 $\begin{cases} k+1 \neq 0 \\ \Delta = [2(k+1)]^2 - 4(k+1)(k-2) \geq 0 \end{cases}$ ，解得： $k > -1$.

将其表示在数轴上为 .

故选：A.

考点：1、根的判别式；2、在数轴上表示不等式的解集

9. 下列命题中，假命题有（ ）

- ①两点之间线段最短；②到角的两边距离相等的点在角的平分线上；
③过一点有且只有一条直线与已知直线平行；④垂直于同一直线的两条直线平行；
⑤若 $\odot O$ 的弦 AB, CD 交于点 P ，则 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$.

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【答案】C

【解析】

试题分析：①根据线段的性质公理，两点之间线段最短，说法正确，不是假命题；

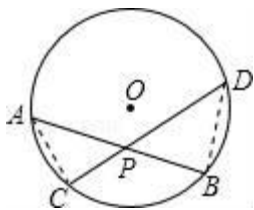
②根据角平分线的性质，到角的两边距离相等的点在角的平分线上，说法正确，不是假命题；

③根据垂线的性质、平行公理的推论，过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，原来的说法错误，是假命题；

④在同一平面内，垂直于同一直线的两条直线平行，原来的说法错误，是假命题；

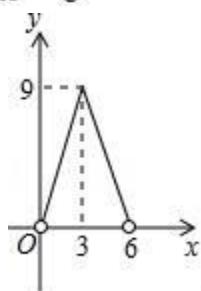
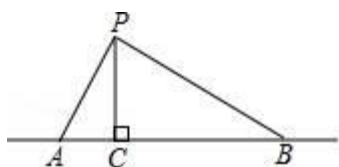
⑤如图，连接 AC, DB ，根据同弧所对的圆周角相等，证出 $\triangle ACP \sim \triangle DBP$ ，然后根据相似三角形的性质得出 $\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}$ ，即 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ ，故若 $\odot O$ 的弦 AB, CD 交于点 P ，则 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ 的说法正确，不是假命题.

故选：C.

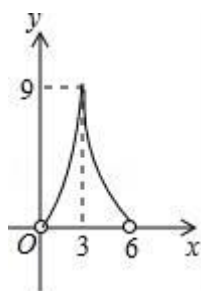


考点：命题与定理

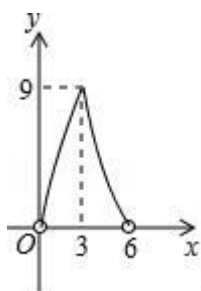
10. 如图，点 P 在直线 AB 上方，且 $\angle APB = 90^\circ$ ， $PC \perp AB$ 于 C ，若线段 $AB = 6$ ， $AC = x$ ， $S_{\triangle PAB} = y$ ，则 y 与 x 的函数关系图象大致是（ ）



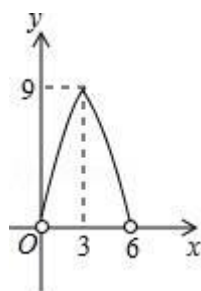
A.



B.



C.



D.

【答案】 D

【解析】

试题分析：∵ $PC \perp AB$ 于 C ， $\angle APB = 90^\circ$ ，

∴ $\angle ACP = \angle BCP = 90^\circ$ ，

∴ $\angle APC + \angle BPC = \angle APC + \angle PAC = 90^\circ$ ，

∴ $\angle PAC = \angle BPC$ ，

∴ $\triangle APC \sim \triangle PBC$ ，

$$\therefore \frac{PC}{AC} = \frac{BC}{PC} \quad ,$$

∵ $AB = 6$ ， $AC = x$ ，

∴ $BC = 6 - x$ ，

∴ $PC^2 = x(6 - x)$ ，

∴ $PC = \sqrt{x(6 - x)}$ ，

$$\therefore y = \frac{1}{2} AB \cdot PC = 3\sqrt{-x^2 + 6x} = 3\sqrt{-(x - 3)^2 + 9} \quad ,$$

故选：D.

考点：动点问题的函数图象

二、填空题

11. 不等式组 $\begin{cases} 2x + 1 > -1 \\ \frac{2x - 1}{3} \geq x - 1 \end{cases}$ 的整数解是_____.

【答案】 0, 1, 2

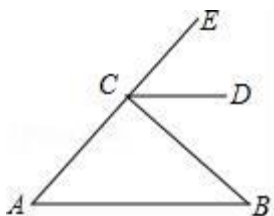
【解析】

试题分析：根据不等式组的解法：解不等式一得， $x > -1$ ，解不等式二得， $x \leq 2$ ，不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$ ，不等式组的整数解为 0，1，2，

故答案为 0，1，2.

考点：一元一次不等式组的整数解

12.如图， CD 平分 $\angle ECB$ ，且 $CD \parallel AB$ ，若 $\angle A = 36^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____.



【答案】 36°

【解析】

试题分析：先根据平行线的性质，得出 $\angle A = \angle ECD$ ， $\angle B = \angle BCD$ ，再根据角平分线的定义，即可得到 $\angle ECD = \angle BCD$ ，进而得出 $\angle B = \angle A = 36^\circ$ ，

故答案为： 36° .

考点：平行线的性质

13.毛泽东在《沁园春·雪》中提到五位历史名人：秦始皇、汉武帝、唐太宗、宋太祖、成吉思汗.小红将这五位名人简介分别写在五张完全相同的知识卡片上.小哲从中随机抽取一张，卡片上介绍的人物是唐朝以后出生的概率是_____.

【答案】 $\frac{2}{5}$

【解析】

试题分析：在秦始皇、汉武帝、唐太宗、宋太祖、成吉思汗 5 人中，唐朝以后出生的有 2 人，因此在上述 5 人中随机抽取一张，所有抽到的人物为唐朝以后出生的概率 $= \frac{2}{5}$.

故答案为： $\frac{2}{5}$.

考点：概率公式

14.若关于 x 的二次三项式 $x^2 + ax + \frac{1}{4}$ 是完全平方式，则 a 的值是_____.

【答案】 ± 1

【解析】

试题分析：这里首末两项是 x 和 $\frac{1}{2}$ 这两个数的平方，那么中间一项为加上或减去 x 和 $\frac{1}{2}$ 积的 2 倍，故 $-a =$

± 1 , 求得 $a = \pm 1$,

故答案为: ± 1 . 学-科网

考点: 完全平方式

15. 在平行四边形 $ABCD$ 中, AE 平分 $\angle BAD$ 交边 BC 于 E , DF 平分 $\angle ADC$ 交边 BC 于 F . 若 $AD = 11$, $EF = 5$, 则 $AB =$ _____.

【答案】8 或 3

【解析】

试题分析:

根据平行线的性质得到 $\angle ADF = \angle DFC$, 由 DF 平分 $\angle ADC$, 得到 $\angle ADF = \angle CDF$, 等量代换得到 $\angle DFC = \angle FDC$, 根据等腰三角形的判定得到 $CF = CD$, 同理 $BE = AB$, 根据平行四边形的性质得到 $AB = CD$, $AD = BC$, 得出 $AB = BE = CF = CD$, 分两种情况: ①如图 1, 在 $\square ABCD$ 中, $\because BC = AD = 11$, $BC \parallel AD$, $CD = AB$, $CD \parallel AB$,

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$, $\angle ADF = \angle DFC$,

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E , DF 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 F ,

$\therefore \angle BAE = \angle DAE$, $\angle ADF = \angle CDF$,

$\therefore \angle BAE = \angle AEB$, $\angle CFD = \angle CDF$,

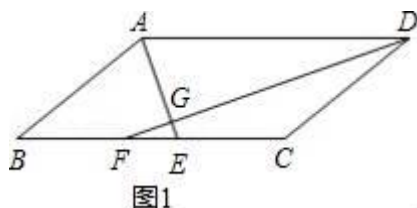
$\therefore AB = BE$, $CF = CD$,

$\therefore AB = BE = CF = CD$

$\because EF = 5$,

$\therefore BC = BE + CF - EF = 2AB - EF = 2AB - 5 = 11$,

$\therefore AB = 8$;



②在 $\square ABCD$ 中, $\because BC = AD = 11$, $BC \parallel AD$, $CD = AB$, $CD \parallel AB$,

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$, $\angle ADF = \angle DFC$,

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E , DF 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 F ,

$\therefore \angle BAE = \angle DAE$, $\angle ADF = \angle CDF$,

$\therefore \angle BAE = \angle AEB$, $\angle CFD = \angle CDF$,

$\therefore AB = BE$, $CF = CD$,

$$\therefore AB=BE=CF=CD$$

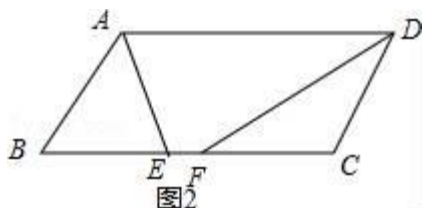
$$\therefore EF=5,$$

$$\therefore BC=BE+CF=2AB+EF=2AB+5=11,$$

$$\therefore AB=3;$$

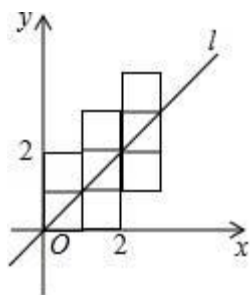
综上所述：AB 的长为 8 或 3.

故答案为：.



考点：平行四边形的性质

16.如图，将八个边长为 1 的小正方形摆放在平面直角坐标系中，若过原点的直线 l 将图形分成面积相等的两部分，则将直线 l 向右平移 3 个单位后得到直线 l' 的函数关系式为_____.



【答案】 $y = \frac{9}{10}x - \frac{27}{10}$

【解析】

试题分析：设直线 l 和八个正方形的最上面交点为 A，过 A 作 $AB \perp OB$ 于 B，过 A 作 $AC \perp OC$ 于 C，

$$\therefore \text{正方形的边长为 } 1,$$

$$\therefore OB=3,$$

$\therefore$ 经过原点的一条直线 l 将这八个正方形分成面积相等的两部分，

$$\therefore \text{两边分别是 } 4,$$

$$\therefore \text{三角形 } ABO \text{ 面积是 } 5,$$

$$\therefore \frac{1}{2} OB \cdot AB = 5,$$

$$\therefore AB = \frac{10}{3},$$

$$\therefore OC = \frac{10}{3},$$

由此可知直线 l 经过 $(\frac{10}{3}, 3)$,

设直线方程为 $y=kx$,

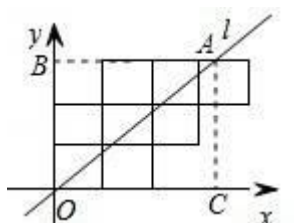
$$\text{则 } 3 = \frac{10}{3}k,$$

$$k = \frac{9}{10},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 解析式为 } y = \frac{9}{10}x,$$

$$\therefore \text{将直线 } l \text{ 向右平移 } 3 \text{ 个单位后所得直线 } l' \text{ 的函数关系式为 } y = \frac{9}{10}x - \frac{27}{10};$$

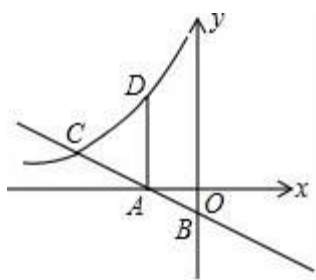
$$\text{故答案为: } y = \frac{9}{10}x - \frac{27}{10}.$$



考点：一次函数图象与几何变换

17.如图，直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 与 x, y 轴分别交于 A, B ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第二象限交于点 C 。

过点 A 作 x 轴的垂线交该反比例函数图象于点 D 。若 $AD = AC$ ，则点 D 的坐标为_____。



【答案】 $(-3, 4\sqrt{3} - 2)$

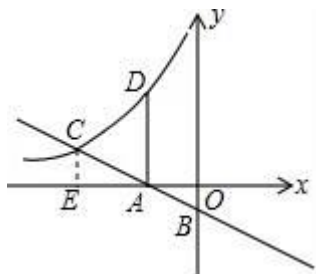
【解析】

试题分析：过 C 作 $CE \perp x$ 轴于 E ，求得 $A(-3, 0)$ ， $B(0, -\sqrt{3})$ ，解直角三角形得到 $\angle OAB = 30^\circ$ ，求

得 $\angle CAE = 30^\circ$ ，设 $D(-3, \frac{k}{-3})$ ，得到 $AD = \frac{k}{-3}$ ， $AC = \frac{k}{-3}$ ，于是得到 $C(-\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}k}{6}, -\frac{k}{6})$ ，列方程

即可得 $(-\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}k}{6}) \cdot (-\frac{k}{6}) = k$, 解得 $k = 6 - 12\sqrt{3}$, 因此可求 $D(-3, 4\sqrt{3} - 2)$,

故答案为: $(-3, 4\sqrt{3} - 2)$.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题

三、解答题

18. 计算: $(\pi - 2017)^0 + 6 \sin 60^\circ - |5 - \sqrt{27}| - (\frac{1}{2})^{-2}$

【答案】2

【解析】

试题分析: 根据零指数幂的定义、特殊角的三角函数值、绝对值的性质、负指数幂的性质化简即可解决问题.

试题解析: $(\pi - 2017)^0 + 6 \sin 60^\circ - |5 - \sqrt{27}| - (\frac{1}{2})^{-2}$

$$= 1 + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{3} + 5 - 4$$

$= 2.$

考点: 1、实数的运算; 2、零指数幂; 3、负整数指数幂; 4、特殊角的三角函数值

19. 先化简, 再求值.

$(1 - \frac{2}{x-1}) \div \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1}$, 其中 x 从 0, 1, 2, 3, 四个数中适当选取.

【答案】 $\frac{1}{x-2}$, $-\frac{1}{2}$

【解析】

试题分析: 首先化简 $(1 - \frac{2}{x-1}) \div \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1}$, 然后根据 x 的取值范围, 从 0, 1, 2, 3 四个数中适当选取,

求出算式的值是多少即可.

试题解析: $(1 - \frac{2}{x-1}) \div \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1}$

$$= \frac{x-3}{x-1} \times \frac{x-1}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{1}{x-2}$$

$\because x-1 \neq 0, x-2 \neq 0, x-3 \neq 0,$

$\therefore x \neq 1, 2, 3,$

当 $x=0$ 时,

$$\text{原式} = \frac{1}{0-2} = -\frac{1}{2}$$

考点: 分式的化简求值

20. 一汽车从甲地出发开往相距 240 km 的乙地, 出发后第一小时内按原计划的匀速行驶, 1 小时后比原来的速度加快 $\frac{1}{4}$, 比原计划提前 24 min 到达乙地, 求汽车出发后第 1 小时内的行驶速度.

【答案】汽车出发后第 1 小时内的行驶速度是 120 千米/小时

【解析】

试题分析: 根据题意结合行驶的时间的变化得出等式进而求出答案.

试题解析: 设汽车出发后第 1 小时内的行驶速度是 x 千米/小时, 根据题意可得:

$$\frac{240}{x} = \frac{240}{\frac{5}{4}x} + \frac{24}{60},$$

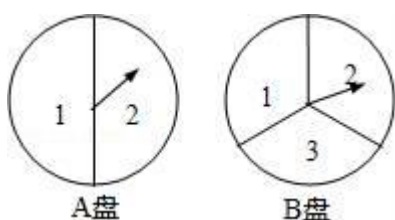
解得: $x=120$,

经检验得: $x=120$ 是原方程的根,

答: 汽车出发后第 1 小时内的行驶速度是 120 千米/小时.

考点: 分式方程的应用

21. 小兰和小颖用下面两个可以转动的转盘做游戏, 每个转盘被分成面积相等的几个扇形. 转动两个转盘各一次, 若两次指针所指数字之和为 4, 则小兰胜, 否则小颖胜 (指针指在分界线时重转). 这个游戏对双方公平吗? 请用树状图或列表法说明理由.



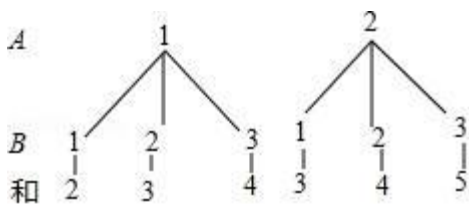
【答案】这个游戏对双方是公平的

【解析】

试题分析：首先依据题先用树状图法分析所有等可能的出现结果，然后根据概率公式求出该事件的概率，游戏是否公平，求出游戏双方获胜的概率，比较是否相等即可.

试题解析：这个游戏对双方是公平的.

如图，



$\therefore$ 一共有 6 种情况，和大于 4 的有 3 种，

$$\therefore P(\text{和大于 } 4) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2},$$

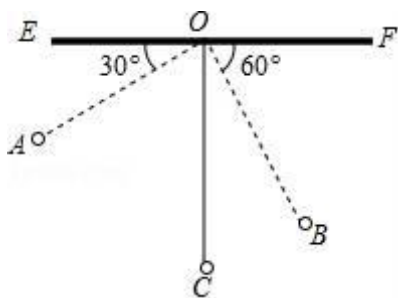
$\therefore$ 这个游戏对双方是公平的.

考点：1、游戏公平性；2、列表法与树状图法

22.如图，物理老师为同学们演示单摆运动，单摆左右摆动中，在 OA 的位置时俯角 $\angle EOA = 30^\circ$ ，在 OB 的位置时俯角 $\angle FOB = 60^\circ$.若 $OC \perp EF$ ，点 A 比点 B 高 7cm .

求 (1) 单摆的长度 ($\sqrt{3} \approx 1.7$)；

(2) 从点 A 摆动到点 B 经过的路径长 ($\pi \approx 3.1$) .



【答案】(1) 单摆的长度约为 18.9cm (2) 从点 A 摆动到点 B 经过的路径长为 29.295cm

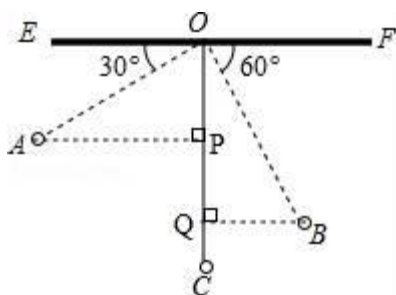
【解析】

试题分析：(1) 作 $AP \perp OC$ 、 $BQ \perp OC$ ，由题意得 $\angle AOP = 60^\circ$ 、 $\angle BOQ = 30^\circ$ ，设 $OA = OB = x$ ，根据三角函数

得 $OP = OA \cos \angle AOP = \frac{1}{2}x$ 、 $OQ = OB \cos \angle BOQ = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ ，由 $PQ = OQ - OP$ 可得关于 x 的方程，解之可得；

(2) 由 (1) 知 $\angle AOB=90^\circ$ 、 $OA=OB=7+7\sqrt{3}$ ，利用弧长公式求解可得.

试题解析: (1) 如图, 过点 A 作 $AP \perp OC$ 于点 P, 过点 B 作 $BQ \perp OC$ 于点 Q,



$\because \angle EOA=30^\circ$ 、 $\angle FOB=60^\circ$ ，且 $OC \perp EF$,

$\therefore \angle AOP=60^\circ$ 、 $\angle BOQ=30^\circ$ ，

设 $OA=OB=x$,

则在 $Rt\triangle AOP$ 中, $OP=OA\cos\angle AOP=\frac{1}{2}x$,

在 $Rt\triangle BOQ$ 中, $OQ=OB\cos\angle BOQ=\frac{\sqrt{3}}{2}x$,

由 $PQ=OQ-OP$ 可得 $\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}x=7$,

解得: $x=7+7\sqrt{3} \approx 18.9$ (cm),

答: 单摆的长度约为 18.9cm;

(2) 由 (1) 知, $\angle AOP=60^\circ$ 、 $\angle BOQ=30^\circ$ ，且 $OA=OB=7+7\sqrt{3}$ ，

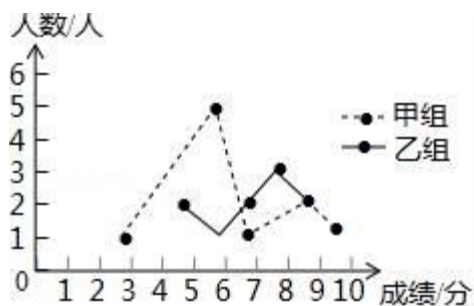
$\therefore \angle AOB=90^\circ$ ，

则从点 A 摆动到点 B 经过的路径长为 $\frac{90\pi \times (7+7\sqrt{3})}{180} \approx 29.295$,

答: 从点 A 摆动到点 B 经过的路径长为 29.295cm.

考点: 1、解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题; 2、轨迹

23. 某校举办了一次成语知识竞赛, 满分 10 分, 学生得分均为整数, 成绩达到 6 分及 6 分以上为合格, 达到 9 分或 10 分为优秀. 这次竞赛中甲、乙两组学生成绩分布的折线统计图和成绩统计分析表如图所示.



(1) 求出下列成绩统计分析表中 a, b 的值;

(2) 小英同学说:“这次竞赛我得了 7 分, 在我们小组中排名属中游略上!” 观察上面表格判断, 小英是甲、乙哪个组的学生;

(3) 甲组同学说他们组的合格率、优秀率均高于乙组, 所以他们组的成绩好于乙组, 但乙组同学不同意甲组同学的说法, 认为他们的成绩要好于甲组. 请你给出两条支持乙组同学观点的理由.

【答案】 (1) $a=6$, $b=7.2$ (2) 小英属于甲组学生 (3) ①乙组的平均分高于甲组, 即乙组的总体平均水平高; ②乙组的方差比甲组小, 即乙组的成绩比甲组的成绩稳定.

【解析】

试题分析: (1) 由折线图中数据, 根据中位数和加权平均数的定义求解可得;

(2) 根据中位数的意义求解可得;

(3) 可从平均数和方差两方面阐述即可.

试题解析: (1) 由折线统计图可知, 甲组成绩从小到大排列为: 3、6、6、6、6、6、7、9、9、10, $\therefore$ 其中位数 $a=6$,

乙组学生成绩的平均分 $b = \frac{5 \times 2 + 6 \times 1 + 7 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 2}{10} = 7.2$;

(2) $\because$ 甲组的中位数为 6, 乙组的中位数为 7.5, 而小英的成绩位于全班中上游, $\therefore$ 小英属于甲组学生;

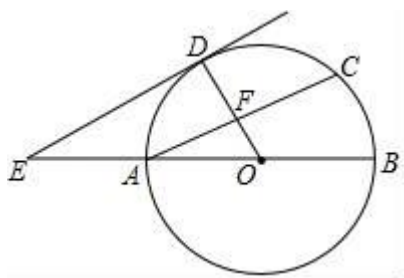
(3) ①乙组的平均分高于甲组, 即乙组的总体平均水平高;
②乙组的方差比甲组小, 即乙组的成绩比甲组的成绩稳定.

考点: 1、方差; 2、折线统计图; 3、算术平均数; 4、中位数

24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, D 为 AC 的中点, 连接 OD 交弦 AC 于点 F . 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BA 的延长线于点 E .

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 CD , 若 $OA = AE = 4$, 求四边形 $ACDE$ 的面积.



【答案】(1) 证明见解析 (2) $8\sqrt{3}$

【解析】

试题分析：(1) 欲证明 DE 是 $\odot O$ 的切线，只要证明 $AC \perp OD$ ， $ED \perp OD$ 即可．

(2) 由 $\triangle AFO \cong \triangle CFD$ (SAS)，推出 $S_{\triangle AFO} = S_{\triangle CFD}$ ，推出 $S_{\text{四边形} ACDE} = S_{\triangle ODE}$ ，求出 $\triangle ODE$ 的面积即可．

试题解析：(1) $\because D$ 为 $\widehat{AC}$ 的中点，

$\therefore OD \perp AC$ ，

$\because AC \parallel DE$ ，

$\therefore OD \perp DE$ ，

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解：连接 DC，

$\because D$ 为 $\widehat{AC}$ 的中点，

$\therefore OD \perp AC$ ， $AF = CF$ ，

$\because AC \parallel DE$ ，且 $OA = AE$ ，

$\therefore F$ 为 OD 的中点，即 $OF = FD$ ，

在 $\triangle AFO$ 和 $\triangle CFD$ 中，

$$\begin{cases} AF = CF \\ \angle AFO = \angle CFD \\ OF = FD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFO \cong \triangle CFD$ (SAS)，

$\therefore S_{\triangle AFO} = S_{\triangle CFD}$ ，

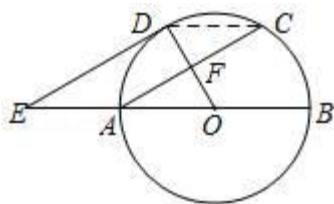
$\therefore S_{\text{四边形} ACDE} = S_{\triangle ODE}$

在 $Rt\triangle ODE$ 中， $OD = OA = AE = 4$ ，

$\therefore OE = 8$ ，

$$\therefore DE = \sqrt{OE^2 - OD^2} = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 ACDE}} = S_{\triangle ODE} = \frac{1}{2} \times OD \times DE = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}.$$



考点：切线的判定与性质

25. 邻边不相等的平行四边形纸片，剪去一个菱形，余下一个四边形，称为第一次操作；在余下的四边形纸片中再剪去一个菱形，又余下一个四边形，称为第二次操作；……依次类推，若第 n 次操作余下的四边形是菱形，则称原平行四边形为 n 阶准菱形，如图 1， $\square ABCD$ 为 1 阶准菱形。

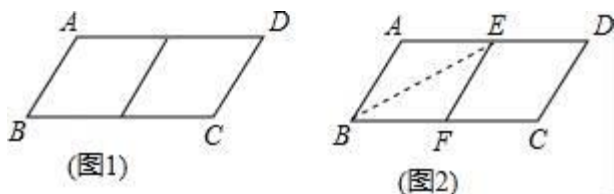
(1) 猜想与计算

邻边长分别为 3 和 5 的平行四边形是_____阶准菱形；已知 $\square ABCD$ 的邻边长分别为 a, b ($a > b$)，

满足 $a = 8b + r$ ， $b = 5r$ ，请写出 $\square ABCD$ 是_____阶准菱形。

(2) 操作与推理

小明为了剪去一个菱形，进行如下操作：如图 2，把 $\square ABCD$ 沿 BE 折叠 (点 E 在 AD 上)，使点 A 落在 BC 边上的点 F 处，得到四边形 $ABEF$ 。请证明四边形 $ABEF$ 是菱形。



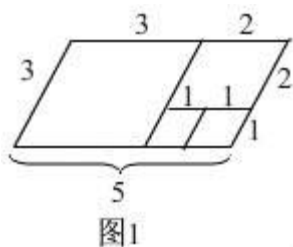
【答案】(1) 3, 12 (2) 证明见解析

【解析】

试题分析：(1) 利用平行四边形准菱形的意义即可得出结论；

(2) 先判断出 $\angle AEB = \angle ABE$ ，进而判断出 $AE = BF$ ，即可得出结论。

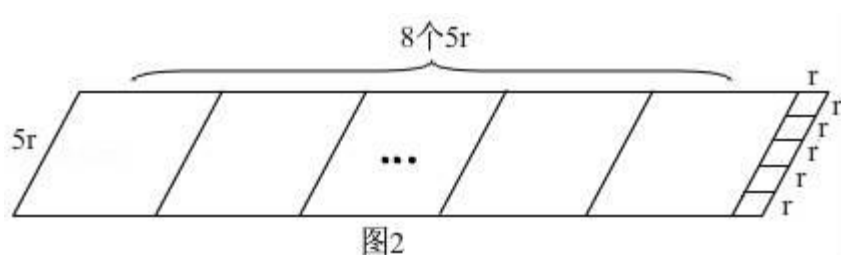
试题解析：(1) 如图 1，



利用邻边长分别为 3 和 5 的平行四边形进行 3 次操作，所剩四边形是边长为 1 的菱形，

故邻边长分别为 3 和 5 的平行四边形是 3 阶准菱形：

如图 2，



$$\therefore b=5r,$$

$$\therefore a=8b+r=40r+r=8 \times 5r+r,$$

利用邻边长分别为 $41r$ 和 $5r$ 的平行四边形进行 $8+4=12$ 次操作，所剩四边形是边长为 1 的菱形，

故邻边长分别为 $41r$ 和 $5r$ 的平行四边形是 12 阶准菱形：

故答案为：3，12

(2) 由折叠知： $\angle ABE = \angle FBE$ ， $AB = BF$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AE \parallel BF$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle FBE$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle ABE$ ，

$\therefore AE = AB$ ，

$\therefore AE = BF$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 是菱形

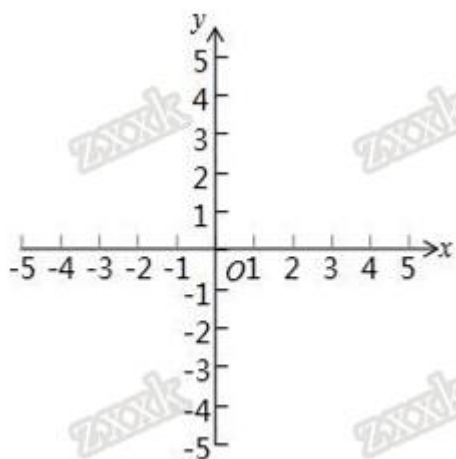
考点：四边形综合题

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 过点 $A(-2, 0)$ ，，与 y 轴交于点 C 。

(1) 求抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 的函数表达式；

(2) 若点 D 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 的对称轴上，求 $\triangle ACD$ 的周长的最小值；

(3) 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 的对称轴上是否存在点 P ，使 $\triangle ACP$ 是直角三角形？若存在，直接写出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由。



【答案】(1) $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ (2) $\triangle ACD$ 的周长的最小值是 $2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$ (3) 存在, 点 P 的坐标为 (1, 1)

或 (1, -3)

【解析】

试题分析: (1) 利用待定系数法求抛物线的函数表达式;

(2) 由轴对称的最短路径得: 因为 B 与 C 关于对称轴对称, 所以连接 AB 交对称轴于点 D, 此时 $\triangle ACD$ 的周长最小, 利用勾股定理求其三边相加即可;

(3) 存在, 当 A 和 C 分别为直角顶点时, 画出直角三角形, 设 P (1, y), 根据三角形相似列比例式可得 P 的坐标.

试题解析: (1) 把点 A (-2, 0), B (2, 2) 代入抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 中,

$$\begin{cases} 4a - 2b + 2 = 0 \\ 4a + 2b + 2 = 2 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases},$

$\therefore$ 抛物线函数表达式为: $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$;

$$(2) y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{9}{4};$$

$\therefore$ 对称轴是: 直线 $x=1$,

如图 1, 过 B 作 $BE \perp x$ 轴于 E,

$\therefore C(0, 2)$, B (2, 2), 对称轴是: $x=1$,

$\therefore C$ 与 B 关于 $x=1$ 对称,

$$\therefore CD=BD,$$

连接 AB 交对称轴于点 D, 此时 $\triangle ACD$ 的周长最小,

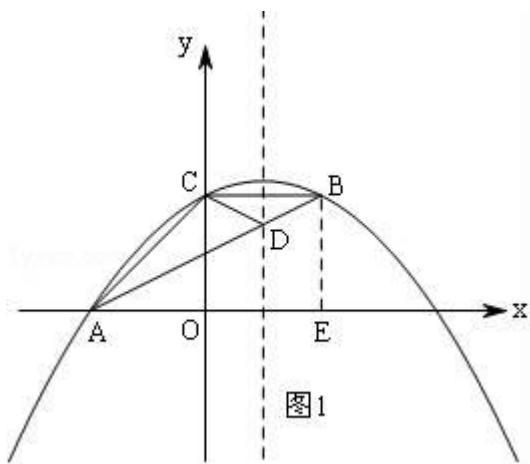
$$\because BE=2, \quad AE=2+2=4, \quad OC=2, \quad OA=2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle ACD \text{ 的周长} = AC + CD + AD = AC + BD + AD = AC + AB = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5};$$

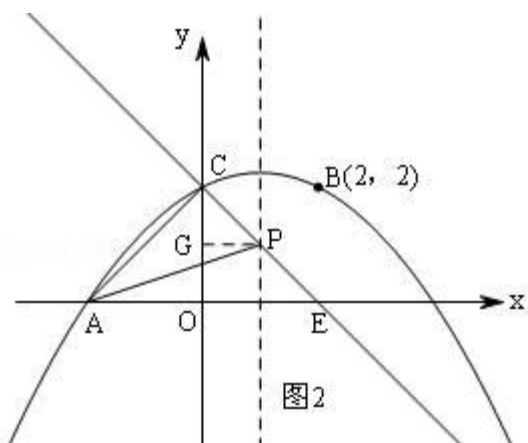
答: $\triangle ACD$ 的周长的最小值是 $2\sqrt{2}+2\sqrt{5}$,



(3) 存在,

分两种情况:

① 当 $\angle ACP=90^\circ$ 时, $\triangle ACP$ 是直角三角形, 如图 2,



过 P 作 $PD \perp y$ 轴于 D,

设 $P(1, y)$,

则 $\triangle CGP \sim \triangle AOC$,

$$\therefore \frac{PG}{OC} = \frac{CG}{AO},$$

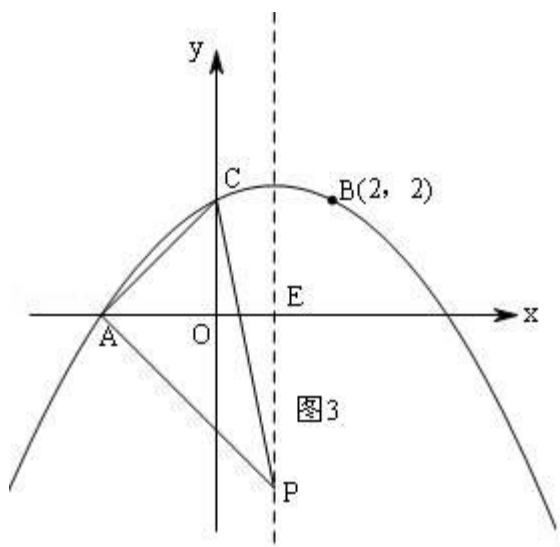
$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{CG}{2},$$

$$\therefore CG=1,$$

$$\therefore OG=2-1=1,$$

$$\therefore P(1, 1);$$

② 当 $\angle CAP=90^\circ$ 时， $\triangle ACP$ 是直角三角形，如图3，



设 $P(1, y)$,

则 $\triangle PEA \sim \triangle AOC$,

$$\therefore \frac{AE}{OC} = \frac{PE}{AO},$$

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{PE}{2},$$

$$\therefore PE=3,$$

$$\therefore P(1, -3);$$

综上所述， $\triangle ACP$ 是直角三角形时，点 P 的坐标为 $(1, 1)$ 或 $(1, -3)$.

考点：二次函数综合题