

2017 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

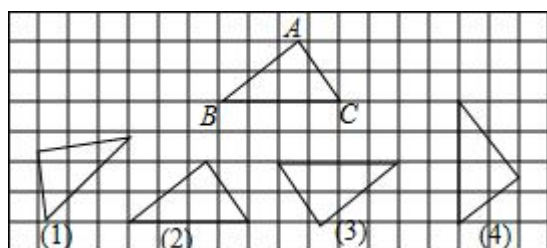
1. (3 分) 我市冬季里某一天的最低气温是 -10°C ，最高气温是 5°C ，这一天的温差为（ ）

- A. -5°C B. 5°C C. 10°C D. 15°C

2. (3 分) 中国的陆地面积约为 9600000km^2 ，将这个数用科学记数法可表示为（ ）

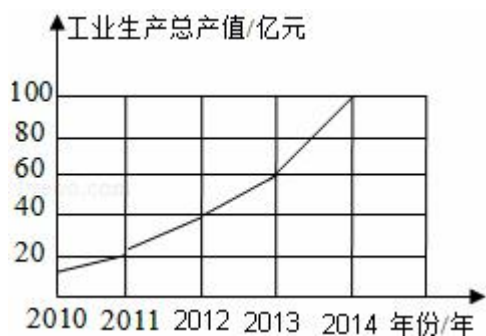
- A. $0.96 \times 10^7\text{km}^2$ B. $960 \times 10^4\text{km}^2$
C. $9.6 \times 10^6\text{km}^2$ D. $9.6 \times 10^5\text{km}^2$

3. (3 分) 图中序号 (1) (2) (3) (4) 对应的四个三角形，都是 $\triangle ABC$ 这个图形进行了一次变换之后得到的，其中是通过轴对称得到的是（ ）



- A. (1) B. (2) C. (3) D. (4)

4. (3 分) 如图，是根据某市 2010 年至 2014 年工业生产总值绘制的折线统计图，观察统计图获得以下信息，其中信息判断错误的是（ ）



- A. 2010 年至 2014 年间工业生产总值逐年增加

B. 2014 年的工业生产总产值比前一年增加了 40 亿元

C. 2012 年与 2013 年每一年与前一年比, 其增长额相同

D. 从 2011 年至 2014 年, 每一年与前一年比, 2014 年的增长率最大

5. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (a^2 - 2a)x + a - 1 = 0$ 的两个实数根互为相反数, 则 a 的值为 ()

A. 2

B. 0

C. 1

D. 2 或 0

6. (3 分) 一次函数 $y = kx + b$ 满足 $kb > 0$, 且 y 随 x 的增大而减小, 则此函数的图象不经过 ()

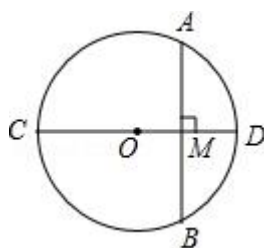
A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

7. (3 分) 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$, 垂足为 M , 若 $AB = 12$, $OM : MD = 5 : 8$, 则 $\odot O$ 的周长为 ()



A. 26π

B. 13π

C. $\frac{96\pi}{5}$

D. $\frac{39\sqrt{10}\pi}{5}$

8. (3 分) 下列运算正确的是 ()

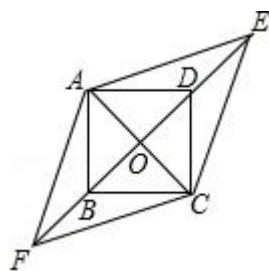
A. $(a^2 + 2b^2) - 2(-a^2 + b^2) = 3a^2 + b^2$

B. $\frac{a^2 + 1}{a - 1} - a - 1 = \frac{2a}{a - 1}$

C. $(-a)^{3m} \div a^m = (-1)^m a^{2m}$

D. $6x^2 - 5x - 1 = (2x - 1)(3x - 1)$

9. (3 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, E, F 为 BD 所在直线上的两点. 若 $AE = \sqrt{5}$, $\angle EAF = 135^\circ$, 则以下结论正确的是 ()



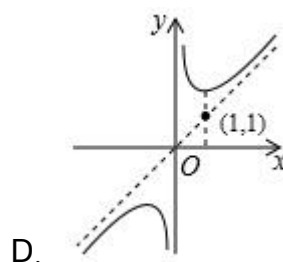
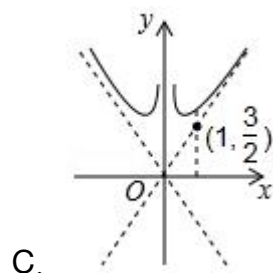
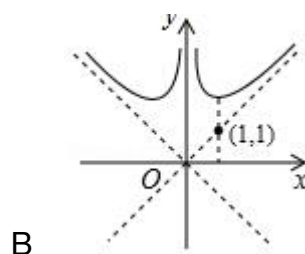
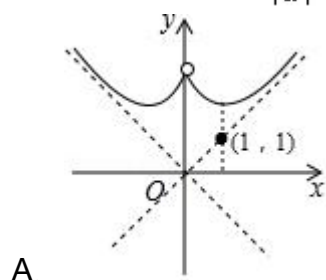
A. $DE=1$

B. $\tan \angle AFO = \frac{1}{3}$

C. $AF = \frac{\sqrt{10}}{2}$

D. 四边形 AFCE 的面积为 $\frac{9}{4}$

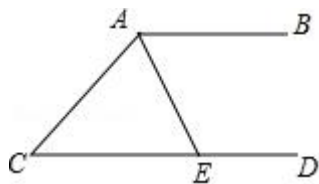
10. (3分) 函数 $y = \frac{x^2+1}{|x|}$ 的大致图象是 ()



二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

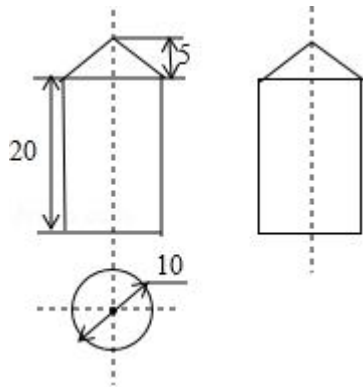
11. (3分) 使式子 $\frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

12. (3分) 如图, $AB \parallel CD$, AE 平分 $\angle CAB$ 交 CD 于点 E , 若 $\angle C = 48^\circ$, 则 $\angle AED$ 为_____°.



13. (3分) 如图是某几何体的三视图, 根据图中数据, 求得该几何体的表面积

为_____.



14. (3 分) 下面三个命题:

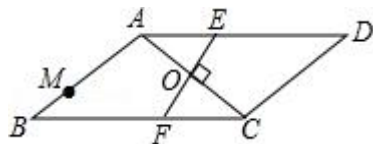
①若 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} |x|=2 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ 的解, 则 $a+b=1$ 或 $a+b=0$;

②函数 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 通过配方可化为 $y = -2(x-1)^2 + 3$;

③最小角等于 50° 的三角形是锐角三角形,

其中正确命题的序号为_____.

15. (3 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle B = 30^\circ$, $AB = AC$, O 是两条对角线的交点, 过点 O 作 AC 的垂线分别交边 AD , BC 于点 E , F ; 点 M 是边 AB 的一个三等分点, 则 $\triangle AOE$ 与 $\triangle BMF$ 的面积比为_____.



16. (3 分) 我国魏晋时期数学家刘徽首创“割圆术”计算圆周率. 随着时代发展, 现在人们依据频率估计概率这一原理, 常用随机模拟的方法对圆周率 π 进行估计. 用计算机随机产生 m 个有序数对 (x, y) (x, y 是实数, 且 $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$), 它们对应的点在平面直角坐标系中全部在某一个正方形的边界及其内部. 如果统计出这些点中到原点的距离小于或等于 1 的点有 n 个, 则据此可估计 π 的值为_____. (用含 m, n 的式子表示)

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 72 分)

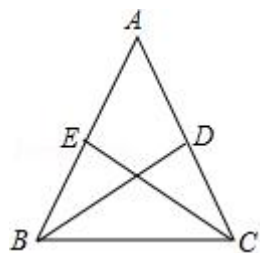
17. (10 分) (1) 计算: $|2 - \sqrt{5}| - \sqrt{2} \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \frac{\sqrt{10}}{2} \right) + \frac{3}{2}$;

(2) 先化简, 再求值: $\frac{x-2}{x^2+2x} \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-4} + \frac{1}{2x}$, 其中 $x = -\frac{6}{5}$.

18. (6 分) 如图, 等腰三角形 ABC 中, BD , CE 分别是两腰上的中线.

(1) 求证: $BD=CE$;

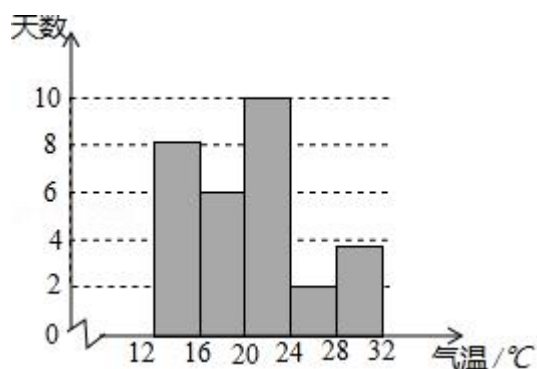
(2) 设 BD 与 CE 相交于点 O , 点 M , N 分别为线段 BO 和 CO 的中点, 当 $\triangle ABC$ 的重心到顶点 A 的距离与底边长相等时, 判断四边形 $DEMN$ 的形状, 无需说明理由.



19. (10 分) 为了解某地某个季度的气温情况, 用适当的抽样方法从该地这个季度中抽取 30 天, 对每天的最高气温 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 进行调查, 并将所得的数据按照 $12 \leq x < 16$, $16 \leq x < 20$, $20 \leq x < 24$, $24 \leq x < 28$, $28 \leq x < 32$ 分成

五组，得到如图频数分布直方图.

- (1) 求这 30 天最高气温的平均数和中位数（各组的实际数据用该组的组中值代表）；
- (2) 每月按 30 天计算，各组的实际数据用该组的组中值代表，估计该地这个季度中最高气温超过（1）中平均数的天数；
- (3) 如果从最高气温不低于 24°C 的两组内随机选取两天，请你直接写出这两天都在气温最高一组内的概率.



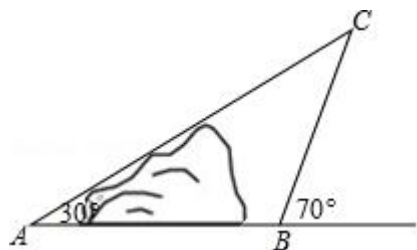
20. (7 分) 某专卖店有 A, B 两种商品. 已知在打折前, 买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品用了 1080 元, 买 50 件 A 商品和 10 件 B 商品用了 840 元; A, B 两种商品打相同折以后, 某人买 500 件 A 商品和 450 件 B 商品一共比不打折少花 1960 元, 计算打了多少折?

21. (6 分) 已知关于 x 的不等式 $\frac{2m-mx}{2} > \frac{1}{2}x - 1$.

- (1) 当 $m=1$ 时, 求该不等式的解集;

(2) m 取何值时, 该不等式有解, 并求出解集.

22. (7 分) 如图, 地面上小山的两侧有 A, B 两地, 为了测量 A, B 两地的距离, 让一热气球从小山西侧 A 地出发沿与 AB 成 30° 角的方向, 以每分钟 40m 的速度直线飞行, 10 分钟后到达 C 处, 此时热气球上的人测得 CB 与 AB 成 70° 角, 请你用测得的数据求 A, B 两地的距离 AB 长. (结果用含非特殊角的三角函数和根式表示即可)



23. (7 分) 已知反比例函数 $y = \frac{-k^2 - 1}{x}$ (k 为常数).

(1) 若点 $P_1 \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, y_1 \right)$ 和点 $P_2 \left(-\frac{1}{2}, y_2 \right)$ 是该反比例函数图象上的两点,

试利用反比例函数的性质比较 y_1 和 y_2 的大小;

(2) 设点 $P(m, n)$ ($m > 0$) 是其图象上的一点, 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M . 若

$\tan \angle POM = 2$, $PO = \sqrt{5}$ (O 为坐标原点), 求 k 的值, 并直接写出不等式

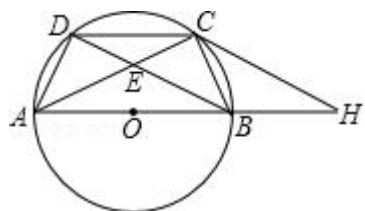
$kx + \frac{k^2 + 1}{x} > 0$ 的解集.

24. (9分) 如图, 点 A, B, C, D 是直径为 AB 的 $\odot O$ 上的四个点, C 是劣弧 $\widehat{BD}$ 的中点, AC 与 BD 交于点 E.

(1) 求证: $DC^2 = CE \cdot AC$;

(2) 若 $AE=2$, $EC=1$, 求证: $\triangle AOD$ 是正三角形;

(3) 在 (2) 的条件下, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 交 AB 的延长线于点 H, 求 $\triangle ACH$ 的面积.



25. (10分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 C, 其顶点记为 M, 自变量 $x=-1$ 和 $x=5$ 对应的函数值相等. 若点 M 在直线 $l: y=-12x+16$ 上, 点 $(3, -4)$ 在抛物线上.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 设 $y=ax^2+bx+c$ 对称轴右侧 x 轴上方的图象上任一点为 P, 在 x 轴上有一

点 $A(-\frac{7}{2}, 0)$ ，试比较锐角 $\angle PCO$ 与 $\angle ACO$ 的大小 (不必证明)，并写出相应的 P 点横坐标 x 的取值范围.

(3) 直线 l 与抛物线另一交点记为 B ， Q 为线段 BM 上一动点 (点 Q 不与 M 重合). 设 Q 点坐标为 (t, n) ，过 Q 作 $QH \perp x$ 轴于点 H ，将以点 Q, H, O, C 为顶点的四边形的面积 S 表示为 t 的函数，标出自变量 t 的取值范围，并求出 S 可能取得的最大值.

2017 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 我市冬季里某一天的最低气温是 -10°C ，最高气温是 5°C ，这一天的温差为 ()

- A. -5°C B. 5°C C. 10°C D. 15°C

【考点】1A: 有理数的减法.

【分析】用最高温度减去最低温度，再根据减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解.

【解答】解: $5 - (-10)$,

$$= 5 + 10,$$

$$= 15 (^{\circ}\text{C}).$$

故选: D.

【点评】本题考查了有理数的减法，熟记减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

2. (3 分) 中国的陆地面积约为 9600000km^2 ，将这个数用科学记数法可表示为 ()

- A. $0.96 \times 10^7\text{km}^2$ B. $960 \times 10^4\text{km}^2$
C. $9.6 \times 10^6\text{km}^2$ D. $9.6 \times 10^5\text{km}^2$

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小

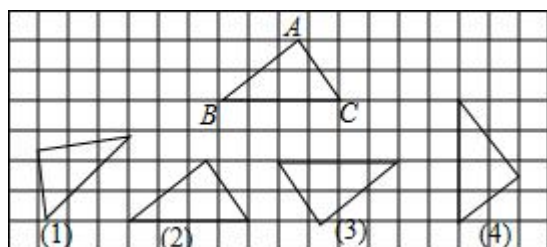
数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 9600000 用科学记数法表示为: 9.6×10^6 .

故选: C.

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) 图中序号 (1) (2) (3) (4) 对应的四个三角形, 都是 $\triangle ABC$ 这个图形进行了一次变换之后得到的, 其中是通过轴对称得到的是 ()



A. (1)

B. (2)

C. (3)

D. (4)

【考点】 P3: 轴对称图形.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 轴对称是沿着某条直线翻转得到新图形, 据此判断出通过轴对称得到的是哪个图形即可.

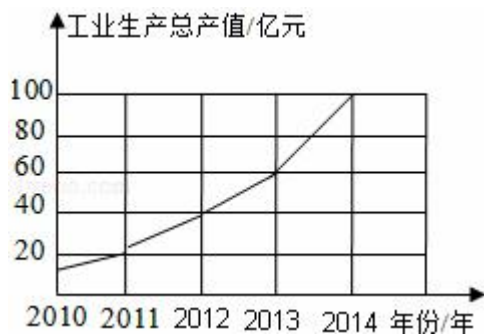
【解答】 解: $\because$ 轴对称是沿着某条直线翻转得到新图形,

$\therefore$ 通过轴对称得到的是 (1).

故选: A.

【点评】 此题主要考查了轴对称图形的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 轴对称是沿着某条直线翻转得到新图形, 观察时要紧扣图形变换特点, 进行分析判断.

4. (3 分) 如图, 是根据某市 2010 年至 2014 年工业生产总值绘制的折线统计图, 观察统计图获得以下信息, 其中信息判断错误的是 ()



- A. 2010 年至 2014 年间工业生产总产值逐年增加
- B. 2014 年的工业生产总产值比前一年增加了 40 亿元
- C. 2012 年与 2013 年每一年与前一年比，其增长额相同
- D. 从 2011 年至 2014 年，每一年与前一年比，2014 年的增长率最大

【考点】VD：折线统计图.

【分析】根据题意结合折线统计图确定正确的选项即可.

【解答】解：A、2010 年至 2014 年间工业生产总产值逐年增加，正确，不符合题意；

B、2014 年的工业生产总产值比前一年增加了 40 亿元，正确，不符合题意；

C、2012 年与 2013 年每一年与前一年比，其增长额相同，正确，不符合题意；

D、从 2011 年至 2014 年，每一年与前一年比，2012 年的增长率最大，故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了折线统计图，计算增长率是解题关键.

5. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (a^2 - 2a)x + a - 1 = 0$ 的两个实数根互为相反数，则 a 的值为 ()

- A. 2
- B. 0
- C. 1
- D. 2 或 0

【考点】AB：根与系数的关系.

【专题】11：计算题.

【分析】 设方程的两根为 x_1, x_2 , 根据根与系数的关系得 $a^2 - 2a = 0$, 解得 $a = 0$

或 $a = 2$, 然后利用判别式的意义确定 a 的取值.

【解答】 解: 设方程的两根为 x_1, x_2 ,

根据题意得 $x_1 + x_2 = 0$,

所以 $a^2 - 2a = 0$, 解得 $a = 0$ 或 $a = 2$,

当 $a = 2$ 时, 方程化为 $x^2 + 1 = 0$, $\Delta = -4 < 0$, 故 $a = 2$ 舍去,

所以 a 的值为 0.

故选: B.

【点评】 本题考查了根与系数的关系: 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. 也考查了根的判别式.

6. (3 分) 一次函数 $y = kx + b$ 满足 $kb > 0$, 且 y 随 x 的增大而减小, 则此函数的图象不经过 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】 F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】 根据 y 随 x 的增大而减小得: $k < 0$, 又 $kb > 0$, 则 $b < 0$. 再根据 k, b 的符号判断直线所经过的象限.

【解答】 解: 根据 y 随 x 的增大而减小得: $k < 0$, 又 $kb > 0$, 则 $b < 0$,

故此函数的图象经过第二、三、四象限,

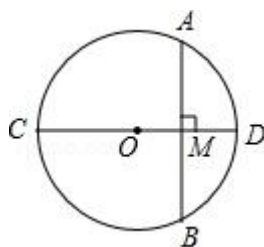
即不经过第一象限.

故选: A.

【点评】 能够根据 k, b 的符号正确判断直线所经过的象限.

7. (3 分) 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$, 垂足为 M , 若 $AB = 12$, OM :

$MD = 5: 8$, 则 $\odot O$ 的周长为 ()



A. 26π

B. 13π

C. $\frac{96\pi}{5}$

D. $\frac{39\sqrt{10}\pi}{5}$

【考点】 M2: 垂径定理.

【分析】 连接 OA, 根据垂径定理得到 $AM = \frac{1}{2}AB = 6$, 设 $OM = 5x$, $DM = 8x$, 得到 $OA = OD = 13x$, 根据勾股定理得到 $OA = \frac{1}{2} \times 13$, 于是得到结论.

【解答】 解: 连接 OA,

$\because CD$ 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$,

$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = 6$,

$\because OM : MD = 5 : 8$,

$\therefore$ 设 $OM = 5x$, $DM = 8x$,

$\therefore OA = OD = 13x$,

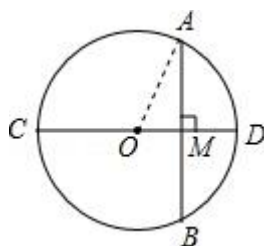
$\therefore AM = 12x = 6$,

$\therefore x = \frac{1}{2}$,

$\therefore OA = \frac{1}{2} \times 13$,

$\therefore \odot O$ 的周长 $= 2OA \cdot \pi = 13\pi$,

故选: B.



【点评】 本题考查的是垂径定理, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形, 利

用勾股定理求解是解答此题的关键.

8. (3分) 下列运算正确的是 ()

A. $(a^2+2b^2) - 2(-a^2+b^2) = 3a^2+b^2$

B. $\frac{a^2+1}{a-1} - a - 1 = \frac{2a}{a-1}$

C. $(-a)^{3m} \div a^m = (-1)^m a^{2m}$

D. $6x^2 - 5x - 1 = (2x - 1)(3x - 1)$

【考点】4I: 整式的混合运算; 57: 因式分解 - 十字相乘法等; 6B: 分式的加减法.

【分析】直接利用分式的加减运算法则以及结合整式除法运算法则和因式分解法分别分析得出答案.

【解答】解: A、 $(a^2+2b^2) - 2(-a^2+b^2) = 3a^2$, 故此选项错误;

B、 $\frac{a^2+1}{a-1} - a - 1 = \frac{a^2+1-(a+1)(a-1)}{a-1} = \frac{2}{a-1}$, 故此选项错误;

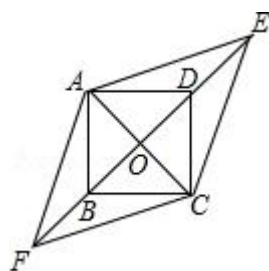
C、 $(-a)^{3m} \div a^m = (-1)^m a^{2m}$, 正确;

D、 $6x^2 - 5x - 1 = (6x+1)(x-1)$, 故此选项错误;

故选: C.

【点评】此题主要考查了分式的加减运算以及整式除法运算和因式分解等知识, 正确掌握运算法则是解题关键.

9. (3分) 如图, 四边形 ABCD 是边长为 1 的正方形, E, F 为 BD 所在直线上的两点. 若 $AE = \sqrt{5}$, $\angle EAF = 135^\circ$, 则以下结论正确的是 ()



A. $DE = 1$

B. $\tan \angle AFO = \frac{1}{3}$

$$C. AF = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$D. \text{ 四边形 AFCE 的面积为 } \frac{9}{4}$$

【考点】LE：正方形的性质；T7：解直角三角形.

【分析】根据正方形的性质求出 AO 的长，用勾股定理求出 EO 的长，然后由 $\angle EAF=135^\circ$ 及 $\angle BAD=90^\circ$ 可以得到相似三角形，根据相似三角形的性质求出 BF 的长，再一一计算即可判断.

【解答】解： $\because$ 四边形 ABCD 是正方形，

$$\therefore AB=CB=CD=AD=1, AC \perp BD, \angle ADO=\angle ABO=45^\circ,$$

$$\therefore OD=OB=OA=\frac{\sqrt{2}}{2}, \angle ABF=\angle ADE=135^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEO \text{ 中, } EO=\sqrt{AE^2-OA^2}=\sqrt{5-\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}\sqrt{2},$$

$$\therefore DE=\sqrt{2}, \text{ 故 A 错误.}$$

$$\therefore \angle EAF=135^\circ, \angle BAD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF+\angle DAE=45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO=\angle DAE+\angle AED=45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF=\angle AED,$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle EDA,$$

$$\therefore \frac{BF}{DA} = \frac{AB}{DE},$$

$$\therefore \frac{BF}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

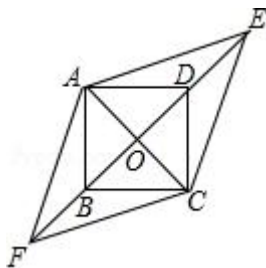
$$\therefore BF = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOF \text{ 中, } AF=\sqrt{OA^2+OF^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}, \text{ 故 C 正确,}$$

$$\tan \angle AFO = \frac{OA}{OF} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}, \text{ 故 B 错误,}$$

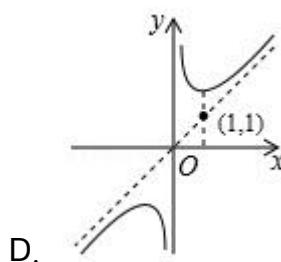
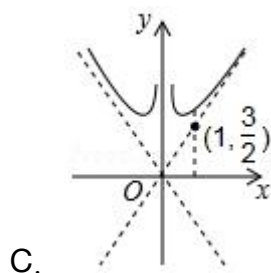
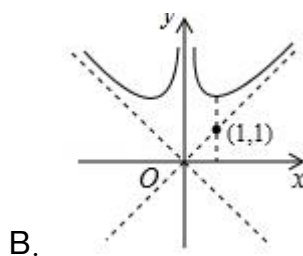
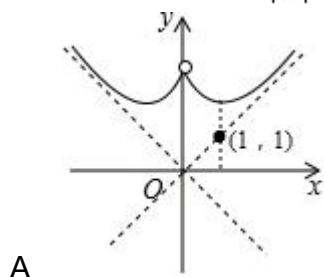
$$\therefore S_{\text{四边形 AECF}} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot EF = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{5}{2}\sqrt{2} = \frac{5}{2}, \text{ 故 D 错误,}$$

故选：C.



【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质，根据正方形的性质，运用勾股定理求出相应线段的长，再根据 $\angle EAF=135^\circ$ 和 $\angle BAD=90^\circ$ ，得到相似三角形，用相似三角形的性质求出 BF 的长，然后根据对称性求出四边形的面积.

10. (3 分) 函数 $y=\frac{x^2+1}{|x|}$ 的大致图象是 ()



【考点】 E6: 函数的图象.

【分析】 本题可用排除法解答，根据 y 始终大于 0，可排除 D，再根据 x 的绝对值越接近于 0 (如 $x=\pm 0.1$ ，或 $x=\pm 0.01$) 时，每个图象两侧都是无限上升，可排除 A，根据函数 $y=\frac{x^2+1}{|x|}$ 和 $y=\frac{3}{2}x$ 有交点即可排除 C，即可解题.

【解答】 解: x 取 ± 1 ， ± 2 ， ± 3 ，会发现最小值是 x 取 ± 1 时 $y=2$ ，由此选项 C，D 错误;

x 的绝对值越接近于 0 (如 $x=\pm 0.1$ ，或 $x=\pm 0.01$) 时，每个图象两侧都是无限上升，可排除 A，

∴当直线经过 (0, 0) 和 (1, 1) 时, 直线解析式为 $y=x$,

当 $y=x=\frac{x^2+1}{|x|}$ 时, x 无解,

∴ $y=x$ 与 $y=\frac{x^2+1}{|x|}$ 没有交点, ∴B 正确;

故选: B.

【点评】 此题主要考查了函数图象的性质, 考查了平方根和绝对值大于等于 0 的性质, 本题中求得直线与函数的交点是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) 使式子 $\frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x < \frac{1}{2}$.

【考点】 62: 分式有意义的条件; 72: 二次根式有意义的条件.

【分析】 根据二次根式有意义的条件: 被开方数为非负数, 再结合分式有意义的条件: 分母 $\neq 0$, 可得不等式 $1-2x > 0$, 再解不等式即可.

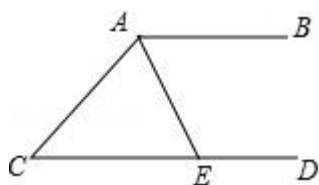
【解答】 解: 由题意得: $1-2x > 0$,

解得: $x < \frac{1}{2}$,

故答案为: $x < \frac{1}{2}$.

【点评】 此题主要考查了二次根式有意义的条件; 用到的知识点为: 二次根式有意义, 被开方数为非负数.

12. (3 分) 如图, $AB \parallel CD$, AE 平分 $\angle CAB$ 交 CD 于点 E , 若 $\angle C=48^\circ$, 则 $\angle AED$ 为 114 $^\circ$.



【考点】 IJ: 角平分线的定义; JA: 平行线的性质.

【分析】 根据平行线性质的求出 $\angle CAB$ 的度数, 根据角平分线求出 $\angle EAB$ 的度数,

根据平行线性质求出 $\angle AED$ 的度数即可.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle C + \angle CAB = 180^\circ,$$

$$\because \angle C = 48^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle CAB$,

$$\therefore \angle EAB = 66^\circ,$$

$\because AB \parallel CD$,

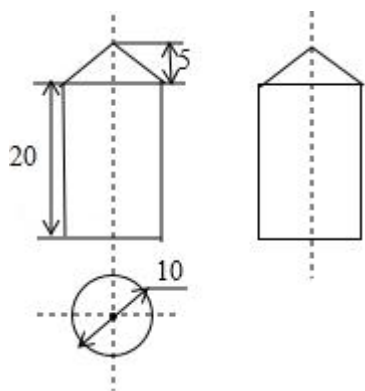
$$\therefore \angle EAB + \angle AED = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ,$$

故答案为: 114.

【点评】本题考查了角平分线定义和平行线性质的应用, 解题时注意: 两条平行线被第三条直线所截, 同旁内角互补.

13. (3 分) 如图是某几何体的三视图, 根据图中数据, 求得该几何体的表面积为 $(225 + 25\sqrt{2})\pi$.



【考点】U3: 由三视图判断几何体.

【分析】根据给出的几何体的三视图可知几何体是由圆柱体和圆锥体构成, 从而根据三视图的特点得知高和底面直径, 代入表面积公式计算即可.

【解答】解：由三视图可知，几何体是由圆柱体和圆锥体构成，

故该几何体的表面积为： $20 \times 10\pi + \pi \times 5^2 + \frac{1}{2} \times 10\pi \times \sqrt{5^2 + 5^2} = (225 + 25\sqrt{2})\pi$

故答案是： $(225 + 25\sqrt{2})\pi$.

【点评】本题考查了由三视图判断几何体，该三视图中的数据确定圆锥的底面直径和高是解本题的关键；本题体现了数形结合的数学思想，注意圆锥的高，母线长，底面半径组成直角三角形.

14. (3 分) 下面三个命题:

①若 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} |x|=2 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ 的解，则 $a+b=1$ 或 $a+b=0$;

②函数 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 通过配方可化为 $y = -2(x-1)^2 + 3$;

③最小角等于 50° 的三角形是锐角三角形,

其中正确命题的序号为 ②③.

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】①根据方程组的解的定义，把 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} |x|=2 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ ，即可判断;

②利用配方法把函数 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 化为顶点式，即可判断;

③根据三角形内角和定理以及锐角三角形的定义即可判断.

【解答】解：①把 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} |x|=2 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ ，得 $\begin{cases} |a|=2 \\ 2a-b=3 \end{cases}$,

如果 $a=2$ ，那么 $b=1$ ， $a+b=3$;

如果 $a=-2$ ，那么 $b=-7$ ， $a+b=-9$.

故命题①是假命题;

② $y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x-1)^2 + 3$ ，故命题②是真命题;

③最小角等于 50° 的三角形，最大角不大于 80° ，一定是锐角三角形，故命题③是真命题.

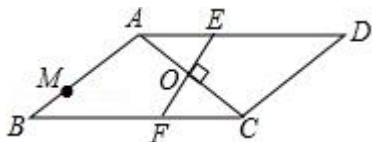
所以正确命题的序号为②③.

故答案为②③.

【点评】主要考查命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命

题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的定义以及性质定理等知识.

15. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle B=30^\circ$, $AB=AC$, O 是两条对角线的交点, 过点 O 作 AC 的垂线分别交边 AD , BC 于点 E , F ; 点 M 是边 AB 的一个三等分点, 则 $\triangle AOE$ 与 $\triangle BMF$ 的面积比为 $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{3}{8}$.



【考点】KA: 全等三角形的性质; L5: 平行四边形的性质.

【分析】作 $MH \perp BC$ 于 H , 设 $AB=AC=m$, 则 $BM=\frac{1}{3}m$, $MH=\frac{1}{2}BM=\frac{1}{6}m$, 根据平行四边形的性质求得 $OA=OC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}m$, 解直角三角形求得 $FC=\frac{\sqrt{3}}{3}m$, 然后根据ASA证得 $\triangle AOE \cong \triangle COF$, 证得 $AE=FC=\frac{\sqrt{3}}{3}m$, 进一步求得 $OE=\frac{1}{2}AE=\frac{\sqrt{3}}{6}m$, 从而求得 $S_{\triangle AOE}=\frac{\sqrt{3}}{24}m^2$, 作 $AN \perp BC$ 于 N , 根据等腰三角形的性质以及解直角三角形求得 $BC=\sqrt{3}m$, 进而求得 $BF=BC-FC=\sqrt{3}m-\frac{\sqrt{3}}{3}m=\frac{2\sqrt{3}}{3}m$, 分别求得 $\triangle AOE$ 与 $\triangle BMF$ 的面积, 即可求得结论.

【解答】解: ①当 $BM=\frac{1}{3}AB$ 时, 设 $AB=AC=m$, 则 $BM=\frac{1}{3}m$,

$\because O$ 是两条对角线的交点,

$$\therefore OA=OC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}m,$$

$\because \angle B=30^\circ$, $AB=AC$,

$\therefore \angle ACB=\angle B=30^\circ$,

$\because EF \perp AC$,

$$\therefore \cos \angle ACB = \frac{OC}{FC}, \text{ 即 } \cos 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}m}{FC},$$

$$\therefore FC = \frac{\sqrt{3}}{3}m,$$

$\therefore AE \parallel FC$,

$$\therefore \angle EAC = \angle FCA,$$

$$\text{又} \because \angle AOE = \angle COF, AO = CO,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF,$$

$$\therefore AE = FC = \frac{\sqrt{3}}{3}m,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AE = \frac{\sqrt{3}}{6}m,$$

$$\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2}OA \cdot OE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \pi \times \frac{\sqrt{3}}{6}m = \frac{\sqrt{3}}{24}m^2,$$

作 $AN \perp BC$ 于 N ,

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore BN = CN = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore BN = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2}m,$$

$$\therefore BC = \sqrt{3}m,$$

$$\therefore BF = BC - FC = \sqrt{3}m - \frac{\sqrt{3}}{3}m = \frac{2\sqrt{3}}{3}m,$$

作 $MH \perp BC$ 于 H ,

$$\because \angle B = 30^\circ,$$

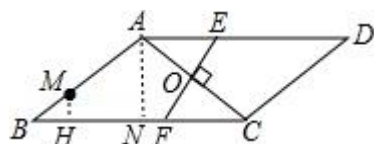
$$\therefore MH = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{6}m,$$

$$\therefore S_{\triangle BMF} = \frac{1}{2}BF \cdot MH = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3}m \times \frac{1}{6}m = \frac{\sqrt{3}}{18}m^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOE}}{S_{\triangle BMF}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{24}m^2}{\frac{\sqrt{3}}{18}m^2} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{②当 } BM = \frac{2}{3}AB \text{ 时, 同法可得 } \frac{S_{\triangle AOE}}{S_{\triangle BMF}} = \frac{3}{8}$$

故答案为 $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{3}{8}$.



【点评】本题考查了平行四边形的性质、全等三角形的判定和性质以及解直角三角形等，熟练掌握性质定理是解题的关键.

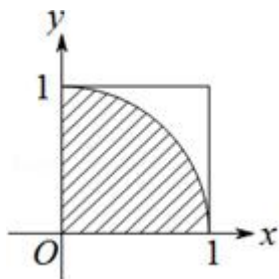
16. (3分) 我国魏晋时期数学家刘徽首创“割圆术”计算圆周率. 随着时代发展, 现在人们依据频率估计概率这一原理, 常用随机模拟的方法对圆周率 π 进行估计. 用计算机随机产生 m 个有序数对 (x, y) (x, y 是实数, 且 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$), 它们对应的点在平面直角坐标系中全部在某一个正方形的边界及其内部. 如果统计出这些点中到原点的距离小于或等于 1 的点有 n 个, 则据此可估计 π 的值为 $\frac{4n}{m}$. (用含 m, n 的式子表示)

【考点】D2: 规律型: 点的坐标; X8: 利用频率估计概率.

【分析】根据落在扇形内的点的个数与正方形内点的个数之比等于两者的面积之

比列出 $\frac{\frac{1}{4} \cdot \pi}{1} = \frac{n}{m}$, 可得答案.

【解答】解: 根据题意, 点的分布如图所示:



则有 $\frac{\frac{1}{4} \cdot \pi}{1} = \frac{n}{m}$,

$\therefore \pi = \frac{4n}{m}$,

故答案为: $\frac{4n}{m}$.

【点评】此题主要考查了利用频率估计概率, 大量反复试验下频率稳定值即概率. 用到的知识点为: 频率=所求情况数与总情况数之比.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 72 分)

17. (10 分) (1) 计算: $|2 - \sqrt{5}| - \sqrt{2} \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \frac{\sqrt{10}}{2} \right) + \frac{3}{2}$;

(2) 先化简, 再求值: $\frac{x-2}{x^2+2x} \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-4} + \frac{1}{2x}$, 其中 $x = -\frac{6}{5}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6D: 分式的化简求值.

【专题】11: 计算题; 513: 分式.

【分析】(1) 原式利用绝对值的代数意义化简, 去括号合并即可得到结果;

(2) 原式第一项利用除法法则变形, 约分后利用同分母分式的加法法则计算得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解: (1) 原式 $= \sqrt{5} - 2 - \frac{1}{2} + \sqrt{5} + \frac{3}{2} = 2\sqrt{5} - 1$;

(2) 原式 $= \frac{x-2}{x(x+2)} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{2x}$,

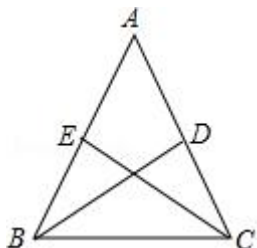
当 $x = -\frac{6}{5}$ 时, 原式 $= -\frac{5}{4}$.

【点评】此题考查了分式的化简求值, 以及实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6 分) 如图, 等腰三角形 ABC 中, BD , CE 分别是两腰上的中线.

(1) 求证: $BD=CE$;

(2) 设 BD 与 CE 相交于点 O , 点 M , N 分别为线段 BO 和 CO 的中点, 当 $\triangle ABC$ 的重心到顶点 A 的距离与底边长相等时, 判断四边形 $DEMN$ 的形状, 无需说明理由.



【考点】K5: 三角形的重心; KD: 全等三角形的判定与性质; KH: 等腰三角形的性质.

【分析】(1) 根据已知条件得到 $AD=AE$, 根据全等三角形的性质即可得到结论;

(2) 根据三角形中位线的性质得到 $ED \parallel BC$, $ED = \frac{1}{2}BC$, $MN \parallel BC$, $MN = \frac{1}{2}BC$, 等量代换得到 $ED \parallel MN$, $ED = MN$, 推出四边形 $EDNM$ 是平行四边形, 由 (1) 知 $BD = CE$, 求得 $DM = EN$, 得到四边形 $EDNM$ 是矩形, 根据全等三角形的性质得到 $OB = OC$, 由三角形的重心的性质得到 O 到 BC 的距离 $= \frac{1}{2}BC$, 根据直角三角形的判定得到 $BD \perp CE$, 于是得到结论.

【解答】 (1) 解: 由题意得 $AB = AC$,

$\therefore BD, CE$ 分别是两腰上的中线,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC, AE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AD = AE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle A = \angle A, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore BD = CE;$$

(2) 四边形 $DEMN$ 是正方形,

证明: $\therefore E, D$ 分别是 AB, AC 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB, AD = \frac{1}{2}AC, ED \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线},$$

$$\therefore ED \parallel BC, ED = \frac{1}{2}BC,$$

$\therefore$ 点 M, N 分别为线段 BO 和 CO 中点,

$$\therefore OM = BM, ON = CN, MN \text{ 是 } \triangle OBC \text{ 的中位线},$$

$$\therefore MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore ED \parallel MN, ED = MN,$$

$\therefore$ 四边形 $EDNM$ 是平行四边形,

由 (1) 知 $BD=CE$,

又 $\because OE=ON, OD=OM, OM=BM, ON=CN$,

$\therefore DM=EN$,

$\therefore$ 四边形 $EDNM$ 是矩形,

在 $\triangle BDC$ 与 $\triangle CEB$ 中,

$$\begin{cases} BE=CD \\ CE=BD, \\ BC=CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDC \cong \triangle CEB$,

$\therefore \angle BCE = \angle CBD$,

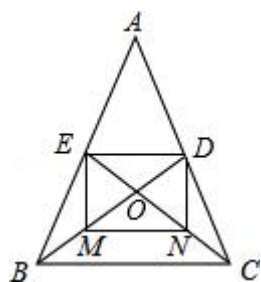
$\therefore OB=OC$,

$\because \triangle ABC$ 的重心到顶点 A 的距离与底边长相等,

$\therefore O$ 到 BC 的距离 $= \frac{1}{2}BC$,

$\therefore BD \perp CE$,

$\therefore$ 四边形 $DEMN$ 是正方形.

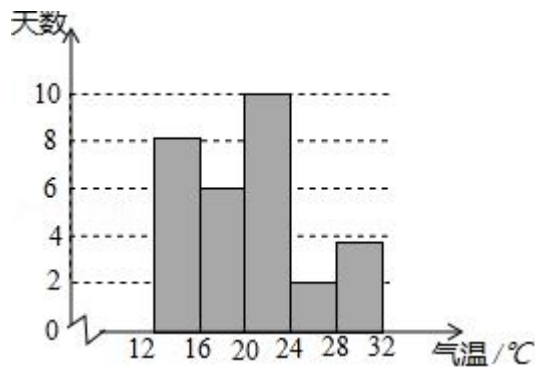


【点评】 本题考查了等腰三角形的性质、三角形中位线定理、矩形的判定、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质；熟练掌握等腰三角形的性质和三角形中位线定理，并能进行推理论证是解决问题的关键.

19. (10 分) 为了解某地某个季度的气温情况，用适当的抽样方法从该地这个季度中抽取 30 天，对每天的最高气温 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 进行调查，并将所得的数据按照 $12 \leq x < 16$, $16 \leq x < 20$, $20 \leq x < 24$, $24 \leq x < 28$, $28 \leq x < 32$ 分成

五组，得到如图频数分布直方图.

- (1) 求这 30 天最高气温的平均数和中位数（各组的实际数据用该组的组中值代表）；
- (2) 每月按 30 天计算，各组的实际数据用该组的组中值代表，估计该地这个季度中最高气温超过（1）中平均数的天数；
- (3) 如果从最高气温不低于 24°C 的两组内随机选取两天，请你直接写出这两天都在气温最高一组内的概率.



【考点】 V5: 用样本估计总体; V8: 频数（率）分布直方图; W2: 加权平均数; W4: 中位数; X6: 列表法与树状图法.

- 【分析】** (1) 根据 30 天的最高气温总和除以总天数，即可得到这 30 天最高气温的平均数，再根据第 15 和 16 个数据的位置，判断中位数；
- (2) 根据 30 天中，最高气温超过（1）中平均数的天数，即可估计这个季度中最高气温超过（1）中平均数的天数；
- (3) 从 6 天中任选 2 天，共有 15 种等可能的结果，其中两天都在气温最高一组内的情况有 6 种，据此可得这两天都在气温最高一组内的概率.

【解答】 解：（1）这 30 天最高气温的平均数为：

$$\frac{14 \times 8 + 18 \times 6 + 22 \times 10 + 26 \times 2 + 30 \times 4}{30} = 20.4^{\circ}\text{C};$$

$\therefore$ 中位数落在第三组内，

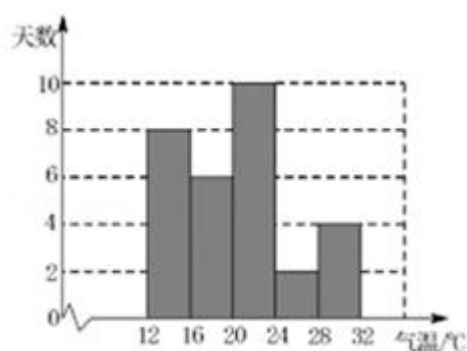
$\therefore$ 中位数为 22°C ;

(2) $\therefore 30$ 天中, 最高气温超过 (1) 中平均数的天数为 16 天,

$\therefore$ 该地这个季度中最高气温超过 (1) 中平均数的天数为 $\frac{16}{30} \times 90 = 48$ (天);

(3) 从 6 天中任选 2 天, 共有 15 种等可能的结果, 其中两天都在气温最高一组内的情况有 6 种,

故这两天都在气温最高一组内的概率为 $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.



【点评】 本题主要考查了频数分布直方图, 平均数以及中位数的计算, 一般来说, 用样本去估计总体时, 样本越具有代表性、容量越大, 这时对总体的估计也就越精确. 解题时注意: 如果一组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

20. (7 分) 某专卖店有 A, B 两种商品. 已知在打折前, 买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品用了 1080 元, 买 50 件 A 商品和 10 件 B 商品用了 840 元; A, B 两种商品打相同折以后, 某人买 500 件 A 商品和 450 件 B 商品一共比不打折少花 1960 元, 计算打了多少折?

【考点】 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】 设打折前 A 商品的单价为 x 元/件、B 商品的单价为 y 元/件, 根据“买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品用了 1080 元, 买 50 件 A 商品和 10 件 B 商品用了 840 元”, 即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组, 解之即可得出 x 、 y 的值, 再算出打折前购买 500 件 A 商品和 450 件 B 商品所需钱数, 结合少花钱数即可求出折扣率.

【解答】解：设打折前 A 商品的单价为 x 元/件、B 商品的单价为 y 元/件，

根据题意得：
$$\begin{cases} 60x+30y=1080 \\ 50x+10y=840 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x=16 \\ y=4 \end{cases},$$

$500 \times 16 + 450 \times 4 = 9800$ (元),

$$\frac{9800-1960}{9800} = 0.8.$$

答：打了八折.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，列出二元一次方程组是解题的关键.

21. (6 分) 已知关于 x 的不等式 $\frac{2m-mx}{2} > \frac{1}{2}x - 1$.

(1) 当 $m=1$ 时，求该不等式的解集；

(2) m 取何值时，该不等式有解，并求出解集.

【考点】 C3: 不等式的解集.

【专题】 11: 计算题; 524: 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】 (1) 把 $m=1$ 代入不等式，求出解集即可；

(2) 不等式去分母，移项合并整理后，根据有解确定出 m 的范围，进而求出解集即可.

【解答】 解：(1) 当 $m=1$ 时，不等式为 $\frac{2-x}{2} > \frac{x}{2} - 1$,

去分母得： $2 - x > x - 2$,

解得： $x < 2$;

(2) 不等式去分母得： $2m - mx > x - 2$,

移项合并得： $(m+1)x < 2(m+1)$,

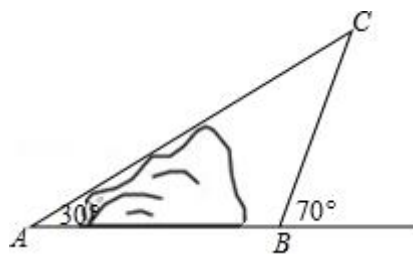
当 $m \neq -1$ 时，不等式有解，

当 $m > -1$ 时, 不等式解集为 $x < 2$;

当 $m < -1$ 时, 不等式的解集为 $x > 2$.

【点评】此题考查了不等式的解集, 熟练掌握不等式的基本性质是解本题的关键.

22. (7 分) 如图, 地面上小山的两侧有 A, B 两地, 为了测量 A, B 两地的距离, 让一热气球从小山西侧 A 地出发沿与 AB 成 30° 角的方向, 以每分钟 40m 的速度直线飞行, 10 分钟后到达 C 处, 此时热气球上的人测得 CB 与 AB 成 70° 角, 请你用测得的数据求 A, B 两地的距离 AB 长. (结果用含非特殊角的三角函数和根式表示即可)



【考点】T8: 解直角三角形的应用.

【分析】过点 C 作 $CM \perp AB$ 交 AB 延长线于点 M, 通过解直角 $\triangle ACM$ 得到 AM 的长度, 通过解直角 $\triangle BCM$ 得到 BM 的长度, 则 $AB = AM - BM$.

【解答】解: 过点 C 作 $CM \perp AB$ 交 AB 延长线于点 M,

由题意得: $AC = 40 \times 10 = 400$ (米).

在直角 $\triangle ACM$ 中, $\because \angle A = 30^\circ$,

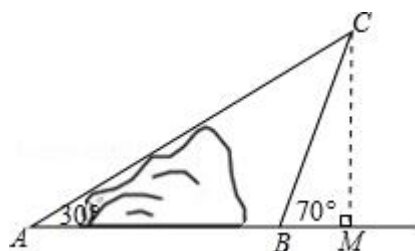
$$\therefore CM = \frac{1}{2}AC = 200 \text{ 米}, \quad AM = \frac{\sqrt{3}}{2}AC = 200\sqrt{3} \text{ 米}.$$

在直角 $\triangle BCM$ 中, $\therefore \tan 20^\circ = \frac{BM}{CM}$,

$$\therefore BM = 200 \tan 20^\circ,$$

$$\therefore AB = AM - BM = 200\sqrt{3} - 200 \tan 20^\circ = 200 (\sqrt{3} - \tan 20^\circ),$$

因此 A, B 两地的距离 AB 长为 $200 (\sqrt{3} - \tan 20^\circ)$ 米.



【点评】 本题考查解直角三角形的应用、三角函数等知识，解题的关键是添加辅助线，构造直角三角形，记住三角函数的定义，以及特殊三角形的边角关系，属于中考常考题型.

23. (7 分) 已知反比例函数 $y = \frac{-k^2 - 1}{x}$ (k 为常数).

(1) 若点 $P_1 (\frac{1-\sqrt{3}}{2}, y_1)$ 和点 $P_2 (-\frac{1}{2}, y_2)$ 是该反比例函数图象上的两点，试利用反比例函数的性质比较 y_1 和 y_2 的大小；

(2) 设点 $P (m, n)$ ($m > 0$) 是其图象上的一点，过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M . 若 $\tan \angle POM = 2$, $PO = \sqrt{5}$ (O 为坐标原点)，求 k 的值，并直接写出不等式 $kx + \frac{k^2 + 1}{x} > 0$ 的解集.

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 先根据反比例函数的解析式判断出函数图象所在的象限及其增减性，再根据 P_1 、 P_2 两点的横坐标判断出两点所在的象限，故可得出结论.

(2) 根据题意求得 $-n = 2m$ ，根据勾股定理求得 $m = 1$, $n = -2$ ，得到 $P (1, -2)$ ，即可得到 $-k^2 - 1 = -2$ ，即可求得 k 的值，然后分两种情况借助反比例函数和正比例函数图象即可求得.

【解答】 解: (1) $\because -k^2 - 1 < 0$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{-k^2 - 1}{x}$ 在每一个象限内 y 随 x 的增大而增大,

$$\therefore -\frac{1}{2} < \frac{1-\sqrt{3}}{2} < 0,$$

$$\therefore y_1 > y_2;$$

(2) 点 $P (m, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{-k^2 - 1}{x}$ 的图象上, $m > 0$,

$$\therefore n < 0,$$

$$\therefore OM=m, PM=-n,$$

$$\therefore \tan \angle POM=2,$$

$$\therefore \frac{PM}{OM} = \frac{-n}{m} = 2,$$

$$\therefore -n=2m,$$

$$\therefore PO=\sqrt{5},$$

$$\therefore m^2 + (-n)^2 = 5,$$

$$\therefore m=1, n=-2,$$

$$\therefore P(1, -2),$$

$$\therefore -k^2 - 1 = -2,$$

解得 $k = \pm 1$,

①当 $k = -1$ 时, 则不等式 $kx + \frac{k^2+1}{x} > 0$ 的解集为: $x < -\sqrt{2}$ 或 $0 < x < \sqrt{2}$;

②当 $k=1$ 时, 则不等式 $kx + \frac{k^2+1}{x} > 0$ 的解集为: $x > 0$.

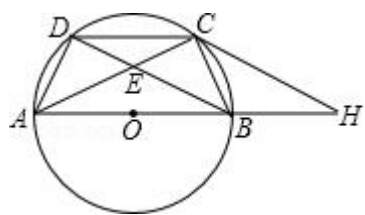
【点评】 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 即反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式; 也考查了反比例函数和一次函数的交点.

24. (9分) 如图, 点 A, B, C, D 是直径为 AB 的 $\odot O$ 上的四个点, C 是劣弧 $\widehat{BD}$ 的中点, AC 与 BD 交于点 E.

(1) 求证: $DC^2 = CE \cdot AC$;

(2) 若 $AE=2$, $EC=1$, 求证: $\triangle AOD$ 是正三角形;

(3) 在 (2) 的条件下, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 交 AB 的延长线于点 H, 求 $\triangle ACH$ 的面积.



【考点】MR：圆的综合题.

【分析】(1) 由圆周角定理得出 $\angle DAC = \angle CDB$ ，证明 $\triangle ACD \sim \triangle DCE$ ，得出对应边成比例，即可得出结论；

(2) 求出 $DC = \sqrt{3}$ ，连接 OC 、 OD ，如图所示：证出 $BC = DC = \sqrt{3}$ ，由圆周角定理得出 $\angle ACB = 90^\circ$ ，由勾股定理得出 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 2\sqrt{3}$ ，得出 $OB = OC = OD = DC = BC = \sqrt{3}$ ，证出 $\triangle OCD$ 、 $\triangle OBC$ 是正三角形，得出 $\angle COD = \angle BOC = \angle OBC = 60^\circ$ ，求出 $\angle AOD = 60^\circ$ ，即可得出结论；

(3) 由切线的性质得出 $OC \perp CH$ ，求出 $\angle H = 30^\circ$ ，证出 $\angle H = \angle BAC$ ，得出 $AC = CH = 3$ ，求出 AH 和高，由三角形面积公式即可得出答案.

【解答】(1) 证明： $\because C$ 是劣弧 $\widehat{BD}$ 的中点，

$$\therefore \angle DAC = \angle CDB,$$

$$\because \angle ACD = \angle DCE,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{AC}{DC} = \frac{CD}{CE},$$

$$\therefore DC^2 = CE \cdot AC;$$

(2) 证明： $\because AE = 2$ ， $EC = 1$ ，

$$\therefore AC = 3,$$

$$\therefore DC^2 = CE \cdot AC = 1 \times 3 = 3,$$

$$\therefore DC = \sqrt{3},$$

连接 OC、OD，如图所示：

$\because C$ 是劣弧 $\widehat{BD}$ 的中点，

$\therefore OC$ 平分 $\angle DOB$ ， $BC=DC=\sqrt{3}$ ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore OB=OC=OD=DC=BC=\sqrt{3}$ ，

$\therefore \triangle OCD$ 、 $\triangle OBC$ 是正三角形，

$\therefore \angle COD=\angle BOC=\angle OBC=60^\circ$ ，

$\therefore \angle AOD=180^\circ-2\times 60^\circ=60^\circ$ ，

$\therefore OA=OD$ ，

$\therefore \triangle AOD$ 是正三角形；

(3) 解： $\because CH$ 是 $\odot O$ 的切线， $\therefore OC \perp CH$ ，

$\therefore \angle COH=60^\circ$ ，

$\therefore \angle H=30^\circ$ ，

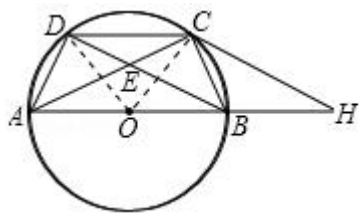
$\therefore \angle BAC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ ，

$\therefore \angle H=\angle BAC$ ，

$\therefore AC=CH=3$ ，

$\therefore AH=3\sqrt{3}$ ， AH 上的高为 $BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore \triangle ACH$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ 。



【点评】 本题是圆的综合题目，考查了圆的性质、圆周角定理、相似三角形的判定与性质、正三角形的判定与性质、切线的性质、勾股定理、三角函数、等腰三角形的判定等知识；本题综合性强，有一定难度.

25. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 C ，其顶点记为 M ，自变量 $x=-1$ 和 $x=5$ 对应的函数值相等. 若点 M 在直线 $l: y=-12x+16$ 上，点 $(3, -4)$ 在抛物线上.

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 设 $y=ax^2+bx+c$ 对称轴右侧 x 轴上方的图象上任一点为 P ，在 x 轴上有一点 $A(-\frac{7}{2}, 0)$ ，试比较锐角 $\angle PCO$ 与 $\angle ACO$ 的大小 (不必证明)，并写出相应的 P 点横坐标 x 的取值范围.

(3) 直线 l 与抛物线另一交点记为 B ， Q 为线段 BM 上一动点 (点 Q 不与 M 重合). 设 Q 点坐标为 (t, n) ，过 Q 作 $QH \perp x$ 轴于点 H ，将以点 Q, H, O, C 为顶点的四边形的面积 S 表示为 t 的函数，标出自变量 t 的取值范围，并求出 S 可能取得的最大值.

【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据已知条件得到抛物线的对称轴为 $x=2$. 设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2-8$. 将 $(3, -4)$ 代入得抛物线的解析式为 $y=4(x-2)^2-8$ ，即可得到结论；

(2) 由题意得： $C(0, 8)$ ， $M(2, -8)$ ，如图，当 $\angle PCO = \angle ACO$ 时，过 P 作 $PH \perp y$ 轴于 H ，设 CP 的延长线交 x 轴于 D ，则 $\triangle ACD$ 是等腰三角形，于

是得到 $OD=OA=\frac{7}{2}$, 根据相似三角形的性质得到 $x=\frac{24}{7}$, 过 C 作 $CE\parallel x$ 轴交

抛物线与 E, 则 $CE=4$, 设抛物线与 x 轴交于 F, B, 则 B $(2+\sqrt{2}, 0)$, 于是得到结论;

(3) 解方程组得到 D $(-1, 28)$ 得到 Q $(t, -12t+16)$ $(-1\leq t<2)$, ①当 $-$

$1\leq t<0$ 时, ②当 $0<t<\frac{4}{3}$ 时, ③当 $\frac{4}{3}<t<2$ 时, 求得二次函数的解析式即可

得到结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 自变量 $x=-1$ 和 $x=5$ 对应的函数值相等,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x=2$.

$\because$ 点 M 在直线 l: $y=-12x+16$ 上,

$\therefore y_M=-8$.

设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2-8$.

将 $(3, -4)$ 代入得: $a-8=-4$, 解得: $a=4$.

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=4(x-2)^2-8$, 整理得: $y=4x^2-16x+8$.

(2) 由题意得: C $(0, 8)$, M $(2, -8)$,

如图, 当 $\angle PCO=\angle ACO$ 时, 过 P 作 $PH\perp y$ 轴于 H,

设 CP 的延长线交 x 轴于 D,

则 $\triangle ACD$ 是等腰三角形,

$\therefore OD=OA=\frac{7}{2}$,

$\therefore$ P 点的横坐标是 x,

$\therefore$ P 点的纵坐标为 $4x^2-16x+8$,

$\therefore PH\parallel OD$,

$\therefore \triangle CHP\sim\triangle COD$,

$$\therefore \frac{CH}{OC} = \frac{PH}{OD},$$

$$\therefore x = \frac{24}{7},$$

过 C 作 $CE \parallel x$ 轴交抛物线与 E,

则 $CE=4$,

设抛物线与 x 轴交于 F, B,

则 B $(2+\sqrt{2}, 0)$,

$\therefore y=ax^2+bx+c$ 对称轴右侧 x 轴上方的图象上任一点为 P,

$\therefore$ 当 $x=\frac{24}{7}$ 时, $\angle PCO = \angle ACO$,

当 $2+\sqrt{2} < x < \frac{24}{7}$ 时, $\angle PCO < \angle ACO$,

当 $\frac{24}{7} < x < 4$ 时, $\angle PCO > \angle ACO$;

$$(3) \text{ 解方程组 } \begin{cases} y = -12x + 16 \\ y = 4x^2 - 16x + 8 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -1 \\ y = 28 \end{cases},$$

$\therefore B(-1, 28)$,

$\therefore Q$ 为线段 BM 上一动点 (点 Q 不与 M 重合),

$\therefore Q(t, -12t+16) (-1 \leq t < 2)$,

$$\textcircled{1} \text{ 当 } -1 \leq t < 0 \text{ 时, } S = \frac{1}{2} (-t) (-12t+16-8) + 8 (-t) = 6t^2 - 12t = 6(t-1)$$

$$^2 - 6,$$

$\therefore -1 \leq t < 0$,

$\therefore$ 当 $t = -1$ 时, $S_{\text{最大}} = 18$;

$$\textcircled{2} \text{ 当 } 0 < t < \frac{4}{3} \text{ 时, } S = \frac{1}{2} t \cdot 8 + \frac{1}{2} t (-12t+16) = -6t^2 + 12t = -6(t-1)^2 + 6, \therefore$$

$$0 < t < \frac{4}{3},$$

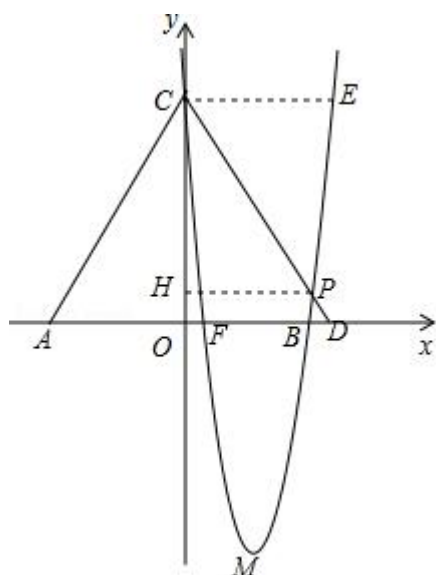
$\therefore$ 当 $t = 1$ 时, $S_{\text{最大}} = 6$;

③当 $\frac{4}{3} < t < 2$ 时, $S = \frac{1}{2}t \cdot 8 + \frac{1}{2}(12t - 16) = 6t^2 - 4t = 6\left(t - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{2}{3}$,

$\therefore$ 开口向上, 对称轴为 $t = \frac{1}{3}$,

$\therefore$ 当 $t = 2$ 时, s 最大, 为 16, 由于 t 不能等于 2, $\therefore$ 本段没有最大值,

综上所述, 最大值为 18.



【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式, 等腰三角形的性质和判定, 方程组的解法, 相似三角形的判定和性质, 二次函数的性质, 函数图象交点等知识点. 综合性强.