

## 2017 年内蒙古乌兰察布市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) 计算  $(\frac{1}{2})^{-1}$  所得结果是 ( )

A. -2 B.  $-\frac{1}{2}$  C.  $\frac{1}{2}$  D. 2

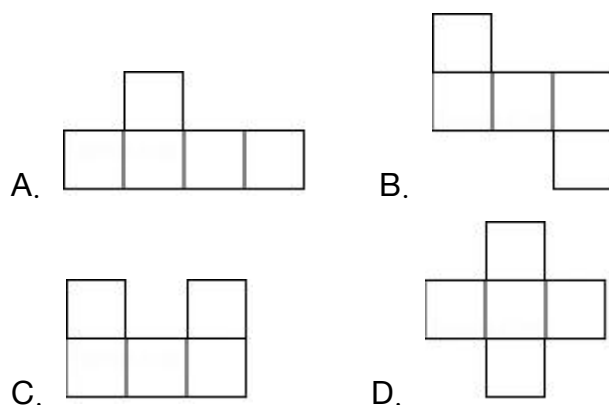
2. (3 分)  $a^2=1$ , b 是 2 的相反数, 则 a+b 的值为 ( )

A. -3 B. -1 C. -1 或 -3 D. 1 或 -3

3. (3 分) 一组数据 5, 7, 8, 10, 12, 12, 44 的众数是 ( )

A. 10 B. 12 C. 14 D. 44

4. (3 分) 将一个无盖正方体形状盒子的表面沿某些棱剪开, 展开后不能得到的平面图形是 ( )



5. (3 分) 下列说法中正确的是 ( )

A. 8 的立方根是  $\pm 2$

B.  $\sqrt{8}$  是一个最简二次根式

C. 函数  $y=\frac{1}{x-1}$  的自变量 x 的取值范围是  $x>1$

D. 在平面直角坐标系中, 点 P (2, 3) 与点 Q (-2, 3) 关于 y 轴对称

6. (3 分) 若等腰三角形的周长为 10cm, 其中一边长为 2cm, 则该等腰三角形

的底边长为 ( )

- A. 2cm B. 4cm C. 6cm D. 8cm

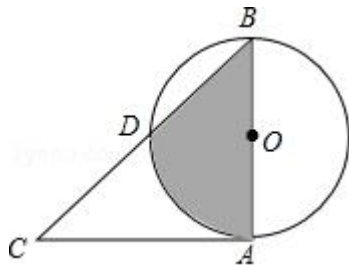
7. (3分) 在一个不透明的口袋里有红、黄、蓝三种颜色的小球, 这些球除颜色外部相同, 其中有 5 个黄球, 4 个蓝球. 若随机摸出一个蓝球的概率为  $\frac{1}{3}$ , 则随机摸出一个红球的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$  B.  $\frac{1}{3}$  C.  $\frac{5}{12}$  D.  $\frac{1}{2}$

8. (3分) 若关于  $x$  的不等式  $x - \frac{a}{2} < 1$  的解集为  $x < 1$ , 则关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + ax + 1 = 0$  根的情况是 ( )

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根  
C. 无实数根 D. 无法确定

9. (3分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ , 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  交  $BC$  于点  $D$ , 若  $BC = 4\sqrt{2}$ , 则图中阴影部分的面积为 ( )



- A.  $\pi + 1$  B.  $\pi + 2$  C.  $2\pi + 2$  D.  $4\pi + 1$

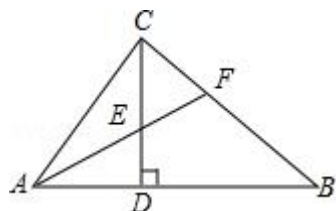
10. (3分) 已知下列命题: ①若  $\frac{a}{b} > 1$ , 则  $a > b$ ; ②若  $a + b = 0$ , 则  $|a| = |b|$ ; ③等边三角形的三个内角都相等; ④底角相等的两个等腰三角形全等. 其中原命题与逆命题均为真命题的个数是 ( )

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

11. (3分) 已知一次函数  $y_1 = 4x$ , 二次函数  $y_2 = 2x^2 + 2$ , 在实数范围内, 对于  $x$  的同一个值, 这两个函数所对应的函数值为  $y_1$  与  $y_2$ , 则下列关系正确的是 ( )

- A.  $y_1 > y_2$  B.  $y_1 \geq y_2$  C.  $y_1 < y_2$  D.  $y_1 \leq y_2$

12. (3分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $CD \perp AB$ , 垂足为  $D$ ,  $AF$  平分  $\angle CAB$ , 交  $CD$  于点  $E$ , 交  $CB$  于点  $F$ . 若  $AC=3$ ,  $AB=5$ , 则  $CE$  的长为 ( )



- A.  $\frac{3}{2}$  B.  $\frac{4}{3}$  C.  $\frac{5}{3}$  D.  $\frac{8}{5}$

二、填空题: 本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 将答案填在答题纸上

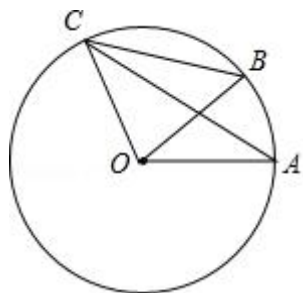
13. (3分) 2014 年至 2016 年, 中国同“一带一路”沿线国家贸易总额超过 3 万亿美元, 将 3 万亿美元用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

14. (3分) 化简:  $\frac{a^2-1}{a^2} \div (\frac{1}{a}-1) \cdot a =$ \_\_\_\_\_.

15. (3分) 某班有 50 名学生, 平均身高为 166cm, 其中 20 名女生的平均身高为 163cm, 则 30 名男生的平均身高为\_\_\_\_\_cm.

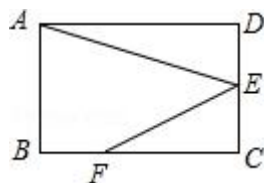
16. (3分) 若关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-ay=5 \end{cases}$  的解是  $\begin{cases} x=b \\ y=1 \end{cases}$ , 则  $a^b$  的值为\_\_\_\_\_.

17. (3分) 如图, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为  $\odot O$  上的三个点,  $\angle BOC=2\angle AOB$ ,  $\angle BAC=40^\circ$ , 则  $\angle ACB=$ \_\_\_\_\_度.

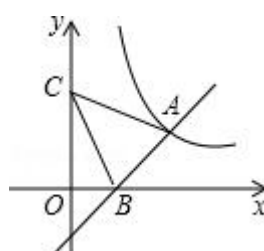


18. (3分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  是  $CD$  的中点, 点  $F$  是  $BC$  上一点,

且  $FC=2BF$ ，连接  $AE$ ， $EF$ ．若  $AB=2$ ， $AD=3$ ，则  $\cos \angle AEF$  的值是\_\_\_\_\_．



19. (3 分) 如图，一次函数  $y=x-1$  的图象与反比例函数  $y=\frac{2}{x}$  的图象在第一象限相交于点  $A$ ，与  $x$  轴相交于点  $B$ ，点  $C$  在  $y$  轴上，若  $AC=BC$ ，则点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_．

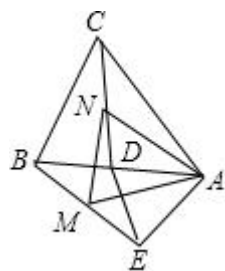


20. (3 分) 如图，在  $\triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  中， $AB=AC$ ， $AD=AE$ ， $\angle BAC=\angle DAE$ ，且点  $D$  在  $AB$  上，点  $E$  与点  $C$  在  $AB$  的两侧，连接  $BE$ ， $CD$ ，点  $M$ 、 $N$  分别是  $BE$ 、 $CD$  的中点，连接  $MN$ ， $AM$ ， $AN$ ．

下列结论：①  $\triangle ACD \cong \triangle ABE$ ；②  $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ ；③  $\triangle AMN$  是等边三角形；

④若点  $D$  是  $AB$  的中点，则  $S_{\triangle ABC}=2S_{\triangle ABE}$ ．

其中正确的结论是\_\_\_\_\_．(填写所有正确结论的序号)



三、解答题：本大题共 6 小题，共 60 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

21. (8 分) 有三张正面分别标有数字  $-3$ ， $1$ ， $3$  的不透明卡片，它们除数字外

都相同，现将它们背面朝上，洗匀后从三张卡片中随机地抽取一张，放回卡片洗匀后，再从三张卡片中随机地抽取一张.

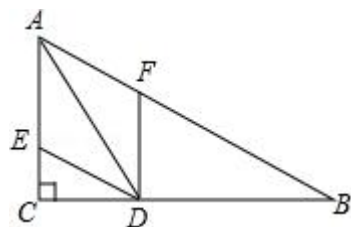
(1) 试用列表或画树状图的方法，求两次抽取的卡片上的数字之积为负数的概率；

(2) 求两次抽取的卡片上的数字之和为非负数的概率.

22. (8 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线， $DE \parallel BA$  交  $AC$  于点  $E$ ， $DF \parallel CA$  交  $AB$  于点  $F$ ，已知  $CD=3$ .

(1) 求  $AD$  的长；

(2) 求四边形  $AEDF$  的周长. (注意：本题中的计算过程和结果均保留根号)



23. (10 分) 某广告公司设计一幅周长为 16 米的矩形广告牌，广告设计费为每平方米 2000 元. 设矩形一边长为  $x$ ，面积为  $S$  平方米.

(1) 求  $S$  与  $x$  之间的函数关系式，并写出自变量  $x$  的取值范围；

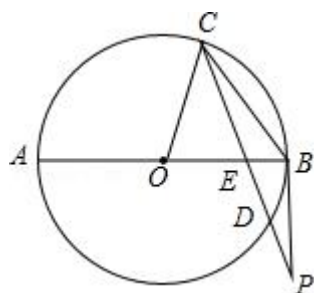
(2) 设计费能达到 24000 元吗？为什么？

(3) 当  $x$  是多少米时，设计费最多？最多是多少元？

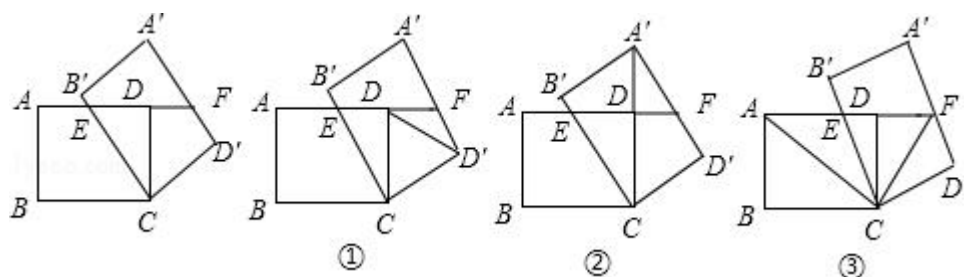
24. (10 分) 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，弦  $CD$  与  $AB$  交于点  $E$ ，过点  $B$  的切线  $BP$  与  $CD$  的延长线交于点  $P$ ，连接  $OC$ ， $CB$ .

(1) 求证： $AE \cdot EB = CE \cdot ED$ ；

(2) 若  $\odot O$  的半径为 3， $OE=2BE$ ， $\frac{CE}{DE}=\frac{9}{5}$  求  $\tan \angle OBC$  的值及  $DP$  的长.



25. (12 分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=4$ , 将矩形  $ABCD$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转  $\alpha$  角, 得到矩形  $A'B'C'D'$ ,  $B'C$  与  $AD$  交于点  $E$ ,  $AD$  的延长线与  $A'D'$  交于点  $F$ .



(1) 如图①, 当  $\alpha=60^\circ$  时, 连接  $DD'$ , 求  $DD'$  和  $A'F$  的长;

(2) 如图②, 当矩形  $A'B'C'D'$  的顶点  $A'$  落在  $CD$  的延长线上时, 求  $EF$  的长;

(3) 如图③, 当  $AE=EF$  时, 连接  $AC$ ,  $CF$ , 求  $AC \cdot CF$  的值.

26. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线  $y=\frac{3}{2}x^2+bx+c$  与  $x$  轴交于  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 0)$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C$ .

(1) 求该抛物线的解析式;

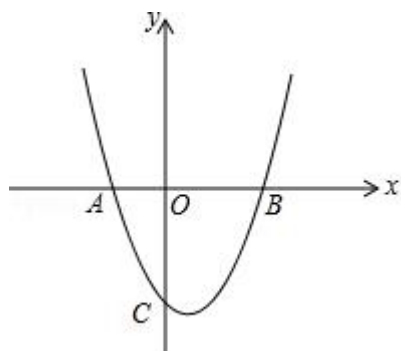
(2) 直线  $y=-x+n$  与该抛物线在第四象限内交于点  $D$ , 与线段  $BC$  交于点  $E$ , 与  $x$  轴交于点  $F$ , 且  $BE=4EC$ .

①求  $n$  的值;

②连接  $AC$ ,  $CD$ , 线段  $AC$  与线段  $DF$  交于点  $G$ ,  $\triangle AGF$  与  $\triangle CGD$  是否全等? 请说明理由;

(3) 直线  $y=m$  ( $m>0$ ) 与该抛物线的交点为  $M$ ,  $N$  (点  $M$  在点  $N$  的左侧), 点

M 关于 y 轴的对称点为点 M', 点 H 的坐标为 (1, 0). 若四边形 OM'NH 的面积为  $\frac{5}{3}$ . 求点 H 到 OM' 的距离 d 的值.



# 2017 年内蒙古包头市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) (2017•包头) 计算  $(\frac{1}{2})^{-1}$  所得结果是 ( )

A. -2 B.  $-\frac{1}{2}$  C.  $\frac{1}{2}$  D. 2

【考点】6F：负整数指数幂.

【分析】根据负整数指数幂的运算法则计算即可.

【解答】解：  $(\frac{1}{2})^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ ,

故选：D.

【点评】本题考查的是负整数指数幂的运算，掌握  $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$  是解题的关键.

2. (3 分) (2017•包头)  $a^2=1$ ，b 是 2 的相反数，则 a+b 的值为 ( )

A. -3 B. -1 C. -1 或 -3 D. 1 或 -3

【考点】1E：有理数的乘方；14：相反数；19：有理数的加法.

【专题】32：分类讨论.

【分析】分别求出 a b 的值，分为两种情况：①当  $a=-1$ ， $b=-2$  时，②当  $a=1$ ， $b=-2$  时，分别代入求出即可.

【解答】解：  $\because a^2=1$ ，b 是 2 的相反数，

$\therefore a=\pm 1$ ， $b=-2$ ，

①当  $a=-1$ ， $b=-2$  时， $a+b=-3$ ；

②当  $a=1$ ， $b=-2$  时， $a+b=-1$ .

故选 C.

**【点评】** 本题考查了有理数的乘方，相反数，求代数式的值等知识点，关键是求出  $a b$  的值，注意有两种情况啊.

3. (3 分) (2017•包头) 一组数据 5, 7, 8, 10, 12, 12, 44 的众数是 ( )

A. 10 B. 12 C. 14 D. 44

**【考点】** W5: 众数.

**【分析】** 根据众数的定义即可得.

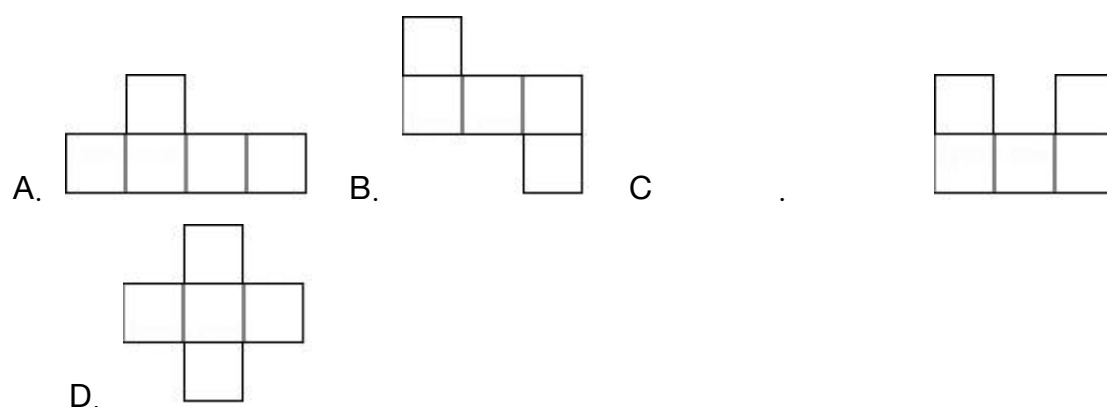
**【解答】** 解: 这组数据中 12 出现了 2 次, 次数最多,

$\therefore$  众数为 12,

故选: B.

**【点评】** 本题主要考查众数, 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

4. (3 分) (2017•包头) 将一个无盖正方体形状盒子的表面沿某些棱剪开, 展开后不能得到的平面图形是 ( )



**【考点】** I6: 几何体的展开图.

**【分析】** 由平面图形的折叠及无盖正方体的展开图就可以求出结论.

**【解答】** 解: 由四棱柱的四个侧面及底面可知, A、B、D 都可以拼成无盖的正

方体，但 C 拼成的有一个面重合，有两面没有的图形.

所以将一个无盖正方体形状盒子的表面沿某些棱展开后不能得到的平面图形是 C.

故选 C.

**【点评】** 本题考查了正方体的平面展开图，解答时熟悉四棱柱的特征及无盖正方体展开图的各种情形是关键.

5. (3 分) (2017•包头) 下列说法中正确的是 ( )

A. 8 的立方根是  $\pm 2$

B.  $\sqrt{8}$  是一个最简二次根式

C. 函数  $y = \frac{1}{x-1}$  的自变量  $x$  的取值范围是  $x > 1$

D. 在平面直角坐标系中，点 P (2, 3) 与点 Q (-2, 3) 关于 y 轴对称

**【考点】** 74: 最简二次根式; 24: 立方根; E4: 函数自变量的取值范围; P5:

关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

**【分析】** 根据开立方，最简二次根式的定义，分母不能为零，关于原点对称的点的坐标，可得答案.

**【解答】** 解: A、8 的立方根是 2，故 A 不符合题意;

B、 $\sqrt{8}$  不是最简二次根式，故 B 不符合题意;

C、函数  $y = \frac{1}{x-1}$  的自变量  $x$  的取值范围是  $x \neq 1$ ，故 C 不符合题意;

D、在平面直角坐标系中，点 P (2, 3) 与点 Q (-2, 3) 关于 y 轴对称，故 D 符合题意;

故选: D.

**【点评】** 本题考查最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件: 被开方数不含分母; 被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

6. (3分) (2017•包头) 若等腰三角形的周长为 10cm, 其中一边长为 2cm, 则该等腰三角形的底边长为 ( )

A. 2cm B. 4cm C. 6cm D. 8cm

【考点】KH: 等腰三角形的性质; K6: 三角形三边关系.

【分析】分为两种情况: 2cm 是等腰三角形的腰或 2cm 是等腰三角形的底边, 然后进一步根据三角形的三边关系进行分析能否构成三角形.

【解答】解: 若 2cm 为等腰三角形的腰长, 则底边长为  $10 - 2 - 2 = 6$  (cm),  $2 + 2 < 6$ , 不符合三角形的三边关系;

若 2cm 为等腰三角形的底边, 则腰长为  $(10 - 2) \div 2 = 4$  (cm), 此时三角形的三边长分别为 2cm, 4cm, 4cm, 符合三角形的三边关系;

故选 A.

【点评】此题考查了等腰三角形的两腰相等的性质, 同时注意三角形的三边关系: 三角形任意两边之和大于第三边.

7. (3分) (2017•包头) 在一个不透明的口袋里有红、黄、蓝三种颜色的小球, 这些球除颜色外部相同, 其中有 5 个黄球, 4 个蓝球. 若随机摸出一个蓝球的概率为  $\frac{1}{3}$ , 则随机摸出一个红球的概率为 ( )

A.  $\frac{1}{4}$  B.  $\frac{1}{3}$  C.  $\frac{5}{12}$  D.  $\frac{1}{2}$

【考点】X4: 概率公式.

【分析】设红球有  $x$  个, 根据摸出一个球是蓝球的概率是  $\frac{1}{3}$ , 得出红球的个数, 再根据概率公式即可得出随机摸出一个红球的概率.

【解答】解:  $\because$  在一个不透明的口袋里有红、黄、蓝三种颜色的小球, 三种球除颜色外其他完全相同, 其中有 5 个黄球, 4 个蓝球,

随机摸出一个蓝球的概率是  $\frac{1}{3}$

设红球有  $x$  个,

$$\therefore \frac{4}{5+4+x} = \frac{1}{3}$$

解得:  $x=3$

$$\therefore \text{随机摸出一个红球的概率是: } \frac{3}{5+4+3} = \frac{1}{4}$$

故选 A.

**【点评】** 此题主要考查了概率公式的应用, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比. 得到所求的情况数是解决本题的关键.

8. (3 分) (2017•包头) 若关于  $x$  的不等式  $x - \frac{a}{2} < 1$  的解集为  $x < 1$ , 则关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + ax + 1 = 0$  根的情况是 ( )

A. 有两个相等的实数根    B. 有两个不相等的实数根

C. 无实数根    D. 无法确定

**【考点】** AA: 根的判别式; C3: 不等式的解集.

**【专题】** 11 : 计算题.

**【分析】** 先解不等式, 再利用不等式的解集得到  $1 + \frac{a}{2} = 1$ , 则  $a=0$ , 然后计算判别式的值, 最后根据判别式的意义判断方程根的情况.

**【解答】** 解: 解不等式  $x - \frac{a}{2} < 1$  得  $x < 1 + \frac{a}{2}$ ,

而不等式  $x - \frac{a}{2} < 1$  的解集为  $x < 1$ ,

所以  $1 + \frac{a}{2} = 1$ , 解得  $a=0$ ,

又因为  $\Delta = a^2 - 4 = -4$ ,

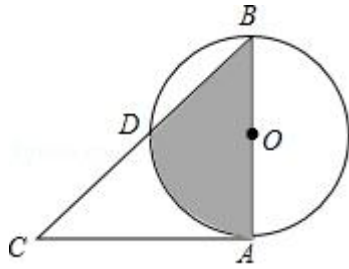
所以关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + ax + 1 = 0$  没有实数根.

故选 C.

**【点评】** 本题考查了根的判别式: 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与  $\Delta$

$=b^2 - 4ac$  有如下关系：当  $\Delta > 0$  时，方程有两个不相等的实数根；当  $\Delta = 0$  时，方程有两个相等的实数根；当  $\Delta < 0$  时，方程无实数根。

9. (3 分) (2017•包头) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle ABC=45^\circ$ ，以  $AB$  为直径的  $\odot O$  交  $BC$  于点  $D$ ，若  $BC=4\sqrt{2}$ ，则图中阴影部分的面积为 ( )



A.  $\pi+1$  B.  $\pi+2$  C.  $2\pi+2$  D.  $4\pi+1$

**【考点】** MO：扇形面积的计算；KH：等腰三角形的性质；M5：圆周角定理.

**【分析】** 连接  $DO$ 、 $AD$ ，求出圆的半径，求出  $\angle BOD$  和  $\angle DOA$  的度数，再分别求出  $\triangle BOD$  和扇形  $DOA$  的面积即可.

**【解答】** 解：连接  $OD$ 、 $AD$ ，

$\because$  在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle ABC=45^\circ$ ，

$\therefore \angle C=45^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC=90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$  是  $Rt\triangle BAC$ ，

$\because BC=4\sqrt{2}$ ，

$\therefore AC=AB=4$ ，

$\because AB$  为直径，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$ ， $BO=DO=2$ ，

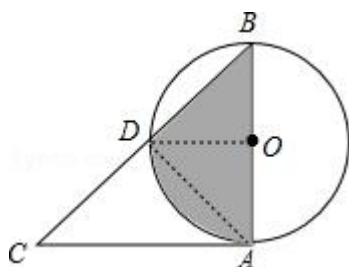
$\because OD=OB$ ， $\angle B=45^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \angle BDO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DOA = \angle BOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积 } S = S_{\triangle BOD} + S_{\text{扇形 DOA}} = \frac{90\pi \cdot 2^2}{360} + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \pi + 2.$$

故选 B.



**【点评】** 本题考查了扇形的面积计算，解直角三角形等知识点，能求出扇形 DOA 的面积和  $\triangle DOB$  的面积是解此题的关键.

10. (3 分) (2017•包头) 已知下列命题:

①若  $\frac{a}{b} > 1$ , 则  $a > b$ ;

②若  $a+b=0$ , 则  $|a|=|b|$ ;

③等边三角形的三个内角都相等;

④底角相等的两个等腰三角形全等.

其中原命题与逆命题均为真命题的个数是 ( )

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

**【考点】** O1: 命题与定理.

**【分析】** 根据不等式的性质、等边三角形的性质和判定、等腰三角形的性质和判定、相反数逐个判断即可.

**【解答】** 解:  $\because$  当  $b < 0$  时, 如果  $\frac{a}{b} > 1$ , 那么  $a < b$ ,  $\therefore$  ①错误;

$\because$  若  $a+b=0$ , 则  $|a|=|b|$  正确, 但是若  $|a|=|b|$ , 则  $a+b=0$  错误,  $\therefore$  ②错误;

∵等边三角形的三个内角都相等，正确，逆命题也正确，∴③正确；

∵底角相等的两个等腰三角形不一定全等，∴④错误；

其中原命题与逆命题均为真命题的个数是 1 个，

故选 A.

**【点评】** 本题考查了不等式的性质、等边三角形的性质和判定、等腰三角形的性质和判定、相反数、命题与定理等知识点，能熟记知识点的内容是解此题的关键.

11. (3 分) (2017•包头) 已知一次函数  $y_1=4x$ ，二次函数  $y_2=2x^2+2$ ，在实数范围内，对于  $x$  的同一个值，这两个函数所对应的函数值为  $y_1$  与  $y_2$ ，则下列关系正确的是 ( )

A.  $y_1 > y_2$  B.  $y_1 \geq y_2$  C.  $y_1 < y_2$  D.  $y_1 \leq y_2$

**【考点】** HC: 二次函数与不等式 (组).

**【分析】** 首先判断直线  $y=4x$  与抛物线  $y=2x^2+2$  只有一个交点，如图所示，利用图象法即可解决问题.

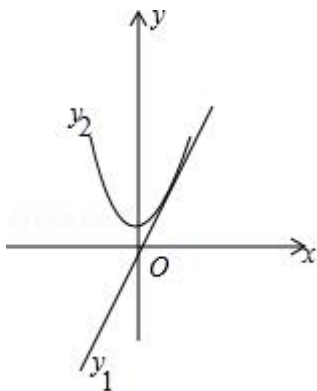
**【解答】** 解：由  $\begin{cases} y = 4x \\ y = 2x^2 + 2 \end{cases}$  消去  $y$  得到：  $x^2 - 2x + 1 = 0$ ,

∵  $\Delta = 0$ ,

∴ 直线  $y=4x$  与抛物线  $y=2x^2+2$  只有一个交点，如图所示，

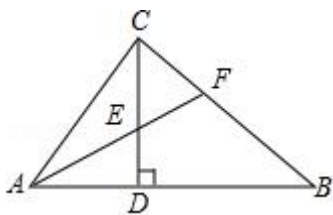
观察图象可知：  $y_1 \leq y_2$ ,

故选 D.



**【点评】** 本题考查一次函数与二次函数的应用，解题的关键是判断出直线与抛物线只有一个交点，学会利用图象法解决问题.

12. (3分) (2017•包头) 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为  $D$ ， $AF$  平分  $\angle CAB$ ，交  $CD$  于点  $E$ ，交  $CB$  于点  $F$ . 若  $AC=3$ ， $AB=5$ ，则  $CE$  的长为 ( )



- A.  $\frac{3}{2}$    B.  $\frac{4}{3}$    C.  $\frac{5}{3}$    D.  $\frac{8}{5}$

**【考点】** KQ: 勾股定理; KF: 角平分线的性质.

**【分析】** 根据三角形的内角和定理得出  $\angle CAF + \angle CFA = 90^\circ$ ， $\angle FAD + \angle AED = 90^\circ$ ，根据角平分线和对顶角相等得出  $\angle CEF = \angle CFE$ ，即可得出  $EC = FC$ ，再利用相似三角形的判定与性质得出答案.

**【解答】** 解：过点  $F$  作  $FG \perp AB$  于点  $G$ ，

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \quad CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF + \angle CFA = 90^\circ, \quad \angle FAD + \angle AED = 90^\circ,$$

$$\because AF \text{ 平分 } \angle CAB,$$

$$\therefore \angle CAF = \angle FAD,$$

$$\therefore \angle CFA = \angle AED = \angle CEF,$$

$$\therefore CE = CF,$$

$$\therefore AF \text{ 平分 } \angle CAB, \angle ACF = \angle AGF = 90^\circ,$$

$$\therefore FC = FG,$$

$$\therefore \angle B = \angle B, \angle FGB = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BFG \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{BF}{AB} = \frac{FG}{AC},$$

$$\therefore AC = 3, AB = 5, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore BC = 4,$$

$$\therefore \frac{4 - FC}{5} = \frac{FG}{3},$$

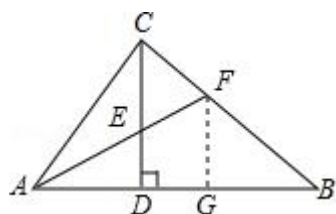
$$\therefore FC = FG,$$

$$\therefore \frac{4 - FC}{5} = \frac{FC}{3},$$

$$\text{解得: } FC = \frac{3}{2},$$

$$\text{即 CE 的长为 } \frac{3}{2}.$$

故选: A.



**【点评】** 本题考查了直角三角形性质、等腰三角形的性质和判定，三角形的内角和定理以及相似三角形的判定与性质等知识，关键是推出  $\angle CEF = \angle CFE$ .

二、填空题：本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，将答案填在答题纸上

13. (3 分) (2017·包头) 2014 年至 2016 年，中国同“一带一路”沿线国家贸易总额超过 3 万亿美元，将 3 万亿美元用科学记数法表示为  $3 \times 10^{12}$  .

【考点】11：科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数.

【解答】解：3 万亿  $= 3 \times 10^{12}$ ,

故答案为：  $3 \times 10^{12}$  .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

14. (3 分) (2017·包头) 化简：  $\frac{a^2-1}{a^2} \div (\frac{1}{a}-1) \cdot a = -a-1$  .

【考点】6C：分式的混合运算.

【专题】11：计算题；513：分式.

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果.

【解答】解：原式  $= \frac{(a+1)(a-1)}{a^2} \cdot \frac{a}{-(a-1)} \cdot a = -(a+1) = -a-1$ ,

故答案为：  $-a-1$  .

【点评】此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

15. (3 分) (2017·包头) 某班有 50 名学生，平均身高为 166cm，其中 20 名女

生的平均身高为 163cm, 则 30 名男生的平均身高为 168 cm.

**【考点】** W2: 加权平均数.

**【分析】** 根据平均数的公式求解即可. 用 50 名身高的总和减去 20 名女生身高的和除以 30 即可.

**【解答】** 解: 设男生的平均身高为  $x$ ,

根据题意有:  $\frac{20 \times 163 + 30x}{50} = 166$ , 解可得  $x = 168$  (cm).

故答案为 168.

**【点评】** 本题考查的是样本平均数的求法及运用, 即平均数公式:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}.$$

16. (3 分) (2017·包头) 若关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - ay = 5 \end{cases}$  的解是

$$\begin{cases} x = b \\ y = 1 \end{cases}, \text{ 则 } a^b \text{ 的值为 } \underline{1}.$$

**【考点】** 97: 二元一次方程组的解.

**【分析】** 将方程组的解  $\begin{cases} x = b \\ y = 1 \end{cases}$  代入方程组  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - ay = 5 \end{cases}$  就可得到关于  $a$ 、 $b$  的

二元一次方程组, 解得  $a$ 、 $b$  的值, 即可求  $a^b$  的值.

**【解答】** 解:  $\because$  关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - ay = 5 \end{cases}$  的解是  $\begin{cases} x = b \\ y = 1 \end{cases}$ ,

$$\therefore \begin{cases} b + 1 = 3 \\ 2b - a = 5 \end{cases}$$

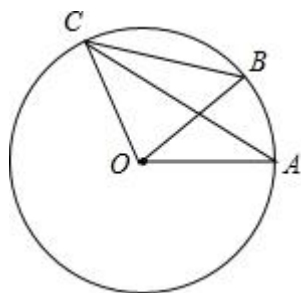
解得  $a = -1$ ,  $b = 2$ ,

$$\therefore a^b = (-1)^2 = 1.$$

故答案为 1.

**【点评】**此题主要考查了二元一次方程组的解的定义：一般地，二元一次方程组的两个方程的公共解，叫做二元一次方程组的解．也考查了解二元一次方程组．

17. (3 分) (2017•包头) 如图，点 A、B、C 为  $\odot O$  上的三个点， $\angle BOC=2\angle AOB$ ， $\angle BAC=40^\circ$ ，则  $\angle ACB=$  20 度.



**【考点】** M5: 圆周角定理.

**【分析】**根据圆周角定理即可得到结论.

**【解答】**解：  $\because \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ ， $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$ ，

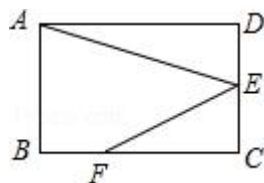
$\because \angle BOC = 2 \angle AOB$ ，

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle BAC = 20^\circ$ .

故答案为：20.

**【点评】**此题主要考查了圆周角定理的应用，熟记圆周角定理是解题关键.

18. (3 分) (2017•包头) 如图，在矩形 ABCD 中，点 E 是 CD 的中点，点 F 是 BC 上一点，且  $FC=2BF$ ，连接 AE，EF. 若  $AB=2$ ， $AD=3$ ，则  $\cos \angle AEF$  的值是  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .



**【考点】** LB: 矩形的性质; T7: 解直角三角形.

**【分析】** 接 AF，由矩形的性质得出  $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $CD = AB = 2$ ， $BC = AD = 3$ ，证出  $AB = FC$ ， $BF = CE$ ，由 SAS 证明  $\triangle ABF \cong \triangle FCE$ ，得出  $\angle BAF = \angle CFE$ ， $AF = FE$ ，证  $\triangle AEF$  是等腰直角三角形，得出  $\angle AEF = 45^\circ$ ，即可得出答案。

**【解答】** 解：连接 AF，如图所示：

$\because$  四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $CD = AB = 2$ ， $BC = AD = 3$ ，

$\therefore FC = 2BF$ ，

$\therefore BF = 1$ ， $FC = 2$ ，

$\therefore AB = FC$ ，

$\because$  E 是 CD 的中点，

$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = 1$ ，

$\therefore BF = CE$ ，

$AB = FC$

在  $\triangle ABF$  和  $\triangle FCE$  中， $\begin{cases} \angle B = \angle C \\ BF = CE \end{cases}$ ，

$BF = CE$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle FCE$  (SAS)，

$\therefore \angle BAF = \angle CFE$ ， $AF = FE$ ，

$\because \angle BAF + \angle AFB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CFE + \angle AFB = 90^\circ$ ，

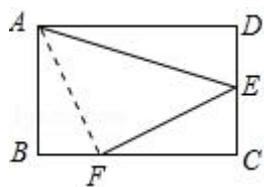
$\therefore \angle AFE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle AEF$  是等腰直角三角形，

$\therefore \angle AEF = 45^\circ$ ，

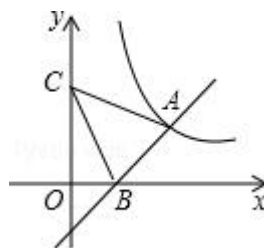
$\therefore \cos \angle AEF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ；

故答案为:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .



**【点评】** 本题考查了矩形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、三角函数等知识；熟练掌握矩形的性质，证明三角形全等是解决问题的关键.

19. (3 分) (2017·包头) 如图，一次函数  $y=x-1$  的图象与反比例函数  $y=\frac{2}{x}$  的图象在第一象限相交于点 A，与 x 轴相交于点 B，点 C 在 y 轴上，若  $AC=BC$ ，则点 C 的坐标为 (0, 2).



**【考点】** G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

**【分析】** 利用方程组求出点 A 坐标，设 C (0, m)，根据  $AC=BC$ ，列出方程即可解决问题.

**【解答】** 解：由  $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ ，

$\therefore A(2, 1)$ ， $B(1, 0)$ ，

设 C (0, m)，

$\therefore BC=AC$ ，

$\therefore AC^2=BC^2$ ，

即  $4 + (m - 1)^2 = 1 + m^2$ ，

$\therefore m=2$ ,

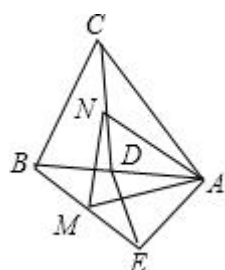
故答案为  $(0, 2)$ .

**【点评】** 本题考查反比例函数与一次函数的交点坐标问题、勾股定理、方程组等知识，解题的关键是学会利用方程组确定两个函数的交点坐标，学会用方程的思想思考问题，属于中考常考题型.

20. (3 分) (2017•包头) 如图，在  $\triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  中， $AB=AC$ ， $AD=AE$ ， $\angle BAC=\angle DAE$ ，且点  $D$  在  $AB$  上，点  $E$  与点  $C$  在  $AB$  的两侧，连接  $BE$ ， $CD$ ，点  $M$ 、 $N$  分别是  $BE$ 、 $CD$  的中点，连接  $MN$ ， $AM$ ， $AN$ .

下列结论：①  $\triangle ACD \cong \triangle ABE$ ；②  $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ ；③  $\triangle AMN$  是等边三角形；  
④若点  $D$  是  $AB$  的中点，则  $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABE}$ .

其中正确的结论是 ①②④. (填写所有正确结论的序号)



**【考点】** S9：相似三角形的判定与性质；KD：全等三角形的判定与性质；KM：等边三角形的判定与性质.

**【分析】** ①根据 SAS 证明  $\triangle ACD \cong \triangle ABE$ ;

②先证明  $\triangle ACN \cong \triangle ABM$ ，得  $\triangle AMN$  也是等腰三角形，且顶角与  $\triangle ABC$  的顶角相等，所以  $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ ;

③由  $AN=AM$ ，可得  $\triangle AMN$  为等腰三角形;

④根据三角形的中线将三角形面积平分得：  $S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ACN}$ ， $S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle ABM}$ ，则  $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ABE}$ .

【解答】解：①在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABE$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AC = AB \\ \angle BAC = \angle DAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE \text{ (SAS)},$$

所以①正确；

$$\textcircled{2} \therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE,$$

$$\therefore CD=BE, \angle NCA=\angle MBA,$$

又 $\because M, N$ 分别为 $BE, CD$ 的中点，

$$\therefore CN=BM,$$

在 $\triangle ACN$ 和 $\triangle ABM$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AC = AB \\ \angle ACN = \angle ABM, \\ CN = BM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACN \cong \triangle ABM,$$

$$\therefore AN=AM, \angle CAN=\angle BAM,$$

$$\therefore \angle BAC=\angle MAN,$$

$$\therefore AB=AC,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle AMN,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMN,$$

所以②正确；

$$\textcircled{3} \therefore AN=AM,$$

$$\therefore \triangle AMN \text{ 为等腰三角形},$$

所以③不正确；

$$\textcircled{4} \because \triangle ACN \cong \triangle ABM,$$

$$\therefore S_{\triangle ACN} = S_{\triangle ABM},$$

$\therefore$  点 M、N 分别是 BE、CD 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ACN}, \quad S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle ABM},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABE},$$

$\therefore$  D 是 AB 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ABE},$$

所以④正确;

本题正确的结论有: ①②④;

故答案为: ①②④.

**【点评】** 本题考查了三角形全等的性质和判定、等腰三角形的性质和判定、三角形中线的性质、三角形相似的性质和判定, 熟练掌握三角形全等的性质和判定及三角形中线平分面积的性质是关键; 此类选择题比较麻烦, 类似四个证明题, 所以要认真审题, 并做出正确的判断.

**三、解答题:** 本大题共 6 小题, 共 60 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

21. (8 分) (2017•包头) 有三张正面分别标有数字 -3, 1, 3 的不透明卡片, 它们除数字外都相同, 现将它们背面朝上, 洗匀后从三张卡片中随机地抽取一张, 放回卡片洗匀后, 再从三张卡片中随机地抽取一张.

(1) 试用列表或画树状图的方法, 求两次抽取的卡片上的数字之积为负数的概率;

(2) 求两次抽取的卡片上的数字之和为非负数的概率.

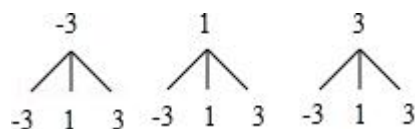
**【考点】** X6: 列表法与树状图法.

**【分析】** (1) 画出树状图列出所有等可能结果, 再找到数字之积为负数的结果数,

根据概率公式可得；

(2) 根据 (1) 中树状图列出数字之和为非负数的结果数，再根据概率公式求解可得.

【解答】解：(1) 画树状图如下：



由树状图可知，共有 9 种等可能结果，其中数字之积为负数的有 4 种结果，

∴ 两次抽取的卡片上的数字之积为负数的概率为  $\frac{4}{9}$ ；

(2) 在 (1) 种所列 9 种等可能结果中，数字之和为非负数的有 6 种，

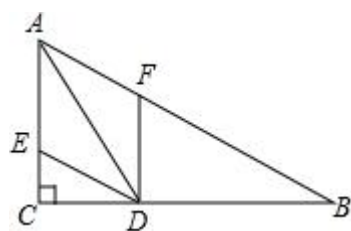
∴ 两次抽取的卡片上的数字之和为非负数的概率为  $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ 。

【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；解题时要注意此题是放回实验还是不放回实验. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (8 分) (2017•包头) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，AD 是  $\triangle ABC$  的角平分线，DE//BA 交 AC 于点 E，DF//CA 交 AB 于点 F，已知 CD=3.

(1) 求 AD 的长；

(2) 求四边形 AEDF 的周长. (注意：本题中的计算过程和结果均保留根号)



【考点】LA：菱形的判定与性质；JA：平行线的性质；KO：含 30 度角的直角

三角形.

【分析】(1) 首先证明  $\angle CAD=30^\circ$ ，易知  $AD=2CD$  即可解决问题；

(2) 首先证明四边形 AEDF 是菱形，求出 ED 即可解决问题；

【解答】解：(1)  $\because \angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB=60^\circ,$$

$\because AD$  平分  $\angle CAB$ ，

$$\therefore \angle CAD=\frac{1}{2}\angle CAB=30^\circ,$$

在  $Rt\triangle ACD$  中， $\because \angle ACD=90^\circ$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ，

$$\therefore AD=2CD=6.$$

(2)  $\because DE \parallel BA$  交  $AC$  于点  $E$ ， $DF \parallel CA$  交  $AB$  于点  $F$ ，

$\therefore$  四边形 AEDF 是平行四边形，

$$\because \angle EAD=\angle ADF=\angle DAF,$$

$$\therefore AF=DF,$$

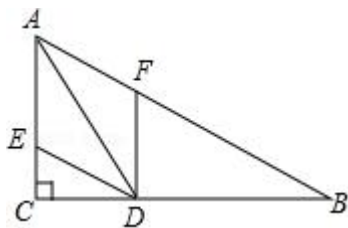
$\therefore$  四边形 AEDF 是菱形，

$$\therefore AE=DE=DF=AF,$$

在  $Rt\triangle CED$  中， $\because \angle CDE=\angle B=30^\circ$ ，

$$\therefore DE=\frac{CD}{\cos 30^\circ}=2\sqrt{3},$$

$\therefore$  四边形 AEDF 的周长为  $8\sqrt{3}$ .



**【点评】** 本题考查菱形的判定和性质、平行线的性质、直角三角形 30 度角的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

23. (10 分) (2017•包头) 某广告公司设计一幅周长为 16 米的矩形广告牌，广告设计费为每平方米 2000 元. 设矩形一边长为  $x$ ，面积为  $S$  平方米.

(1) 求  $S$  与  $x$  之间的函数关系式，并写出自变量  $x$  的取值范围；

(2) 设计费能达到 24000 元吗？为什么？

(3) 当  $x$  是多少米时，设计费最多？最多是多少元？

**【考点】** HE：二次函数的应用；AD：一元二次方程的应用.

**【分析】** (1) 由矩形的一边长为  $x$ 、周长为 16 得出另一边长为  $8 - x$ ，根据矩形的面积公式可得答案；

(2) 由设计费为 24000 元得出矩形面积为 12 平方米，据此列出方程，解之求得  $x$  的值，从而得出答案；

(3) 将函数解析式配方成顶点式，可得函数的最值情况.

**【解答】** 解：(1)  $\because$  矩形的一边为  $x$  米，周长为 16 米，

$\therefore$  另一边长为  $(8 - x)$  米，

$\therefore S = x(8 - x) = -x^2 + 8x$ ，其中  $0 < x < 8$ ；

(2) 能，

$\therefore$  设计费能达到 24000 元，

$\therefore$  当设计费为 24000 元时，面积为  $24000 \div 200 = 12$  (平方米)，

即  $-x^2 + 8x = 12$ ，

解得：  $x = 2$  或  $x = 6$ ，

∴ 设计费能达到 24000 元.

$$(3) \because S = -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16,$$

∴ 当  $x=4$  时,  $S_{\text{最大值}}=16$ ,

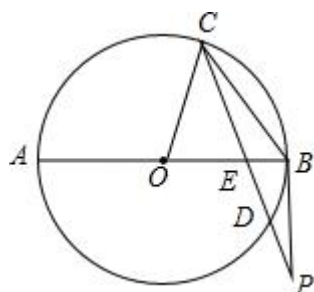
∴ 当  $x=4$  米时, 矩形的最大面积为 16 平方米, 设计费最多, 最多是 32000 元.

**【点评】** 本题主要考查二次函数的应用与一元二次方程的应用, 根据矩形的面积公式得出函数解析式, 并熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

24. (10 分) (2017·包头) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 弦  $CD$  与  $AB$  交于点  $E$ , 过点  $B$  的切线  $BP$  与  $CD$  的延长线交于点  $P$ , 连接  $OC$ ,  $CB$ .

(1) 求证:  $AE \cdot EB = CE \cdot ED$ ;

(2) 若  $\odot O$  的半径为 3,  $OE=2BE$ ,  $\frac{CE}{DE}=\frac{9}{5}$  求  $\tan \angle OBC$  的值及  $DP$  的长.



**【考点】** S9: 相似三角形的判定与性质; MC: 切线的性质; T7: 解直角三角形.

**【分析】** (1) 直接根据题意得出  $\triangle AED \sim \triangle CEB$ , 进而利用切线的性质的出答案;

(2) 利用已知得出  $EC$ ,  $DE$  的长, 再利用勾股定理得出  $CF$  的长,  $t$  即可得出  $\tan \angle OBC$  的值, 再利用全等三角形的判定与性质得出  $DP$  的长.

**【解答】** (1) 证明: 连接  $AD$ ,

$$\because \angle A = \angle BCD, \quad \angle AED = \angle CEB,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle CEB,$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{ED}{EB},$$

$$\therefore AE \cdot EB = CE \cdot ED;$$

(2) 解:  $\because \odot O$  的半径为 3,

$$\therefore OA = OB = OC = 3,$$

$$\therefore OE = 2BE,$$

$$\therefore OE = 2, \quad BE = 1, \quad AE = 5,$$

$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{9}{5}$$

$$\therefore \text{设 } CE = 9x, \quad DE = 5x,$$

$$\therefore AE \cdot EB = CE \cdot ED,$$

$$\therefore 5 \times 1 = 9x \cdot 5x,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{1}{3}, \quad x_2 = -\frac{1}{3} \text{ (不合题意舍去)}$$

$$\therefore CE = 9x = 3, \quad DE = 5x = \frac{5}{3}$$

过点 C 作  $CF \perp AB$  于 F,

$$\therefore OC = CE = 3,$$

$$\therefore OF = EF = \frac{1}{2}OE = 1,$$

$$\therefore BF = 2,$$

在  $Rt\triangle OCF$  中,

$$\therefore \angle CFO = 90^\circ,$$

$$\therefore CF^2 + OF^2 = OC^2,$$

$$\therefore CF = 2\sqrt{2},$$

在  $\text{Rt}\triangle CFB$  中,

$$\therefore \angle CFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle OBC = \frac{CF}{BF} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2},$$

$\therefore CF \perp AB$  于  $F$ ,

$$\therefore \angle CFB = 90^\circ,$$

$\therefore BP$  是  $\odot O$  的切线,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \angle EBP = 90^\circ, \therefore \angle CFB = \angle EBP,$$

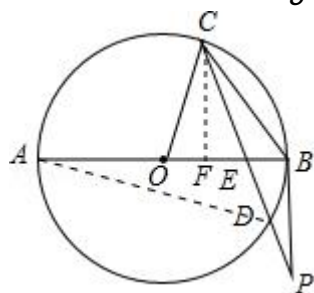
在  $\triangle CFE$  和  $\triangle PBE$  中

$$\begin{cases} \angle CFB = \angle PBE \\ EF = EF \\ \angle FEC = \angle BEP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CFE \cong \triangle PBE \text{ (ASA)},$$

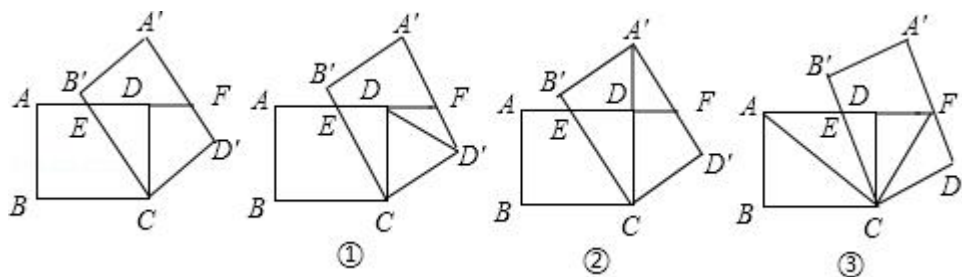
$$\therefore EP = CE = 3,$$

$$\therefore DP = EP - ED = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}.$$



**【点评】**此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及相似三角形的判定与性质, 正确得出  $EP$  的长是解题关键.

25. (12 分) (2017·包头) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=4$ , 将矩形  $ABCD$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转  $\alpha$  角, 得到矩形  $A'B'C'D'$ ,  $B'C$  与  $AD$  交于点  $E$ ,  $AD$  的延长线与  $A'D'$  交于点  $F$ .



(1) 如图①，当 $\alpha=60^\circ$ 时，连接  $DD'$ ，求  $DD'$ 和  $A'F$  的长；

(2) 如图②，当矩形  $A'B'CD'$ 的顶点  $A'$ 落在  $CD$  的延长线上时，求  $EF$  的长；

(3) 如图③，当  $AE=EF$  时，连接  $AC$ ， $CF$ ，求  $AC \cdot CF$  的值.

**【考点】** SO: 相似形综合题.

**【分析】** (1) ①如图①中， $\therefore$  矩形  $ABCD$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转 $\alpha$ 角，得到矩形  $A'B'C'D'$ ，只要证明 $\triangle CDD'$ 是等边三角形即可解决问题；

②如图①中，连接  $CF$ ，在  $Rt\triangle CD'F$  中，求出  $FD'$ 即可解决问题；

(2) 由 $\triangle A'DF \sim \triangle A'D'C$ ，可得 $\frac{A'D}{A'D'} = \frac{DF}{CD'}$ ，推出  $DF = \frac{3}{2}$ ，同理可得 $\triangle CDE \sim \triangle CB'A'$ ，由 $\frac{CD}{CB'} = \frac{ED}{A'B'}$ ，求出  $DE$ ，即可解决问题；

(3) 如图③中，作  $FG \perp CB'$ 于  $G$ ，由 $S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot CD$ ，把问题转化为求  $AF \cdot CD$ ，只要证明 $\angle ACF = 90^\circ$ ，证明 $\triangle CAD \sim \triangle FAC$ ，即可解决问题；

**【解答】** 解：(1) ①如图①中， $\therefore$  矩形  $ABCD$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转 $\alpha$ 角，得到矩形  $A'B'C'D'$ ，

$\therefore A'D' = AD = B'C = BC = 4$ ， $CD' = CD = A'B' = AB = 3$   $\angle A'D'C = \angle ADC = 90^\circ$ ，

$\therefore \alpha = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle DCD' = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle CDD'$ 是等边三角形，

$\therefore DD' = CD = 3$ .

②如图①中，连接 CF.  $\because CD=CD'$ ,  $CF=CF$ ,  $\angle CDF=\angle CD'F=90^\circ$ ,

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CD'F,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle D'CF = \frac{1}{2} \angle DCD' = 30^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CD'F \text{ 中, } \therefore \tan \angle D'CF = \frac{D'F}{CD'},$$

$$\therefore D'F = \sqrt{3},$$

$$\therefore A'F = A'D' - D'F = 4 - \sqrt{3}.$$

(2) 如图②中,

在  $\text{Rt}\triangle A'CD'$  中,  $\because \angle D' = 90^\circ$ ,

$$\therefore A'C^2 = A'D'^2 + CD'^2,$$

$$\therefore A'C = 5, A'D = 2,$$

$$\because \angle DA'F = \angle CA'D', \angle A'DF = \angle D' = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle A'DF \sim \triangle A'D'C,$$

$$\therefore \frac{A'D}{A'D'} = \frac{DF}{CD'},$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{DF}{3},$$

$$\therefore DF = \frac{3}{2},$$

同理可得  $\triangle CDE \sim \triangle CB'A'$ ,

$$\therefore \frac{CD}{CB'} = \frac{ED}{A'B'},$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{ED}{3},$$

$$\therefore ED = \frac{9}{4},$$

$$\therefore EF=ED+DF=\frac{15}{4}.$$

(3) 如图③中, 作  $FG \perp CB'$  于  $G$ .,

$\therefore$  四边形  $A'B'CD'$  是矩形,

$$\therefore GF=CD'=CD=3,$$

$$\therefore S_{\triangle CEF}=\frac{1}{2} \cdot EF \cdot DC=\frac{1}{2} \cdot CE \cdot FG,$$

$$\therefore CE=EF, \therefore AE=EF,$$

$$\therefore AE=EF=CE,$$

$$\therefore \angle ACF=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle ADC=\angle ACF, \angle CAD=\angle FAC,$$

$$\therefore \triangle CAD \sim \triangle FAC,$$

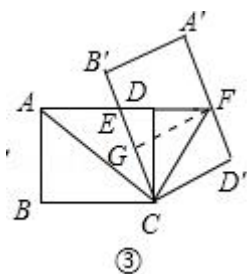
$$\therefore \frac{AC}{AF}=\frac{AD}{AC},$$

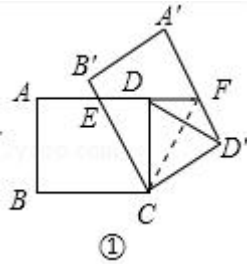
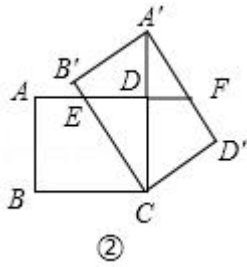
$$\therefore AC^2=AD \cdot AF,$$

$$\therefore AF=\frac{25}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ACF}=\frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF=\frac{1}{2} \cdot AF \cdot CD,$$

$$\therefore AC \cdot CF=AF \cdot CD=\frac{75}{4}.$$





【点评】 本题考查矩形的性质、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理、面积法等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题，学会添加常用辅助线，属于中考压轴题.

26. (12 分) (2017•包头) 如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线  $y = \frac{3}{2}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A(-1, 0)$ ， $B(2, 0)$  两点，与  $y$  轴交于点  $C$ .

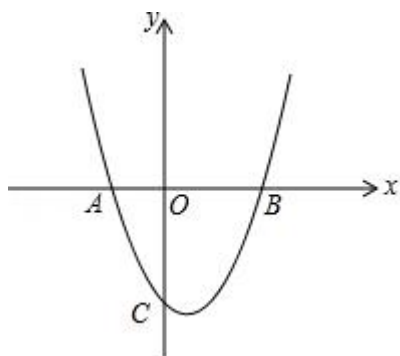
(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 直线  $y = -x + n$  与该抛物线在第四象限内交于点  $D$ ，与线段  $BC$  交于点  $E$ ，与  $x$  轴交于点  $F$ ，且  $BE = 4EC$ .

①求  $n$  的值；

②连接  $AC$ ， $CD$ ，线段  $AC$  与线段  $DF$  交于点  $G$ ， $\triangle AGF$  与  $\triangle CGD$  是否全等？请说明理由；

(3) 直线  $y = m$  ( $m > 0$ ) 与该抛物线的交点为  $M$ ， $N$  (点  $M$  在点  $N$  的左侧)，点  $M$  关于  $y$  轴的对称点为点  $M'$ ，点  $H$  的坐标为  $(1, 0)$ . 若四边形  $OM'NH$  的面积为  $\frac{5}{3}$ ，求点  $H$  到  $OM'$  的距离  $d$  的值.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 根据抛物线  $y = \frac{3}{2}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 0)$  两点, 可得抛物线的解析式;

(2) ①过点  $E$  作  $EE' \perp x$  轴于  $E'$ , 则  $EE' \parallel OC$ , 根据平行线分线段成比例定理, 可得  $BE' = 4OE'$ , 设点  $E$  的坐标为  $(x, y)$ , 则  $OE' = x$ ,  $BE' = 4x$ , 根据  $OB = 2$ , 可得  $x = \frac{2}{5}$  再根据直线  $BC$  的解析式为  $y = \frac{3}{2}x - 3$ , 即可得到  $E(\frac{2}{5}, -\frac{12}{5})$ , 把  $E$  的坐标代入直线  $y = -x + n$ , 可得  $n$  的值; ②根据  $F(-2, 0)$ ,  $A(-1, 0)$ , 可得  $AF = 1$ , 再根据点  $D$  的坐标为  $(1, -3)$ , 点  $C$  的坐标为  $(0, -3)$ , 可得  $CD \parallel x$  轴,  $CD = 1$ , 再根据  $\angle AFG = \angle CDG$ ,  $\angle FAG = \angle DCG$ , 即可判定  $\triangle AGF \cong \triangle CGD$ ;

(3) 根据轴对称的性质得出  $OH = 1 = M'N$ , 进而判定四边形  $OM'NH$  是平行四边形, 再根据四边形  $OM'NH$  的面积为  $\frac{5}{3}$ , 求得  $OP = \frac{5}{3}$ , 再根据点  $M$  的坐标为  $(-\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ , 得到  $PM' = \frac{4}{3}$ ,  $Rt\triangle OPM'$  中, 运用勾股定理可得  $OM' = \frac{\sqrt{41}}{3}$ , 最后根据  $OM' \times d = \frac{5}{3}$ , 即可得到  $d = \frac{5\sqrt{41}}{41}$ .

【解答】解: (1)  $\because$  抛物线  $y = \frac{3}{2}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 0)$  两点,

$$\therefore \begin{cases} \frac{3}{2} - b + c = 0 \\ 6 + 2b + c = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{该抛物线的解析式 } y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 3;$$

(2) ①如图, 过点 E 作  $EE' \perp x$  轴于  $E'$ , 则  $EE' \parallel OC$ ,

$$\therefore \frac{BE'}{OE'} = \frac{BE}{CE},$$

$$\therefore BE = 4EC,$$

$$\therefore BE' = 4OE',$$

设点 E 的坐标为  $(x, y)$ , 则  $OE' = x$ ,  $BE' = 4x$ ,

$$\therefore B(2, 0),$$

$$\therefore OB = 2, \text{ 即 } x + 4x = 2,$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \text{抛物线 } y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 3 \text{ 与 } y \text{ 轴交于点 } C,$$

$$\therefore C(0, -3),$$

设直线 BC 的解析式为  $y = kx + b'$ ,

$$\therefore B(2, 0), C(0, -3),$$

$$\therefore \begin{cases} 2k + b' = 0 \\ b' = -3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ b' = -3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 BC 的解析式为 } y = \frac{3}{2}x - 3,$$

$$\text{当 } x = \frac{2}{5} \text{ 时, } y = -\frac{12}{5},$$

$$\therefore E\left(\frac{2}{5}, -\frac{12}{5}\right),$$

$$\text{把 } E \text{ 的坐标代入直线 } y = -x + n, \text{ 可得 } -\frac{2}{5} + n = -\frac{12}{5},$$

$$\text{解得 } n = -2;$$

② $\triangle AGF$  与  $\triangle CGD$  全等. 理由如下:

$\because$  直线 EF 的解析式为  $y = -x - 2$ ,

$\therefore$  当  $y=0$  时,  $x=-2$ ,

$\therefore F(-2, 0)$ ,  $OF=2$ ,

$\therefore A(-1, 0)$ ,

$\therefore OA=1$ ,

$\therefore AF=2-1=1$ ,

$$\text{由 } \begin{cases} y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 3 \\ y = -x - 2 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x_1 = -\frac{2}{3} \\ y_1 = -\frac{4}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -3 \end{cases}$$

$\therefore$  点 D 在第四象限,

$\therefore$  点 D 的坐标为  $(1, -3)$ ,

$\therefore$  点 C 的坐标为  $(0, -3)$ ,

$\therefore CD \parallel x$  轴,  $CD=1$ ,

$\therefore \angle AFG = \angle CDG$ ,  $\angle FAG = \angle DCG$ ,

$\therefore \triangle AGF \cong \triangle CGD$ ;

(3)  $\because$  抛物线的对称轴为  $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ , 直线  $y=m$  ( $m > 0$ ) 与该抛物线的交点为

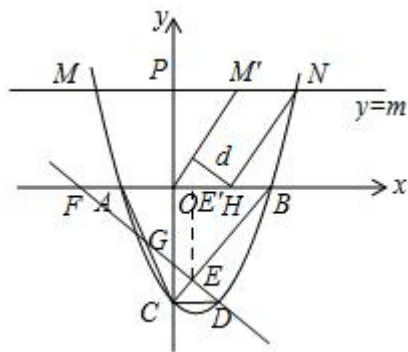
M, N,

$\therefore$  点 M、N 关于直线  $x = \frac{1}{2}$  对称,

设 N  $(t, m)$ , 则 M  $(1-t, m)$ ,

$\therefore$  点 M 关于 y 轴的对称点为点 M',

$\therefore M'(t-1, m)$ ,

$$\therefore d = \frac{5\sqrt{41}}{41}.$$


第 39 页 (共 40 页)

轴对称的性质、平行线分线段成比例定理、全等三角形的判定以及平行四边形的判定与性质的综合应用，解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题，善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识，并注意挖掘题目中的一些隐含条件.