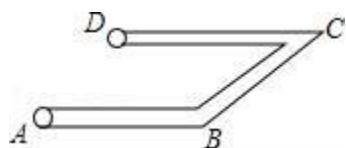


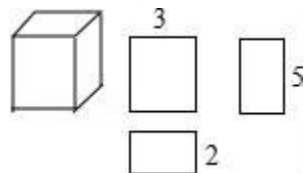
2016 年内蒙古赤峰市中考数学试卷

一、选择题：每小题 3 分，共 30 分

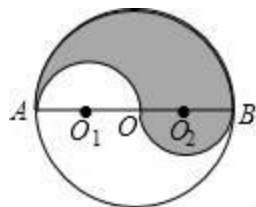
1. $\frac{1}{2016}$ 的倒数是 ()
A. $-\frac{1}{2016}$ B. $\frac{1}{2016}$ C. 2016 D. -2016
2. 等腰三角形有一个角是 90° ，则另两个角分别是 ()
A. $30^\circ, 60^\circ$ B. $45^\circ, 45^\circ$ C. $45^\circ, 90^\circ$ D. $20^\circ, 70^\circ$
3. 平面直角坐标系内的点 A (-1, 2) 与点 B (-1, -2) 关于 ()
A. y 轴对称 B. x 轴对称 C. 原点对称 D. 直线 $y=x$ 对称
4. 中国的领水面积约为 370000km^2 ，其中南海的领水面积约占我国领水面积的 $\frac{1}{2}$ ，用科学记数法表示中国南海的领水面积是 ()
A. $37 \times 10^5\text{km}^2$ B. $37 \times 10^4\text{km}^2$ C. $0.85 \times 10^5\text{km}^2$ D. $1.85 \times 10^5\text{km}^2$
5. 从数字 2, 3, 4 中任选两个数组成一个两位数，组成的数是偶数的概率是 ()
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{6}$
6. 如图，工人师傅在工程施工中，需在同一平面内弯制一个变形管道 ABCD，使其拐角 $\angle ABC=150^\circ$ ， $\angle BCD=30^\circ$ ，则 ()



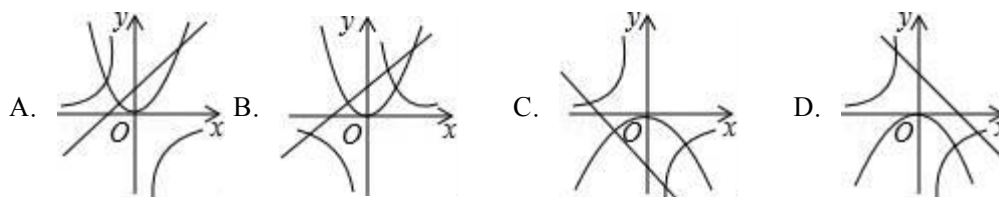
- A. $AB \parallel BC$ B. $BC \parallel CD$ C. $AB \parallel DC$ D. AB 与 CD 相交
7. 一个长方体的三视图如图所示，则这个长方体的体积为 ()



- A. 30 B. 15 C. 45 D. 20
8. 如图， $\odot O$ 的半径为 1，分别以 $\odot O$ 的直径 AB 上的两个四等分点 O_1, O_2 为圆心， $\frac{1}{2}$ 为半径作圆，则图中阴影部分的面积为 ()



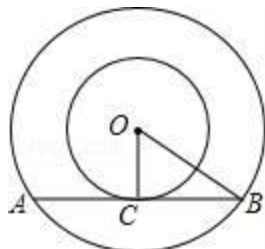
- A. π B. $\frac{1}{2}\pi$ C. $\frac{1}{4}\pi$ D. 2π
9. 函数 $y=k(x-k)$ 与 $y=kx^2, y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，在同一坐标系上的图象正确的是 ()



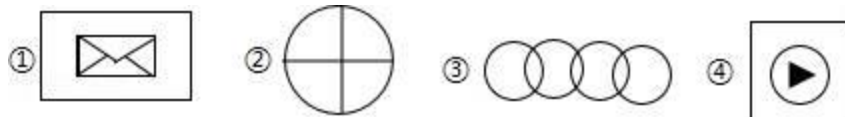
10. 8 月份是新学期开学准备季，东风和百惠两书店对学习用品和工具实施优惠销售．优惠方案分别是：在东风书店购买学习用品或工具书累计花费 60 元后，超出部分按 50%收费；在百惠书店购买学习用品或工具书累计花费 50 元后，超出部分按 60%收费，郝爱同学准备买价值 300 元的学习用品和工具书，她在哪家书店消费更优惠（ ）
- A. 东风 B. 百惠 C. 两家一样 D. 不能确定

二、填空题：每小题 3 分，共 18 分

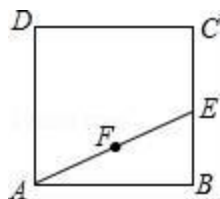
11. 分解因式： $4x^2 - 4xy + y^2 =$ _____.
12. 数据 499, 500, 501, 500 的中位数是_____.
13. 如图，两同心圆的大圆半径长为 5cm，小圆半径长为 3cm，大圆的弦 AB 与小圆相切，切点为 C，则弦 AB 的长是_____.



14. 下列图表是由我们熟悉的一些基本数学图形组成的，其中是轴对称图形的是_____ (填序号)



15. 如图，正方形 ABCD 的面积为 3cm^2 ，E 为 BC 边上一点， $\angle BAE = 30^\circ$ ，F 为 AE 的中点，过点 F 作直线分别与 AB, DC 相交于点 M, N. 若 $MN = AE$ ，则 AM 的长等于_____cm.



16. 甲乙二人在环形跑道上同时同地出发，同向运动．若甲的速度是乙的速度的 2 倍，则甲运动 2 周，甲、乙第一次相遇；若甲的速度是乙的速度 3 倍，则甲运动 $\frac{3}{2}$ 周，甲、乙第一次相遇；若甲的速度是乙的速度 4 倍，则甲运动 $\frac{4}{3}$ 周，甲、乙第一次相遇，...，以此探究正常走时的时钟，时针和分针从 0 点（12 点）同时出发，分针旋转_____周，时针和分针第一次相遇．

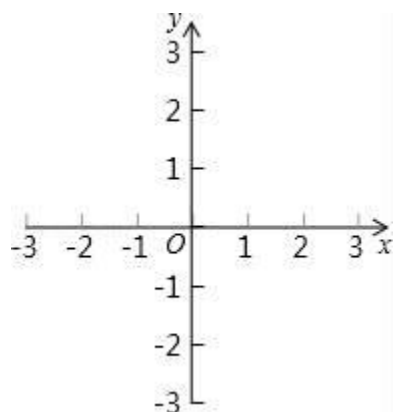
三、解答题：共 102 分

17. 计算： $(-\frac{1}{3})^{-1} + 3\tan 30^\circ - \sqrt{27} + (-1)^{2016}$.

18. 化简： $\frac{1}{4-a^2} \div \frac{1}{a^2-2a}$ 并任选一个你认为合理的正整数代入求值.

19. 在平面直角坐标系内按下列要求完成作图（不要求写作法，保留作图痕迹）.

- (1) 以 $(0, 0)$ 为圆心，3 为半径画圆；
 - (2) 以 $(0, -1)$ 为圆心，1 为半径向下画半圆；
 - (3) 分别以 $(-1, 1)$ ， $(1, 1)$ 为圆心，0.5 为半径画圆；
 - (4) 分别以 $(-1, 1)$ ， $(1, 1)$ 为圆心，1 为半径向上画半圆.
- (向上、向下指在经过圆心的水平线的上方和下方)



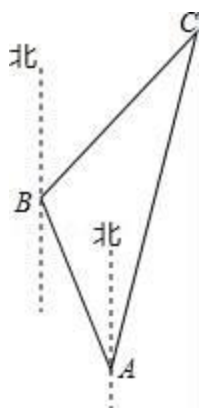
20. 下表是博文学校初三•一班慧慧、聪聪两名学生入学以来 10 次数学检测成绩 (单位: 分).

慧慧	116	124	130	126	121	127	126	122	125	123
聪聪	122	124	125	128	119	120	121	128	114	119

回答下列问题:

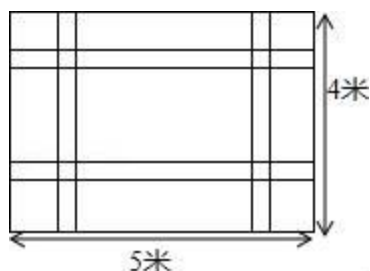
- (1) 分别求出慧慧和聪聪成绩的平均数;
- (2) 分别计算慧慧和聪聪两组数据的方差;
- (3) 根据 (1) (2) 你认为选谁参加全国数学竞赛更合适? 并说明理由;
- (4) 由于初三•二班、初三•三班和初三•四班数学成绩相对薄弱，学校打算派慧慧和聪聪分别参加三个班的数学业余辅导活动，求两名学生分别在初三•二班和初三•三班的概率.

21. 为有效开发海洋资源, 保护海洋权益, 我国对南海诸岛进行了全面调查, 一测量船在 A 岛测得 B 岛在北偏西 30° , C 岛在北偏东 15° , 航行 100 海里到达 B 岛, 在 B 岛测得 C 岛在北偏东 45° , 求 B, C 两岛及 A, C 两岛的距离 ($\sqrt{6} \approx 2.45$, 结果保留到整数)



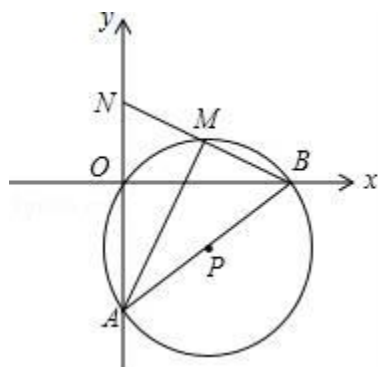
22. 如图, 一块长 5 米宽 4 米的地毯, 为了美观设计了两横、两纵的配色条纹 (图中阴影部分), 已知配色条纹的宽度相同, 所占面积是整个地毯面积的 $\frac{17}{80}$.

- (1) 求配色条纹的宽度;
- (2) 如果地毯配色条纹部分每平方米造价 200 元, 其余部分每平方米造价 100 元, 求地毯的总造价.



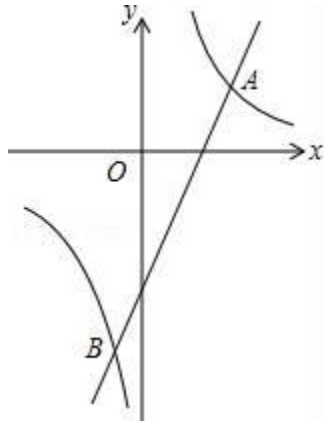
23. 如图, 在平面直角坐标系中, O (0, 0), A (0, -6), B (8, 0) 三点在 $\odot P$ 上.

- (1) 求圆的半径及圆心 P 的坐标;
- (2) M 为劣弧 $\widehat{OB}$ 的中点, 求证: AM 是 $\angle OAB$ 的平分线;
- (3) 连接 BM 并延长交 y 轴于点 N, 求 N, M 点的坐标.



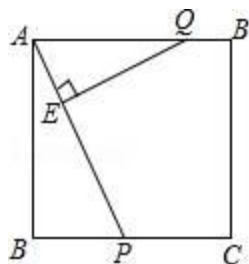
24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象与一次函数 $y = k(x - 2)$ 的图象交点为 $A(3, 2)$ ， $B(x, y)$ 。

- (1) 求反比例函数与一次函数的解析式及 B 点坐标；
- (2) 若 C 是 y 轴上的点，且满足 $\triangle ABC$ 的面积为 10，求 C 点坐标。



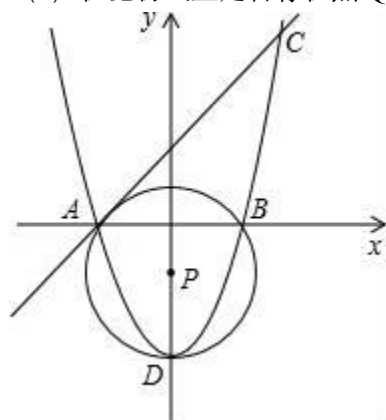
25. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 3cm， P ， Q 分别从 B ， A 出发沿 BC ， AD 方向运动， P 点的运动速度是 1cm/秒， Q 点的运动速度是 2cm/秒，连接 A ， P 并过 Q 作 $QE \perp AP$ 垂足为 E 。

- (1) 求证： $\triangle ABP \sim \triangle QEA$ ；
- (2) 当运动时间 t 为何值时， $\triangle ABP \cong \triangle QEA$ ；
- (3) 设 $\triangle QEA$ 的面积为 y ，用运动时刻 t 表示 $\triangle QEA$ 的面积 y (不要求考 t 的取值范围)。(提示：解答 (2) (3) 时可不分先后)



26. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(-2, 0)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(3, 5)$ 。

- (1) 求过点 A ， C 的直线解析式和过点 A ， B ， C 的抛物线的解析式；
- (2) 求过点 A ， B 及抛物线的顶点 D 的 $\odot P$ 的圆心 P 的坐标；
- (3) 在抛物线上是否存在点 Q ，使 AQ 与 $\odot P$ 相切，若存在请求出 Q 点坐标。



2016 年内蒙古赤峰市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：每小题 3 分，共 30 分

1. $\frac{1}{2016}$ 的倒数是 ()

A. $-\frac{1}{2016}$ B. $\frac{1}{2016}$ C. 2016 D. -2016

【考点】倒数.

【分析】根据倒数的定义，即可解答.

【解答】解： $\frac{1}{2016}$ 的倒数是 2016.

故选：C.

2. 等腰三角形有一个角是 90° ，则另两个角分别是 ()

A. 30° , 60° B. 45° , 45° C. 45° , 90° D. 20° , 70°

【考点】等腰三角形的性质.

【分析】由于等腰三角形的两底角相等，所以 90° 的角只能是顶角，再利用三角形的内角和定理可求得另两底角.

【解答】解： $\because$ 等腰三角形的两底角相等，

$\therefore$ 两底角的和为 $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,

$\therefore$ 两个底角分别为 45° , 45° ,

故选 B.

3. 平面直角坐标系内的点 A (-1, 2) 与点 B (-1, -2) 关于 ()

A. y 轴对称 B. x 轴对称 C. 原点对称 D. 直线 $y=x$ 对称

【考点】关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

【分析】根据关于 x 轴对称点的坐标特点：纵坐标互为相反数，横坐标不变可得答案.

【解答】解：平面直角坐标系内的点 A (-1, 2) 与点 B (-1, -2) 关于 x 轴对称.

故选：B.

4. 中国的领水面积约为 370000km^2 ，其中南海的领水面积约占我国领水面积的 $\frac{1}{2}$ ，用科学记数法表示中国南海的领水面积是 ()

A. $37 \times 10^5\text{km}^2$ B. $37 \times 10^4\text{km}^2$ C. $0.85 \times 10^5\text{km}^2$ D. $1.85 \times 10^5\text{km}^2$

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，整数位数减 1 即可. 当原数绝对值 > 10 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

【解答】解： $370000 \times \frac{1}{2} = 185000 = 1.85 \times 10^5$,

故选 D.

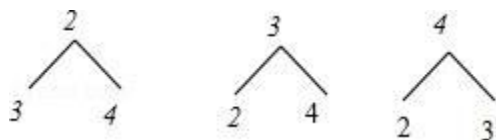
5. 从数字 2, 3, 4 中任选两个数组成一个两位数, 组成的数是偶数的概率是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

【考点】列表法与树状图法.

【分析】先画树状图展示所有 9 种等可能的结果数, 再找出组成的数是偶数的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】解: 画树状图为:

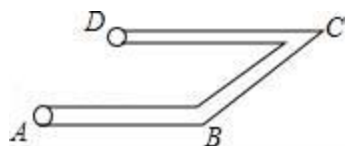


共有 6 种等可能的结果数, 其中组成的数是偶数的结果数为 4,

所以组成的数是偶数的概率 $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故选 A.

6. 如图, 工人师傅在工程施工中, 需在同一平面内弯制一个变形管道 ABCD, 使其拐角 $\angle ABC = 150^\circ$, $\angle BCD = 30^\circ$, 则 ()



- A. $AB \parallel BC$ B. $BC \parallel CD$ C. $AB \parallel DC$ D. AB 与 CD 相交

【考点】平行线的判定.

【分析】根据同旁内角互补, 两直线平行即可求解.

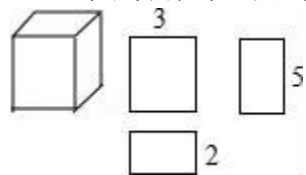
【解答】解: $\because \angle ABC = 150^\circ$, $\angle BCD = 30^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$,

$\therefore AB \parallel DC$.

故选: C.

7. 一个长方体的三视图如图所示, 则这个长方体的体积为 ()



- A. 30 B. 15 C. 45 D. 20

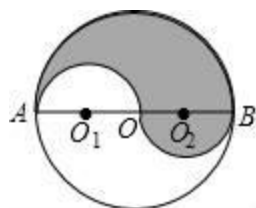
【考点】由三视图判断几何体.

【分析】易得该长方体长为 3, 宽为 2, 高为 5, 根据长方体的体积 = 长 $\times$ 宽 $\times$ 高列式计算即可求解.

【解答】解: 观察图形可知, 该几何体为长 3, 宽 2, 高 5 的长方体, 长方体的体积为 $3 \times 2 \times 5 = 30$.

故选: A.

8. 如图, $\odot O$ 的半径为 1, 分别以 $\odot O$ 的直径 AB 上的两个四等分点 O_1, O_2 为圆心, $\frac{1}{2}$ 为半径作圆, 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. π B. $\frac{1}{2}\pi$ C. $\frac{1}{4}\pi$ D. 2π

【考点】 圆的认识.

【分析】 将下面阴影部分进行对称平移, 根据半圆的面积公式列式计算即可求解.

【解答】 解: $\pi \times 1^2 \times \frac{1}{2}$

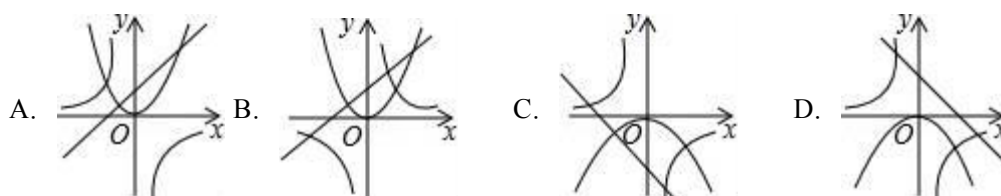
$$= \pi \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\pi.$$

答: 图中阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}\pi$.

故选: B.

9. 函数 $y=k(x-k)$ 与 $y=kx^2$, $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 在同一坐标系上的图象正确的是 ()



【考点】 二次函数的图象; 一次函数的图象; 反比例函数的图象.

【分析】 将一次函数解析式展开, 可得出该函数图象与 y 轴交于负半轴, 分析四个选项可知, 只有 C 选项符合, 由此即可得出结论.

【解答】 解: 一次函数 $y=k(x-k)=kx-k^2$,

$$\because k \neq 0,$$

$$\therefore -k^2 < 0,$$

$\therefore$ 一次函数与 y 轴的交点在 y 轴负半轴.

A、一次函数图象与 y 轴交点在 y 轴正半轴, A 不正确;

B、一次函数图象与 y 轴交点在 y 轴正半轴, B 不正确;

C、一次函数图象与 y 轴交点在 y 轴负半轴, C 可以;

D、一次函数图象与 y 轴交点在 y 轴正半轴, D 不正确.

故选 C.

10. 8 月份是新学期开学准备季, 东风和百惠两书店对学习用品和工具实施优惠销售. 优惠方案分别是: 在东风书店购买学习用品或工具书累计花费 60 元后, 超出部分按 50% 收费;

在百惠书店购买学习用品或工具书累计花费 50 元后，超出部分按 60% 收费，郝爱同学准备买价值 300 元的学习用品和工具书，她在哪家书店消费更优惠（ ）

A. 东风 B. 百惠 C. 两家一样 D. 不能确定

【考点】一元一次方程的应用.

【分析】分析：本题可以直接求出郝爱在两家书店购买学习用品或工具书的钱数，比较一下便可得到答案.

【解答】解：依题意，

若在东风书店购买，需花费： $60 + \times 50\% = 180$ （元），

若在百惠书店购买，需花费： $50 + \times 60\% = 200$ （元）.

$\therefore 180 < 200$

$\therefore$ 郝爱同学在东风书店购买学习用品或工具书便宜.

故选：A

二、填空题：每小题 3 分，共 18 分

11. 分解因式： $4x^2 - 4xy + y^2 = \underline{(2x - y)^2}$.

【考点】因式分解-运用公式法.

【分析】符合完全平方公式的特点：两项平方项，另一项为两底数积的 2 倍，直接利用完全平方公式分解因式即可.

【解答】解： $4x^2 - 4xy + y^2$,
 $= (2x)^2 - 2 \times 2x \cdot y + y^2$,
 $= (2x - y)^2$.

12. 数据 499, 500, 501, 500 的中位数是 500.

【考点】中位数.

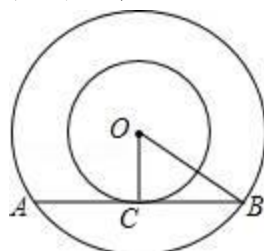
【分析】先将题中的数据按照从小到大的顺序排列，再根据中位数的概念解答即可.

【解答】解：将该组数据按照从小到大的顺序排列为：499, 500, 500, 501,

可得改组数据的中位数为： $\frac{500+500}{2} = 500$,

故答案为：500.

13. 如图，两同心圆的大圆半径长为 5cm，小圆半径长为 3cm，大圆的弦 AB 与小圆相切，切点为 C，则弦 AB 的长是 8cm.



【考点】切线的性质.

【分析】根据切线的性质以及垂径定理，在 $Rt\triangle BOC$ 中利用勾股定理求出 BC，即可得出 AB 的长.

【解答】解： $\because AB$ 是 $\odot O$ 切线，
 $\therefore OC \perp AB$,
 $\therefore AC = BC$,

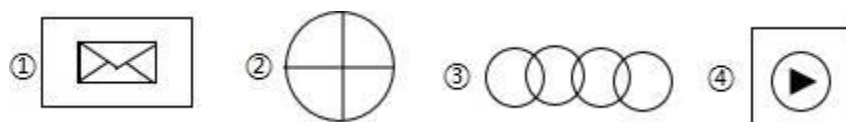
在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $\because \angle BCO=90^\circ$, $OB=5$, $OC=3$,

$$\therefore BC=\sqrt{5^2-3^2}=4 \text{ (cm)},$$

$$\therefore AB=2BC=8\text{cm}.$$

故答案为: 8cm.

14. 下列图表是由我们熟悉的一些基本数学图形组成的, 其中是轴对称图形的是 ①②③④ (填序号)



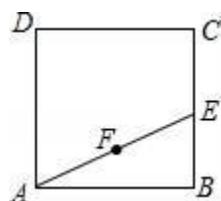
【考点】轴对称图形.

【分析】结合图象根据轴对称图形的概念解答即可.

【解答】解: 根据轴对称图形的概念, 可得出①②③④均为轴对称图形.

故答案为: ①②③④.

15. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 3cm^2 , E 为 BC 边上一点, $\angle BAE=30^\circ$, F 为 AE 的中点, 过点 F 作直线分别与 AB , DC 相交于点 M , N . 若 $MN=AE$, 则 AM 的长等于 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm.



【考点】正方形的性质; 全等三角形的判定与性质; 勾股定理.

【分析】如图, 作 $DH\parallel MN$, 先证明 $\triangle ADH\cong\triangle BAE$ 推出 $MN\perp AE$, 在 $\text{RT}\triangle AFM$ 中求出 AM 即可, 再根据对称性求出 AM' , 由此即可解决问题.

【解答】解: 如图, 作 $DH\parallel MN$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD=AB$, $\angle DAB=\angle B=90^\circ$, $AB\parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $DHMN$ 是平行四边形,

$\therefore DH=MN=AE$,

在 $\text{RT}\triangle ADH$ 和 $\text{RT}\triangle BAE$ 中,

$$\begin{cases} AD=AB \\ DH=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADH\cong\triangle BAE$,

$\therefore \angle ADH=\angle BAE$,

$\therefore \angle ADH+\angle AHD=\angle ADH+\angle AMN=90^\circ$,

$\therefore \angle BAE+\angle AMN=90^\circ$,

$\therefore \angle AFM=90^\circ$,

在 $\text{RT}\triangle ABE$ 中, $\because \angle B=90^\circ$, $AB=\sqrt{3}$, $\angle BAE=30^\circ$,

$\therefore AE\cdot\cos 30^\circ=AB$,

$\therefore AE=2$,

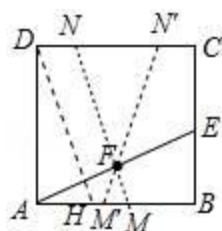
在 $\text{RT}\triangle AFM$ 中, $\because \angle AFM=90^\circ$, $AF=1$, $\angle FAM=30^\circ$,

$$\therefore AM \cdot \cos 30^\circ = AF,$$

$$\therefore AM = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

根据对称性当 $M'N'=AE$ 时, $BM' = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $AM' = \frac{\sqrt{3}}{3}$

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.



16. 甲乙二人在环形跑道上同时同地出发, 同向运动. 若甲的速度是乙的速度的 2 倍, 则甲运动 2 周, 甲、乙第一次相遇; 若甲的速度是乙的速度 3 倍, 则甲运动 $\frac{3}{2}$ 周, 甲、乙第一次相遇;

若甲的速度是乙的速度 4 倍, 则甲运动 $\frac{4}{3}$ 周, 甲、乙第一次相遇, ..., 以此探究正常

走时的时钟, 时针和分针从 0 点 (12 点) 同时出发, 分针旋转 $\frac{12}{11}$ 周, 时针和分针第一次相遇.

【考点】一元一次方程的应用.

【分析】直接利用时针和分针第一次相遇, 则时针比分针少转了一周, 再利用分针转动一周 60 分钟, 时针转动一周 720 分钟, 进而得出等式求出答案.

【解答】解: 设分针旋转 x 周后, 时针和分针第一次相遇, 则时针旋转了 $(x-1)$ 周, 根据题意可得: $60x=720(x-1)$,

$$\text{解得: } x = \frac{12}{11}.$$

故答案为: $\frac{12}{11}$.

三、解答题: 共 102 分

17. 计算: $(-\frac{1}{3})^{-1} + 3\tan 30^\circ - \sqrt{27} + (-1)^{2016}$.

【考点】实数的运算; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】根据实数的运算顺序, 首先计算乘方、开方和乘法, 然后从左向右依次计算, 求出算式 $(-\frac{1}{3})^{-1} + 3\tan 30^\circ - \sqrt{27} + (-1)^{2016}$ 的值是多少即可.

【解答】解: $(-\frac{1}{3})^{-1} + 3\tan 30^\circ - \sqrt{27} + (-1)^{2016}$

$$= -3 + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3} + 1$$

$$\begin{aligned}
 &= -3 + \sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 1 \\
 &= -2 - 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

18. 化简: $\frac{1}{4-a^2} \div \frac{1}{a^2-2a}$ 并任选一个你认为合理的正整数代入求值.

【考点】 分式的化简求值.

【分析】 根据分式的除法法则把原式进行化简, 再选取合适的 a 的值代入进行计算即可.

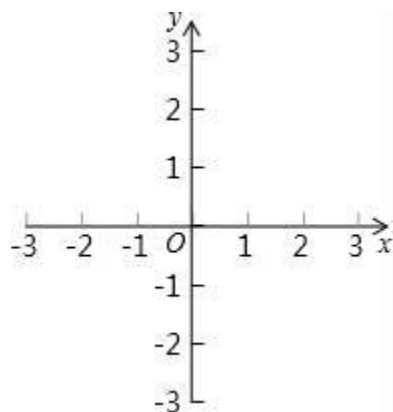
【解答】 解: 原式 $= \frac{1}{(2-a)(2+a)} \div \frac{1}{a(a-2)}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{(2-a)(2+a)} \times \frac{-a(2-a)}{1} \\
 &= -\frac{a}{2+a},
 \end{aligned}$$

当 $a=1$ 时, 原式 $= -\frac{1}{3}$

19. 在平面直角坐标系内按下列要求完成作图 (不要求写作法, 保留作图痕迹).

- (1) 以 $(0, 0)$ 为圆心, 3 为半径画圆;
 - (2) 以 $(0, -1)$ 为圆心, 1 为半径向下画半圆;
 - (3) 分别以 $(-1, 1)$, $(1, 1)$ 为圆心, 0.5 为半径画圆;
 - (4) 分别以 $(-1, 1)$, $(1, 1)$ 为圆心, 1 为半径向上画半圆.
- (向上、向下指在经过圆心的水平线的上方和下方)



【考点】 作图—复杂作图.

【分析】 (1) 直接利用坐标系结合圆心的位置以及半径长画出圆即可;

(2) 直接利用坐标系结合圆心的位置以及半径长画出半圆即可;

(3) 直接利用坐标系结合圆心的位置以及半径长画出圆即可;

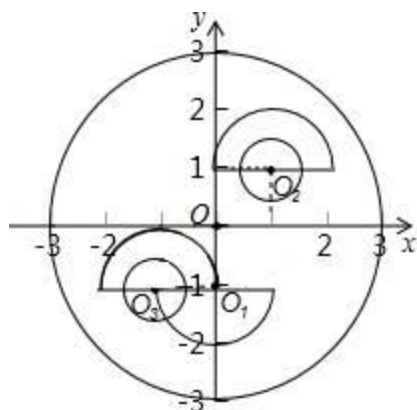
(4) 直接利用坐标系结合圆心的位置以及半径长画出半圆即可.

【解答】 解: (1) 如图所示: $\odot O$, 即为所求;

(2) 如图所示: 半圆 O_1 , 即为所求;

(3) 如图所示: $\odot O_2$, $\odot O_3$, 即为所求;

(4) 如图所示：半圆 O_2 ，半圆 O_3 ，即为所求.



20. 下表是博文学校初三·一班慧慧、聪聪两名学生入学以来 10 次数学检测成绩 (单位: 分).

慧慧	116	124	130	126	121	127	126	122	125	123
聪聪	122	124	125	128	119	120	121	128	114	119

回答下列问题:

- (1) 分别求出慧慧和聪聪成绩的平均数;
- (2) 分别计算慧慧和聪聪两组数据的方差;
- (3) 根据 (1) (2) 你认为选谁参加全国数学竞赛更合适? 并说明理由;
- (4) 由于初三·二班、初三·三班和初三·四班数学成绩相对薄弱, 学校打算派慧慧和聪聪分别参加三个班的数学业余辅导活动, 求两名学生分别在初三·二班和初三·三班的概率.

【考点】 列表法与树状图法; 算术平均数; 方差.

【分析】 (1) 把慧慧和聪聪的成绩都减去 125, 然后计算她们的平均成绩;

(2) 根据方差公式计算两组数据的方差;

(3) 根据平均数的大小和方差的意义进行判断;

(4) 画树状图展示所有 6 种等可能的结果数, 再找出两名学生分别在初三·二班和初三·三班的结果数, 然后根据概率公式计算.

【解答】 解: (1) 慧慧的平均分数 $= 125 + \frac{1}{10} (-9 - 1 + 5 + 1 + 6 + 2 + 1 - 3 + 0 - 2) = 125$ (分),

聪聪的平均分数 $= 125 + \frac{1}{10} (-3 - 1 + 0 + 3 - 6 - 5 + 6 + 3 - 11 - 6) = 123$ (分);

(2) 慧慧成绩的方差 $S^2 = \frac{1}{10} [9^2 + 1^2 + 5^2 + 1^2 + 4^2 + 2^2 + 1^2 + 3^2 + 0^2 + 2^2] = 14.2$,

聪聪成绩的方差 $S^2 = \frac{1}{10} [1^2 + 1^2 + 2^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 8^2 + 5^2 + 9^2 + 4^2] = 24.2$,

(3) 根据 (1) 可知慧慧的平均成绩要好于聪聪, 根据 (2) 可知慧慧的方差小于聪聪的方差, 因为方差越小越稳定, 所以慧慧的成绩比聪聪的稳定, 因此选慧慧参加全国数学竞赛更合适一些.

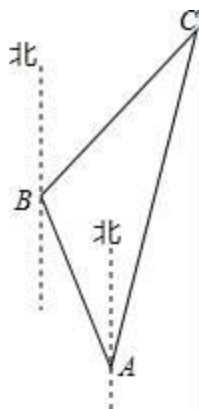
(4) 画树状图为:



共有 6 种等可能的结果数, 其中两名学生分别在初三·二班和初三·三班的结果数为 2,

所以两名学生分别在初三·二班和初三·三班的概率= $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

21. 为有效开发海洋资源, 保护海洋权益, 我国对南海诸岛进行了全面调查, 一测量船在 A 岛测得 B 岛在北偏西 30° , C 岛在北偏东 15° , 航行 100 海里到达 B 岛, 在 B 岛测得 C 岛在北偏东 45° , 求 B, C 两岛及 A, C 两岛的距离 ($\sqrt{6} \approx 2.45$, 结果保留到整数)



【考点】解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D, 由等腰直角三角形的性质求出 AD 的长, 再由直角三角形的性质即可得出结论.

【解答】解: 由题意知: $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle FBA = 30^\circ$, $\angle EBC = 45^\circ$, $AB = 100$ 海里;
过 B 点作 $BD \perp AC$ 于点 D,

$\therefore \angle BAC = 45^\circ$,

$\therefore \triangle BAD$ 为等腰直角三角形;

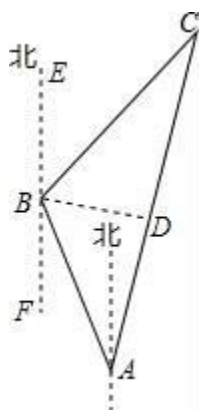
$\therefore BD = AD = 50\sqrt{2}$, $\angle ABD = 45^\circ$;

$\therefore \angle CBD = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 60^\circ$,

$\therefore \angle C = 30^\circ$;

$\therefore$ 在 $Rt\triangle BCD$ 中 $BC = 100\sqrt{2} \approx 141$ 海里, $CD = 50\sqrt{6}$,

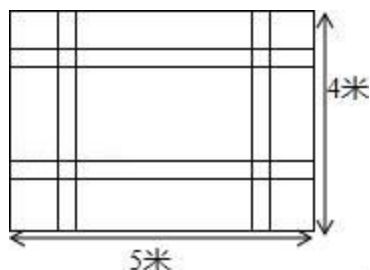
$\therefore AC = AD + CD = 50\sqrt{2} + 50\sqrt{6} \approx 193$ 海里.



22. 如图, 一块长 5 米宽 4 米的地毯, 为了美观设计了两横、两纵的配色条纹 (图中阴影部分), 已知配色条纹的宽度相同, 所占面积是整个地毯面积的 $\frac{17}{80}$.

(1) 求配色条纹的宽度;

(2) 如果地毯配色条纹部分每平方米造价 200 元，其余部分每平方米造价 100 元，求地毯的总造价。



【考点】一元二次方程的应用.

【分析】(1) 设条纹的宽度为 x 米，根据等量关系：配色条纹所占面积=整个地毯面积的 $\frac{17}{80}$,

列出方程求解即可；

(2) 根据总价=单价×数量，可分别求出地毯配色条纹和其余部分的钱数，再相加即可求解.

【解答】解：(1) 设条纹的宽度为 x 米. 依题意得

$$2x \times 5 + 2x \times 4 - 4x^2 = \frac{17}{80} \times 5 \times 4,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{17}{4} \text{ (不符合, 舍去), } x_2 = \frac{1}{4}.$$

答：配色条纹宽度为 $\frac{1}{4}$ 米.

$$(2) \text{ 条纹造价: } \frac{17}{80} \times 5 \times 4 \times 200 = 850 \text{ (元)}$$

$$\text{其余部分造价: } (1 - \frac{17}{80}) \times 4 \times 5 \times 100 = 1575 \text{ (元)}$$

$$\therefore \text{总造价为: } 850 + 1575 = 2425 \text{ (元)}$$

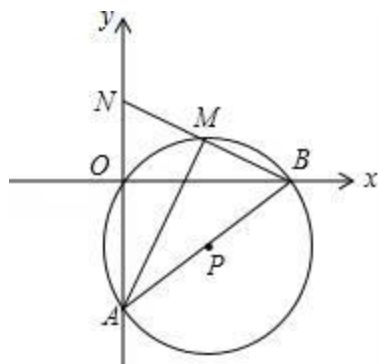
答：地毯的总造价是 2425 元.

23. 如图，在平面直角坐标系中， $O(0, 0)$ ， $A(0, -6)$ ， $B(8, 0)$ 三点在 $\odot P$ 上.

(1) 求圆的半径及圆心 P 的坐标；

(2) M 为劣弧 $\widehat{OB}$ 的中点，求证： AM 是 $\angle OAB$ 的平分线；

(3) 连接 BM 并延长交 y 轴于点 N ，求 N ， M 点的坐标.



【考点】圆的综合题.

【分析】(1) 先利用勾股定理计算出 $AB=10$ ，再利用圆周角定理的推理可判断 AB 为 $\odot P$ 的直径，则得到 $\odot P$ 的半径是 5，然后利用线段的中点坐标公式得到 P 点坐标；

(2) 根据圆周角定理由 $\widehat{OM}=\widehat{BM}$ ， $\angle OAM=\angle MAB$ ，于是可判断 AM 为 $\angle OAB$ 的平分线；

(3) 连接 PM 交 OB 于点 Q ，如图，先利用垂径定理的推论得到 $PM \perp OB$ ， $BQ=OQ=\frac{1}{2}OB=4$ ，再利用勾股定理计算出 $PQ=3$ ，则 $MQ=2$ ，于是可写出 M 点坐标，接着证明 MQ 为 $\triangle BON$ 的中位线得到 $ON=2MQ=4$ ，然后写出 N 点的坐标.

【解答】解：(1) $\because O(0, 0)$ ， $A(0, -6)$ ， $B(8, 0)$ ，

$$\therefore OA=6, OB=8,$$

$$\therefore AB=\sqrt{6^2+8^2}=10,$$

$$\therefore \angle AOB=90^\circ,$$

$\therefore AB$ 为 $\odot P$ 的直径，

$\therefore \odot P$ 的半径是 5

$\therefore$ 点 P 为 AB 的中点，

$$\therefore P(4, -3);$$

(2) $\because M$ 点是劣弧 OB 的中点，

$$\therefore \widehat{OM}=\widehat{BM},$$

$$\therefore \angle OAM=\angle MAB,$$

$\therefore AM$ 为 $\angle OAB$ 的平分线；

(3) 连接 PM 交 OB 于点 Q ，如图，

$$\therefore \widehat{OM}=\widehat{BM},$$

$$\therefore PM \perp OB, BQ=OQ=\frac{1}{2}OB=4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle PBQ \text{ 中, } PQ=\sqrt{PB^2-BQ^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3,$$

$$\therefore MQ=2,$$

$$\therefore M \text{ 点的坐标为 } (4, 2);$$

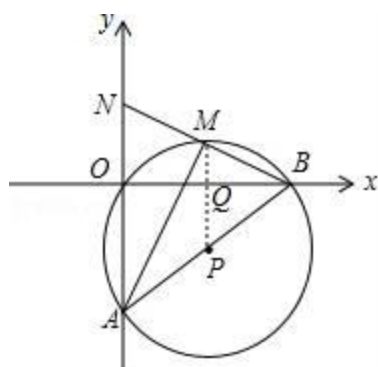
$$\therefore MQ \parallel ON,$$

而 $OQ=BQ$ ，

$\therefore MQ$ 为 $\triangle BON$ 的中位线，

$$\therefore ON=2MQ=4,$$

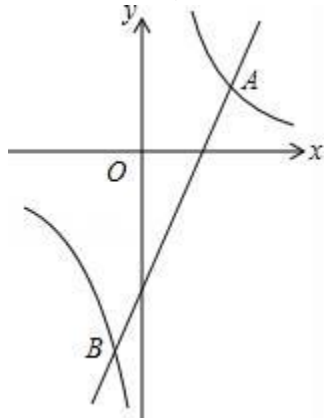
$$\therefore N \text{ 点的坐标为 } (0, 4).$$



24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象与一次函数 $y=k(x-2)$ 的图象交点为 $A(3, 2)$ ， $B(x, y)$ 。

(1) 求反比例函数与一次函数的解析式及 B 点坐标；

(2) 若 C 是 y 轴上的点，且满足 $\triangle ABC$ 的面积为 10，求 C 点坐标。



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 根据点 $A(3, 2)$ 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ，和一次函数 $y=k(x-2)$ 上列出 m 和 k 的一元一次方程，求出 k 和 m 的值即可；联立两函数解析式，求出交点坐标；

(2) 设 C 点的坐标为 $(0, y_c)$ ，求出点 M 的坐标，再根据 $\triangle ABC$ 的面积为 10，知 $\frac{1}{2} \times 3 \times |y_c - (-4)| + \frac{1}{2} \times 1 \times |y_c - (-4)| = 10$ ，求出 y_c 的值即可.

【解答】 解：(1) $\because$ 点 $A(3, 2)$ 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ，和一次函数 $y=k(x-2)$ 上；

$\therefore 2=\frac{m}{3}$ ， $2=k(3-2)$ ，解得 $m=6$ ， $k=2$ ；

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=\frac{6}{x}$ ，和一次函数解析式为 $y=2x-4$ ；

$\because$ 点 B 是一次函数与反比例函数的另一个交点，

$\therefore \frac{6}{x}=2x-4$ ，解得 $x_1=3$ ， $x_2=-1$ ；

$\therefore B$ 点的坐标为 $(-1, 6)$ ；

(2) $\because$ 点 M 是一次函数 $y=2x-4$ 与 y 轴的交点，

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(0, -4)$ ，

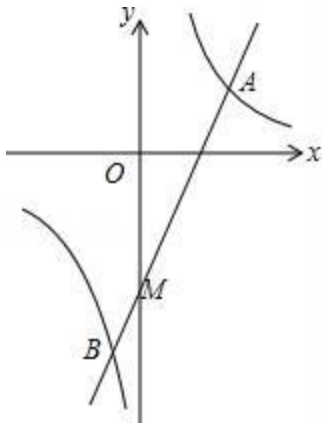
设 C 点的坐标为 $(0, y_c)$ ，由题意知 $\frac{1}{2} \times 3 \times |y_c - (-4)| + \frac{1}{2} \times 1 \times |y_c - (-4)| = 10$ ，

解得 $|y_c+4|=5$ ，

当 $y_c+4 \geq 0$ 时， $y_c+4=5$ ，解得 $y_c=1$ ，

当 $y_c+4 \leq 0$ 时， $y_c+4=-5$ ，解得 $y_c=-9$ ，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 1)$ 或 $(0, -9)$ 。

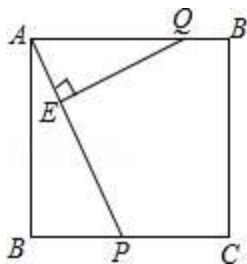


25. 如图，正方形 ABCD 的边长为 3cm，P，Q 分别从 B，A 出发沿 BC，AD 方向运动，P 点的运动速度是 1cm/秒，Q 点的运动速度是 2cm/秒，连接 A，P 并过 Q 作 $QE \perp AP$ 垂足为 E.

(1) 求证： $\triangle ABP \sim \triangle QEA$ ；

(2) 当运动时间 t 为何值时， $\triangle ABP \cong \triangle QEA$ ；

(3) 设 $\triangle QEA$ 的面积为 y ，用运动时刻 t 表示 $\triangle QEA$ 的面积 y (不要求考 t 的取值范围). (提示：解答 (2) (3) 时可不分先后)



【考点】相似形综合题.

【分析】(1) 根据正方形的性质和相似三角形的判定和性质证明即可；

(2) 根据全等三角形的判定和性质，利用勾股定理解答即可；

(3) 根据相似三角形的性质得出函数解析式即可.

【解答】(1) 证明： $\because$ 四边形 ABCD 为正方形；

$$\therefore \angle BAP + \angle QAE = \angle B = 90^\circ,$$

$$\because QE \perp AP;$$

$$\therefore \angle QAE + \angle EQA = \angle AEQ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAP = \angle EQA, \quad \angle B = \angle AEQ;$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle QEA \quad (AA)$$

(2) $\because \triangle ABP \cong \triangle QEA$;

$$\therefore AP = AQ \quad (\text{全等三角形的对应边相等});$$

$$\text{在 } \text{RT}\triangle ABP \text{ 与 } \text{RT}\triangle QEA \text{ 中根据勾股定理得 } AP^2 = 3^2 + t^2, \quad AQ^2 = (2t)^2$$

$$\text{即 } 3^2 + t^2 = (2t)^2$$

$$\text{解得 } t_1 = \sqrt{3}, \quad t_2 = -\sqrt{3} \quad (\text{不符合题意, 舍去})$$

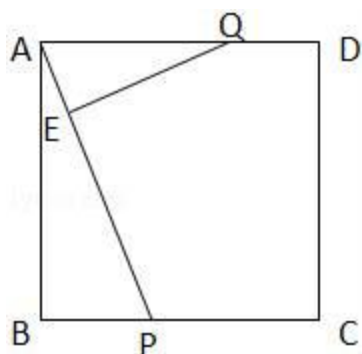
答：当 t 取 $\sqrt{3}$ 时 $\triangle ABP$ 与 $\triangle QEA$ 全等.

(3) 由 (1) 知 $\triangle ABP \sim \triangle QEA$;

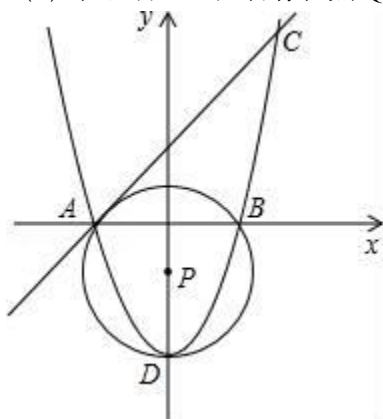
$$\therefore \frac{y}{S_{\triangle ABP}} = \left(\frac{AQ}{AP}\right)^2$$

$$\therefore \frac{y}{\frac{1}{2} \times 3t} = \left(\frac{2t}{\sqrt{3^2 + t^2}} \right)^2$$

$$\text{整理得: } y = \frac{3t^3}{9+t^2}.$$



26. 在平面直角坐标系中, 已知点 A (-2, 0), B (2, 0), C (3, 5).
- (1) 求过点 A, C 的直线解析式和过点 A, B, C 的抛物线的解析式;
 - (2) 求过点 A, B 及抛物线的顶点 D 的 $\odot P$ 的圆心 P 的坐标;
 - (3) 在抛物线上是否存在点 Q, 使 AQ 与 $\odot P$ 相切, 若存在请求出 Q 点坐标.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 利用抛物线和 x 轴的两个交点坐标, 设出抛物线的解析式 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$, 代入即可得出抛物线的解析式, 再设出直线 AC 的解析式, 利用待定系数法即可得出答案;

(2) 先求得抛物线的顶点 D 的坐标, 再设点 P 坐标 $(0, P_y)$, 根据 A, B, D 三点在 $\odot P$ 上, 得 $PB=PD$, 列出关于 P_y 的方程, 求解即可得出 P 点的坐标;

(3) 假设抛物线上存在这样的点 Q 使直线 AQ 与 $\odot P$ 相切, 设 Q 点的坐标为 (m, m^2-4) , 根据平面内两点间的距离公式, 即可得出关于 m 的方程, 求出 m 的值, 即可得出点 Q 的坐标.

【解答】解: (1) $\because A(-2, 0), B(2, 0)$;

$\therefore$ 设二次函数的解析式为 $y=a(x-2)(x+2) \dots \textcircled{1}$,

把 C (3, 5) 代入 $\textcircled{1}$ 得 $a=1$;

$\therefore$ 二次函数的解析式为: $y=x^2-4$;

设一次函数的解析式为: $y=kx+b (k \neq 0) \dots \textcircled{2}$

把 A (-2, 0), C (3, 5) 代入②得 $\begin{cases} -2k+b=0 \\ 3k+b=5 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases}$,

∴ 一次函数的解析式为: $y=x+2$;

(2) 设 P 点的坐标为 (0, P_y),

由 (1) 知 D 点的坐标为 (0, -4);

∵ A, B, D 三点在 ⊙P 上;

∴ PB=PD;

∴ $2^2 + P_y^2 = (-4 - P_y)^2$,

解得: $P_y = -\frac{3}{2}$;

∴ P 点的坐标为 $(0, -\frac{3}{2})$;

(3) 在抛物线上存在这样的点 Q 使直线 AQ 与 ⊙P 相切.

理由如下: 设 Q 点的坐标为 $(m, m^2 - 4)$;

根据平面内两点间的距离公式得: $AQ^2 = (m+2)^2 + (m^2 - 4)^2$, $PQ^2 = m^2 + (m^2 - 4 + \frac{3}{2})^2$;

∴ $AP = \frac{5}{2}$,

∴ $AP^2 = \frac{25}{4}$;

∵ 直线 AQ 是 ⊙P 的切线,

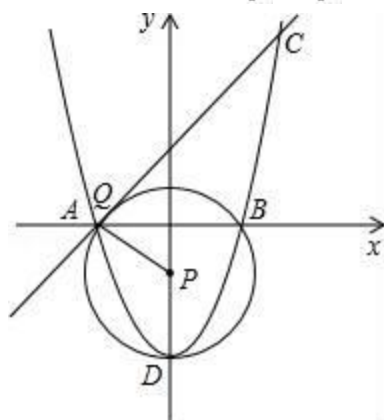
∴ $AP \perp AQ$;

∴ $PQ^2 = AP^2 + AQ^2$,

即: $m^2 + (m^2 - 4 + \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4} + [(m+2)^2 + (m^2 - 4)^2]$

解得: $m_1 = \frac{10}{3}$, $m_2 = -2$ (与 A 点重合, 舍去)

∴ Q 点的坐标为 $(\frac{10}{3}, \frac{64}{9})$.



2016 年 8 月 10 日