

2016 年内蒙古呼伦贝尔市、兴安盟中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. $-\frac{1}{2}$ 的倒数为 ()

- A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 2

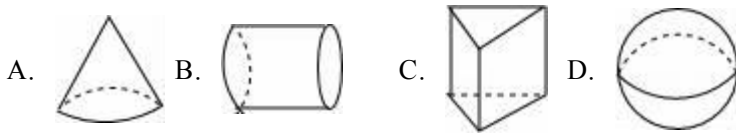
2. 化简 $(-x)^3 (-x)^2$, 结果正确的是 ()

- A. $-x^6$ B. x^6 C. x^5 D. $-x^5$

3. 下列调查适合做抽样调查的是 ()

- A. 对某小区的卫生死角进行调查
B. 审核书稿中的错别字
C. 对八名同学的身高情况进行调查
D. 对中学生目前的睡眠情况进行调查

4. 下列几何体中, 主视图是矩形的是 ()



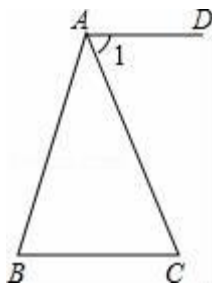
5. 某种品牌运动服经过两次降价, 每件零售价由 560 元降为 315 元, 已知两次降价的百分率相同, 求每次降价的百分率. 设每次降价的百分率为 x , 下面所列的方程中正确的是 ()

- A. $560(1+x)^2=315$ B. $560(1-x)^2=315$
C. $560(1-2x)^2=315$ D. $560(1-x^2)=315$

6. 将点 A (3, 2) 向左平移 4 个单位长度得点 A', 则点 A' 关于 y 轴对称的点的坐标是 ()

- A. $(-3, 2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(1, -2)$ D. $(1, 2)$

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 过点 A 作 $AD \parallel BC$, 若 $\angle 1=70^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的大小为 ()



- A. 40° B. 30° C. 70° D. 50°

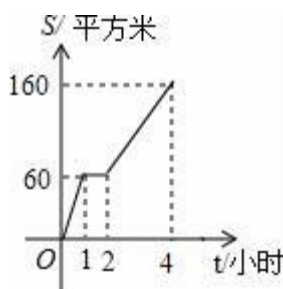
8. 从一组数据中取出 a 个 x_1 , b 个 x_2 , c 个 x_3 , 组成一个样本, 那么这个样本的平均数是 ()

- A. $\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$ B. $\frac{ax_1+ax_2+ax_3}{a+b+c}$
 C. $\frac{ax_1+ax_2+ax_3}{3}$ D. $\frac{a+b+c}{3}$

9. 若 $1 < x < 2$, 则 $|x-3| + \sqrt{(x-1)^2}$ 的值为 ()

- A. $2x-4$ B. -2 C. $4-2x$ D. 2

10. 园林队在某公园进行绿化, 中间休息了一段时间, 已知绿化面积 S (m^2) 与工作时间 t (h) 的函数关系的图象如图所示, 则休息后园林队每小时绿化面积为 ()

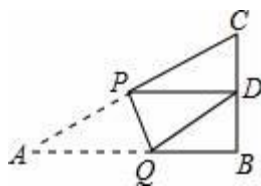


- A. $100m^2$ B. $50m^2$ C. $80m^2$ D. $40m^2$

11. 在平面直角坐标系中, 将抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 向下平移 1 个单位长度, 再向左平移 1 个单位长度, 得到的抛物线的解析式是 ()

- A. $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ B. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$
 C. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ D. $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}$

12. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $AB=9$, $BC=6$, $\angle B=90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 折叠, 使 A 点与 BC 的中点 D 重合, 折痕为 PQ , 则线段 BQ 的长度为 ()



- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 4 D. 5

二、填空题 (本题 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

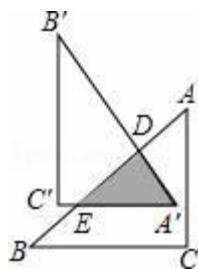
13. 因式分解: $xy^2 - 4xy + 4x =$ _____.

14. 一天有 8.64×10^4 秒, 一年如果按 365 天计算, 用科学记数法表示一年有_____秒.

15. 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > x+1 \\ x+8 < 4x-1 \end{cases}$ 的解集是_____.

16. 小杨用一个半径为 36cm、面积为 $324\pi\text{cm}^2$ 的扇形纸板制作一个圆锥形的玩具帽（接缝的重合部分忽略不计），则帽子的底面半径为_____cm.

17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，把 $\triangle ABC$ 绕 AB 边上的点 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$ ， $A'C'$ 交 AB 于点 E ，若 $AD=BE$ ，则 $\triangle A'DE$ 的面积是_____.

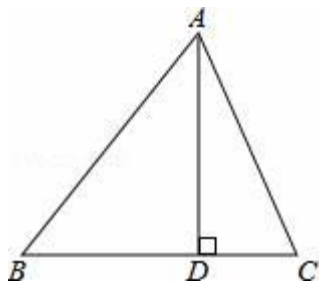


三、解答题（本题 4 个小题，每小题 6 分，共 24 分）

18. 计算： $3\tan 30^\circ - \frac{3}{\sqrt{3}} + (2016+\pi)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

19. 解方程： $\frac{3}{x-1} - \frac{x+3}{x^2-1} = 0$.

20. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ，垂足是 D ，若 $BC=14$ ， $AD=12$ ， $\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$ ，求 $\sin C$ 的值.



21. 有甲、乙两个不透明的布袋，甲袋中有 2 个完全相同的小球，分别标有数字 0 和 -2 ；乙袋中有 3 个完全相同的小球，分别标有数字 -2 ，0 和 1，小明从甲袋中随机取出 1 个小球，记录标有的数字为 x ，再从乙袋中随机取出 1 个小球，记录标有的数字为 y ，这样确定了点 Q 的坐标 (x, y)

(1) 写出点 Q 所有可能的坐标；

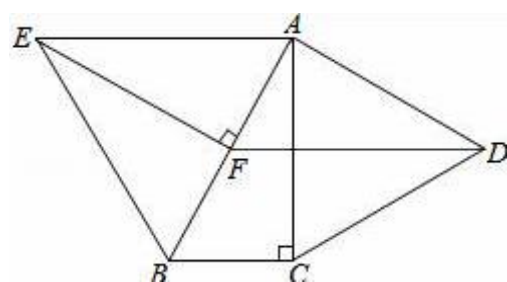
(2) 求点 Q 在 x 轴上的概率.

四、(本题 7 分)

22. 如图，分别以 $Rt\triangle ABC$ 的直角边 AC 及斜边 AB 向外作等边 $\triangle ACD$ 及等边 $\triangle ABE$ ，已知： $\angle BAC=30^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，垂足为 F ，连接 DF .

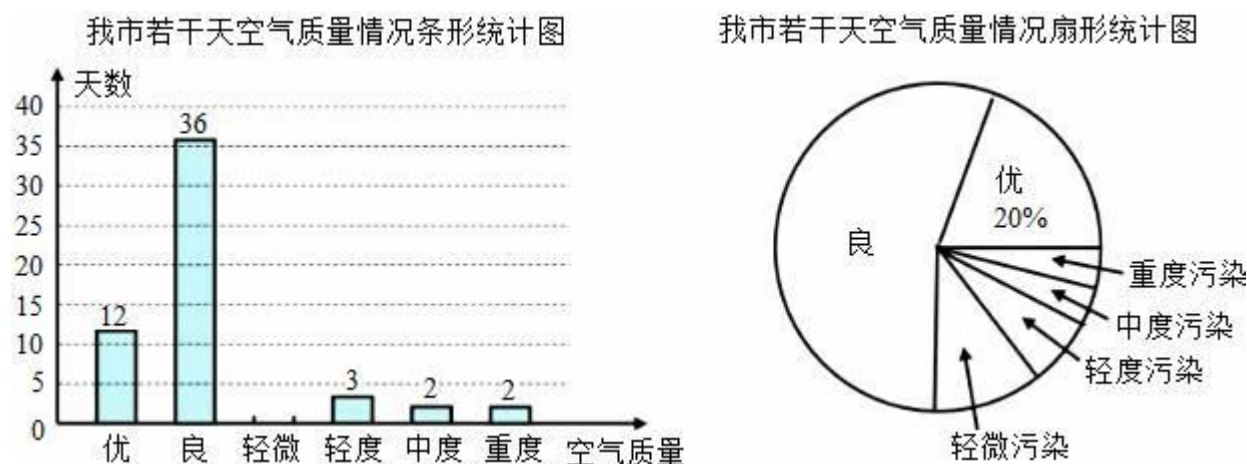
(1) 试说明 $AC=EF$ ；

(2) 求证：四边形 $ADFE$ 是平行四边形.



五、(本题 7 分)

23. 为了解我市的空气质量情况，某环保兴趣小组从环境监测网随机抽取了若干天的空气质量情况作为样本进行统计，绘制了如图所示的条形统计图和扇形统计图（部分信息未给出）.



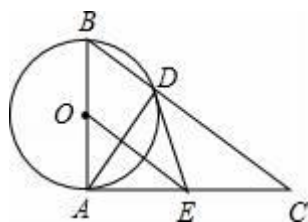
请你根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 计算被抽取的天数；
- (2) 请补全条形统计图，并求扇形统计图中表示“优”的扇形的圆心角度数；
- (3) 请估计该市这一年（365 天）达到“优”和“良”的总天数.

六、(本题 8 分)

24. 如图，已知 $\odot O$ 的直径为 AB ， $AC \perp AB$ 于点 A ， BC 与 $\odot O$ 相交于点 D ，在 AC 上取一点 E ，使得 $ED=EA$.

- (1) 求证： ED 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 当 $OE=10$ 时，求 BC 的长.

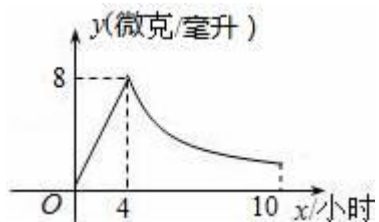


七、(本题 10 分)

25. 某药品研究所开发一种抗菌新药，经多年动物实验，首次用于临床人体试验，测得成人服药后血液中药物浓度 y (微克/毫升) 与服药时间 x 小时之间函数关系如图所示 (当 $4 \leq x \leq 10$ 时， y 与 x 成反比例) .

(1) 根据图象分别求出血液中药物浓度上升和下降阶段 y 与 x 之间的函数关系式.

(2) 问血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间多少小时?



八、(本题 13 分)

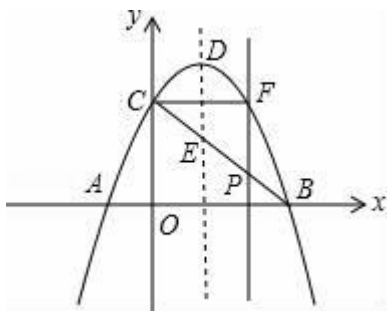
26. 如图，抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴相交的于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴相交于点 C，顶点为 D.

(1) 直接写出 A, B, C 三点的坐标和抛物线的对称轴;

(2) 连接 BC，与抛物线的对称轴交于点 E，点 P 为线段 BC 上的一个动点 (P 不与 C, B 两点重合)，过点 P 作 $PF \parallel DE$ 交抛物线于点 F，设点 P 的横坐标为 m .

①用含 m 的代数式表示线段 PF 的长，并求出当 m 为何值时，四边形 PEDF 为平行四边形.

②设 $\triangle BCF$ 的面积为 S ，求 S 与 m 的函数关系式；当 m 为何值时， S 有最大值.



2016 年内蒙古呼伦贝尔市、兴安盟中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. $-\frac{1}{2}$ 的倒数为 ()

A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 2

【考点】倒数.

【分析】直接根据倒数的定义求解.

【解答】解: $-\frac{1}{2}$ 的倒数为 -2 .

故选: A.

【点评】本题考查了倒数的定义: a 的倒数为 $\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$).

2. 化简 $(-x)^3 (-x)^2$, 结果正确的是 ()

A. $-x^6$ B. x^6 C. x^5 D. $-x^5$

【考点】同底数幂的乘法.

【分析】根据同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加计算后选取答案.

【解答】解: $(-x)^3 (-x)^2 = (-x)^{3+2} = -x^5$.

故选 D.

【点评】主要考查同底数幂的乘法的性质, 熟练掌握性质是解题的关键.

3. 下列调查适合做抽样调查的是 ()

A. 对某小区的卫生死角进行调查

B. 审核书稿中的错别字

C. 对八名同学的身高情况进行调查

D. 对中学生目前的睡眠情况进行调查

【考点】全面调查与抽样调查.

【分析】卫生死角、审核书稿中的错别字、八名同学的身高情况应该全面调查, 而中学生人数较多, 对其睡眠情况的调查应该是抽样调查.

【解答】解: A、对某小区的卫生死角适合全面调查, 所以此选项错误;

B、审核书稿中的错别字应该全面调查，所以此选项错误；

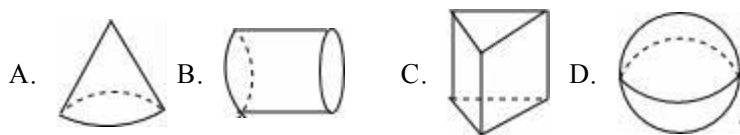
C、对八名同学的身高情况应该全面调查，所以此选项错误；

D、对中学生目前的睡眠情况应该抽样调查，所以此选项正确；

故选 D.

【点评】 本题考查了全面调查和抽样调查，统计调查的方法有全面调查（即普查）和抽样调查两种，一般来讲：通过普查可以直接得到较为全面、可靠的信息，但花费的时间较长，耗费大，且一些调查项目并不适合普查.

4. 下列几何体中，主视图是矩形的是（ ）



【考点】 简单几何体的三视图.

【分析】 根据主视图的概念找出各几何体的主视图.

【解答】 解：A、圆锥的主视图为等腰三角形；

B、圆柱的主视图为矩形；

C、三棱柱的主视图为中间有一实线的矩形；

D、球体的主视图为圆；

故选：B.

【点评】 本题考查了简单几何体的三视图，主视图为从物体正面看到的视图.

5. 某种品牌运动服经过两次降价，每件零售价由 560 元降为 315 元，已知两次降价的百分率相同，求每次降价的百分率. 设每次降价的百分率为 x ，下面所列的方程中正确的是（ ）

A. $560(1+x)^2=315$ B. $560(1-x)^2=315$ C. $560(1-2x)^2=315$ D. $560(1-x^2)=315$

【考点】 由实际问题抽象出一元二次方程.

【专题】 增长率问题.

【分析】 设每次降价的百分率为 x ，根据降价后的价格=降价前的价格 $(1-\text{降价的百分率})$ ，则第一次降价后的价格是 $560(1-x)$ ，第二次后的价格是 $560(1-x)^2$ ，据此即可列方程求解.

【解答】 解：设每次降价的百分率为 x ，由题意得：

$$560(1-x)^2=315,$$

故选：B.

【点评】此题主要考查了一元二次方程的应用，关键是根据题意找到等式两边的平衡条件，这种价格问题主要解决价格变化前后的平衡关系，列出方程即可.

6. 将点 A (3, 2) 向左平移 4 个单位长度得点 A'，则点 A'关于 y 轴对称的点的坐标是 ()

A. (-3, 2) B. (-1, 2) C. (1, -2) D. (1, 2)

【考点】关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标；坐标与图形变化-平移.

【分析】根据题意可以求得点 A'的坐标，从而可以求得点 A'关于 y 轴对称的点的坐标，本题得以解决.

【解答】解：∵将点 A (3, 2) 向左平移 4 个单位长度得点 A'，

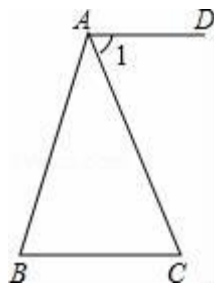
∴点 A'的坐标为 (-1, 2)，

∴点 A'关于 y 轴对称的点的坐标是 (1, 2)，

故选 D.

【点评】本题考查关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标、坐标与图形的变化 - 平移，解题的关键是明确题意，找出所求点需要的条件.

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，过点 A 作 $AD\parallel BC$ ，若 $\angle 1=70^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 的大小为 ()



A. 40° B. 30° C. 70° D. 50°

【考点】等腰三角形的性质；平行线的性质.

【分析】根据 $AD\parallel BC$ 可得出 $\angle C=\angle 1=70^\circ$ ，再根据 $AB=AC$ 即可得出 $\angle B=\angle C=70^\circ$ ，结合三角形的内角和为 180° ，即可算出 $\angle BAC$ 的大小.

【解答】解：∵ $AD\parallel BC$ ，

∴ $\angle C=\angle 1=70^\circ$ ，

∵ $AB=AC$ ，

∴ $\angle B=\angle C=70^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 40^\circ.$$

故选 A.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质以及平行线的性质，解题的关键是找出 $\angle B = \angle C = 70^\circ$. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据平行线的性质找出相等（或互补）的角是关键.

8. 从一组数据中取出 a 个 x_1 , b 个 x_2 , c 个 x_3 , 组成一个样本, 那么这个样本的平均数是 ()

- A. $\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$ B. $\frac{ax_1+ax_2+ax_3}{a+b+c}$
C. $\frac{ax_1+ax_2+ax_3}{3}$ D. $\frac{a+b+c}{3}$

【考点】 算术平均数.

【分析】 根据平均数的公式, 求解即可. 用所有数据的和除以 $(a+b+c)$.

【解答】 解: 由题意知, a 个 x_1 的和为 ax_1 , b 个 x_2 的和为 bx_2 , c 个 x_3 的和为 cx_3 , 数据总共有 $a+b+c$ 个,

$$\therefore \text{这个样本的平均数} = \frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c},$$

故选: B.

【点评】 本题考查了加权平均数的概念. 平均数等于所有数据的和除以数据的个数.

9. 若 $1 < x < 2$, 则 $|x-3| + \sqrt{(x-1)^2}$ 的值为 ()

- A. $2x-4$ B. -2 C. $4-2x$ D. 2

【考点】 二次根式的性质与化简.

【分析】 已知 $1 < x < 2$, 可判断 $x-3 < 0$, $x-1 > 0$, 根据绝对值, 二次根式的性质解答.

【解答】 解: $\because 1 < x < 2$,

$$\therefore x-3 < 0, \quad x-1 > 0,$$

$$\text{原式} = |x-3| + \sqrt{(x-1)^2}$$

$$= |x-3| + |x-1|$$

$$= 3-x+x-1$$

$$= 2.$$

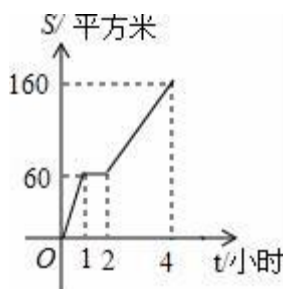
故选 D.

【点评】 解答此题, 要弄清以下问题:

1、定义：一般地，形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的代数式叫做二次根式。当 $a > 0$ 时， $\sqrt{a}$ 表示 a 的算术平方根；当 $a=0$ 时， $\sqrt{0}=0$ ；当 a 小于 0 时，非二次根式（若根号下为负数，则无实数根）。

2、性质： $\sqrt{a^2}=|a|$ 。

10. 园林队在某公园进行绿化，中间休息了一段时间，已知绿化面积 S (m^2) 与工作时间 t (h) 的函数关系的图象如图所示，则休息后园林队每小时绿化面积为 ()



A. $100m^2$ B. $50m^2$ C. $80m^2$ D. $40m^2$

【考点】函数的图象.

【分析】根据图象可得，休息后园林队 2 小时绿化面积为 $160 - 60 = 100$ (m^2)，然后可得绿化速度.

【解答】解：根据图象可得，休息后园林队 2 小时绿化面积为 $160 - 60 = 100$ (m^2)。

每小时绿化面积为 $100 \div 2 = 50$ (m^2)。

故选：B.

【点评】此题主要考查了函数图象，关键是正确理解题意，从图象中找出正确信息.

11. 在平面直角坐标系中，将抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 向下平移 1 个单位长度，再向左平移 1 个单位长度，得到的抛物线的解析式是 ()

A. $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ B. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$ C. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ D. $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}$

【考点】二次函数图象与几何变换.

【专题】推理填空题.

【分析】根据平移的规律：左加右减，上加下减，求出得到的抛物线的解析式是多少即可.

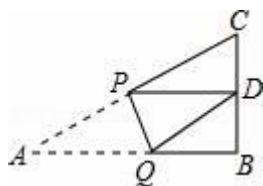
【解答】解：将抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 向下平移 1 个单位长度，得到的抛物线的解析式是： $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$ ，再向左平移 1 个单位长度，得到的抛物线的解析式是：

$$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}.$$

故选：A.

【点评】此题主要考查了函数图象的平移，要求熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减．并用规律求函数解析式．

12. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB=9$ ， $BC=6$ ， $\angle B=90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 折叠，使 A 点与 BC 的中点 D 重合，折痕为 PQ ，则线段 BQ 的长度为（ ）



A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 4 D. 5

【考点】翻折变换（折叠问题）．

【分析】设 $BQ=x$ ，则由折叠的性质可得 $DQ=AQ=9-x$ ，根据中点的定义可得 $BD=3$ ，在 $\text{Rt}\triangle BQD$ 中，根据勾股定理可得关于 x 的方程，解方程即可求解．

【解答】解：设 $BQ=x$ ，由折叠的性质可得 $DQ=AQ=9-x$ ，
 $\because D$ 是 BC 的中点，
 $\therefore BD=3$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BQD$ 中， $x^2+3^2=(9-x)^2$ ，

解得： $x=4$ ．

故线段 BQ 的长为 4．

故选：C．

【点评】此题考查了翻折变换（折叠问题），折叠的性质，勾股定理，中点的定义以及方程思想，综合性较强．

二、填空题（本题 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分）

13. 因式分解： $xy^2-4xy+4x=\underline{x(y-2)^2}$ ．

【考点】提公因式法与公式法的综合运用．

【专题】因式分解．

【分析】先提取公因式 x ，再根据完全平方公式进行二次分解．

【解答】解： $xy^2-4xy+4x=x(y^2-4y+4)=x(y-2)^2$ ．

故答案为: $x(y-2)^2$.

【点评】 本题考查了提公因式法, 公式法分解因式. 注意提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解, 分解要彻底.

14. 一天有 8.64×10^4 秒, 一年如果按 365 天计算, 用科学记数法表示一年有 3.1536×10^7 秒.

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 先求出 $365 \times 8.64 \times 10^4 = 3153.6 \times 10^4$ 秒, 然后再根据科学记数法的表示方法整理即可. 大于 10 时科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】 解: $365 \times 8.64 \times 10^4 = 3153.6 \times 10^4 = 3.1536 \times 10^7$ 秒.

故答案为 3.1536×10^7 秒.

【点评】 本题考查用科学记数法表示较大的数.

科学记数法在实际生活中有着广泛的应用, 给我们记数带来方便, 考查科学记数法就是考查我们应用数学的能力.

15. 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > x+1 \\ x+8 < 4x-1 \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$.

【考点】 解一元一次不等式组.

【专题】 规律型; 方程思想.

【分析】 分别解出题中两个不等式组的解, 然后根据口诀求出 x 的交集, 就是不等式组的解集.

【解答】 解: $\begin{cases} 2x-1 > x+1 (1) \\ x+8 < 4x-1 (2) \end{cases}$

由 (1) 得, $x > 2$

由 (2) 得, $x > 3$

所以解集是: $x > 3$.

【点评】 此题主要考查了一元一次不等式组的解法, 比较简单.

16. 小杨用一个半径为 36cm、面积为 $324\pi\text{cm}^2$ 的扇形纸板制作一个圆锥形的玩具帽 (接缝的重合部分忽略不计), 则帽子的底面半径为 9 cm.

【考点】圆锥的计算.

【分析】根据扇形的公式结合扇形的半径及扇形的面积可得出扇形的弧长，再利用圆的周长公式即可得出帽子的底面半径.

【解答】解：∵扇形的半径为 36cm，面积为 $324\pi\text{cm}^2$ ，

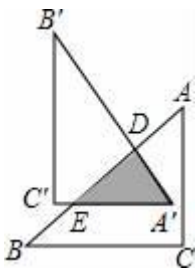
$$\therefore \text{扇形的弧长 } L = \frac{2S}{R} = \frac{2 \times 324\pi}{36} = 18\pi,$$

$$\therefore \text{帽子的底面半径 } R_1 = \frac{L}{2\pi} = 9\text{cm}.$$

故答案为：9.

【点评】本题考查了圆锥的计算、扇形的面积以及圆的周长，解题的关键是熟练的运用扇形的弧长以及圆的周长公式. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据圆锥的制作过程找出圆锥的底面周长等于扇形的弧长是关键.

17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，把 $\triangle ABC$ 绕 AB 边上的点 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$ ， $A'C'$ 交 AB 于点 E ，若 $AD=BE$ ，则 $\triangle A'DE$ 的面积是 $\frac{3}{2}$.



【考点】旋转的性质.

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理求得 $AB=5$ ，由旋转的性质可知 $AD=A'D$ ，设 $AD=A'D=BE=x$ ，则 $DE=5-2x$ ，根据旋转 90° 可证 $\triangle A'DE \sim \triangle ACB$ ，利用相似比求 x ，再求 $\triangle A'DE$ 的面积.

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理求 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5$ ，

由旋转的性质，设 $AD=A'D=BE=x$ ，则 $DE=5-2x$ ，

∵ $\triangle ABC$ 绕 AB 边上的点 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$ ，

$$\therefore \angle A' = \angle A, \quad \angle A'DE = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle A'DE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{DE}{A'D} = \frac{BC}{AC}, \quad \text{即 } \frac{5-2x}{x} = \frac{4}{3}, \quad \text{解得 } x = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle A'DE} = \frac{1}{2} DE \times A'D = \frac{1}{2} \times \left(5 - 2 \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2},$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 勾股定理及旋转的性质. 关键是根据旋转的性质得出相似三角形, 利用相似比求解.

三、解答题 (本题 4 个小题, 每小题 6 分, 共 24 分)

18. 计算: $3\tan 30^\circ - \frac{3}{\sqrt{3}} + (2016+\pi)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

【考点】 分母有理化; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】 先计算特殊角的三角函数值、分母有理化、零指数幂以及负整数指数幂, 然后计算加减法.

【解答】 解: 原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} + 1 + 4$,
 $= 5$.

【点评】 本题综合考查了分母有理化、零指数幂以及负整数指数幂等知识点, 熟记计算法则即可解题, 属于基础题.

19. 解方程: $\frac{3}{x-1} - \frac{x+3}{x^2-1} = 0$.

【考点】 解分式方程.

【专题】 计算题.

【分析】 观察可得最简公分母是 $(x-1)(x+1)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】 解: 方程的两边同乘 $(x-1)(x+1)$, 得
 $3x+3-x-3=0$,
解得 $x=0$.

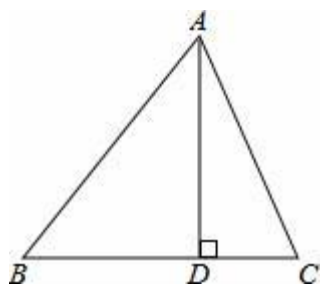
检验: 把 $x=0$ 代入 $(x-1)(x+1) = -1 \neq 0$.

$\therefore$ 原方程的解为: $x=0$.

【点评】 本题考查了分式方程和不等式组的解法, 注: (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根. (3) 不等式组的解集的四种解法: 大大取大, 小小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到.

20. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足是 D , 若 $BC=14$, $AD=12$, $\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$, 求 $\sin C$ 的值.



【考点】 解直角三角形.

【专题】 计算题.

【分析】 根据 $\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$, 求得 BD 的长, 在直角 $\triangle ACD$ 中由勾股定理得 AC , 然后利用正弦的定义求解.

【解答】 解: $\because$ 在直角 $\triangle ABD$ 中, $\tan \angle BAD = \frac{BD}{AD} = \frac{3}{4}$,

$$\therefore BD = AD \cdot \tan \angle BAD = 12 \times \frac{3}{4} = 9,$$

$$\therefore CD = BC - BD = 14 - 9 = 5,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13,$$

$$\therefore \sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{12}{13}.$$

【点评】 本题考查了解直角三角形中三角函数的应用, 要熟练掌握好边角之间的关系.

21. 有甲、乙两个不透明的布袋, 甲袋中有 2 个完全相同的小球, 分别标有数字 0 和 -2; 乙袋中有 3 个完全相同的小球, 分别标有数字 -2, 0 和 1, 小明从甲袋中随机取出 1 个小球, 记录标有的数字为 x , 再从乙袋中随机取出 1 个小球, 记录标有的数字为 y , 这样确定了点 Q 的坐标 (x, y)

(1) 写出点 Q 所有可能的坐标;

(2) 求点 Q 在 x 轴上的概率.

【考点】 列表法与树状图法; 点的坐标.

【专题】 计算题.

【分析】 (1) 树状图展示所有 6 种等可能的结果数,

(2) 根据点在 x 轴上的坐标特征确定点 Q 在 x 轴上的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】 解: (1) 画树状图为:



共有 6 种等可能的结果数，它们为 $(0, -2)$ ， $(0, 0)$ ， $(0, 1)$ ， $(2, -2)$ ， $(2, 0)$ ， $(2, 1)$ ；

(2) 点 Q 在 x 轴上的结果数为 2，

所以点 Q 在 x 轴上的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

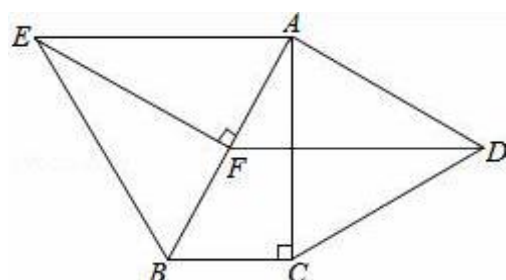
【点评】 本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率。

四、(本题 7 分)

22. 如图，分别以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 及斜边 AB 向外作等边 $\triangle ACD$ 及等边 $\triangle ABE$ ，已知： $\angle BAC=30^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，垂足为 F，连接 DF。

(1) 试说明 $AC=EF$ ；

(2) 求证：四边形 ADFE 是平行四边形。



【考点】 平行四边形的判定；等边三角形的性质。

【分析】 (1) 首先由 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由 $\angle BAC=30^\circ$ 可以得到 $AB=2BC$ ，又由 $\triangle ABE$ 是等边三角形， $EF \perp AB$ ，由此得到 $AE=2AF$ ，并且 $AB=2AF$ ，然后证得 $\triangle AFE \cong \triangle BCA$ ，继而证得结论；

(2) 根据 (1) 知道 $EF=AC$ ，而 $\triangle ACD$ 是等边三角形，所以 $EF=AC=AD$ ，并且 $AD \perp AB$ ，而 $EF \perp AB$ ，由此得到 $EF \parallel AD$ ，再根据平行四边形的判定定理即可证明四边形 ADFE 是平行四边形。

【解答】 证明：(1) $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=30^\circ$ ，

$\therefore AB=2BC$ ，

又 $\because \triangle ABE$ 是等边三角形， $EF \perp AB$ ，

$\therefore AB=2AF$

$\therefore AF=BC$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AFE$ 和 $\text{Rt}\triangle BCA$ 中，

$$\begin{cases} AF=BC \\ AE=BA \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AFE \cong \text{Rt}\triangle BCA \text{ (HL)},$

$\therefore AC=EF;$

(2) $\because \triangle ACD$ 是等边三角形,

$\therefore \angle DAC=60^\circ, AC=AD,$

$\therefore \angle DAB=\angle DAC+\angle BAC=90^\circ$

又 $\because EF \perp AB,$

$\therefore EF \parallel AD,$

$\because AC=EF, AC=AD,$

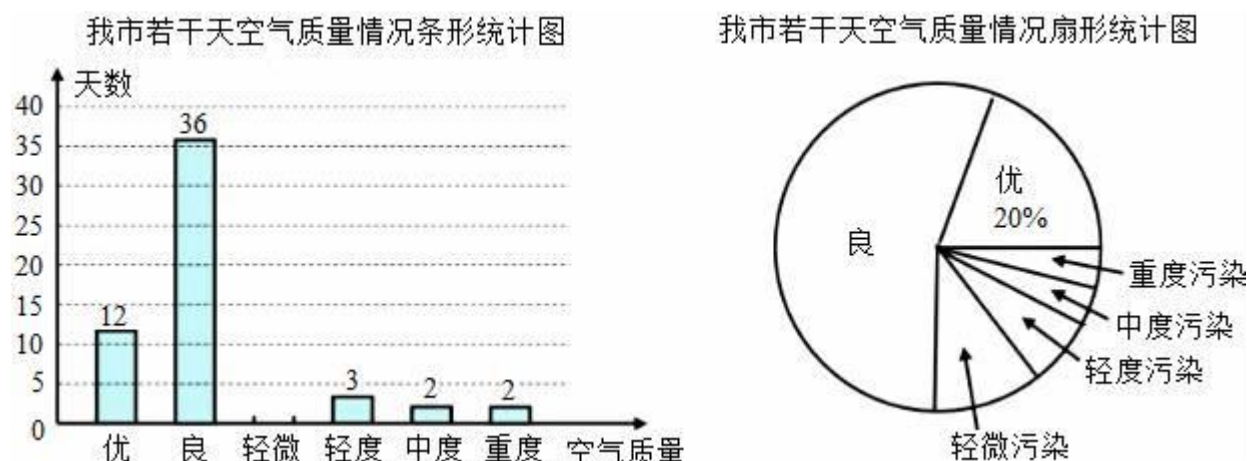
$\therefore EF=AD,$

$\therefore$ 四边形 ADFE 是平行四边形.

【点评】 此题考查了平行四边形的判定、等边三角形的性质以及全等三角形的判定与性质. 注意证得 $\text{Rt}\triangle AFE \cong \text{Rt}\triangle BCA$ 是关键.

五、(本题 7 分)

23. 为了解我市的空气质量情况, 某环保兴趣小组从环境监测网随机抽取了若干天的空气质量情况作为样本进行统计, 绘制了如图所示的条形统计图和扇形统计图 (部分信息未给出).



请你根据图中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 计算被抽取的天数;
- (2) 请补全条形统计图, 并求扇形统计图中表示“优”的扇形的圆心角度数;
- (3) 请估计该市这一年 (365 天) 达到“优”和“良”的总天数.

【考点】条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

【专题】图表型.

【分析】（1）根据扇形图中空气为优所占比例为 20%，条形图中空气为优的天数为 12 天，即可得出被抽取的总天数；

（2）轻微污染天数是 $60 - 36 - 12 - 3 - 2 - 2 = 5$ 天；利用 360° 乘以优所占的份额即可得优的扇形的圆心角度数；

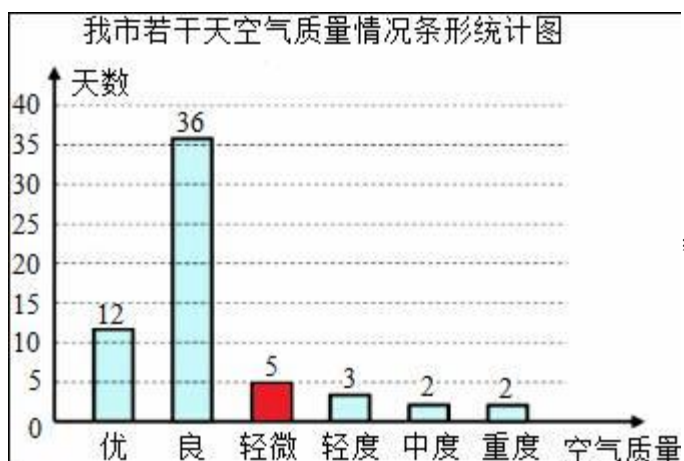
（3）利用样本中优和良的天数所占比例乘以一年（365 天）即可求出达到优和良的总天数.

【解答】解：（1）扇形图中空气为优所占比例为 20%，条形图中空气为优的天数为 12 天，
 $\therefore$ 被抽取的总天数为： $12 \div 20\% = 60$ （天）；

（2）轻微污染天数是 $60 - 36 - 12 - 3 - 2 - 2 = 5$ 天；

表示优的圆心角度数是 $\frac{12}{60} \times 360^\circ = 72^\circ$ ，

如图所示：



（3）样本中优和良的天数分别为：12，36，

一年（365 天）达到优和良的总天数为： $\frac{12+36}{60} \times 365 = 292$ （天）.

故估计本市一年达到优和良的总天数为 292 天.

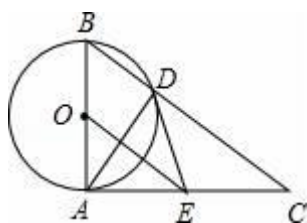
【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

六、(本题 8 分)

24. 如图，已知 $\odot O$ 的直径为 AB ， $AC \perp AB$ 于点 A ， BC 与 $\odot O$ 相交于点 D ，在 AC 上取一点 E ，使得 $ED=EA$ 。

(1) 求证： ED 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 当 $OE=10$ 时，求 BC 的长。



【考点】切线的判定。

【分析】 (1) 如图，连接 OD 。通过证明 $\triangle AOE \cong \triangle DOE$ 得到 $\angle OAE = \angle ODE = 90^\circ$ ，易证得结论；

(2) 利用圆周角定理和垂径定理推知 $OE \parallel BC$ ，所以根据平行线分线段成比例求得 BC 的长度即可。

【解答】 (1) 证明：如图，连接 OD 。

$\because AC \perp AB$,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$ ，即 $\angle OAE = 90^\circ$ 。

在 $\triangle AOE$ 与 $\triangle DOE$ 中，

$$\begin{cases} OA = OD \\ AE = DE, \\ OE = OE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle DOE$ (SSS) ,

$\therefore \angle OAE = \angle ODE = 90^\circ$ ，即 $OD \perp ED$ 。

又 $\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore ED$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解：如图， $\because OE = 10$ 。

$\because AB$ 是直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，即 $AD \perp BC$ 。

又 $\because$ 由(1)知， $\triangle AOE \cong \triangle DOE$,

$\therefore \angle AEO = \angle DEO$,

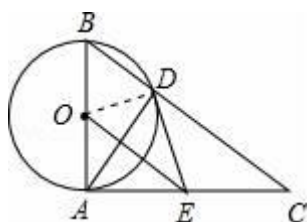
又 $\because AE = DE$,

$\therefore OE \perp AD$,

$\therefore OE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{OA}{AB} = \frac{OE}{BC} = \frac{1}{2},$$

$\therefore BC = 2OE = 20$, 即 BC 的长是 20.



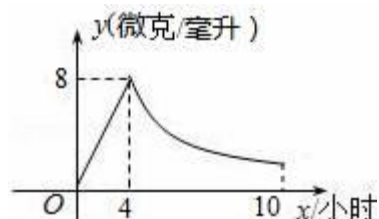
【点评】 本题考查了切线的判定与性质. 解答 (2) 题时, 也可以根据三角形中位线定理来求线段 BC 的长度.

七、(本题 10 分)

25. 某药品研究所开发一种抗菌新药, 经多年动物实验, 首次用于临床人体试验, 测得成人服药后血液中药物浓度 y (微克/毫升) 与服药时间 x 小时之间函数关系如图所示 (当 $4 \leq x \leq 10$ 时, y 与 x 成反比例).

(1) 根据图象分别求出血液中药物浓度上升和下降阶段 y 与 x 之间的函数关系式.

(2) 问血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间多少小时?



【考点】 反比例函数的应用; 一次函数的应用.

【分析】 (1) 分别利用正比例函数以及反比例函数解析式求法得出即可;

(2) 利用 $y=4$ 分别得出 x 的值, 进而得出答案.

【解答】 解: (1) 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, 设直线解析式为: $y=kx$,

将 $(4, 8)$ 代入得: $8=4k$,

解得: $k=2$,

故直线解析式为: $y=2x$,

当 $4 \leq x \leq 10$ 时, 设直反比例函数解析式为: $y=\frac{a}{x}$,

将 $(4, 8)$ 代入得: $8=\frac{a}{4}$,

解得: $a=32$,

故反比例函数解析式为: $y = \frac{32}{x}$;

因此血液中药物浓度上升阶段的函数关系式为 $y = 2x$ ($0 \leq x \leq 4$),

下降阶段的函数关系式为 $y = \frac{32}{x}$ ($4 \leq x \leq 10$).

(2) 当 $y = 4$, 则 $4 = 2x$, 解得: $x = 2$,

当 $y = 4$, 则 $4 = \frac{32}{x}$, 解得: $x = 8$,

$\therefore 8 - 2 = 6$ (小时),

$\therefore$ 血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间 6 小时.

【点评】 此题主要考查了反比例函数的应用, 根据题意得出函数解析式是解题关键.

八、(本题 13 分)

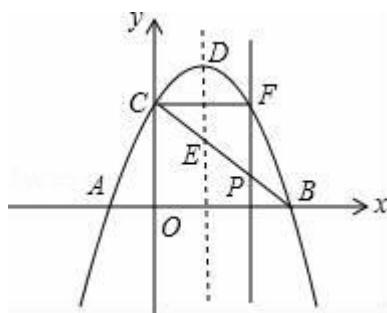
26. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴相交的于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴相交于点 C, 顶点为 D.

(1) 直接写出 A, B, C 三点的坐标和抛物线的对称轴;

(2) 连接 BC, 与抛物线的对称轴交于点 E, 点 P 为线段 BC 上的一个动点 (P 不与 C, B 两点重合), 过点 P 作 $PF \parallel DE$ 交抛物线于点 F, 设点 P 的横坐标为 m .

①用含 m 的代数式表示线段 PF 的长, 并求出当 m 为何值时, 四边形 PEDF 为平行四边形.

②设 $\triangle BCF$ 的面积为 S , 求 S 与 m 的函数关系式; 当 m 为何值时, S 有最大值.



【考点】 二次函数综合题.

【专题】 综合题; 二次函数图象及其性质.

【分析】 (1) 对于抛物线解析式, 令 $y = 0$ 求出 x 的值, 确定出 A 与 B 坐标, 令 $x = 0$ 求出 y 的值确定出 C 的做准备, 进而求出对称轴即可;

(2) ①根据 B 与 C 坐标, 利用待定系数法确定出直线 BC 解析式, 进而表示出 E 与 P 坐标, 根据抛物线解析式确定出 D 与 F 坐标, 表示出 PF, 利用平行四边形的判定方法确定出 m 的值即可;

②连接 BF, 设直线 PF 与 x 轴交于点 M, 求出 OB 的长, 三角形 BCF 面积等于三角形 BFP 面积加上三角形 CFP 面积, 列出 S 关于 m 的二次函数解析式, 利用二次函数性质确定出 S 取得最大值时 m 的值即可.

【解答】解: (1) 对于抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$,

令 $x=0$, 得到 $y=3$;

令 $y=0$, 得到 $-x^2 + 2x + 3 = 0$, 即 $(x-3)(x+1) = 0$,

解得: $x = -1$ 或 $x = 3$,

则 A $(-1, 0)$, B $(3, 0)$, C $(0, 3)$, 抛物线对称轴为直线 $x=1$;

(2) ①设直线 BC 的函数解析式为 $y=kx+b$,

把 B $(3, 0)$, C $(0, 3)$ 分别代入得: $\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=3 \end{cases}$,

解得: $k = -1$, $b = 3$,

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$,

当 $x=1$ 时, $y = -1 + 3 = 2$,

$\therefore$ E $(1, 2)$,

当 $x=m$ 时, $y = -m + 3$,

$\therefore$ P $(m, -m + 3)$,

令 $y = -x^2 + 2x + 3$ 中 $x=1$, 得到 $y=4$,

$\therefore$ D $(1, 4)$,

当 $x=m$ 时, $y = -m^2 + 2m + 3$,

$\therefore$ F $(m, -m^2 + 2m + 3)$,

$\therefore$ 线段 $DE = 4 - 2 = 2$,

$\therefore 0 < m < 3$,

$\therefore y_F > y_P$,

$\therefore$ 线段 $PF = -m^2 + 2m + 3 - (-m + 3) = -m^2 + 3m$,

连接 DF, 由 $PF \parallel DE$, 得到当 $PF = DE$ 时, 四边形 PEDF 为平行四边形,

由 $-m^2 + 3m = 2$, 得到 $m = 2$ 或 $m = 1$ (不合题意, 舍去),

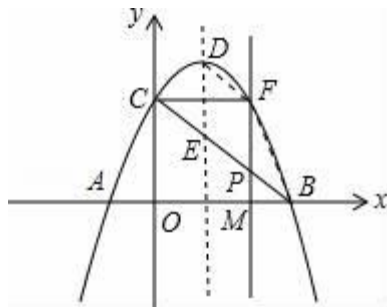
则当 $m = 2$ 时, 四边形 PEDF 为平行四边形;

②连接 BF，设直线 PF 与 x 轴交于点 M，由 B (3, 0)，O (0, 0)，可得 OB=OM+MB=3，

$$\therefore S = S_{\triangle BPF} + S_{\triangle CPF} = \frac{1}{2}PF \cdot BM + \frac{1}{2}PF \cdot OM = \frac{1}{2}PF (BM + OM) = \frac{1}{2}PF \cdot OB,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 3 (-m^2 + 3m) = -\frac{3}{2}m^2 + \frac{9}{2}m \quad (0 < m < 3),$$

则当 $m = \frac{3}{2}$ 时，S 取得最大值.



【点评】 此题属于二次函数综合题，涉及的知识有：抛物线与坐标轴的交点，二次函数的图象与性质，待定系数法确定一次函数解析式，坐标与图形性质，熟练掌握二次函数性质是解本题的关键.