

2016 年内蒙古包头市中考数学试卷

一、选择题：本大题共有 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。

1. (3 分) 若 $2(a+3)$ 的值与 4 互为相反数，则 a 的值为 ()

- A. -1 B. $-\frac{7}{2}$ C. -5 D. $\frac{1}{2}$

2. (3 分) 下列计算结果正确的是 ()

- A. $2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{8}\div\sqrt{2}=2$
C. $(-2a^2)^3=-6a^6$ D. $(a+1)^2=a^2+1$

3. (3 分) 不等式 $\frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}\leq 1$ 的解集是 ()

- A. $x\leq 4$ B. $x\geq 4$ C. $x\leq -1$ D. $x\geq -1$

4. (3 分) 一组数据 2, 3, 5, 4, 4, 6 的中位数和平均数分别是 ()

- A. 4.5 和 4 B. 4 和 4 C. 4 和 4.8 D. 5 和 4

5. (3 分) 120° 的圆心角对的弧长是 6π ，则此弧所在圆的半径是 ()

- A. 3 B. 4 C. 9 D. 18

6. (3 分) 同时抛掷三枚质地均匀的硬币，至少有两枚硬币正面向上的概率是 ()

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

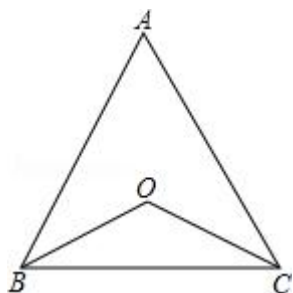
7. (3 分) 若关于 x 的方程 $x^2+(m+1)x+\frac{1}{2}=0$ 的一个实数根的倒数恰是它本身，则 m 的值是 ()

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{5}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$ D. 1

8. (3 分) 化简 $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})\div(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2})\cdot ab$ ，其结果是 ()

- A. $\frac{a^2b^2}{a-b}$ B. $\frac{a^2b^2}{b-a}$ C. $\frac{1}{a-b}$ D. $\frac{1}{b-a}$

9. (3 分) 如图，点 O 在 $\triangle ABC$ 内，且到三边的距离相等．若 $\angle BOC=120^\circ$ ，则 $\tan A$ 的值为 ()

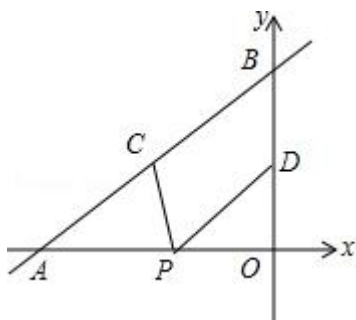


- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. (3分) 已知下列命题：①若 $a > b$ ，则 $a^2 > b^2$ ；②若 $a > 1$ ，则 $(a-1)^0 = 1$ ；③两个全等的三角形的面积相等；④四条边相等的四边形是菱形．其中原命题与逆命题均为真命题的个数是 ()

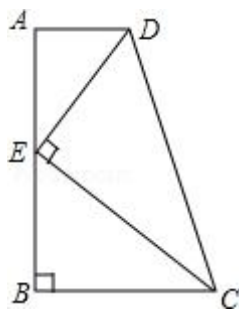
- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

11. (3分) 如图，直线 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 和点 B ，点 C 、 D 分别为线段 AB 、 OB 的中点，点 P 为 OA 上一动点，当 $PC + PD$ 最小时，点 P 的坐标为 ()



- A. $(-3, 0)$ B. $(-6, 0)$ C. $(-\frac{3}{2}, 0)$ D. $(-\frac{5}{2}, 0)$

12. (3分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， E 是 AB 上一点，且 $DE \perp CE$ 。若 $AD = 1$ ， $BC = 2$ ， $CD = 3$ ，则 CE 与 DE 的数量关系正确的是 ()



- A. $CE = \sqrt{3}DE$ B. $CE = \sqrt{2}DE$ C. $CE = 3DE$ D. $CE = 2DE$

二、填空题：本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

13. (3分) 据统计，2015 年，我国发明专利申请受理量达 1102000 件，连续 5 年居世界首位，将 1102000 用科学记数法表示为_____。

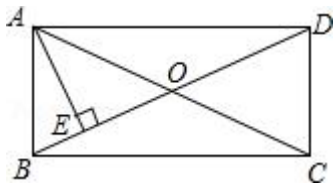
14. (3分) 若 $2x - 3y - 1 = 0$ ，则 $5 - 4x + 6y$ 的值为_____。

15. (3分) 计算： $6\sqrt{\frac{1}{3}} - (\sqrt{3} + 1)^2 =$ _____。

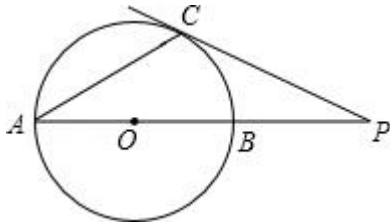
16. (3分) 已知一组数据为 1, 2, 3, 4, 5，则这组数据的方差为_____。

17. (3分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，过点 A 作 $AE \perp BD$ ，垂

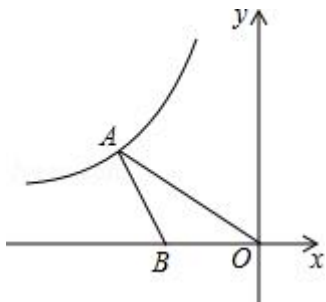
足为点 E ，若 $\angle EAC = 2\angle CAD$ ，则 $\angle BAE =$ _____ 度.



18. (3 分) 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，过点 C 的切线与 AB 的延长线交于点 P ，连接 AC ，若 $\angle A = 30^\circ$ ， $PC = 3$ ，则 BP 的长为_____.

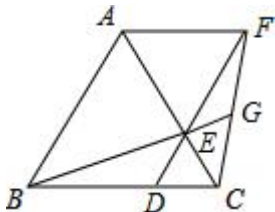


19. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 在第二象限内，点 B 在 x 轴上， $\angle AOB = 30^\circ$ ， $AB = BO$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过点 A ，若 $S_{\triangle ABO} = \sqrt{3}$ ，则 k 的值为_____.



20. (3 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上，且 $CD = CE$ ，连接 DE 并延长至点 F ，使 $EF = AE$ ，连接 AF ， CF ，连接 BE 并延长交 CF 于点 G 。下列结论：

① $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ ；② $BC = DF$ ；③ $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACF} + S_{\triangle DCF}$ ；④ 若 $BD = 2DC$ ，则 $GF = 2EG$ 。其中正确的结论是_____。（填写所有正确结论的序号）



三、解答题：本大题共有 6 小题，共 60 分。

21. (8 分) 一个不透明的袋子中装有红、白两种颜色的小球，这些球除颜色外都相同，其中红球有 1 个，若从中随机摸出一个球，这个球是白球的概率为 $\frac{2}{3}$ 。

(1) 求袋子中白球的个数; (请通过列式或列方程解答)

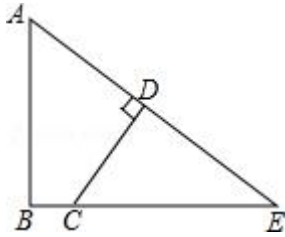
(2) 随机摸出一个球后, 放回并搅匀, 再随机摸出一个球, 求两次都摸到相同颜色的小球的概率. (请结合树状图或列表解答)

22. (8分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$, $AB = 6$, $CD = 4$, BC 的延长线与 AD 的延长线交于点 E .

(1) 若 $\angle A = 60^\circ$, 求 BC 的长;

(2) 若 $\sin A = \frac{4}{5}$, 求 AD 的长.

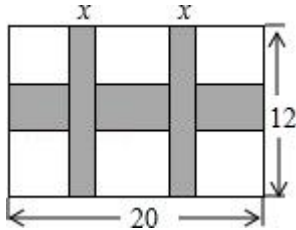
(注意: 本题中的计算过程和结果均保留根号)



23. (10分) 一幅长 20cm 、宽 12cm 的图案, 如图, 其中有一横两竖的彩条, 横、竖彩条的宽度比为 $3:2$. 设竖彩条的宽度为 $x\text{cm}$, 图案中三条彩条所占面积为 $y\text{cm}^2$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若图案中三条彩条所占面积是图案面积的 $\frac{2}{5}$, 求横、竖彩条的宽度.

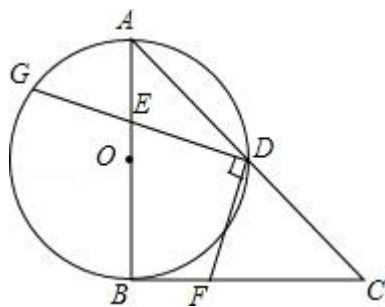


24. (10分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = CB$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 D , 点 E 是 AB 边上一点 (点 E 不与点 A 、 B 重合), DE 的延长线交 $\odot O$ 于点 G , $DF \perp DG$, 且交 BC 于点 F .

(1) 求证: $AE = BF$;

(2) 连接 GB , EF , 求证: $GB \parallel EF$;

(3) 若 $AE = 1$, $EB = 2$, 求 DG 的长.



25. (12分) 如图, 已知一个直角三角形纸片 ACB , 其中 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, E 、 F 分别是 AC 、 AB 边上点, 连接 EF .

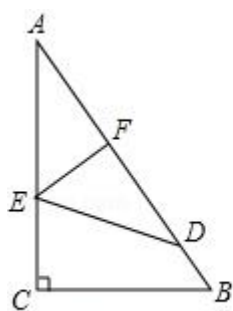
(1) 图①, 若将纸片 ACB 的一角沿 EF 折叠, 折叠后点 A 落在 AB 边上的点 D 处, 且使 $S_{\text{四边形}ECBF} = 3S_{\triangle EDF}$, 求 AE 的长;

(2) 如图②, 若将纸片 ACB 的一角沿 EF 折叠, 折叠后点 A 落在 BC 边上的点 M 处, 且使 $MF \parallel CA$.

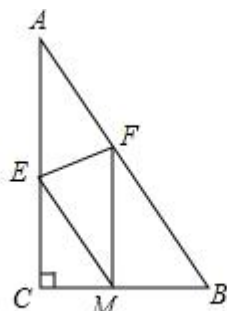
①试判断四边形 $AEMF$ 的形状, 并证明你的结论;

②求 EF 的长;

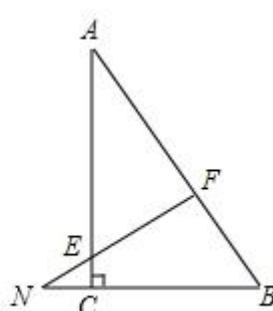
(3) 如图③, 若 FE 的延长线与 BC 的延长线交于点 N , $CN = 1$, $CE = \frac{4}{7}$, 求 $\frac{AF}{BF}$ 的值.



图①



图②



图③

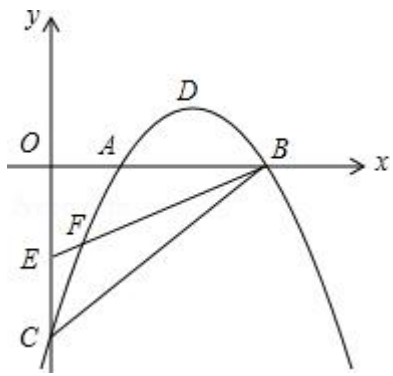
26. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A (1, 0)、 B (3, 0) 两点, 与 y 轴交于点 C , 其顶点为点 D , 点 E 的坐标为 (0, -1), 该抛物线与 BE 交于另一点 F , 连接 BC .

(1) 求该抛物线的解析式, 并用配方法把解析式化为 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式;

(2) 若点 H (1, y) 在 BC 上, 连接 FH , 求 $\triangle FHB$ 的面积;

(3) 一动点 M 从点 D 出发, 以每秒 1 个单位的速度平行于 y 轴方向向上运动, 连接 OM , BM , 设运动时间为 t 秒 ($t > 0$), 在点 M 的运动过程中, 当 t 为何值时, $\angle OMB = 90^\circ$?

(4) 在 x 轴上方的抛物线上, 是否存在点 P , 使得 $\angle PBF$ 被 BA 平分? 若存在, 请直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年内蒙古包头市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共有 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。

1. 【分析】先根据相反数的意义列出方程，解方程即可．

【解答】解：∵ $2(a+3)$ 的值与 4 互为相反数，

$$\therefore 2(a+3) + 4 = 0,$$

$$\therefore a = -5,$$

故选：C．

【点评】此题是解一元一次方程，主要考查了相反数的意义，一元一次方程的解法，掌握相反数的意义是解本题的关键．

2. 【分析】依次根据合并同类二次根式，二次根式的除法，积的乘方，完全平方公式的运算．

【解答】解：A、 $2+\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，所以不能合并，所以 A 错误；

$$B、\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 2, \text{ 所以 } B \text{ 正确；}$$

$$C、(-2a^2)^3 = -8a^6 \neq -6a^6, \text{ 所以 } C \text{ 错误；}$$

$$D、(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1 \neq a^2 + 1, \text{ 所以 } D \text{ 错误.}$$

故选：B．

【点评】此题是二次根式的乘除法，主要考查了合并同类二次根式，二次根式的除法，积的乘方，完全平方公式的运算．，掌握这些知识点是解本题的关键．

3. 【分析】根据解一元一次不等式基本步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项可得．

【解答】解：去分母，得： $3x - 2(x - 1) \leq 6$ ，

$$\text{去括号，得：} 3x - 2x + 2 \leq 6,$$

$$\text{移项、合并，得：} x \leq 4,$$

故选：A．

【点评】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变．

4. 【分析】根据中位数和平均数的定义结合选项选出正确答案即可．

【解答】解：这组数据按从小到大的顺序排列为：2，3，4，4，5，6，

$$\text{故中位数为：} (4+4) \div 2 = 4;$$

$$\text{平均数为：} (2+3+4+4+5+6) \div 6 = 4.$$

故选：B.

【点评】本题考查了中位数的定义和平均数的求法，解题的关键是牢记定义．平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数．中位数是将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

5. 【分析】根据弧长的计算公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，将 n 及 l 的值代入即可得出半径 r 的值．

【解答】解：根据弧长的公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，

$$\text{得到：} 6\pi = \frac{120\pi r}{180},$$

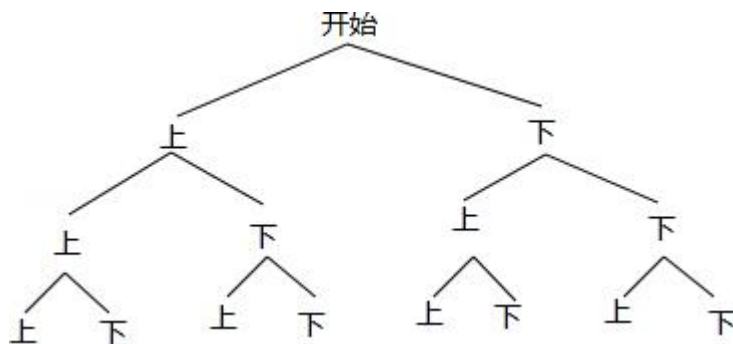
解得 $r = 9$ ．

故选：C.

【点评】此题考查了弧长的计算，解答本题的关键是熟练记忆弧长的计算公式，属于基础题，难度一般．

6. 【分析】根据题意，通过列树状图的方法可以写出所有可能性，从而可以得到至少有两枚硬币正面向上的概率．

【解答】解：由题意可得，所有的可能性为：



$\therefore$ 至少有两枚硬币正面向上的概率是： $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ，

故选：D.

【点评】本题考查列表法与树状图法，解题的关键是明确题意，写出所有的可能性．

7. 【分析】由根与系数的关系可得： $x_1 + x_2 = -(m+1)$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2}$ ，又知一个实数根的倒数恰是它本身，则该实根为 1 或 -1，然后把 ± 1 分别代入两根之和的形式中就可以求出 m 的值．

【解答】解：由根与系数的关系可得：

$$x_1 + x_2 = -(m+1), x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2},$$

又知一个实数根的倒数恰是它本身，

则该实根为 1 或 -1，

若是 1 时，即 $1+x_2 = -(m+1)$ ，而 $x_2 = \frac{1}{2}$ ，解得 $m = -\frac{5}{2}$ ；

若是 -1 时，则 $m = \frac{1}{2}$ 。

故选：C。

【点评】 本题考查了一元二次方程的解的定义和一元二次方程根与系数的关系。解此类题目要会把代数式变形为两根之积或两根之和的形式，代入数值计算即可。

8. **【分析】** 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加减法则计算，约分即可得到结果。

$$\text{【解答】解：原式} = \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{a^2b^2}{-(a+b)(a-b)} \cdot ab = \frac{a^2b^2}{b-a},$$

故选：B。

【点评】 此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

9. **【分析】** 由条件可知 BO 、 CO 平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ ，利用三角形内角和可求得 $\angle A$ ，再由特殊角的三角函数的定义求得结论。

【解答】 解：∵ 点 O 到 $\triangle ABC$ 三边的距离相等，

∴ BO 平分 $\angle ABC$ ， CO 平分 $\angle ACB$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \angle A &= 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 2(\angle OBC + \angle OCB) = 180^\circ - 2 \times (180^\circ \\ &- \angle BOC) = 180^\circ - 2 \times (180^\circ - 120^\circ) = 60^\circ, \end{aligned}$$

$$\therefore \tan A = \tan 60^\circ = \sqrt{3},$$

故选：A。

【点评】 本题主要考查角平分线的性质，三角形内角和定理，正切三角函数的定义，掌握角平分线的交点到三角形三边的距离相等是解题的关键。

10. **【分析】** 交换原命题的题设和结论得到四个命题的逆命题，然后利用反例、零指数幂的意义、全等三角形的判定与性质和菱形的判定与性质判断各命题的真假。

【解答】 解：当 $a=0$ ， $b=-1$ 时， $a^2 < b^2$ ，所以命题“若 $a > b$ ，则 $a^2 > b^2$ ”为假命题，其逆命题为若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$ ，此逆命题也是假命题，如 $a=-2$ ， $b=-1$ ；

若 $a > 1$ ，则 $(a-1)^0 = 1$ ，此命题为真命题，它的逆命题为：若 $(a-1)^0 = 1$ ，则 $a > 1$ ，此逆命题为假命题，因为 $(a-1)^0 = 1$ ，则 $a \neq 1$ ；

两个全等的三角形的面积相等，此命题为真命题，它的逆命题为面积相等的三角形全等，此逆命题为假命题；

四条边相等的四边形是菱形，这个命题为真命题，它的逆命题为菱形的四条边相等，此逆命题为真命题。

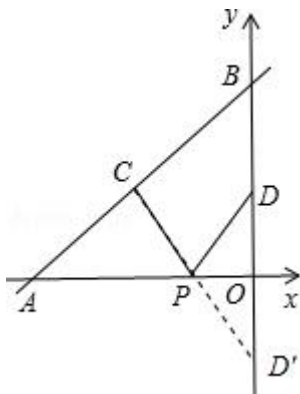
故选：D.

【点评】本题考查了命题与定理：写出原命题的逆命题是解决问题的关键。

11. 【分析】（方法一）根据一次函数解析式求出点A、B的坐标，再由中点坐标公式求出点C、D的坐标，根据对称的性质找出点D关于x轴的对称点D'的坐标，结合点C、D'的坐标求出直线CD'的解析式，令 $y=0$ 即可求出x的值，从而得出点P的坐标。

（方法二）根据一次函数解析式求出点A、B的坐标，再由中点坐标公式求出点C、D的坐标，根据对称的性质找出点D关于x轴的对称点D'的坐标，根据三角形中位线定理即可得出点P为线段CD'的中点，由此即可得出点P的坐标。

【解答】解：（方法一）作点D关于x轴的对称点D'，连接CD'交x轴于点P，此时PC+PD值最小，如图所示。



$$\text{令 } y = \frac{2}{3}x + 4 \text{ 中 } x = 0, \text{ 则 } y = 4,$$

$\therefore$ 点B的坐标为(0, 4);

$$\text{令 } y = \frac{2}{3}x + 4 \text{ 中 } y = 0, \text{ 则 } \frac{2}{3}x + 4 = 0, \text{ 解得: } x = -6,$$

$\therefore$ 点A的坐标为(-6, 0).

$\therefore$ 点C、D分别为线段AB、OB的中点,

$\therefore$ 点C(-3, 2), 点D(0, 2).

$\therefore$ 点D'和点D关于x轴对称,

$\therefore$ 点D'的坐标为(0, -2).

设直线 CD' 的解析式为 $y = kx + b$,

$\because$ 直线 CD' 过点 $C(-3, 2)$, $D'(0, -2)$,

$$\therefore \text{有} \begin{cases} 2 = -3k + b \\ -2 = b \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = -2 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 CD' 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x - 2$.

令 $y = -\frac{4}{3}x - 2$ 中 $y = 0$, 则 $0 = -\frac{4}{3}x - 2$, 解得: $x = -\frac{3}{2}$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, 0)$.

故选 C .

(方法二) 连接 CD , 作点 D 关于 x 轴的对称点 D' , 连接 CD' 交 x 轴于点 P , 此时 $PC + PD$ 值最小, 如图所示.

令 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 中 $x = 0$, 则 $y = 4$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 4)$;

令 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 中 $y = 0$, 则 $\frac{2}{3}x + 4 = 0$, 解得: $x = -6$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-6, 0)$.

$\because$ 点 C 、 D 分别为线段 AB 、 OB 的中点,

$\therefore$ 点 $C(-3, 2)$, 点 $D(0, 2)$, $CD \parallel x$ 轴,

$\because$ 点 D' 和点 D 关于 x 轴对称,

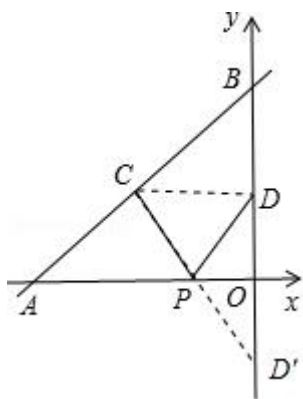
$\therefore$ 点 D' 的坐标为 $(0, -2)$, 点 O 为线段 DD' 的中点.

又 $\because OP \parallel CD$,

$\therefore$ 点 P 为线段 CD' 的中点,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, 0)$.

故选: C .



【点评】 本题考查了待定系数法求函数解析式、一次函数图象上点的坐标特征以及轴对称中最短路径问题，解题的关键是找出点 P 的位置．

12. 【分析】 过点 D 作 $DH \perp BC$ ，利用勾股定理可得 AB 的长，利用相似三角形的判定定理可得 $\triangle ADE \sim \triangle BEC$ ，设 $BE = x$ ，由相似三角形的性质可解得 x ，易得 CE ， DE 的关系．

【解答】 解：过点 D 作 $DH \perp BC$ ，

$$\because AD = 1, BC = 2,$$

$$\therefore CH = 1,$$

$$DH = AB = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\because AD \parallel BC, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$$\because DE \perp CE,$$

$$\therefore \angle AED + \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\because \angle AED + \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BEC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{AE}{BC} = \frac{DE}{CE},$$

$$\text{设 } BE = x, \text{ 则 } AE = 2\sqrt{2} - x,$$

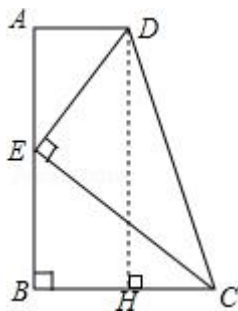
$$\text{即 } \frac{1}{x} = \frac{2\sqrt{2} - x}{2},$$

$$\text{解得 } x = \sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{DE}{CE} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\therefore CE = \sqrt{2}DE,$$

故选：B．



【点评】本题主要考查了相似三角形的性质及判定，构建直角三角形，利用方程思想是解答此题的关键．

二、填空题：本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

13. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 1 时， n 是非负数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 1102000 用科学记数法表示为 1.102×10^6 ，
故答案为： 1.102×10^6 ．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

14. 【分析】首先利用已知得出 $2x - 3y = 1$ ，再将原式变形进而求出答案．

【解答】解： $\because 2x - 3y - 1 = 0$ ，
 $\therefore 2x - 3y = 1$ ，
 $\therefore 5 - 4x + 6y = 5 - 2(2x - 3y)$
 $= 5 - 2 \times 1$
 $= 3$ ．

故答案为： 3．

【点评】此题主要考查了代数式求值，正确将原式变形是解题关键．

15. 【分析】首先化简二次根式，进而利用完全平方公式计算，求出答案．

【解答】解：原式 $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - (3 + 2\sqrt{3} + 1)$
 $= 2\sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3}$
 $= -4$ ．

故答案为： -4．

【点评】此题主要考查了二次根式的混合运算，正确掌握完全平方公式是解题关键．

16. 【分析】先求出这 5 个数的平均数，然后利用方差公式求解即可.

【解答】解：平均数为 $(1+2+3+4+5) \div 5 = 3$,

$$S^2 = \frac{1}{5}[(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2] = 2.$$

故答案为：2.

【点评】本题考查了方差的知识，牢记方差的计算公式是解答本题的关键，难度不大.

17. 【分析】首先证明 $\triangle AEO$ 是等腰直角三角形，求出 $\angle OAB$ ， $\angle OAE$ 即可.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AC = BD, OA = OC, OB = OD,$$

$$\therefore OA = OB = OC,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ODA, \angle OAB = \angle OBA,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle OAD + \angle ODA = 2\angle OAD,$$

$$\therefore \angle EAC = 2\angle CAD,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle AOE,$$

$$\therefore AE \perp BD,$$

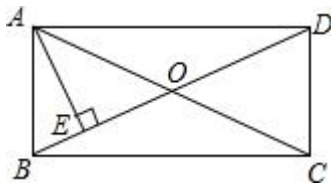
$$\therefore \angle AEO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle OAB - \angle OAE = 22.5^\circ.$$

故答案为 22.5° .



【点评】本题考查矩形的性质、等腰直角三角形的性质等知识，解题的关键是发现 $\triangle AEO$ 是等腰直角三角形这个突破口，属于中考常考题型.

18. 【分析】在 $RT\triangle POC$ 中，根据 $\angle P = 30^\circ$ ， $PC = 3$ ，求出 OC 、 OP 即可解决问题.

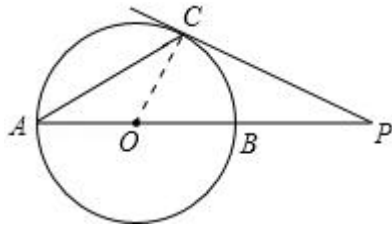
【解答】解： $\because OA = OC$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle OCA = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle COB = \angle A + \angle ACO = 60^\circ,$$

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 切线，

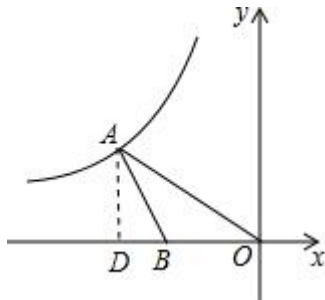
$\therefore \angle PCO = 90^\circ$, $\angle P = 30^\circ$,
 $\therefore PC = 3$,
 $\therefore OC = PC \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3}$, $PO = 2OC = 2\sqrt{3}$,
 $\therefore PB = PO - OB = \sqrt{3}$,
 故答案为 $\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查切线的性质、直角三角形中 30 度角所对的直角边等于斜边的一半，锐角三角函数等知识，解题的关键是利用切线的性质，在 $RT\triangle POC$ 解三角形是突破口，属于中考常考题型．

19. **【分析】** 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，由 $\angle AOB = 30^\circ$ 可得出 $\frac{OD}{AD} = \sqrt{3}$ ，再根据 $BA = BO$ 可得出 $\angle ABD = 60^\circ$ ，由此可得出 $\frac{BD}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，根据线段间的关系即可得出线段 OB 、 OD 间的比例，结合反比例函数系数 k 的几何意义以及 $S_{\triangle ABO} = \sqrt{3}$ 即可得出结论．

【解答】 解：过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，如图所示．



$\therefore \angle AOB = 30^\circ$, $AD \perp OD$,
 $\therefore \frac{OD}{AD} = \cot \angle AOB = \sqrt{3}$,
 $\therefore \angle AOB = 30^\circ$, $AB = BO$,
 $\therefore \angle AOB = \angle BAO = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ABD = 60^\circ$,
 $\therefore \frac{BD}{AD} = \cot \angle ABD = \frac{\sqrt{3}}{3}$,
 $\therefore OB = OD - BD$,

$$\therefore \frac{OB}{OD} = \frac{OD-BD}{OD} = \frac{(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3})AD}{\sqrt{3}AD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle ADO}} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ADO} = \frac{1}{2}|k| = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore$ 反比例函数图象在第二象限,

$$\therefore k = -3\sqrt{3}$$

故答案为: $-3\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义、特殊角的三角函数值以及比例的计算, 解题的关键是根据线段间的关系找出 OB 、 OD 间的比例. 本题属于中档题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据特殊角的三角函数值找出线段间的关系是关键.

20. **【分析】** ①正确. 根据两角夹边对应相等的两个三角形全等即可判断.

②正确. 只要证明四边形 $ABDF$ 是平行四边形即可.

③正确. 只要证明 $\triangle BCE \cong \triangle FDC$.

④正确. 只要证明 $\triangle BDE \sim \triangle FGE$, 得 $\frac{BD}{FG} = \frac{DE}{EG}$, 由此即可证明.

【解答】 解: ①正确. $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = AC = BC, \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore DE = DC,$$

$\therefore \triangle DEC$ 是等边三角形,

$$\therefore ED = EC = DC, \angle DEC = \angle AEF = 60^\circ,$$

$$\therefore EF = AE,$$

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形,

$$\therefore AF = AE, \angle EAF = 60^\circ,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAE=\angle CAF, \\ AE=AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$, 故①正确.

②正确. $\because \angle ABC = \angle FDC$,

$$\therefore AB \parallel DF,$$

$$\because \angle EAF = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel AF,$$

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形,

$$\therefore DF = AB = BC, \text{ 故②正确.}$$

$$\text{③正确. } \because \triangle ABE \cong \triangle ACF,$$

$$\therefore BE = CF, S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AFC},$$

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle FDC$ 中,

$$\begin{cases} BC = DF \\ CE = CD, \\ BE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle FDC,$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle FDC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BCE} = S_{\triangle ACF} + S_{\triangle DCF}, \text{ 故③正确.}$$

$$\text{④正确. } \because \triangle BCE \cong \triangle FDC,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle EFG, \because \angle BED = \angle FEG,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle FGE,$$

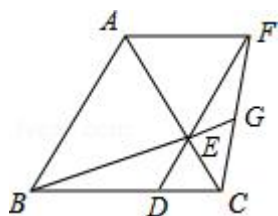
$$\therefore \frac{BD}{FG} = \frac{DE}{EG},$$

$$\therefore \frac{FG}{EG} = \frac{BD}{DE},$$

$$\because BD = 2DC, DC = DE,$$

$$\therefore \frac{FG}{EG} = 2,$$

$$\therefore FG = 2EG. \text{ 故④正确.}$$



【点评】 本题考查全等三角形的判定和性质、等边三角形的性质、相似三角形的判定和性质、平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活应用这些知识解决问题，需要正确寻找全等三角形，属于中考常考题型.

三、解答题： 本大题共有 6 小题，共 60 分。

21. **【分析】** (1) 首先设袋子中白球有 x 个, 利用概率公式求即可得方程: $\frac{x}{x+1} = \frac{2}{3}$, 解此方程即可求得答案;

(2) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次都摸到相同颜色的小球的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解: (1) 设袋子中白球有 x 个,

$$\text{根据题意得: } \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3},$$

$$\text{解得: } x = 2,$$

经检验, $x = 2$ 是原分式方程的解,

$\therefore$ 袋子中白球有 2 个;

(2) 画树状图得:



$\therefore$ 共有 9 种等可能的结果, 两次都摸到相同颜色的小球的有 5 种情况,

$\therefore$ 两次都摸到相同颜色的小球的概率为: $\frac{5}{9}$.

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 注意掌握方程思想的应用. 注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

22. **【分析】** (1) 要求 BC 的长, 只要求出 BE 和 CE 的长即可, 由题意可以得到 BE 和 CE 的长, 本题得以解决;

(2) 要求 AD 的长, 只要求出 AE 和 DE 的长即可, 根据题意可以得到 AE 、 DE 的长, 本题得以解决.

$$\text{【解答】 解: (1) } \because \angle A = 60^\circ, \angle ABE = 90^\circ, AB = 6, \tan A = \frac{BE}{AB},$$

$$\therefore \angle E = 30^\circ, BE = \tan 60^\circ \cdot 6 = 6\sqrt{3},$$

$$\text{又} \because \angle CDE = 90^\circ, CD = 4, \sin E = \frac{CD}{CE}, \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore CE = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8,$$

$$\therefore BC = BE - CE = 6\sqrt{3} - 8;$$

$$(2) \because \angle ABE = 90^\circ, AB = 6, \sin A = \frac{4}{5} = \frac{BE}{AE},$$

$\therefore$ 设 $BE = 4x$, 则 $AE = 5x$, 得 $AB = 3x$,

$\therefore 3x = 6$, 得 $x = 2$,

$\therefore BE = 8, AE = 10$,

$$\therefore \tan E = \frac{AB}{BE} = \frac{6}{8} = \frac{CD}{DE} = \frac{4}{DE},$$

解得, $DE = \frac{16}{3}$,

$$\therefore AD = AE - DE = 10 - \frac{16}{3} = \frac{14}{3},$$

即 AD 的长是 $\frac{14}{3}$.

【点评】 本题考查解直角三角形, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用锐角三角函数进行解答.

23. **【分析】** (1) 由横、竖彩条的宽度比为 3:2 知横彩条的宽度为 $\frac{3}{2}x$ cm, 根据: 三条彩条

面积 = 横彩条面积 + 2 条竖彩条面积 - 横竖彩条重叠矩形的面积, 可列函数关系式;

(2) 根据: 三条彩条所占面积是图案面积的 $\frac{2}{5}$, 可列出关于 x 的一元二次方程, 整理后求解可得.

【解答】 解: (1) 根据题意可知, 横彩条的宽度为 $\frac{3}{2}x$ cm,

$$\therefore \begin{cases} x > 0 \\ 20 - 2x > 0 \\ 12 - \frac{3}{2}x > 0 \end{cases},$$

解得: $0 < x < 8$,

$$y = 20 \times \frac{3}{2}x + 2 \times 12 \cdot x - 2 \times \frac{3}{2}x \cdot x = -3x^2 + 54x,$$

即 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -3x^2 + 54x$ ($0 < x < 8$);

$$(2) \text{ 根据题意, 得: } -3x^2 + 54x = \frac{2}{5} \times 20 \times 12,$$

整理, 得: $x^2 - 18x + 32 = 0$,

解得: $x_1 = 2, x_2 = 16$ (舍),

$$\therefore \frac{3}{2}x = 3,$$

答：横彩条的宽度为 3cm ，竖彩条的宽度为 2cm 。

【点评】 本题主要考查根据实际问题列函数关系式及一元二次方程的实际应用能力，数形结合根据“三条彩条面积 = 横彩条面积 + 2 条竖彩条面积 - 横竖彩条重叠矩形的面积”列出函数关系式是解题的关键。

24. **【分析】** (1) 连接 BD ，由三角形 ABC 为等腰直角三角形，求出 $\angle A$ 与 $\angle C$ 的度数，根据 AB 为圆的直径，利用圆周角定理得到 $\angle ADB$ 为直角，即 BD 垂直于 AC ，利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，得到 $AD = DC = BD = \frac{1}{2}AC$ ，进而确定出 $\angle A = \angle FBD$ ，再利用同角的余角相等得到一对角相等，利用 ASA 得到三角形 AED 与三角形 BFD 全等，利用全等三角形对应边相等即可得证；

(2) 连接 EF ， BG ，由三角形 AED 与三角形 BFD 全等，得到 $ED = FD$ ，进而得到三角形 DEF 为等腰直角三角形，利用圆周角定理及等腰直角三角形性质得到一对同位角相等，利用同位角相等两直线平行即可得证；

(3) 由全等三角形对应边相等得到 $AE = BF = 1$ ，在直角三角形 BEF 中，利用勾股定理求出 EF 的长，利用锐角三角形函数定义求出 DE 的长，利用两对角相等的三角形相似得到三角形 AED 与三角形 GEB 相似，由相似得比例，求出 GE 的长，由 $GE + ED$ 求出 GD 的长即可。

【解答】 (1) 证明：连接 BD ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，

$$\therefore \angle A = \angle C = 45^\circ,$$

$\because AB$ 为圆 O 的直径，

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \text{ 即 } BD \perp AC,$$

$$\therefore AD = DC = BD = \frac{1}{2}AC, \angle CBD = \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle FBD,$$

$$\because DF \perp DG,$$

$$\therefore \angle FDG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FDB + \angle BDG = 90^\circ,$$

$$\because \angle EDA + \angle BDG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDA = \angle FDB,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle BFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle FBD \\ AD = BD \\ \angle EDA = \angle FDB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BFD \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE = BF;$$

(2) 证明: 连接 EF , BG ,

$$\because \triangle AED \cong \triangle BFD,$$

$$\therefore DE = DF,$$

$$\because \angle EDF = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle EDF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle DEF = 45^\circ,$$

$$\because \angle G = \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle G = \angle DEF,$$

$$\therefore GB \parallel EF;$$

$$(3) \because AE = BF, AE = 1,$$

$$\therefore BF = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle EBF$ 中, $\angle EBF = 90^\circ$,

$$\therefore \text{根据勾股定理得: } EF^2 = EB^2 + BF^2,$$

$$\because EB = 2, BF = 1,$$

$$\therefore EF = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$\because \triangle DEF$ 为等腰直角三角形, $\angle EDF = 90^\circ$,

$$\therefore \cos \angle DEF = \frac{DE}{EF},$$

$$\because EF = \sqrt{5},$$

$$\therefore DE = \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2},$$

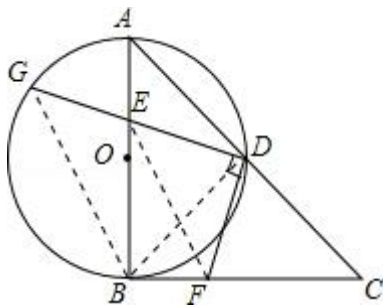
$$\because \angle G = \angle A, \angle GEB = \angle AED,$$

$$\therefore \triangle GEB \sim \triangle AED,$$

$$\therefore \frac{GE}{AE} = \frac{EB}{ED}, \text{ 即 } GE \cdot ED = AE \cdot EB,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot GE = 2, \text{ 即 } GE = \frac{2\sqrt{10}}{5},$$

$$\text{则 } GD = GE + ED = \frac{9\sqrt{10}}{10}.$$



【点评】此题属于圆综合题，涉及的知识有：全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理，圆周角定理，以及平行线的判定与性质，熟练掌握判定与性质是解本题的关键．

25. 【分析】（1）先利用折叠的性质得到 $EF \perp AB$ ， $\triangle AEF \cong \triangle DEF$ ，则 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle DEF}$ ，则易得 $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle AEF}$ ，再证明 $\text{Rt}\triangle AEF \sim \text{Rt}\triangle ABC$ ，然后根据相似三角形的性质得到

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2, \text{ 再利用勾股定理求出 } AB \text{ 即可得到 } AE \text{ 的长；}$$

（2）①通过证明四条边相等判断四边形 $AEMF$ 为菱形；

②连结 AM 交 EF 于点 O ，如图②，设 $AE = x$ ，则 $EM = x$ ， $CE = 4 - x$ ，先证明 $\triangle CME \sim \triangle CBA$ 得到 $\frac{CM}{3} = \frac{4-x}{4} = \frac{x}{5}$ ，解出 x 后计算出 $CM = \frac{4}{3}$ ，再利用勾股定理计算出 AM ，然后根据菱形的面积公式计算 EF ；

（3）如图③，作 $FH \perp BC$ 于 H ，先证明 $\triangle NCE \sim \triangle NFH$ ，利用相似比得到 $FH: NH = 4:7$ ，设 $FH = 4x$ ， $NH = 7x$ ，则 $CH = 7x - 1$ ， $BH = 3 - (7x - 1) = 4 - 7x$ ，再证明 $\triangle BFH \sim \triangle BAC$ ，利用相似比可计算出 $x = \frac{2}{5}$ ，则可计算出 FH 和 BH ，接着利用勾股定理计算出 BF ，从而得到 AF 的长，于是可计算出 $\frac{AF}{BF}$ 的值．

【解答】解：（1）如图①，

$\because \triangle ACB$ 的一角沿 EF 折叠，折叠后点 A 落在 AB 边上的点 D 处，

$\therefore EF \perp AB$ ， $\triangle AEF \cong \triangle DEF$ ，

$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle DEF}$ ，

$\therefore S_{\text{四边形 } ECBF} = 3S_{\triangle EDF}$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle AEF}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\because \angle EAF = \angle BAC,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEF \sim \text{Rt}\triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2, \text{ 即 } \left(\frac{AE}{5}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore AE = \frac{5}{2};$$

(2) ① 四边形 $AEMF$ 为菱形. 理由如下:

如图②, $\because \triangle ACB$ 的一角沿 EF 折叠, 折叠后点 A 落在 AB 边上的点 M 处,

$$\therefore AE = EM, AF = MF, \angle AFE = \angle MFE,$$

$$\because MF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle MFE,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE,$$

$$\therefore AE = AF,$$

$$\therefore AE = EM = MF = AF,$$

$\therefore$ 四边形 $AEMF$ 为菱形;

② 连结 AM 交 EF 于点 O , 如图②,

设 $AE = x$, 则 $EM = x$, $CE = 4 - x$,

$\because$ 四边形 $AEMF$ 为菱形,

$$\therefore EM \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CME \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{CM}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EM}{AB}, \text{ 即 } \frac{CM}{3} = \frac{4-x}{4} = \frac{x}{5}, \text{ 解得 } x = \frac{20}{9}, CM = \frac{4}{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACM \text{ 中, } AM = \sqrt{AC^2 + CM^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{10}}{3},$$

$$\because S_{\text{菱形 } AEMF} = \frac{1}{2} EF \cdot AM = AE \cdot CM,$$

$$\therefore EF = 2 \times \frac{\frac{4}{3} \times \frac{20}{9}}{\frac{4\sqrt{10}}{3}} = \frac{4\sqrt{10}}{9};$$

(3) 如图③, 作 $FH \perp BC$ 于 H ,

$$\because EC \parallel FH,$$

$$\therefore \triangle NCE \sim \triangle NFH,$$

$$\therefore CN: NH = CE: FH, \text{ 即 } 1: NH = \frac{4}{7}: FH,$$

$$\therefore FH: NH = 4: 7,$$

$$\text{设 } FH = 4x, NH = 7x, \text{ 则 } CH = 7x - 1, BH = 3 - (7x - 1) = 4 - 7x,$$

$$\therefore FH \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle BFH \sim \triangle BAC,$$

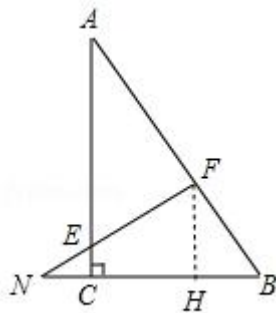
$$\therefore BH: BC = FH: AC, \text{ 即 } (4 - 7x): 3 = 4x: 4, \text{ 解得 } x = \frac{2}{5},$$

$$\therefore FH = 4x = \frac{8}{5}, BH = 4 - 7x = \frac{6}{5},$$

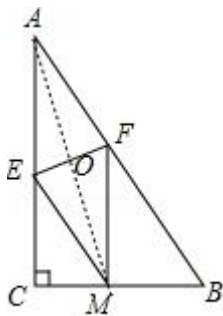
$$\text{在 Rt}\triangle BFH \text{ 中, } BF = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = 2,$$

$$\therefore AF = AB - BF = 5 - 2 = 3,$$

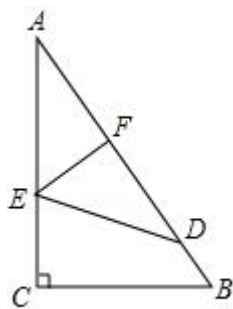
$$\therefore \frac{AF}{BF} = \frac{3}{2}.$$



图③



图②



图①

【点评】 本题考查了三角形的综合题：熟练掌握折叠的性质和菱形的判定与性质；灵活构建相似三角形，运用勾股定理或相似比表示线段之间的关系和计算线段的长．解决此类题目时要各个击破．

26. 【分析】 (1) 用待定系数法求出抛物线解析式；

(2) 先求出 GH ，点 F 的坐标，用三角形的面积公式计算即可；

(3) 设出点 M ，用勾股定理求出点 M 的坐标，从而求出 MD ，最后求出时间 t ；

(4) 由 $\angle PBF$ 被 BA 平分，确定出过点 B 的直线 BN 的解析式，求出此直线和抛物线的交点即可．

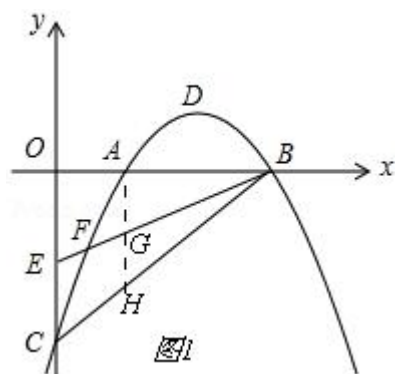
【解答】 解：(1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点，

$$\therefore \begin{cases} a+b-2=0 \\ 9a+3b-2=0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{8}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 2 = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + \frac{2}{3};$$

(2) 如图 1,



过点 A 作 $AH \parallel y$ 轴交 BC 于 H ， BE 于 G ，

由 (1) 有, $C(0, -2)$,

$\because B(0, 3)$,

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y = \frac{2}{3}x - 2$,

$\because H(1, y)$ 在直线 BC 上,

$\therefore y = -\frac{4}{3}$,

$\therefore H(1, -\frac{4}{3})$,

$\because B(3, 0), E(0, -1)$,

$\therefore$ 直线 BE 解析式为 $y = \frac{1}{3}x - 1$,

$\therefore G(1, -\frac{2}{3})$,

$\therefore GH = \frac{2}{3}$,

$\because$ 直线 $BE: y = \frac{1}{3}x - 1$ 与抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 2$ 相交于 F, B ,

$\therefore F(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6})$,

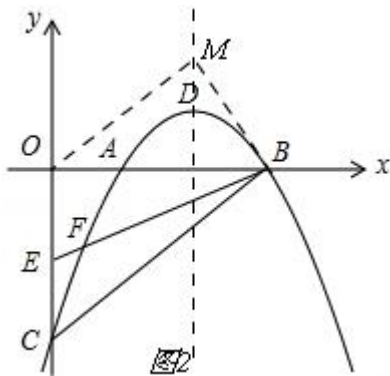
$\therefore S_{\triangle FHB} = \frac{1}{2}GH \times |x_G - x_F| + \frac{1}{2}GH \times |x_B - x_G|$

$= \frac{1}{2}GH \times |x_B - x_F|$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times (3 - \frac{1}{2})$

$= \frac{5}{6}$.

(3) 如图 2,



由 (1) 有 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 2$,

$\because D$ 为抛物线的顶点,

联立①②得, $\begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$ (舍),

$\therefore P(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$,

即: 在 x 轴上方的抛物线上, 存在点 P , 使得 $\angle PBF$ 被 BA 平分, $P(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$.

【点评】 此题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法求函数解析式, 勾股定理, 两点间的距离公式, 角平分线的意义, 解本题的关键是确定函数解析式.