

2015 年内蒙古通辽市中考数学试卷

一、选择题 (本题包括 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 每小题只有一个正确选项)

1. (3 分) (2015•通辽) 下列调查适合抽样调查的是 ()

- A. 审核书稿中的错别字
- B. 对某社区的卫生死角进行调查
- C. 对八名同学的身高情况进行调查
- D. 对中学生目前的睡眠情况进行调查

2. (3 分) (2015•通辽) $\sqrt{4}$ 的算术平方根是 ()

- A. -2 B. ± 2 C. $\sqrt{2}$ D. 2

3. (3 分) (2015•通辽) 实数 $\tan 45^\circ$, $\sqrt[3]{8}$, 0, $-\frac{3}{5}\pi$, $\sqrt{9}$, $-\frac{1}{3}$, $\sin 60^\circ$, 0.3131131113...

(相邻两个 3 之间依次多一个 1), 其中无理数的个数是 ()

- A. 4 B. 2 C. 1 D. 3

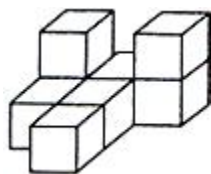
4. (3 分) (2015•通辽) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 (3, 2), 那么下列四个点中, 也在这个函数图象上的是 ()

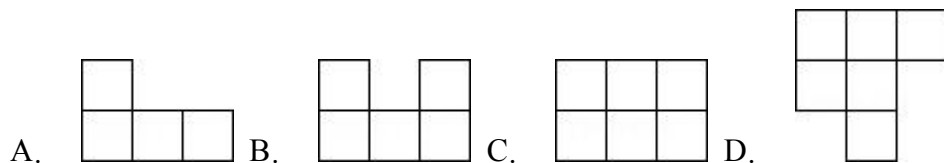
- A. (3, -2) B. (-2, -3) C. (1, -6) D. (-6, 1)

5. (3 分) (2015•通辽) 下列说法中, 正确的是 ()

- A. $-\frac{3}{4}x^2$ 的系数是 $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}\pi a^2$ 的系数是 $\frac{3}{2}$
- C. $3ab^2$ 的系数是 $3a$ D. $\frac{2}{5}xy^2$ 的系数是 $\frac{2}{5}$

6. (3 分) (2015•通辽) 如图, 由几个相同的小正方体搭成的一个几何体, 它的俯视图为 ()

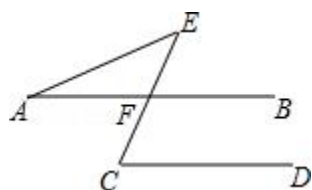




7. (3分) (2015•通辽) 一组数据 2, 0, 1, x, 3 的平均数是 2, 则这组数据的方差是 ()

- A. 2 B. 4 C. 1 D. 3

8. (3分) (2015•通辽) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 若 $\angle A = 25^\circ$, $\angle E = 40^\circ$, 则 $\angle C$ 等于 ()



- A. 40° B. 65° C. 115° D. 25°

9. (3分) (2015•通辽) 已知边长为 m 的正方形面积为 12, 则下列关于 m 的说法中, 错误的是 ()

① m 是无理数;

② m 是方程 $m^2 - 12 = 0$ 的解;

③ m 满足不等式组 $\begin{cases} m - 4 > 0 \\ m - 5 < 0 \end{cases}$;

④ m 是 12 的算术平方根.

- A. ①② B. ①③ C. ③ D. ①②④

10. (3分) (2015•通辽) 菱形 ABCD 的一条对角线长为 6, 边 AB 的长为方程 $y^2 - 7y + 10 = 0$ 的一个根, 则菱形 ABCD 的周长为 ()

- A. 8 B. 20 C. 8 或 20 D. 10

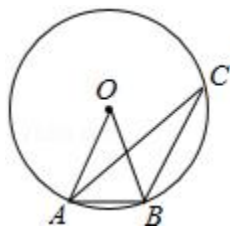
二、填空题 (本题包括 7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分)

11. (3分) (2015•通辽) 在数 1, 0, -1, $|-2|$ 中, 最小的数是_____.

12. (3 分) (2015•通辽) 因式分解: $x^3y - xy =$ _____.

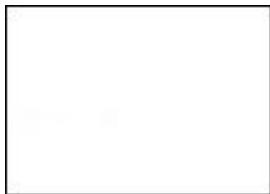
13. (3 分) (2015•通辽) 函数 $y = \frac{\sqrt{1+x}}{x+3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

14. (3 分) (2015•通辽) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 连接 OA, OB , $\angle OBA = 48^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为_____.



15. (3 分) (2015•通辽) 某市为处理污水, 需要铺设一条长为 5000m 的管道, 为了尽量减少施工对交通所造成的影响, 实际施工时每天比原计划多铺设 20m, 结果提前 15 天完成任务. 设原计划每天铺设管道 x m, 则可得方程_____.

16. (3 分) (2015•通辽) 如图, 在一张长为 7cm, 宽为 5cm 的矩形纸片上, 现要剪下一个腰长为 4cm 的等腰三角形 (要求: 等腰三角形的一个顶点与矩形的一个顶点重合, 其余的两个顶点在矩形的边上), 则剪下的等腰三角形的面积为_____.



17. (3 分) (2015•通辽) 一列数 $x_1, x_2, x_3, \dots$, 其中 $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_n = \frac{1}{1 - x_{n-1}}$ (n 为不小于 2 的整数), 则 $x_{2015} =$ _____.

三、解答题 (本题包括 9 个小题, 共 69 分, 请写出解答的文字说明、证明过程或计算步骤)

18. (12 分) (2015•通辽) (1) 计算: $(\pi - \sqrt{3})^0 + (\frac{1}{2})^{-1} - \sqrt{27} - \tan 30^\circ$;

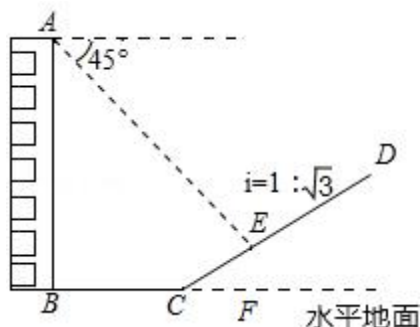
(2) 解方程: $\frac{3}{x^2 - 9} + \frac{x}{x - 3} = 1$;

(3) 解不等式组 $\begin{cases} 3y \geq y+2 \\ 4y-2 < y+4 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

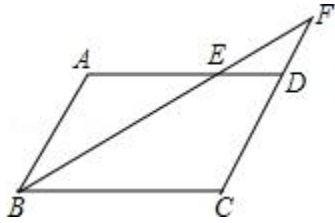
19. (5 分) (2015•通辽) 先化简, 再求值:

$$\frac{a-b}{a} \div \left(a - \frac{2ab-b^2}{a}\right), \text{ 其中 } a, b \text{ 满足 } |a-3| + (b-2)^2 = 0.$$

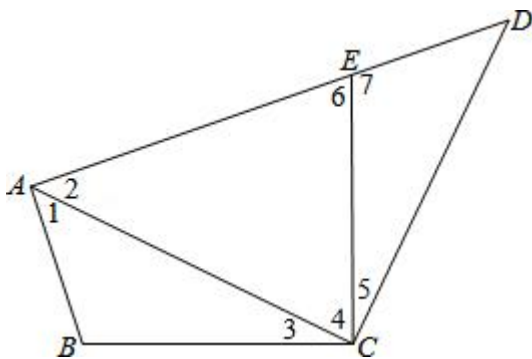
20. (5 分) (2015•通辽) 如图, 建筑物 AB 后有一座假山, 其坡度为 $i=1:\sqrt{3}$, 山坡上 E 点处有一凉亭, 测得假山坡脚 C 与建筑物水平距离 $BC=25$ 米, 与凉亭距离 $CE=20$ 米, 某人从建筑物顶端测得 E 点的俯角为 45° , 求建筑物 AB 的高. (注: 坡度 i 是指坡面的铅直高度与水平宽度的比)



21. (5 分) (2015•通辽) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 若 $AB=6$, $AD=10$, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E, 交 CD 的延长线于点 F, 求 DF 的长.

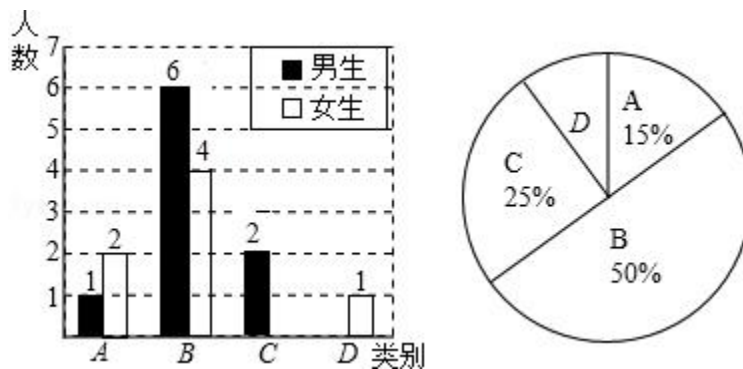


22. (7 分) (2015•通辽) 如图, 四边形 ABCD 中, E 点在 AD 上, 其中 $\angle BAE = \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$, 且 $BC = CE$, 求证: $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEC$ 全等.



23. (6 分) (2015•通辽) 课前预习是学习的重要环节, 为了了解所教班级学生完成课前预习的具体情况, 某班主任对本班部分学生进行了为期半个月的跟踪调查, 他将调查结果分为四类: A - 优秀, B - 良好, C - 一般, D - 较差, 并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图.

请你根据统计图, 解答下列问题:



- (1) 本次一共调查了多少名学生?

(2) C 类女生有_____名, D 类男生有_____名, 并将条形统计图补充完整;

(3) 若从被调查的 A 类和 C 类学生中各随机选取一位同学进行“一帮一”互助学习, 请用列表法或画树状图的方法求出所选同学中恰好是一位男同学和一位女同学的概率.

24. (8 分) (2015•通辽) 光明文具厂工人的工作时间: 每月 26 天, 每天 8 小时. 待遇: 按件计酬, 多劳多得, 每月另加福利工资 920 元, 按月结算. 该厂生产 A, B 两种型号零件, 工人每生产一件 A 种型号零件, 可得报酬 0.85 元, 每生产一件 B 种型号零件, 可得报酬 1.5 元, 下表记录的是工人小王的工作情况:

生产 A 种型号零件/件	生产 B 种型号零件/件	总时间/分
2	2	70
6	4	170

根据上表提供的信息, 请回答如下问题:

- (1) 小王每生产一件 A 种型号零件、每生产一件 B 种型号零件, 分别需要多少分钟?
- (2) 设小王某月生产 A 种型号零件 x 件, 该月工资为 y 元, 求 y 与 x 的函数关系式;
- (3) 如果生产两种型号零件的数目限制, 那么小王该月的工资数目最多为多少?

25. (9 分) (2015•通辽) 如图, MN 是 $\odot O$ 的直径, QN 是 $\odot O$ 的切线, 连接 MQ 交 $\odot O$ 于点 H, E 为 $\widehat{MH}$ 上一点, 连接 ME, NE, NE 交 MQ 于点 F, 且 $ME^2=EF \cdot EN$.

- (1) 求证: $QN=QF$;
- (2) 若点 E 到弦 MH 的距离为 1, $\cos \angle Q=\frac{3}{5}$, 求 $\odot O$ 的半径.

2015 年内蒙古通辽市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题包括 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项）

1. (3 分) (2015•通辽) 下列调查适合抽样调查的是 ()

- A. 审核书稿中的错别字
- B. 对某社区的卫生死角进行调查
- C. 对八名同学的身高情况进行调查
- D. 对中学生目前的睡眠情况进行调查

考点： 全面调查与抽样调查.

分析： 一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大时，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

解答： 解：A、审核书稿中的错别字，必须准确，故必须普查；

B、此种情况数量不是很大，故必须普查；

C、人数不多，容易调查，适合普查；

D、中学生的人数比较多，适合采取抽样调查；

故选 D.

点评： 本题考查了全面调查与抽样调查的应用，一般由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似.

2. (3 分) (2015•通辽) $\sqrt{4}$ 的算术平方根是 ()

- A. -2 B. ± 2 C. $\sqrt{2}$ D. 2

考点： 算术平方根.

分析： 首先求出 $\sqrt{4}$ 的值是 2；然后根据算术平方根的求法，求出 2 的算术平方根，即可求出 $\sqrt{4}$ 的算术平方根是多少.

解答： 解： $\because \sqrt{4}=2$, 2 的算术平方根是 $\sqrt{2}$,

$\therefore \sqrt{4}$ 的算术平方根是 $\sqrt{2}$.

故选： C.

点评： 此题主要考查了算术平方根的性质和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①被开方数 a 是非负数；②算术平方根 a 本身是非负数. (3) 求一个非负数的算术平方根与求一个数的平方互为逆运算，在求一个非负数的算术平方根时，可以借助乘方运算来寻找.

3. (3 分) (2015•通辽) 实数 $\tan 45^\circ$, $\sqrt[3]{8}$, 0, $-\frac{3}{5}\pi$, $\sqrt{9}$, $-\frac{1}{3}$, $\sin 60^\circ$, 0.3131131113...

(相邻两个 3 之间依次多一个 1), 其中无理数的个数是 ()

A. 4 B. 2 C. 1 D. 3

考点： 无理数.

分析： 掌握无理数的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，结合题意判断即可.

解答： 解： 在实数 $\tan 45^\circ$, $\sqrt[3]{8}$, 0, $-\frac{3}{5}\pi$, $\sqrt{9}$, $-\frac{1}{3}$, $\sin 60^\circ$, 0.3131131113...

(相邻两个 3 之间依次多一个 1) 中,

无理数有： $-\frac{3}{5}\pi$, $\sin 60^\circ$, 0.3131131113... (相邻两个 3 之间依次多一个 1), 共 3 个,

故选 D.

点评： 此题主要考查了无理数的定义，熟记无理数的三种形式，①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数是解题的关键.

4. (3 分) (2015•通辽) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 (3, 2), 那么下列四个点中, 也在这个函数图象上的是 ()

A. (3, -2) B. (-2, -3) C. (1, -6) D. (-6, 1)

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

专题: 计算题.

分析: 把已知点坐标代入反比例解析式求出 k 的值, 即可做出判断.

解答: 解: 把 (3, 2) 代入反比例解析式得: $k=6$,

$\therefore$ 反比例解析式为 $y = \frac{6}{x}$,

则 (-2, -3) 在这个函数图象上,

故选 D.

点评: 此题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

5. (3 分) (2015•通辽) 下列说法中, 正确的是 ()

A. $-\frac{3}{4}x^2$ 的系数是 $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}\pi a^2$ 的系数是 $\frac{3}{2}$

C. $3ab^2$ 的系数是 $3a$ D. $\frac{2}{5}xy^2$ 的系数是 $\frac{2}{5}$

考点: 单项式.

分析: 根据单项式的概念求解.

解答: 解: A、 $-\frac{3}{4}x^2$ 的系数是 $-\frac{3}{4}$, 故本选项错误;

B、 $\frac{3}{2}\pi a^2$ 的系数是 $\frac{3}{2}\pi$, 故本选项错误;

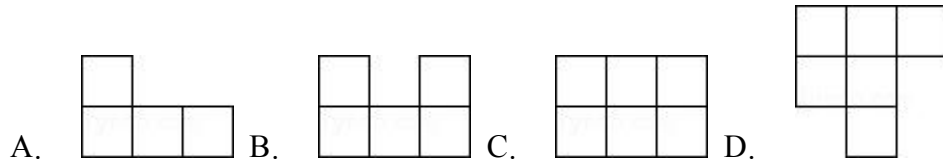
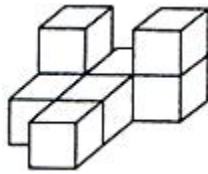
C、 $3ab^2$ 的系数是 3, 故本选项错误;

D、 $\frac{2}{5}xy^2$ 的系数 $\frac{2}{5}$, 故本选项正确.

故选 D.

点评: 本题考查了单项式的知识, 单项式中的数字因数叫做单项式的系数, 一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数.

6. (3分) (2015•通辽) 如图, 由几个相同的小正方体搭成的一个几何体, 它的俯视图为 ()



考点: 简单组合体的三视图.

分析: 找到从上面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

解答: 解: 从上面向下看, 从左到右有三排, 且其正方形的个数分别为 2、3、1,

故选: D.

点评: 本题考查了三视图的知识, 俯视图是从物体的上面向下看得到的视图.

7. (3分) (2015•通辽) 一组数据 2, 0, 1, x, 3 的平均数是 2, 则这组数据的方差是 ()

A. 2 B. 4 C. 1 D. 3

考点: 方差; 算术平均数.

分析: 先根据平均数的定义确定出 x 的值, 再根据方差的计算公式 $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 求出这组数据的方差.

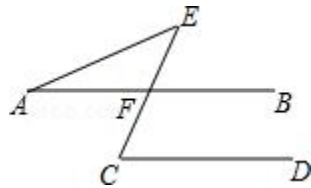
解答: 解: 由平均数的公式得: $(0+1+2+3+x) \div 5=2$, 解得 $x=4$;

则方差 $= [(0-2)^2 + (1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2 + (4-2)^2] \div 5=2$.

故选：A.

点评： 此题考查了平均数和方差的定义. 平均数是所有数据的和除以数据的个数. 方差是一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数.

8. (3 分) (2015•通辽) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 若 $\angle A = 25^\circ$, $\angle E = 40^\circ$, 则 $\angle C$ 等于 ()



A. 40° B. 65° C. 115° D. 25°

考点： 平行线的性质.

分析： 由平行线的性质可求得 $\angle EFB = \angle C$, 在 $\triangle AEF$ 中由三角形外角的性质可求得 $\angle EFB$, 可求得答案

解答： 解: $\because \angle EFB$ 是 $\triangle AEF$ 的一个外角,

$$\therefore \angle EFB = \angle A + \angle E = 25^\circ + 40^\circ = 65^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle EFB = 65^\circ,$$

故选 B.

点评： 本题主要考查平行线的性质, 掌握平行线的性质是解题的关键, 即①两直线平行 $\Leftrightarrow$ 同位角相等, ②两直线平行 $\Leftrightarrow$ 内错角相等, ③两直线平行 $\Leftrightarrow$ 同旁内角互补.

9. (3 分) (2015•通辽) 已知边长为 m 的正方形面积为 12, 则下列关于 m 的说法中, 错误的是 ()

①m 是无理数;

②m 是方程 $m^2 - 12 = 0$ 的解;

③m 满足不等式组 $\begin{cases} m - 4 > 0 \\ m - 5 < 0 \end{cases}$;

④m 是 12 的算术平方根.

A. ①② B. ①③ C. ③ D. ①②④

考点: 算术平方根; 平方根; 无理数; 不等式的解集.

分析: ①根据边长为 m 的正方形面积为 12, 可得 $m^2 = 12$, 所以 $m = 2\sqrt{3}$, 然后根据 $\sqrt{3}$ 是一个无理数, 可得 m 是无理数, 据此判断即可.

②根据 $m^2 = 12$, 可得 m 是方程 $m^2 - 12 = 0$ 的解, 据此判断即可.

③首先求出不等式组 $\begin{cases} m - 4 > 0 \\ m - 5 < 0 \end{cases}$ 的解集是 $4 < m < 5$, 然后根据 $m = 2\sqrt{3} < 2 \times 2 = 4$,

可得 m 不满足不等式组 $\begin{cases} m - 4 > 0 \\ m - 5 < 0 \end{cases}$, 据此判断即可.

④根据 $m^2 = 12$, 而且 $m > 0$, 可得 m 是 12 的算术平方根, 据此判断即可.

解答: 解: $\because$ 边长为 m 的正方形面积为 12,

$$\therefore m^2 = 12,$$

$$\therefore m = 2\sqrt{3},$$

$\because \sqrt{3}$ 是一个无理数,

$\therefore m$ 是无理数,

$\therefore$ 结论①正确;

$$\therefore m^2 = 12,$$

$\therefore m$ 是方程 $m^2 - 12 = 0$ 的解,

∴结论②正确；

∴不等式组 $\begin{cases} m-4 > 0 \\ m-5 < 0 \end{cases}$ 的解集是 $4 < m < 5$ ， $m=2\sqrt{3} < 2 \times 2=4$ ，

∴m 不满足不等式组 $\begin{cases} m-4 > 0 \\ m-5 < 0 \end{cases}$ ，

∴结论③不正确；

∴ $m^2=12$ ，而且 $m > 0$ ，

∴m 是 12 的算术平方根，

∴结论④正确.

综上，可得

关于 m 的说法中，错误的是③.

故选：C.

点评：（1）此题主要考查了算术平方根的性质和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①被开方数 a 是非负数；②算术平方根 a 本身是非负数.（3）求一个非负数的算术平方根与求一个数的平方互为逆运算，在求一个非负数的算术平方根时，可以借助乘方运算来寻找.

（2）此题还考查了无理数和有理数的特征和区别，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：有理数能写成有限小数和无限循环小数，而无理数只能写成无限不循环小数.

（3）此题还考查了不等式的解集的求法，以及正方形的面积的求法，要熟练掌握.

10. (3 分) (2015•通辽) 菱形 ABCD 的一条对角线长为 6，边 AB 的长为方程 $y^2 - 7y + 10 = 0$ 的一个根，则菱形 ABCD 的周长为 ()

A. 8 B. 20 C. 8 或 20 D. 10

考点： 菱形的性质；解一元二次方程-因式分解法.

分析： 边 AB 的长是方程 $y^2 - 7y + 10 = 0$ 的一个根，解方程求得 x 的值，根据菱形 ABCD 的一条对角线长为 6，根据三角形的三边关系可得出菱形的边长，即可求得菱形 ABCD 的周长.

解答： 解： $\because$ 解方程 $y^2 - 7y + 10 = 0$ 得： $y = 2$ 或 5

$\because$ 对角线长为 6， $2 + 2 < 6$ ，不能构成三角形；

$\therefore$ 菱形的边长为 5.

$\therefore$ 菱形 ABCD 的周长为 $4 \times 5 = 20$.

故选 B.

点评： 本题考查菱形的性质，由于菱形的对角线和两边组成了一个三角形，根据三角形三边的关系来判断出菱形的边长是多少，然后根据题目中的要求进行解答即可.

二、填空题（本题包括 7 小题，每小题 3 分，共 21 分）

11. (3 分) (2015•通辽) 在数 1, 0, -1, $|-2|$ 中，最小的数是 -1.

考点： 有理数大小比较.

专题： 计算题.

分析： 利用绝对值的代数意义化简后，找出最小的数即可.

解答： 解：在数 1, 0, -1, $|-2| = 2$ 中，最小的数是 -1.

故答案为： -1.

点评： 此题考查了有理数的大小比较，弄清有理数的比较方法是解本题的关键.

12. (3 分) (2015•通辽) 因式分解： $x^3y - xy =$ $xy(x-1)(x+1)$.

考点： 提公因式法与公式法的综合运用.

分析： 首先提取公因式 xy，再运用平方差公式进行二次分解.

解答： 解： $x^3y - xy$,

$$=xy(x^2-1)\dots(\text{提取公因式})$$

$$=xy(x+1)(x-1)\dots(\text{平方差公式})$$

故答案为： $xy(x+1)(x-1)$.

点评： 本题考查用提公因式法和公式法进行因式分解的能力，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

13. (3 分) (2015•通辽) 函数 $y=\frac{\sqrt{1+x}}{x+3}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x\geq-1$ 且 $x\neq-3$.

考点： 函数自变量的取值范围.

分析： 根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，可知： $x+1\geq 0$ ；分母不等于 0，可知： $x+3\neq 0$ ，所以自变量 x 的取值范围就可以求出.

解答： 解：根据题意得： $x+1\geq 0$ 且 $x+3\neq 0$,

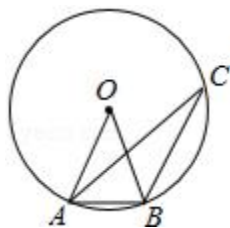
解得： $x\geq -1$ 且 $x\neq -3$.

故答案为： $x\geq -1$ 且 $x\neq -3$.

点评： 本题考查了函数自变量的取值范围，使得分式和根号有意义的知识. 函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

14. (3 分) (2015•通辽) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 连接 OA, OB , $\angle OBA=48^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 42° .



考点： 圆周角定理.

分析： 根据三角形的内角和定理求得 $\angle AOB$ 的度数，再进一步根据圆周角定理求解.

解答： 解： $\because OA=OB$ ， $\angle OBA=48^\circ$ ，

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 48^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 48^\circ \times 2 = 84^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = 42^\circ,$$

故答案为： 42° .

点评： 此题综合运用了三角形的内角和定理以及圆周角定理. 解决本题的关键是熟记一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半.

15. (3 分) (2015•通辽) 某市为处理污水，需要铺设一条长为 5000m 的管道，为了尽量减少施工对交通所造成的影响，实际施工时每天比原计划多铺设 20m，结果提前 15 天完成任务. 设原计划每天铺设管道 x m，则可得方程 $\frac{5000}{x} - \frac{5000}{x+20} = 15$.

考点： 由实际问题抽象出分式方程.

分析： 设原计划每天铺设管道 x m，则实际每天铺设管道 $(x+20)$ m，根据题意可得，实际比原计划少用 15 天完成任务，据此列方程即可.

解答： 解： 设原计划每天铺设管道 x m，则实际每天铺设管道 $(x+20)$ m，由题意得， $\frac{5000}{x} - \frac{5000}{x+20} = 15$.

故答案为: $\frac{5000}{x} - \frac{5000}{x+20} = 15$.

点评: 本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程.

16. (3 分) (2015•通辽) 如图, 在一张长为 7cm, 宽为 5cm 的矩形纸片上, 现要剪下一个腰长为 4cm 的等腰三角形 (要求: 等腰三角形的一个顶点与矩形的一个顶点重合, 其余的两个顶点在矩形的边上), 则剪下的等腰三角形的面积为 8cm^2 或 $2\sqrt{15}\text{cm}^2$ 或 $2\sqrt{7}\text{cm}^2$.



考点: 勾股定理; 等腰三角形的判定; 矩形的性质.

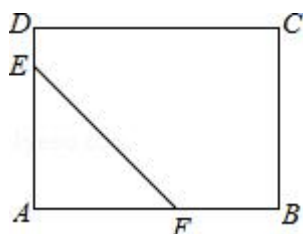
专题: 分类讨论.

分析: 因为等腰三角形腰的位置不明确, 所以分三种情况进行讨论:

- (1) $\triangle AEF$ 为等腰直角三角形, 直接利用面积公式求解即可;
- (2) 先利用勾股定理求出 AE 边上的高 BF, 再代入面积公式求解;
- (3) 先求出 AE 边上的高 DF, 再代入面积公式求解.

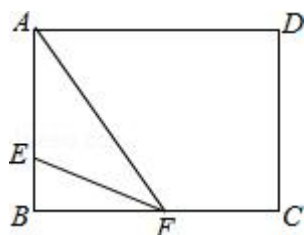
解答: 解: 分三种情况计算:

- (1) 当 $AE=AF=4$ 时, 如图:



$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot AF = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ (cm}^2\text{)};$$

- (2) 当 $AE=EF=4$ 时, 如图:

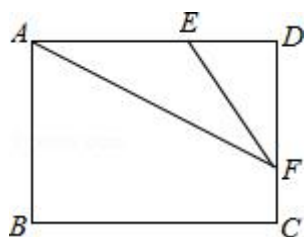


则 $BE = 5 - 4 = 1$,

$$BF = \sqrt{EF^2 - BE^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15},$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot BF = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{15} = 2\sqrt{15} \text{ (cm}^2\text{)};$$

(3) 当 $AE = EF = 4$ 时, 如图:



则 $DE = 7 - 4 = 3$,

$$DF = \sqrt{EF^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7},$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot DF = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \text{ (cm}^2\text{)};$$

故答案为: 8 或 $2\sqrt{15}$ 或 $2\sqrt{7}$.

点评: 本题主要考查矩形的角是直角的性质和勾股定理的运用, 要根据三角形的腰长的不确定分情况讨论, 有一定的难度.

17. (3 分) (2015•通辽) 一列数 $x_1, x_2, x_3, \dots$, 其中 $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_n = \frac{1}{1 - x_{n-1}}$ (n

为不小于 2 的整数), 则 $x_{2015} = \underline{2}$.

考点: 规律型: 数字的变化类.

分析: 根据表达式求出前几个数不难发现, 每三个数为一个循环组依次循环, 用 2015 除以 3, 根据商和余数的情况确定 a_{2015} 的值即可.

解答: 解: 根据题意得, $a_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$,

$$a_3 = \frac{1}{1-2} = -1,$$

$$a_4 = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2},$$

...,

依此类推，每三个数为一个循环组依次循环，

$$\because 2015 \div 3 = 671 \dots 2,$$

$\therefore a_{2015}$ 是第 671 个循环组的第 2 个数，与 a_2 相同，

即 $a_{2015} = 2$.

故答案为：2.

点评： 本题考查数字的变化规律，计算并观察出每三个数为一个循环组依次循环是解题的关键.

三、解答题 (本题包括 9 个小题，共 69 分，请写出解答的文字说明、证明过程或计算步骤)

18. (12 分) (2015·通辽) (1) 计算： $(\pi - \sqrt{3})^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{27} - \tan 30^\circ$;

(2) 解方程： $\frac{3}{x^2 - 9} + \frac{x}{x - 3} = 1$;

(3) 解不等式组 $\begin{cases} 3y \geq y + 2 \\ 4y - 2 < y + 4 \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.

考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；解分式方程；在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式组；特殊角的三角函数值.

分析： (1) 分别根据 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则、数的开方法则及特殊角的三角函数值计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可；

(2) 先把分式方程化为整式方程，求出 x 的值，在进行检验即可；

(3) 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

解答： 解：(1) 原式 $= 1 + 2 - 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$=3 - \frac{10\sqrt{3}}{3};$$

(2) 方程两边同时乘以 $(x+3)(x-3)$ 得, $3+x(x+3)=x^2-9$,
解得 $x=4$,

代入 $(x+3)(x-3)$ 得, $(4+3)(4-3)=7 \neq 0$,

故 $x=4$ 是原分式方程的解;

$$(3) \begin{cases} 3y \geq y+2 & \text{①} \\ 4y-2 < y+4 & \text{②} \end{cases},$$

由①得, $y \geq 1$,

由②得, $y < 2$,

故不等式组的解集为: $1 \leq y < 2$.

点评: 本题考查的是实数的运算, 熟知 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则、数的开方法则及特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

19. (5 分) (2015•通辽) 先化简, 再求值:

$$\frac{a-b}{a} \div \left(a - \frac{2ab-b^2}{a}\right), \text{ 其中 } a, b \text{ 满足 } |a-3| + (b-2)^2 = 0.$$

考点: 分式的化简求值; 非负数的性质: 绝对值; 非负数的性质: 偶次方.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 利用非负数的性质求出 a 与 b 的值, 代入计算即可求出值.

$$\text{解答: 解: 原式} = \frac{a-b}{a} \div \frac{a^2-2ab+b^2}{a}$$

$$= \frac{a-b}{a} \cdot \frac{a}{(a-b)^2}$$

$$= \frac{1}{a-b},$$

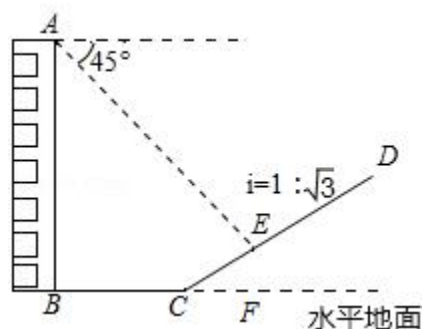
$$\therefore |a-3| + (b-2)^2 = 0,$$

$$\therefore a-3=0, b-2=0, \text{ 即 } a=3, b=2,$$

则原式=1.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (5 分) (2015•通辽) 如图, 建筑物 AB 后有一座假山, 其坡度为 $i=1:\sqrt{3}$, 山坡上 E 点处有一凉亭, 测得假山坡脚 C 与建筑物水平距离 BC=25 米, 与凉亭距离 CE=20 米, 某人从建筑物顶端测得 E 点的俯角为 45° , 求建筑物 AB 的高. (注: 坡度 i 是指坡面的铅直高度与水平宽度的比)



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题; 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: 首先过点 E 作 $EF \perp BC$ 于点 F, 过点 E 作 $EN \perp AB$ 于点 N, 再利用坡度的定义以及勾股定理得出 EF、FC 的长, 求出 AB 的长即可.

解答: 解: 过点 E 作 $EF \perp BC$ 于点 F, 过点 E 作 $EN \perp AB$ 于点 N,

$\therefore$ 建筑物 AB 后有一座假山, 其坡度为 $i=1:\sqrt{3}$,

$\therefore$ 设 $EF=x$, 则 $FC=\sqrt{3}x$,

$\therefore CE=20$ 米,

$$\therefore x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = 400,$$

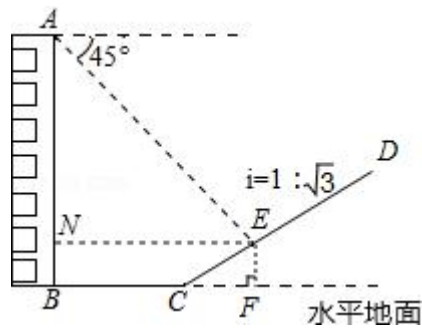
解得： $x=10$,

则 $FC=10\sqrt{3}\text{m}$,

$\therefore BC=25\text{m}$, $\therefore BF=NE= (25+10\sqrt{3}) \text{ m}$,

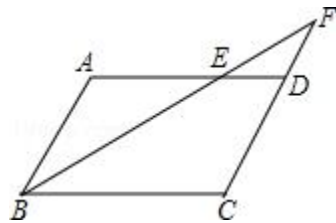
$\therefore AB=AN+BN=NE+EF=10+25+10\sqrt{3}= (35+10\sqrt{3}) \text{ m}$,

答：建筑物 AB 的高为 $(35+10\sqrt{3}) \text{ m}$.



点评： 本题考查了解直角三角形的应用，要求学生借助坡角关系构造直角三角形，并结合图形利用三角函数解直角三角形，难度适中.

21. (5 分) (2015•通辽) 如图，在平行四边形 ABCD 中，若 $AB=6$ ， $AD=10$ ， $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E，交 CD 的延长线于点 F，求 DF 的长.



考点： 平行四边形的性质；等腰三角形的判定与性质.

分析： 首先根据平行四边形的性质可得 $AB=DC=6$ ， $AD=BC=10$ ， $AB\parallel DC$ ，再根据平行线的性质与角平分线的性质证明 $\angle 2=\angle 3$ ，根据等角对等边可得 $BC=CF=10$ ，再用 $CF-CD$ 即可算出 DF 的长.

解答： 解： $\because$ 四边形 ABCD 为平行四边形，

$\therefore AB=DC=6$ ， $AD=BC=10$ ， $AB\parallel DC$.

$\because AB\parallel DC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

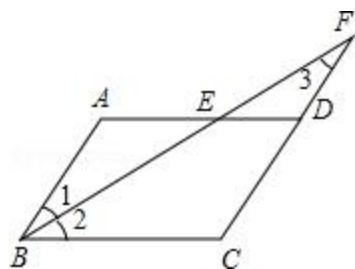
又 $\because$ BF 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

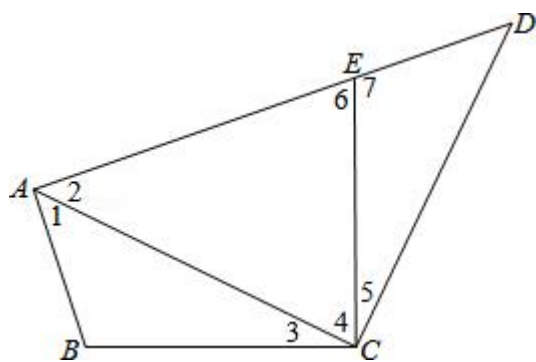
$$\therefore BC = CF = 10,$$

$$\therefore DF = BF - DC = 10 - 6 = 4.$$



点评： 此题主要考查了平行线的性质，以及平行线的性质，关键是证明 $\angle 2 = \angle 3$ 推出 $BC = CF$.

22. (7 分) (2015•通辽) 如图，四边形 ABCD 中，E 点在 AD 上，其中 $\angle BAE = \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$ ，且 $BC = CE$ ，求证： $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEC$ 全等.



考点： 全等三角形的判定.

专题： 证明题.

分析： 根据同角的余角相等可得到 $\angle 3 = \angle 5$ ，结合条件可得到 $\angle 1 = \angle D$ ，再加上 $BC = CE$ ，可证得结论.

解答： 解： $\because \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 5,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5,$$

在 $\triangle ACD$ 中, $\angle ACD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle 2 + \angle D = 90^\circ,$$

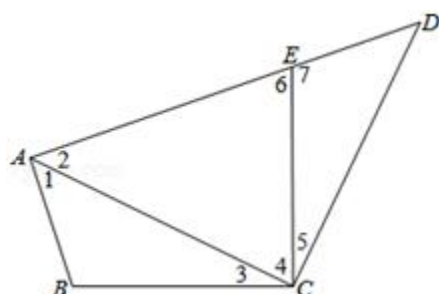
$$\therefore \angle BAE = \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle D,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle D \\ \angle 3 = \angle 5, \\ BC = CE \end{cases}$$

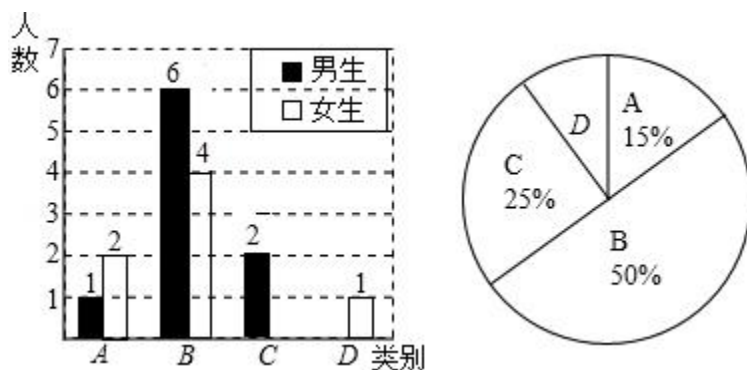
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC \text{ (AAS)}.$$



点评： 本题主要考查全等三角形的判定，掌握全等三角形的判定方法是解题的关键，即 SSS、SAS、ASA、AAS 和 HL.

23. (6 分) (2015•通辽) 课前预习是学习的重要环节，为了了解所教班级学生完成课前预习的具体情况，某班主任对本班部分学生进行了为期半个月的跟踪调查，他将调查结果分为四类：A - 优秀，B - 良好，C - 一般，D - 较差，并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图.

请你根据统计图，解答下列问题：



- (1) 本次一共调查了多少名学生？
- (2) C类女生有 3 名，D类男生有 1 名，并将条形统计图补充完整；
- (3) 若从被调查的A类和C类学生中各随机选取一位同学进行“一帮一”互助学习，请用列表法或画树状图的方法求出所选同学中恰好是一位男同学和一位女同学的概率。

考点： 列表法与树状图法；扇形统计图；条形统计图.

专题： 计算题.

- 分析：**
- (1) 用B类的人数除以它所占的百分比即可得到本次调查的学生数；
 - (2) 先利用调查的总人数乘以C类所占百分比得到C类人数，然后减去男生人数即可得到C类女生人数，同样可求出D类男生人数，然后补全条形统计图；
 - (3) 先画树状图展示15种等可能的结果数，再找出恰好是一位男同学和一位女同学的结果数，然后根据概率公式计算.

解答： 解：(1) 本次调查的学生数 = $10 \div 50\% = 20$ (名)；

(2) C类学生数 = $20 \times 25\% = 5$ ，则C类女生数 = $5 - 2 = 3$ (名)；

D类学生数 = $20 - 3 - 10 - 5 = 2$ (名)，则D类男生有1名，
条形统计图为：

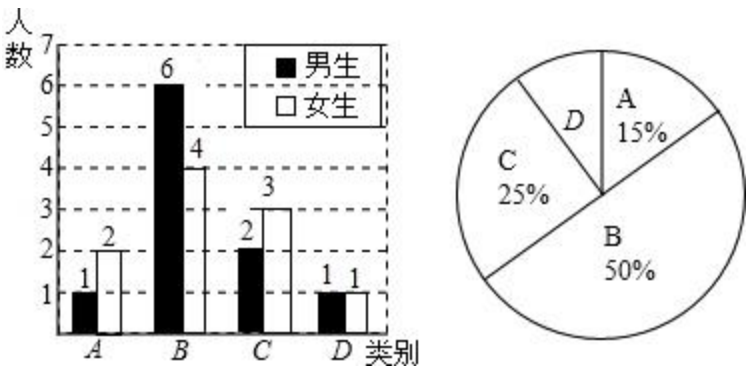
(3) 画树状图为：



共有15种等可能的结果数，其中恰好是一位男同学和一位女同学的结果数为7种，

所以所选同学中恰好是一位男同学和一位女同学的概率= $\frac{7}{15}$.

故答案为 3, 1.



点评: 本题考查了列表法或树状图法: 通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率. 也考查了统计图.

24. (8 分) (2015•通辽) 光明文具厂工人的工作时间: 每月 26 天, 每天 8 小时. 待遇: 按件计酬, 多劳多得, 每月另加福利工资 920 元, 按月结算. 该厂生产 A, B 两种型号零件, 工人每生产一件 A 种型号零件, 可得报酬 0.85 元, 每生产一件 B 种型号零件, 可得报酬 1.5 元, 下表记录的是工人小王的工作情况:

生产 A 种型号零件/件	生产 B 种型号零件/件	总时间/分
2	2	70
6	4	170

根据上表提供的信息, 请回答如下问题:

- (1) 小王每生产一件 A 种型号零件、每生产一件 B 种型号零件, 分别需要多少分钟?
- (2) 设小王某月生产 A 种型号零件 x 件, 该月工资为 y 元, 求 y 与 x 的函数关系式;
- (3) 如果生产两种型号零件的数目限制, 那么小王该月的工资数目最多为多少?

考点: 一次函数的应用.

专题: 应用题.

分析： (1) 设小王生产一个 A 种产品用 a 分钟，生产一个 B 种产品用 b 分钟，根据表格中的数据，列方程组求 a、b 的值；

(2) 根据：月工资 $y = \text{生产一件 A 种产品报酬} \times x + \text{生产一件 B 种产品报酬} \times \frac{\text{月工作时间} - \text{生产 A 产品时间}}{\text{生产一个 B 产品时间}} + \text{福利工资 } 920$ 元，列出函数关系式；

(3) 利用 (2) 得到的函数关系式，根据一次函数的增减性求解.

解答： 解：(1) 设小王生产一个 A 种产品用 a 分钟，生产一个 B 种产品用 b 分钟；

根据题意得 $\begin{cases} 2a+2b=70 \\ 6a+4b=170 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a=15 \\ b=20 \end{cases}$ ，

即小李生产一个 A 种产品用 15 分钟，生产一个 B 种产品用 20 分钟.

$$(2) y = 0.85x + \frac{26 \times 8 \times 60 - 15x}{20} \times 1.5 + 920,$$

即 $y = -0.275x + 1856$.

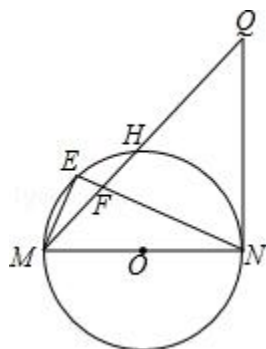
(3) 由解析式 $y = -0.275x + 1856$ 可知：x 越小，y 值越大，并且生产 A、B 两种产品的数目又没有限制，所以，当 $x=0$ 时， $y=1856$. 即小王该月全部时间用来生产 B 种产品，最高工资为 1856 元.

点评： 本题考查了一次函数的运用. 关键是根据题意列出函数关系式，利用一次函数的增减性解答题目的问题.

25. (9 分) (2015•通辽) 如图，MN 是 $\odot O$ 的直径，QN 是 $\odot O$ 的切线，连接 MQ 交 $\odot O$ 于点 H，E 为 $\widehat{MH}$ 上一点，连接 ME，NE，NE 交 MQ 于点 F，且 $ME^2 = EF \cdot EN$.

(1) 求证：QN=QF；

(2) 若点 E 到弦 MH 的距离为 1， $\cos \angle Q = \frac{3}{5}$ ，求 $\odot O$ 的半径.



考点：切线的性质；相似三角形的判定与性质.

分析：（1）如图 1，通过相似三角形（ $\triangle MEF \sim \triangle MEN$ ）的对应角相等推知， $\angle 1 = \angle EMN$ ；又由弦切角定理、对顶角相等证得 $\angle 2 = \angle 3$ ；最后根据等角对等边证得结论；

（2）如图 2，连接 OE 交 MQ 于点 G，设 $\odot O$ 的半径是 r . 根据（1）中的相似三角形的性质证得 $\angle EMF = \angle ENM$ ，所以由“圆周角、弧、弦间的关系”推知点 E 是弧 MH 的中点，则 $OE \perp MQ$ ；然后通过解直角 $\triangle MNE$ 求得 $\cos \angle Q = \sin \angle$

$\angle QMO = \frac{r-1}{r} = \frac{3}{5}$ ，则可以求 r 的值.

解答：（1）证明：如图 1，

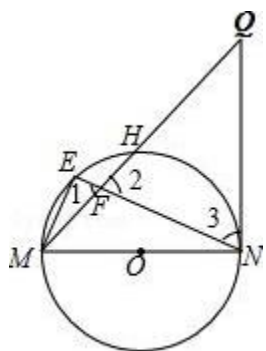


图1

$$\because ME^2 = EF \cdot EN,$$

$$\therefore \frac{ME}{EN} = \frac{EF}{ME}.$$

$$\text{又} \because \angle MEF = \angle MEN,$$

$$\therefore \triangle MEF \sim \triangle MEN,$$

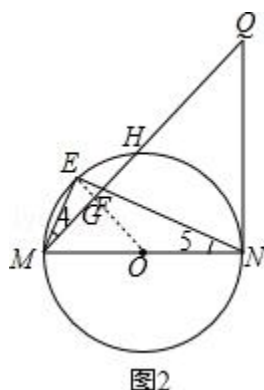
$$\therefore \angle 1 = \angle EMN.$$

$$\because \angle 1 = \angle 2, \quad \angle 3 = \angle EMN,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore QN = QF;$$

(2) 解：如图 2，连接 OE 交 MQ 于点 G，设 $\odot O$ 的半径是 r.



由 (1) 知， $\triangle MEF \sim \triangle MEN$ ，则 $\angle 4 = \angle 5$.

$$\therefore \widehat{ME} = \widehat{EH}.$$

$$\therefore OE \perp MQ,$$

$$\therefore EG = 1.$$

$$\because \cos \angle Q = \frac{3}{5}, \quad \text{且 } \angle Q + \angle GMO = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle GMO = \frac{3}{5},$$

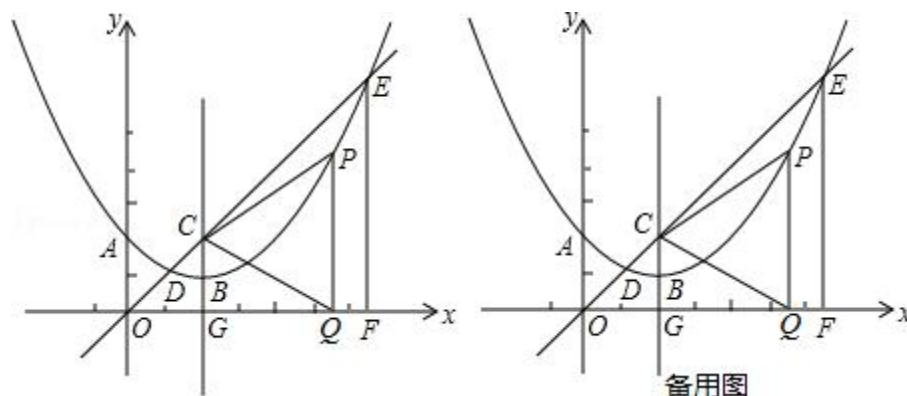
$$\therefore \frac{OG}{OM} = \frac{3}{5}, \quad \text{即 } \frac{r-1}{r} = \frac{3}{5},$$

解得， $r = 2.5$ ，即 $\odot O$ 的半径是 2.5.

点评： 本题考查切线的性质和相似三角形的判定与性质. 在 (1) 中判定 $\triangle MEF \sim \triangle MEN$ 是解题的关键，在 (2) 中推知点 E 是弧 MH 的中点是解题的关键.

26. (12 分) (2015•通辽) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点为 B (2, 1)，且过点 A (0, 2)，直线 $y = x$ 与抛物线交于点 D, E (点 E

在对称轴的右侧), 抛物线的对称轴交直线 $y=x$ 于点 C , 交 x 轴于点 G , $EF \perp x$ 轴, 垂足为 F , 点 P 在抛物线上, 且位于对称轴的右侧, $PQ \perp x$ 轴, 垂足为点 Q , $\triangle PCQ$ 为等边三角形



- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 求点 P 的坐标;
- (3) 求证: $CE=EF$;
- (4) 连接 PE , 在 x 轴上点 Q 的右侧是否存在一点 M , 使 $\triangle CQM$ 与 $\triangle CPE$ 全等? 若存在, 试求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由. [注: $3+2\sqrt{2}=(\sqrt{2}+1)^2$].

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 根据抛物线的顶点是 $(2, 1)$, 因而设抛物线的表达式为 $y=a(x-2)^2+1$, 把 A 的坐标代入即可求得函数的解析式;

(2) 根据 $\triangle PCQ$ 为等边三角形, 则 $\triangle CGQ$ 中, $\angle CQD=30^\circ$, CG 的长度可以求得, 利用直角三角形的性质, 即可求得 CQ , 即等边 $\triangle CQP$ 的边长, 则 P 的纵坐标代入二次函数的解析式, 即可求得 P 的坐标;

(3) 解方程组即可求得 E 的坐标, 则 EF 的长等于 E 的纵坐标, OE 的长度, 利用勾股定理可以求得, 同理, OC 的长度可以求得, 则 CE 的长度即可求解;

(4) 可以利用反证法, 假设 x 轴上存在一点, 使 $\triangle CQM \cong \triangle CPE$, 可以证得 $EM=EF$, 即 M 与 F 重合, 与点 E 为直线 $y=x$ 上的点, $\angle CEF=45^\circ$ 即点 M 与点 F 不重合相矛盾, 故 M 不存在.

解答： 解：（1）设抛物线的表达式为 $y=a(x-2)^2+1$ ，将点 A (0, 2) 代入，
得 $a(0-2)^2+1=2$ ，

解这个方程，得 $a=\frac{1}{4}$ ，

∴ 抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2+1=\frac{1}{4}x^2-x+2$ ；

（2）将 $x=2$ 代入 $y=x$ ，得 $y=2$

∴ 点 C 的坐标为 (2, 2) 即 $CG=2$ ，

∵ $\triangle PCQ$ 为等边三角形

∴ $\angle CQP=60^\circ$ ， $CQ=PQ$ ，

∵ $PQ \perp x$ 轴，

∴ $\angle CQG=30^\circ$ ，

∴ $CQ=4$ ， $GQ=2\sqrt{3}$ 。

∴ $OQ=2+2\sqrt{3}$ ， $PQ=4$ ，

将 $y=4$ 代入 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2+1$ ，得 $4=\frac{1}{4}(x-2)^2+1$

解这个方程，得 $x_1=2+2\sqrt{3}=OQ$ ， $x_2=2-2\sqrt{3}<0$ （不合题意，舍去）。

∴ 点 P 的坐标为 $(2+2\sqrt{3}, 4)$ ；

（3）把 $y=x$ 代入 $y=\frac{1}{4}x^2-x+2$ ，得 $x=\frac{1}{4}x^2-x+2$

解这个方程，得 $x_1=4+2\sqrt{2}$ ， $x_2=4-2\sqrt{2}<2$ （不合题意，舍去）

∴ $y=4+2\sqrt{2}=EF$

∴ 点 E 的坐标为 $(4+2\sqrt{2}, 4+2\sqrt{2})$

∴ $OE=\sqrt{EF^2+OF^2}=4+4\sqrt{2}$ ，

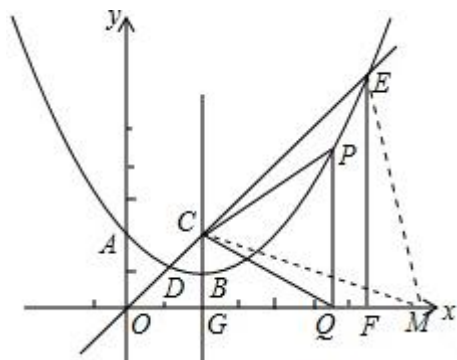
又 ∵ $OC=\sqrt{CG^2+OG^2}=2\sqrt{2}$ ，

∴ $CE=OE-OC=4+2\sqrt{2}$ ，

∴ $CE=EF$ ；

(4) 不存在.

如图, 假设 x 轴上存在一点, 使 $\triangle CQM \cong \triangle CPE$, 则 $CM=CE$, $\angle QCM=\angle PCE$



$\therefore \angle QCP=60^\circ$,

$\therefore \angle MCE=60^\circ$

又 $\because CE=EF$,

$\therefore EM=EF$,

又 $\because$ 点 E 为直线 $y=x$ 上的点,

$\therefore \angle CEF=45^\circ$,

$\therefore$ 点 M 与点 F 不重合.

$\because EF \perp x$ 轴, 这与“垂线段最短”矛盾,

$\therefore$ 原假设错误, 满足条件的点 M 不存在.

点评: 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式, 以及等边三角形的性质, 解直角三角形, 反证法, 正确求得 E 的坐标是关键.