

2015 年内蒙古赤峰市中考数学试卷

一、选择题 (每小题给出的选项中只有一个符合题意, 请将符合题意的选项序号, 在答题卡的对应位置上按要求涂黑, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. -2 的相反数是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $|-2|$

2. 为了加速内蒙古经济建设, 国家计划投资 204.4 亿元修建赤峰市至喀左的“高铁”, 204.4 亿用科学记数法表示正确的是 ()

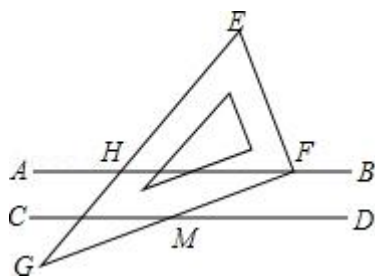
- A. 0.2044×10^{11} B. 20.44×10^9 C. 2.044×10^8 D. 2.044×10^{10}

3. 下面四个“艺术字”中, 轴对称图形的个数是 ()

最美赤峰

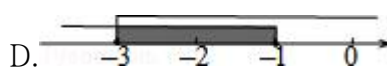
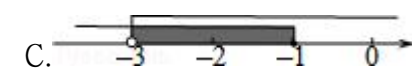
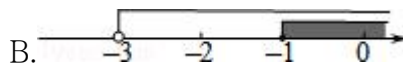
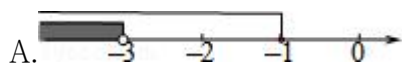
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 如图, 直线 $AB \parallel CD$, 一个含 60° 角的直角三角板 EFG ($\angle E = 60^\circ$) 的直角顶点 F 在直线 AB 上, 斜边 EG 与 AB 相交于点 H , CD 与 FG 相交于点 M . 若 $\angle AHG = 50^\circ$, 则 $\angle FMD$ 等于 ()



- A. 10° B. 20° C. 30° D. 50°

5. 解不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \leq 1 \\ x > \frac{1}{2}(x-3) \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



6. 为了了解某校学生的课外阅读情况, 随机抽查了 10 学生周阅读用时数, 结果如下表:

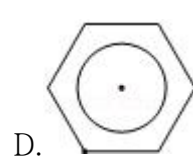
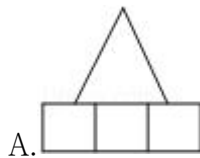
周阅读用时数 (小时)	4	5	8	12
-------------	---	---	---	----

学生人数 (人)	3	4	2	1
----------	---	---	---	---

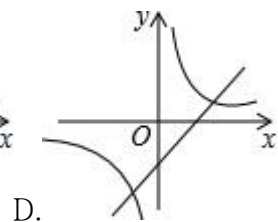
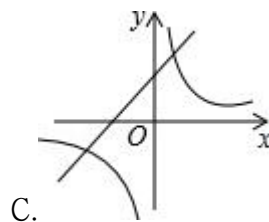
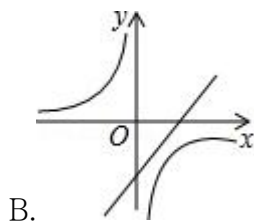
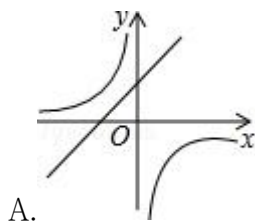
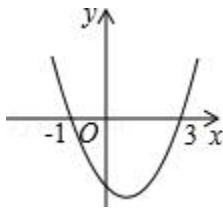
则关于这 10 名学生周阅读所用时间, 下列说法正确的是 ()

- A. 中位数是 6.5 B. 众数是 12 C. 平均数是 3.9 D. 方差是 6

7. 如图为正六棱柱与圆锥组成的几何体, 其俯视图是 ()



8. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图象大致为 ()



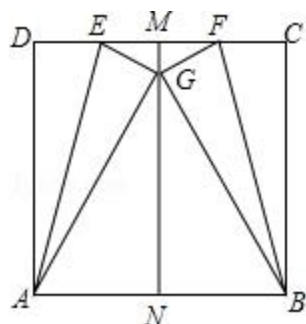
二、填空题 (请把答案填写在答题卡相应的横线上, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 因式分解: $3a^2 - 6a =$ _____.

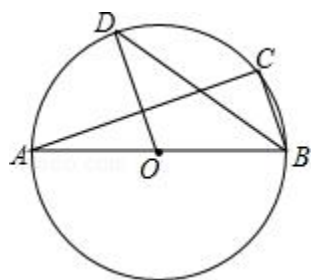
10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (a+5)x + 8a = 0$ 的两个实数根分别为 2 和 b , 则 $ab =$ _____.

11. 在分别写有 $-1, 0, 1, 2$ 的四张卡片中随机抽取一张, 所抽取的数字平方后等于 1 的概率为_____.

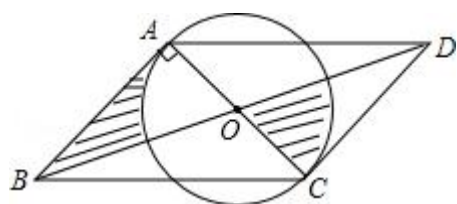
12. 如图, M, N 分别是正方形 $ABCD$ 边 DC, AB 的中点, 分别以 AE, BF 为折痕, 使点 D, C 落在 MN 的点 G 处, 则 $\triangle ABG$ 是_____三角形.



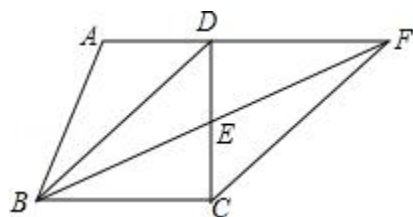
13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $OB=3$, BC 是 $\odot O$ 的弦, $\angle ABC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D, 连接 OD, 若 $\angle BAC=20^\circ$, 则 $\widehat{AD}$ 的长等于_____.



14. 如图, 平行四边形 ABCD 中, $AB=AC=4$, $AB \perp AC$, O 是对角线的交点, 若 $\odot O$ 过 A、C 两点, 则图中阴影部分的面积之和为_____.



15. 如图, 四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, E 是 DC 上一点, 连接 BE 并延长交 AD 延长线于点 F, 请你只添加一个条件: _____使得四边形 BDFC 为平行四边形.



16. “梅花朵朵迎春来”, 下面四个图形是由小梅花 ☼ 摆成的一组有规律的图案, 按图中规律, 第 n 个图形中小梅花的个数是_____.



三、解答题 (在答题卡上解答, 在本试卷上无效, 解答时要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤, 共 10 题, 满分 102 分)

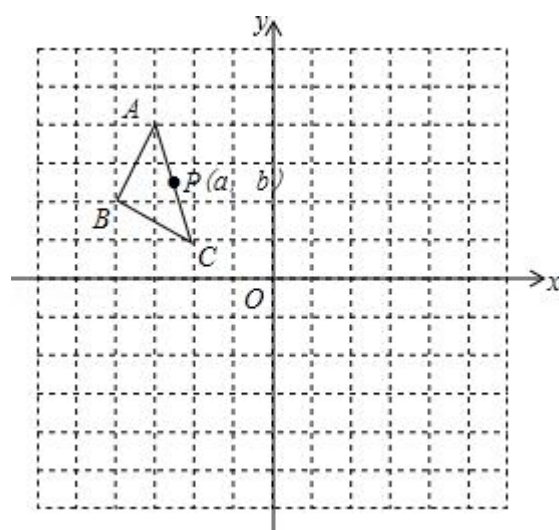
17. (6 分) (2015•赤峰) 计算: $1 - \frac{1}{2} - (\sqrt{6} - \pi)^0 - \sin 30^\circ + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

18. (6 分) (2015•赤峰) 解二元一次方程组:
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$
.

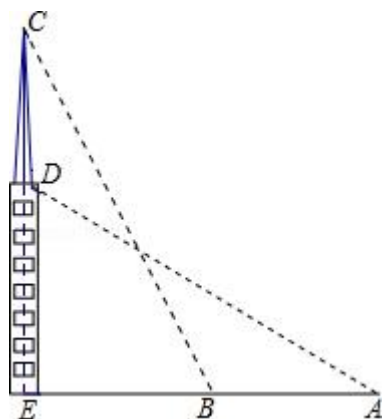
19. (10 分) (2015•赤峰) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标为 $A(-3, 4)$, $B(-4, 2)$, $C(-2, 1)$, 且 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 关于原点 O 成中心对称.

(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出 A_1 的坐标;

(2) $P(a, b)$ 是 $\triangle ABC$ 的 AC 边上一点, $\triangle ABC$ 经平移后点 P 的对称点 $P'(a+3, b+1)$, 请画出平移后的 $\triangle A_2B_2C_2$.



20. (10 分) (2015•赤峰) 如图, 在一个 18 米高的楼顶上有一信号塔 DC, 李明同学为了测量信号塔的高度, 在地面的 A 处测的信号塔下端 D 的仰角为 30° , 然后他正对塔的方向前进了 18 米到达地面的 B 处, 又测得信号塔顶端 C 的仰角为 60° , $CD \perp AB$ 与点 E, E、B、A 在一条直线上. 请你帮李明同学计算出信号塔 CD 的高度 (结果保留整数, $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{2} \approx 1.4$)



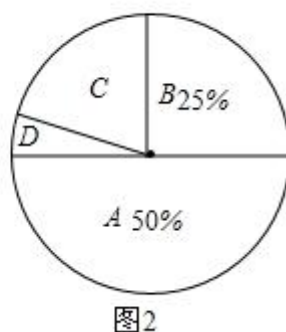
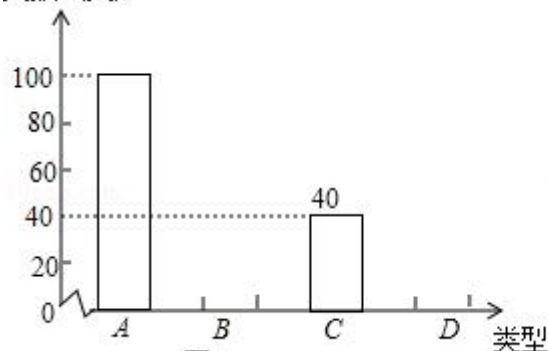
21. (10 分) (2015•赤峰) 中学生上学带手机的现象越来越受到社会的关注, 为此媒体记者随机调查了某校若干名学生上学带手机的目的, 分为四种类型: A 接听电话; B 收发短信; C 查阅资料; D 游戏聊天. 并将调查结果绘制成图 1 和图 2 的统计图 (不完整), 请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 此次抽样调查中, 共调查了_____名学生;

(2) 将图 1、图 2 补充完整;

(3) 现有 4 名学生, 其中 A 类两名, B 类两名, 从中任选 2 名学生, 求这两名学生为同一类型的概率 (用列表法或树状图法).

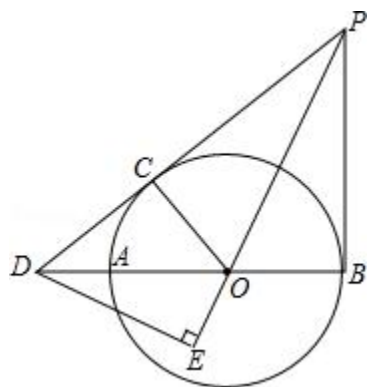
人数 (人)



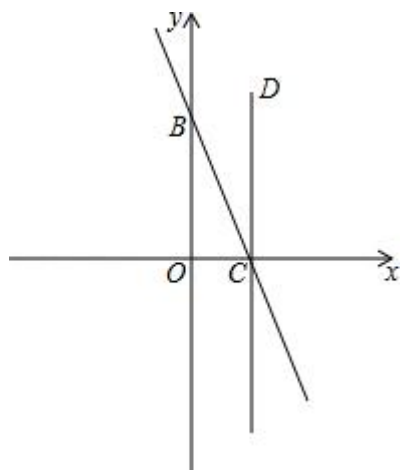
22. (10 分) (2015•赤峰) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, PD 切 $\odot O$ 于点 C , 与 BA 的延长线交于点 D , $DE \perp PO$ 交 PO 延长线于点 E , 连接 PB , $\angle EDB = \angle EPB$.

(1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $PB=6$, $DB=8$, 求 $\odot O$ 的半径.



23. (12 分) (2015•赤峰) 如图, 直线 $y = -2x + 4$ 与坐标轴分别交于 C 、 B 两点, 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴, 点 P 是 x 轴下方直线 CD 上的一点, 且 $\triangle OCP$ 与 $\triangle OBC$ 相似, 求过点 P 的双曲线解析式.



24. (12 分) (2015•赤峰) 李老师家距学校 1900 米, 某天他步行去上班, 走到路程的一半时发现忘带手机, 此时离上班时间还有 23 分钟, 于是他立刻步行回家取手机, 随后骑电瓶车返回学校. 已知李老师骑电瓶车到学校比他步行到学校少用 20 分钟, 且骑电瓶车的平均速度是步行速度的 5 倍, 李老师到家开门、取手机、启动电瓶车等共用 4 分钟.

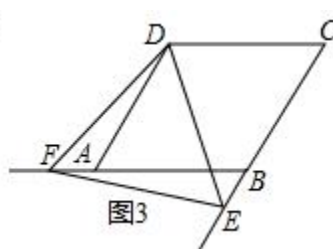
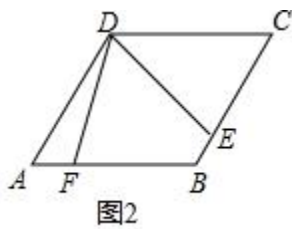
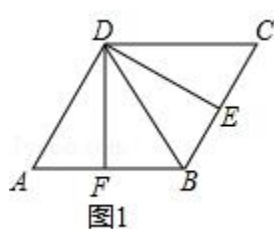
- (1) 求李老师步行的平均速度;
- (2) 请你判断李老师能否按时上班, 并说明理由.

25. (12 分) (2015•赤峰) 如图, 四边形 ABCD 是边长为 2, 一个锐角等于 60° 的菱形纸片, 小芳同学将一个三角形纸片的一个顶点与该菱形顶点 D 重合, 按顺时针方向旋转三角形纸片, 使它的两边分别交 CB、BA (或它们的延长线) 于点 E、F, $\angle EDF=60^\circ$, 当 $CE=AF$ 时, 如图 1 小芳同学得出的结论是 $DE=DF$.

(1) 继续旋转三角形纸片, 当 $CE \neq AF$ 时, 如图 2 小芳的结论是否成立? 若成立, 加以证明; 若不成立, 请说明理由;

(2) 再次旋转三角形纸片, 当点 E、F 分别在 CB、BA 的延长线上时, 如图 3 请直接写出 DE 与 DF 的数量关系;

(3) 连 EF, 若 $\triangle DEF$ 的面积为 y , $CE=x$, 求 y 与 x 的关系式, 并指出当 x 为何值时, y 有最小值, 最小值是多少?

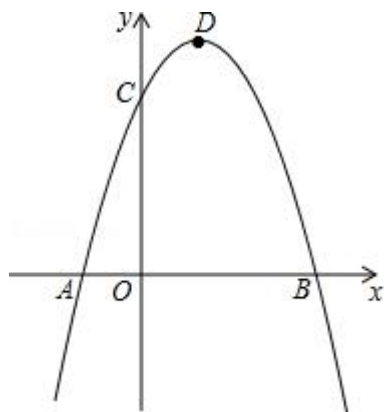


26. (14 分) (2015•赤峰) 已知二次函数 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 A (-1, 0)、C (0, 3), 与 x 轴交于另一点 B, 抛物线的顶点为 D.

(1) 求此二次函数解析式;

(2) 连接 DC、BC、DB, 求证: $\triangle BCD$ 是直角三角形;

(3) 在对称轴右侧的抛物线上是否存在点 P, 使得 $\triangle PDC$ 为等腰三角形? 若存在, 求出符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年内蒙古赤峰市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (每小题给出的选项中只有一个符合题意, 请将符合题意的选项序号, 在答题卡的对应位置上按要求涂黑, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. -2 的相反数是 ()

A. 2

B. $\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. $|-2|$

考点: 相反数.

分析: 一个数的相反数就是在这个数前面添上 “ $-$ ” 号.

解答: 解: -2 的相反数是 2,

故选 A

点评: 本题考查了相反数的意义, 一个数的相反数就是在这个数前面添上

“ $-$ ” 号; 一个正数的相反数是负数, 一个负数的相反数是正数, 0 的相反数是 0.

2. 为了加速内蒙古经济建设, 国家计划投资 204.4 亿元修建赤峰市至喀左的 “高铁”, 204.4 亿用科学记数法表示正确的是 ()

A. 0.2044×10^{11}

B. 20.44×10^9

C. 2.044×10^8

D. 2.044×10^{10}

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 204.4 亿 $= 20440000000 = 2.044 \times 10^{10}$,

故选 D.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. 下面四个“艺术字”中，轴对称图形的个数是（ ）

最美赤峰

A.1 个

B.2 个

C.3 个

D.4 个

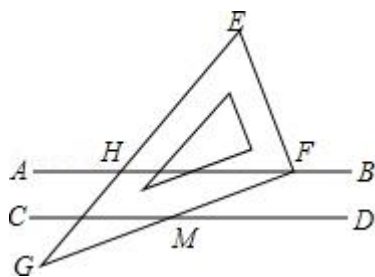
考点： 轴对称图形.

分析： 根据轴对称图形的定义即可得出结论.

解答： 解：由轴对称图形的性质可知，四个字中的轴对称图形有：美、赤.
故选 B.

点评： 本题考查的是轴对称图形，熟知轴对称图形的定义是解答此题的关键.

4. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ，一个含 60° 角的直角三角板 EFG ($\angle E = 60^\circ$) 的直角顶点 F 在直线 AB 上，斜边 EG 与 AB 相交于点 H ， CD 与 FG 相交于点 M . 若 $\angle AHG = 50^\circ$ ，则 $\angle FMD$ 等于（ ）



A. 10°

B. 20°

C. 30°

D. 50°

考点： 平行线的性质.

分析： 先根据平行线的性质求出 $\angle CKG$ 的度数，再由三角形外角的性质得出 $\angle KMG$ 的度数，根据对顶角相等即可得出结论.

解答： 解： $\because$ 直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle AHG = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle AKG = \angle XKG = 50^\circ$.

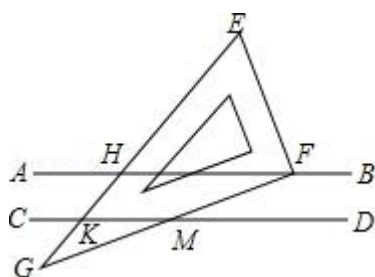
$\because \angle CKG$ 是 $\triangle KMG$ 的外角，

$\therefore \angle KMG = \angle CKG - \angle G = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$.

$\because \angle KMG$ 与 $\angle FMD$ 是对顶角，

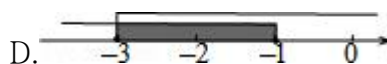
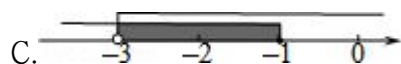
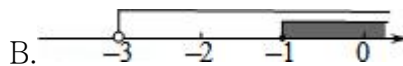
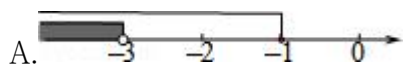
$\therefore \angle FMD = \angle KMG = 20^\circ$.

故选 B.



点评： 本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等.

5. 解不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \leq 1 \\ x > \frac{1}{2}(x-3) \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



考点： 在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式组.

分析： 分别求得不等式组中的两个不等式的解集，然后取其交集，并表示在数轴上.

解答： 解： $\begin{cases} 2x+3 \leq 1 & (1) \\ x > \frac{1}{2}(x-3) & (2) \end{cases}$

解不等式 (1)，得

$$x \leq -1.$$

解不等式 (2)，得

$$x > -3,$$

则原不等式组的解集为： $-3 < x \leq -1$.

表示在数轴上为：

故选： C.

点评： 本题考查了解不等式组，在数轴上表示不等式的解集. 把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画)，数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那

么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”, “ $\leq$ ”要用实心圆点表示; “ $<$ ”, “ $>$ ”要用空心圆点表示.

6. 为了了解某校学生的课外阅读情况, 随机抽查了 10 学生周阅读用时数, 结果如下表:

周阅读用时数 (小时)	4	5	8	12
学生人数 (人)	3	4	2	1

则关于这 10 名学生周阅读所用时间, 下列说法正确的是 ()

A. 中位数是 6.5 B. 众数是 12 C. 平均数是 3.9 D. 方差是 6

考点: 方差; 加权平均数; 中位数; 众数.

分析: A: 根据中位数的求法, 把这 10 名学生周阅读所用时间从大到小排列, 则中间两个数的平均数即是这 10 名学生周阅读所用时间的中位数.

B: 根据众数的求法, 这 10 名学生周阅读所用时间中出现次数最多的, 即为这 10 名学生周阅读所用时间的众数.

C: 根据算术平均数的求法, 求出这 10 名学生周阅读所用时间的平均数是多少即可.

D: 根据方差的计算方法, 求出这 10 名学生周阅读所用时间的方差是多少即可.

解答: 解: 这 10 名学生周阅读所用时间从大到小排列, 可得

4、4、4、5、5、5、5、8、8、12,

$\therefore$ 这 10 名学生周阅读所用时间的中位数是:

$$(5+5) \div 2 = 10 \div 2 = 5,$$

$\therefore$ 选项 A 不正确;

$\therefore$ 这 10 名学生周阅读所用时间出现次数最多的是 5 小时,

$\therefore$ 这 10 名学生周阅读所用时间的众数是 5,

$\therefore$ 选项 B 不正确;

$$\therefore (4 \times 3 + 5 \times 4 + 8 \times 2 + 12) \div 10$$

$$=60 \div 10$$

$$=6$$

∴ 这 10 名学生周阅读所用时间的平均数是 6,

∴ 选项 C 不正确;

$$\therefore \frac{1}{10} \times [(4-6)^2 + (4-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (5-6)^2 + (5-6)^2 + (5-6)^2 + (8-6)^2 + (8-6)^2 + (12-6)^2]$$

$$= \frac{1}{10} \times [4+4+4+1+1+1+1+4+4+36]$$

$$= \frac{1}{10} \times 60$$

$$=6$$

∴ 这 10 名学生周阅读所用时间的方差是 6,

∴ 选项 D 正确.

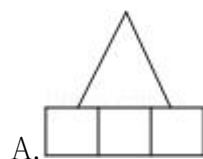
故选: D.

点评: (1) 此题主要考查了算术平均数的含义和求法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

(2) 此题还考查了方差的含义和性质的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

(3) 此题还考查了中位数、众数的含义和求法, 要熟练掌握.

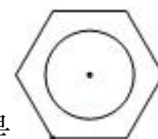
7. 如图为正六棱柱与圆锥组成的几何体, 其俯视图是 ()



考点： 简单组合体的三视图.

专题： 计算题.

分析： 从几何体上方观察，得到俯视图即可.

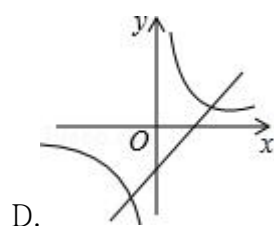
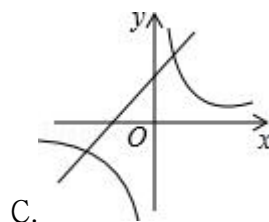
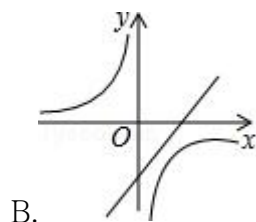
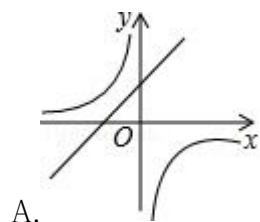
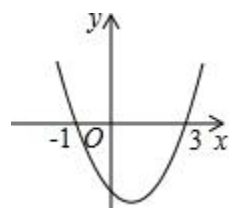


解答： 解：如图为正六棱柱与圆锥组成的几何体，其俯视图是

故选 D

点评： 此题考查了简单组合体的三视图，俯视图即为从上方观察几何体得到的视图.

8. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图象大致为 ()



考点： 二次函数的图象；一次函数的图象；反比例函数的图象.

分析： 根据二次函数图象与系数的关系确定 $a>0$ ， $b<0$ ， $c<0$ ，根据一次函数和反比例函数的性质确定答案.

解答： 解：由抛物线可知， $a>0$ ， $b<0$ ， $c<0$ ，

∴一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过第一、三、四象限,

反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 的图象在第二、四象限,

故选: B.

点评: 本题考查的是二次函数、一次函数和反比例函数的图象与系数的关系, 掌握二次函数、一次函数和反比例函数的性质是解题的关键.

二、填空题 (请把答案填写在答题卡相应的横线上, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 因式分解: $3a^2 - 6a = \underline{3a(a-2)}$.

考点: 因式分解-提公因式法.

分析: 直接提取公因式 $3a$, 进而分解因式即可.

解答: 解: $3a^2 - 6a = 3a(a-2)$.

故答案为: $3a(a-2)$.

点评: 此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确得出公因式是解题关键.

10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (a+5)x + 8a = 0$ 的两个实数根分别为 2 和 b , 则 $ab = \underline{4}$.

考点: 根与系数的关系.

分析: 根据根与系数的关系得到 $\begin{cases} 2+b=a+5 \\ 2b=8a \end{cases}$, 通过解该方程组可以求得 a 、 b 的值.

解答: 解: ∵关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (a+5)x + 8a = 0$ 的两个实数根分别是 2、 b ,

∴由韦达定理, 得 $\begin{cases} 2+b=a+5 \\ 2b=8a \end{cases}$,

解得, $\begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases}$.

∴ $ab = 1 \times 4 = 4$.

故答案是: 4.

点评： 本题考查了根与系数的关系. x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$, 反过来也成立, 即 $-\frac{b}{a} = (x_1+x_2)$, $\frac{c}{a} = x_1x_2$.

11. 在分别写有 $-1, 0, 1, 2$ 的四张卡片中随机抽取一张, 所抽取的数字平方后等于 1 的概率为 $\frac{1}{2}$.

考点： 概率公式.

分析： 让所抽取的数字平方后等于 1 的卡片数除以总卡片数即为所求的概率, 即可选出.

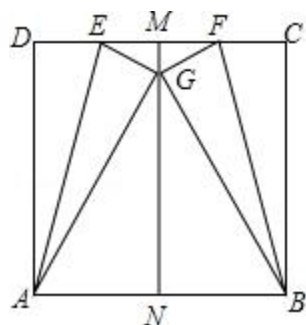
解答： 解: 因为 $-1, 0, 1, 2$ 的四张卡片中随机抽取一张, 所抽取的数字平方后等于 1 有 2 张,

所以所抽取的数字平方后等于 1 的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$

点评： 本题考查随机事件概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

12. 如图, M, N 分别是正方形 $ABCD$ 边 DC, AB 的中点, 分别以 AE, BF 为折痕, 使点 D, C 落在 MN 的点 G 处, 则 $\triangle ABG$ 是 等边 三角形.



考点： 翻折变换 (折叠问题); 等边三角形的判定; 正方形的性质.

分析： 由折叠的性质可知 $AG=AD$ ， $BG=BC$ ，然后根据正方形的性质可知：
 $AD=AB=BC$ ，从而可知： $AG=AB=BC$ 。

解答： 解：由折叠的性质可知 $AG=AD$ ， $BG=BC$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AD=AB=BC$ 。

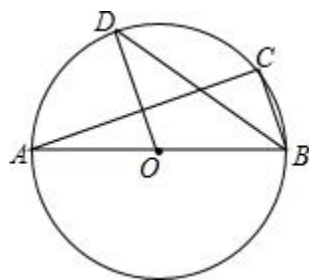
$\therefore AG=AB=BC$ 。

$\therefore \triangle ABG$ 是等边三角形。

故答案为：等边。

点评： 本题主要考查的是翻折的性质、等边三角形的判定和正方形的性质，由折叠的性质证得： $AG=AD$ ， $BG=BC$ 是解题的关键。

13. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $OB=3$ ， BC 是 $\odot O$ 的弦， $\angle ABC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ，连接 OD ，若 $\angle BAC=20^\circ$ ，则 $\widehat{AD}$ 的长等于 $-\frac{7}{6}\pi$ 。



考点： 弧长的计算；圆周角定理。

分析： 根据直径所对的圆周角是直角求出 $\angle ACB=90^\circ$ ，再根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle ABC$ ，然后根据角平分线的定义求出 $\angle ABD$ ，根据在同圆或等圆中，同弧所对的圆心角等于圆周角的二倍求出 $\angle AOD$ ，然后根据弧长公式列式计算即可得解。

解答： 解： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，

$\because \angle BAC=20^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC=90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ ，

$\because \angle ABC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ，

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ,$$

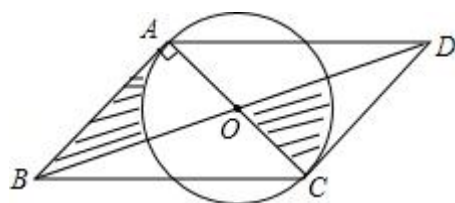
$$\therefore \angle AOD = 2 \angle ABD = 2 \times 35^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \widehat{AD} \text{ 的长} = \frac{70 \cdot \pi \cdot 3}{180} = \frac{7}{6} \pi.$$

故答案为: $\frac{7}{6} \pi$.

点评: 本题考查了弧长的计算, 圆周角定理, 直角三角形两锐角互余的性质, 比较简单, 熟记定理与公式并求出 $\angle AOD$ 的度数是解题的关键.

14. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=AC=4$, $AB \perp AC$, O 是对角线的交点, 若 $\odot O$ 过 A 、 C 两点, 则图中阴影部分的面积之和为 4.



考点: 扇形面积的计算; 平行四边形的性质.

分析: 先根据 $\angle AOB = \angle COD$ 可知 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AOB}$, 再由平行四边形的性质得出 $OA = \frac{1}{2}AC$, 由三角形的面积公式即可得出结论.

解答: 解: $\because \angle AOB = \angle COD$,

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AOB}.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

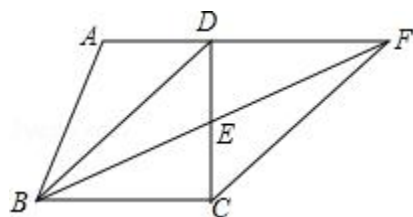
$\because AB \perp AC$,

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot AB = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4.$$

故答案为: 4.

点评: 本题考查的是扇形面积的计算, 熟知平行四边形的对角线互相平分是解答此题的关键.

15. 如图，四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，E 是 DC 上一点，连接 BE 并延长交 AD 延长线于点 F，请你只添加一个条件： $BD \parallel FC$ 使得四边形 BDFC 为平行四边形.



考点： 平行四边形的判定.

分析： 利用两组对边互相平行的四边形是平行四边形，进而得出答案.

解答： 解： $\because AD \parallel BC$ ，当 $BD \parallel FC$ 时，
 $\therefore$ 四边形 BDFC 为平行四边形.

故答案为： $BD \parallel FC$.

点评： 此题主要考查了平行四边形的判定，正确把握判定方法是解题关键.

16. “梅花朵朵迎春来”，下面四个图形是由小梅花  摆成的一组有规律的图案，按图中规律，第 n 个图形中小梅花的个数是 $(2n-1)(n+1)$.



考点： 规律型：图形的变化类.

分析： 第一个图形是由 2 个图形组成，第二个图形是由 9 个图形组成，第三个是由 20 个图形组成，找到规律则第 n 个的表达式能写出来.

解答： 解：第一个图案是由 2 个  组成：

即为： $2=1 \times 2$ ；

第二个图案是由 9 个  组成：

即为： $9=3 \times 3$ ；

第 3 个图案是由 $5 \times 4=20$ 个  组成：

即为： $20=5 \times 4$ ；

第 4 个图案是由 35 个  组成：

即为： $35=7 \times 5$ ；

以此类推：第 n 个图案  的个数： $(2n-1)(n+1)$ 。

故答案为： $(2n-1)(n+1)$ 。

点评： 本题考查图形的变化规律，观察得出“每一行和每一列的个数的关系”是解题的关键。

三、解答题 (在答题卡上解答，在本试卷上无效，解答时要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，共 10 题，满分 102 分)

17. (6 分) (2015•赤峰) 计算： $1 - \frac{1}{2} - (\sqrt{6} - \pi)^0 - \sin 30^\circ + (-\frac{1}{2})^{-2}$ 。

考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值。

分析： 先分别根据绝对值的性质、0 指数幂及负整数幂的计算法则、特殊角的三角函数值分别计算出各数的值，再根据实数混合运算的法则进行计算即可。

解答： 解：原式 $= \frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{2} + 4$
 $= 3$ 。

点评： 本题考查的是实数的运算，熟知绝对值的性质、0 指数幂及负整数幂的计算法则、特殊角的三角函数值是解答此题的关键。

18. (6 分) (2015•赤峰) 解二元一次方程组：
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$
。

考点： 解二元一次方程组。

专题： 计算题。

分析： 方程组利用加减消元法求出解即可。

解答： 解：
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \text{①} \\ 3x + 2y = 0 \text{②} \end{cases},$$

① $\times 2 +$ ② 得： $7x = 14$ ， 即 $x = 2$ ，

把 $x = 2$ 代入①得： $y = -3$ ，

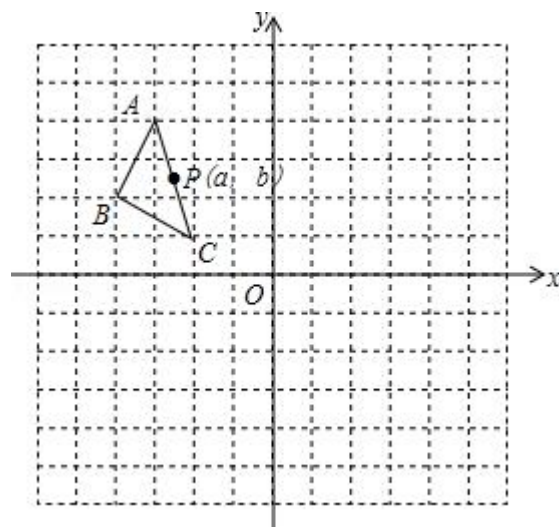
则方程组的解为
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}.$$

点评： 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

19. (10 分) (2015•赤峰) 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标为 $A(-3, 4)$ ， $B(-4, 2)$ ， $C(-2, 1)$ ，且 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 关于原点 O 成中心对称.

(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出 A_1 的坐标；

(2) $P(a, b)$ 是 $\triangle ABC$ 的 AC 边上一点， $\triangle ABC$ 经平移后点 P 的对称点 $P'(a+3, b+1)$ ，请画出平移后的 $\triangle A_2B_2C_2$.



考点： 作图-旋转变换；作图-平移变换.

分析： (1) 首先作出 A 、 B 、 C 的对应点，然后顺次连接即可求得；

(2) 把 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别向右平移 3 个单位长度，向上平移 1 个单位长度即可得到对应点，然后顺次连接即可.

分析： 利用 30° 的正切值即可求得 AE 长，进而可求得 CE 长．CE 减去 DE 长即为信号塔 CD 的高度．

解答： 解：根据题意得：AB=18，DE=18， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle EBC=60^\circ$ ，

$$\text{在 } R_t\triangle ADE \text{ 中，} AE = \frac{DE}{\tan 30^\circ} = \frac{18}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 18\sqrt{3}$$

$$\therefore BE = AE - AB = 18\sqrt{3} - 18,$$

$$\text{在 } R_t\triangle BCE \text{ 中，} CE = BE \cdot \tan 60^\circ = (18\sqrt{3} - 18) \cdot \sqrt{3} = 54 - 18\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = CE - DE = 54 - 18\sqrt{3} - 18 \approx 5 \text{ 米}.$$

点评： 本题考查了解直角三角形－仰角俯角问题，要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形；难点是充分找到并运用题中相等的线段．

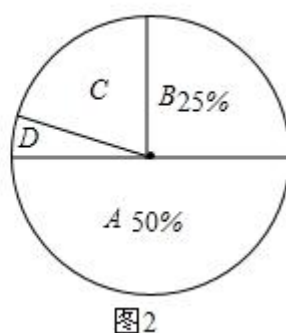
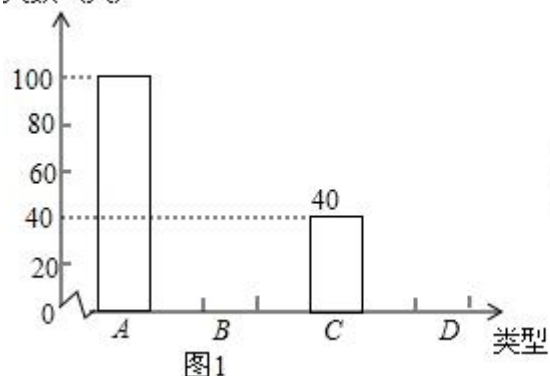
21. (10 分) (2015·赤峰) 中学生上学带手机的现象越来越受到社会的关注，为此媒体记者随机调查了某校若干名学生上学带手机的目的，分为四种类型：A 接听电话；B 收发短信；C 查阅资料；D 游戏聊天．并将调查结果绘制成图 1 和图 2 的统计图（不完整），请根据图中提供的信息，解答下列问题：

(1) 此次抽样调查中，共调查了 200 名学生；

(2) 将图 1、图 2 补充完整；

(3) 现有 4 名学生，其中 A 类两名，B 类两名，从中任选 2 名学生，求这两名学生为同一类型的概率（用列表法或树状图法）．

人数 (人)



考点： 列表法与树状图法；扇形统计图；条形统计图．

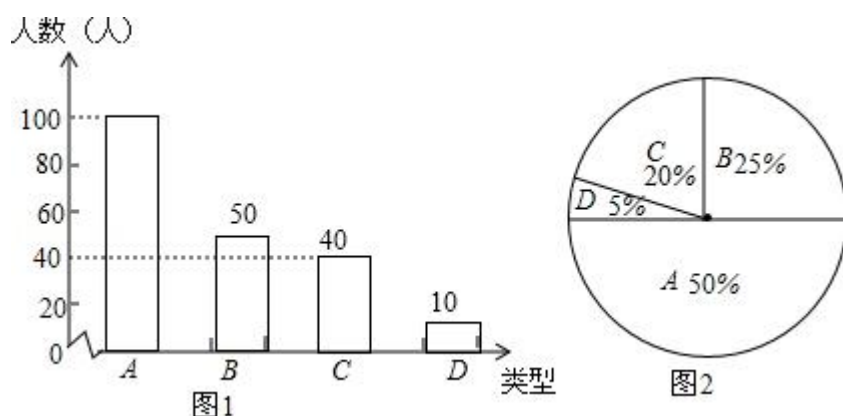
专题： 计算题；数形结合．

分析：（1）用 A 类的人数除以该类所占的百分比即可得到总人数；
 （2）分别计算出 B、D 两类人数和 C、D 两类所占百分比，然后补全统计图；
 （3）先画树状图展示所有有 12 种等可能的结果数，再找出两名学生为同一类型的结果数，然后根据概率公式求解.

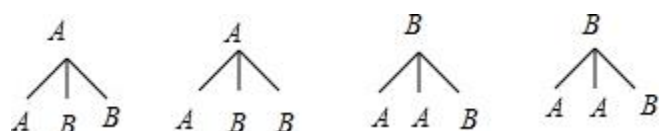
解答： 解：（1） $100 \div 50\% = 200$ ，
 所以调查的总人数为 200 名；
 故答案为 200；

（2）B 类人数 $= 200 \times 25\% = 50$ （名）；D 类人数 $= 200 - 100 - 50 - 40 = 10$ （名）；
 C 类所占百分比 $= \frac{40}{200} \times 100\% = 20\%$ ，D 类所占百分比 $= \frac{10}{200} \times 100\% = 5\%$ ，

如图：



（3）画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中两名学生为同一类型的结果数为 4，

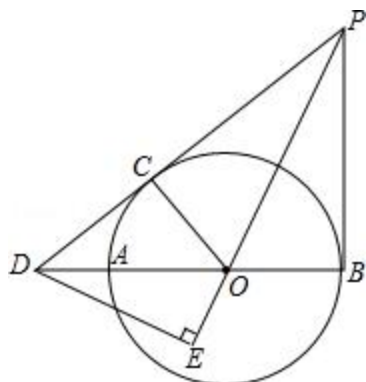
所以这两名学生为同一类型的概率 $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

点评： 本题考查了列表法或树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率. 也考查了扇形统计图和条形统计图.

22. (10 分) (2015•赤峰) 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，PD 切 $\odot O$ 于点 C，与 BA 的延长线交于点 D，DE $\perp$ PO 交 PO 延长线于点 E，连接 PB， $\angle EDB = \angle EPB$.

(1) 求证: PB 是的切线.

(2) 若 $PB=6$, $DB=8$, 求 $\odot O$ 的半径.



考点: 切线的判定与性质.

专题： 计算题.

分析: (1) 由已知角相等, 及对顶角相等得到三角形 DOE 与三角形 POB 相似, 利用相似三角形对应角相等得到 $\angle OBP$ 为直角, 即可得证;

(2) 在直角三角形 PBD 中, 由 PB 与 DB 的长, 利用勾股定理求出 PD 的长, 由切线长定理得到 $PC=PB$, 由 $PD-PC$ 求出 CD 的长, 在直角三角形 OCD 中, 设 $OC=r$, 则有 $OD=8-r$, 利用勾股定理列出关于 r 的方程, 求出方程的解得到 r 的值, 即为圆的半径.

解答: (1) 证明: $\because$ 在 $\triangle DEO$ 和 $\triangle PBO$ 中, $\angle EDB = \angle EPB$, $\angle DOE = \angle POB$,
 $\therefore \angle OBP = \angle E = 90^\circ$,

$\therefore OB$ 为圆的半径,

$\therefore$ PB 为圆 O 的切线;

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle PBD$ 中, $PB=6$, $DB=8$,

根据勾股定理得: $PD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

$\therefore$ PD 与 PB 都为圆的切线,

$$\therefore PC=PB=6,$$
$$\therefore DC = PD - PC = 10 - 6 = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle CDO$ 中, 设 $OC=r$, 则有 $DO=8-r$,

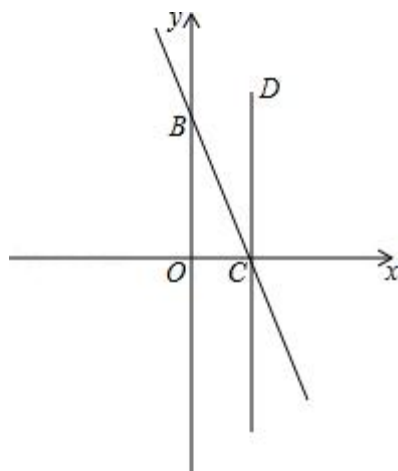
根据勾股定理得: $(8-r)^2=r^2+4^2$,

解得： $r=3$,

则圆的半径为 3.

点评： 此题考查了切线的判定与性质，勾股定理，熟练掌握切线的判定与性质是解本题的关键.

23. (12 分) (2015•赤峰) 如图，直线 $y = -2x + 4$ 与坐标轴分别交于 C、B 两点，过点 C 作 $CD \perp x$ 轴，点 P 是 x 轴下方直线 CD 上的一点，且 $\triangle OCP$ 与 $\triangle OBC$ 相似，求过点 P 的双曲线解析式.



考点： 相似三角形的判定与性质；一次函数图象上点的坐标特征；待定系数法求反比例函数解析式.

分析： 由直线 $y = -2x + 4$ 与坐标轴分别交于 C、B 两点，易得 $OC=2$ ， $OB=4$ ，再分两种情况①当 $\angle OBC = \angle COP$ 时， $\triangle OCP$ 与 $\triangle OBC$ 相似，②当 $\angle OBC = \angle CPO$ 时， $\triangle OCP$ 与 $\triangle OBC$ 相似分别求出点的坐标，再求出过点 P 的双曲线解析式.

解答： 解： $\because$ 直线 $y = -2x + 4$ 与坐标轴分别交于 C、B 两点，

$\therefore$ 令 $y=0$ ，可得 $-2x+4=0$ ，解得 $x=2$ ，即 $C(2, 0)$ ， $OC=2$ ，

令 $x=0$ ，可得 $y=4$ ，即 $B(0, 4)$ ， $OB=4$ ，

①如图 1，当 $\angle OBC = \angle COP$ 时， $\triangle OCP$ 与 $\triangle OBC$ 相似，

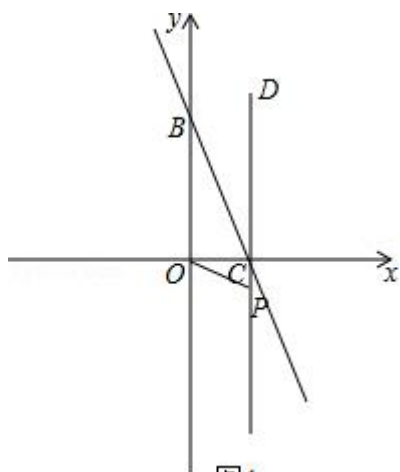


图1

$$\therefore \frac{OB}{OC} = \frac{OC}{CP}, \text{ 即 } \frac{4}{2} = \frac{2}{CP}, \text{ 解得 } CP=2,$$

$$\therefore P(2, -1),$$

设过点 P 的双曲线解析式 $y = \frac{k}{x}$, 把 P 点代入得 $-1 = \frac{k}{2}$, 解得 $k = -2$,

$$\therefore \text{过点 P 的双曲线解析式 } y = \frac{-2}{x},$$

②如图 2, 当 $\angle OBC = \angle CPO$ 时, $\triangle OCP$ 与 $\triangle OBC$ 相似,

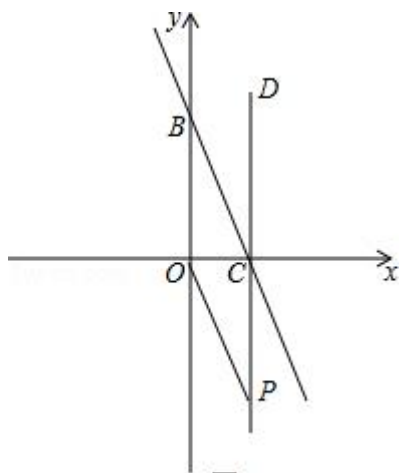


图2

在 $\triangle OCP$ 和 $\triangle COB$ 中,

$$\begin{cases} \angle OBC = \angle CPO \\ \angle COB = \angle OCP \\ OC = CO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCP \cong \triangle COB \text{ (AAS)}$$

$$\therefore CP = BO = 4,$$

$$\therefore P(2, -4)$$

设过点 P 的双曲线解析式 $y = \frac{k}{x}$, 把 P 点代入得 $-4 = \frac{k}{2}$, 解得 $k = -8$,

∴ 过点 P 的双曲线解析式 $y = \frac{-8}{x}$,

点评: 本题主要考查了相似三角形的判定与性质, 待定系数求反比例函数, 解题的关键是分两种情况正确画出图形.

24. (12 分) (2015•赤峰) 李老师家距学校 1900 米, 某天他步行去上班, 走到路程的一半时发现忘带手机, 此时离上班时间还有 23 分钟, 于是他立刻步行回家取手机, 随后骑电瓶车返回学校. 已知李老师骑电瓶车到学校比他步行到学校少用 20 分钟, 且骑电瓶车的平均速度是步行速度的 5 倍, 李老师到家开门、取手机、启动电瓶车等共用 4 分钟.

(1) 求李老师步行的平均速度;

(2) 请你判断李老师能否按时上班, 并说明理由.

考点: 分式方程的应用.

分析: (1) 设李老师步行的平均速度为 x 米/分钟, 骑电瓶车的平均速度为 $5x$ 米/分钟, 根据题意可得, 骑电瓶车走 1900 米所用的时间比步行少 20 分钟, 据此列方程求解;

(2) 计算出李老师从步行回家到骑车回到学校所用的总时间, 然后和 23 进行比较即可.

解答: 解: (1) 设李老师步行的平均速度为 x 米/分钟, 骑电瓶车的平均速度为 $5x$ 米/分钟,

由题意得, $\frac{1900}{x} - \frac{1900}{5x} = 20$,

解得: $x = 76$,

经检验, $x = 76$ 是原分式方程的解, 且符合题意,

则 $5x = 76 \times 5 = 380$,

答: 李老师步行的平均速度为 76 米/分钟, 骑电瓶车的平均速度为 380 米/分;

(2) 由 (1) 得, 李老师走回家需要的时间为: $\frac{1900}{2 \times 76} = 12.5$ (分钟),

骑车走到学校的时间为: $\frac{1900}{380} = 5$,

则李老师走到学校所用的时间为： $12.5+5+4=21.5 < 23$,

答：李老师能按时上班.

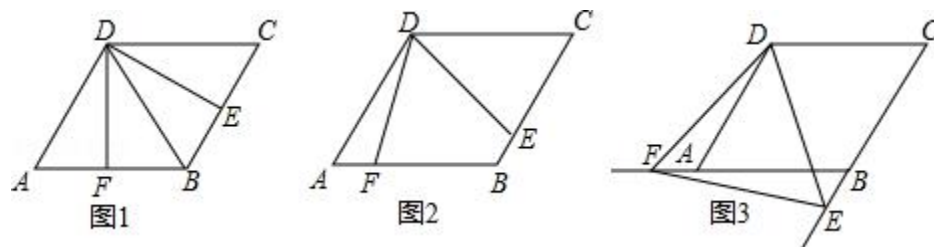
点评： 本题考查了分式方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程求解，注意检验.

25. (12 分) (2015•赤峰) 如图，四边形 ABCD 是边长为 2，一个锐角等于 60° 的菱形纸片，小芳同学将一个三角形纸片的一个顶点与该菱形顶点 D 重合，按顺时针方向旋转三角形纸片，使它的两边分别交 CB、BA（或它们的延长线）于点 E、F， $\angle EDF=60^\circ$ ，当 $CE=AF$ 时，如图 1 小芳同学得出的结论是 $DE=DF$.

(1) 继续旋转三角形纸片，当 $CE \neq AF$ 时，如图 2 小芳的结论是否成立？若成立，加以证明；若不成立，请说明理由；

(2) 再次旋转三角形纸片，当点 E、F 分别在 CB、BA 的延长线上时，如图 3 请直接写出 DE 与 DF 的数量关系；

(3) 连 EF，若 $\triangle DEF$ 的面积为 y ， $CE=x$ ，求 y 与 x 的关系式，并指出当 x 为何值时， y 有最小值，最小值是多少？



考点： 几何变换综合题.

分析： (1) 如答图 1，连接 BD. 根据题干条件首先证明 $\angle ADF = \angle BDE$ ，然后证明 $\triangle ADF \cong \triangle BDE$ (ASA)，得 $DF=DE$ ；

(2) 如答图 2，连接 BD. 根据题干条件首先证明 $\angle ADF = \angle BDE$ ，然后证明 $\triangle ADF \cong \triangle BDE$ (ASA)，得 $DF=DE$ ；

(3) 根据 (2) 中的 $\triangle ADF \cong \triangle BDE$ 得到： $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle BDE}$ ， $AF=BE$. 所以 $\triangle DEF$ 的面积转化为： $y = S_{\triangle BEF} + S_{\triangle ABD}$. 据此列出 y 关于 x 的二次函数，通过求二次函数的最值来求 y 的最小值.

解答： 解：(1) $DF=DE$. 理由如下：

如答图 1, 连接 BD.

$\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AD=AB$.

又 $\because \angle A=60^\circ$,

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形,

$\therefore AD=BD, \angle ADB=60^\circ$,

$\therefore \angle DBE=\angle A=60^\circ$

$\because \angle EDF=60^\circ$,

$\therefore \angle ADF=\angle BDE$. $\because$ 在 $\triangle ADF$ 与 $\triangle BDE$ 中,
$$\begin{cases} \angle ADF=\angle BDE \\ AD=BD \\ \angle A=\angle DBE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BDE$ (ASA),

$\therefore DF=DE$;

(2) $DF=DE$. 理由如下:

如答图 2, 连接 BD. $\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AD=AB$.

又 $\because \angle A=60^\circ$,

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形,

$\therefore AD=BD, \angle ADB=60^\circ$,

$\therefore \angle DBE=\angle A=60^\circ$

$\because \angle EDF=60^\circ$,

$\therefore \angle ADF=\angle BDE$.

$\because$ 在 $\triangle ADF$ 与 $\triangle BDE$ 中,
$$\begin{cases} \angle ADF=\angle BDE \\ AD=BD \\ \angle A=\angle DBE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BDE$ (ASA),

$\therefore DF=DE$;

(3) 由 (2) 知, $\triangle ADF \cong \triangle BDE$. 则 $S_{\triangle ADF}=S_{\triangle BDE}$, $AF=BE=x$.

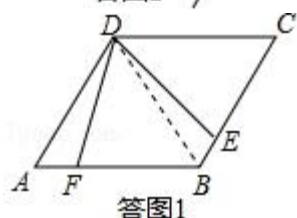
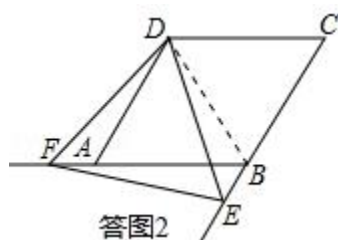
依题意得: $y = S_{\triangle BEF} + S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} (2+x) x \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} (x+1)^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}$. 即

$$y = \frac{\sqrt{3}}{4} (x+1)^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} > 0,$$

$\therefore$ 该抛物线的开口方向向上,

$\therefore$ 当 $x=0$ 即点 E、B 重合时, $y_{\text{最小值}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



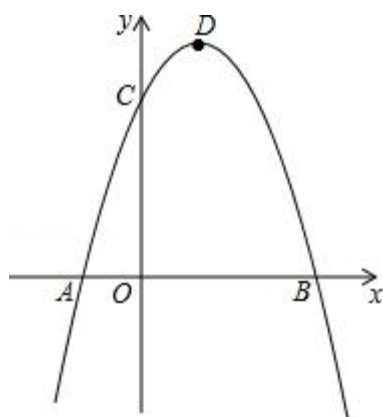
点评: 本题考查了几何变换综合题, 解题过程中, 利用了三角形全等的判定与性质, 菱形的性质以及等边三角形的判定与性质, 对于促进角与角 (边与边) 相互转换, 将未知角转化为已知角 (未知边转化为已知边) 是关键.

26. (14 分) (2015•赤峰) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 3a$ 经过点 A (-1, 0)、C (0, 3), 与 x 轴交于另一点 B, 抛物线的顶点为 D.

(1) 求此二次函数解析式;

(2) 连接 DC、BC、DB, 求证: $\triangle BCD$ 是直角三角形;

(3) 在对称轴右侧的抛物线上是否存在点 P, 使得 $\triangle PDC$ 为等腰三角形? 若存在, 求出符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 将 A (- 1, 0)、B (3, 0) 代入二次函数 $y=ax^2+bx-3a$ 求得 a、b 的值即可确定二次函数的解析式；

(2) 分别求得线段 BC、CD、BD 的长，利用勾股定理的逆定理进行判定即可；

(3) 分以 CD 为底和以 CD 为腰两种情况讨论. 运用两点间距离公式建立起 P 点横坐标和纵坐标之间的关系，再结合抛物线解析式即可求解.

解答： 解：(1) $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 A (- 1, 0)、C (0, 3),

$\therefore$ 根据题意，得
$$\begin{cases} a-b-3a=0 \\ -3a=3 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2) 由 $y=-x^2+2x+3$ 得，D 点坐标为 (1, 4),

$$\therefore CD=\sqrt{(1-0)^2+(4-3)^2}=\sqrt{2},$$

$$BC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2},$$

$$BD=\sqrt{(3-1)^2+(4-0)^2}=2\sqrt{5},$$

$$\therefore CD^2+BC^2=(\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2=20, \quad BD^2=(2\sqrt{5})^2=20,$$

$$\therefore CD^2+BC^2=BD^2,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形；

(3) 存在. $CD^2 + BC^2 = (\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 20$, $BD^2 = (2\sqrt{5})^2 =$
 $y = -x^2 + 2x + 3$ 对称轴为直线 $x = 1$.

①若以 CD 为底边, 则 $PD = PC$,

设 P 点坐标为 (x, y) , 根据两点间距离公式,

$$\text{得 } x^2 + (3 - y)^2 = (x - 1)^2 + (4 - y)^2,$$

$$\text{即 } y = 4 - x.$$

又 P 点 (x, y) 在抛物线上,

$$\therefore 4 - x = -x^2 + 2x + 3,$$

$$\text{即 } x^2 - 3x + 1 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} < 1, \text{ 应舍去,}$$

$$\therefore x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore y = 4 - x = \frac{5 - \sqrt{5}}{2},$$

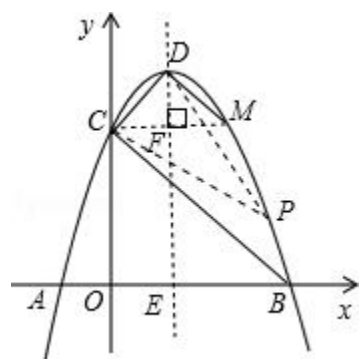
$$\text{即点 } P \text{ 坐标为 } \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \right).$$

②若以 CD 为一腰,

$\therefore$ 点 P 在对称轴右侧的抛物线上, 由抛物线对称性知, 点 P 与点 C 关于直线 $x = 1$ 对称,

此时点 P 坐标为 $(2, 3)$.

$$\therefore \text{符合条件的点 } P \text{ 坐标为 } \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \right) \text{ 或 } (2, 3).$$



点评: 此题是一道典型的“存在性问题”, 结合二次函数图象和等腰三角形、直角梯形的性质, 考查了它们存在的条件, 有一定的开放性.