

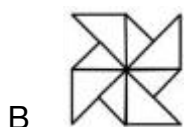
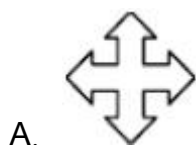
2015 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

一.选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

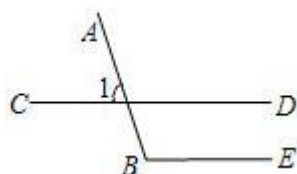
1. (3 分) 以下四个选项表示某天四个城市的平均气温, 其中平均气温最低的是 ()

A. -3°C B. 15°C C. -10°C D. -1°C

2. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. (3 分) 如图, 已知 $\angle 1 = 70^{\circ}$, 如果 $CD \parallel BE$, 那么 $\angle B$ 的度数为 ()

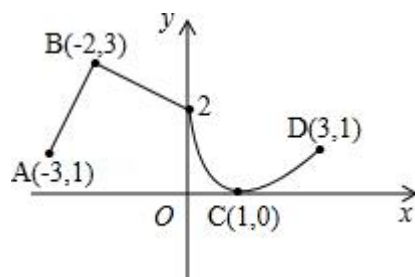


A. 70° B. 100° C. 110° D. 120°

4. (3 分) 在一个不透明的袋中装着 3 个红球和 1 个黄球, 它们只有颜色上的区别, 随机从袋中摸出 2 个小球, 两球恰好是一个黄球和一个红球的概率为 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

5. (3 分) 如果两个变量 x 、 y 之间的函数关系如图所示, 则函数值 y 的取值范围是 ()



A. $-3 \leq y \leq 3$ B. $0 \leq y \leq 2$ C. $1 \leq y \leq 3$ D. $0 \leq y \leq 3$

6. (3分) 下列运算, 结果正确的是 ()

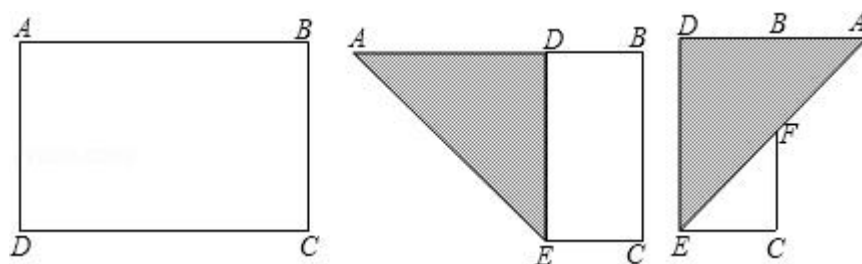
A. $m^2+m^2=m^4$

B. $(m+\frac{1}{m})^2=m^2+\frac{1}{m^2}$

C. $(3mn^2)^2=6m^2n^4$

D. $2m^2n\div\frac{m}{n}=2mn^2$

7. (3分) 如图, 有一块矩形纸片 ABCD, AB=8, AD=6, 将纸片折叠, 使得 AD 边落在 AB 边上, 折痕为 AE, 再将 $\triangle AED$ 沿 DE 向右翻折, AE 与 BC 的交点为 F, 则 $\triangle CEF$ 的面积为 ()



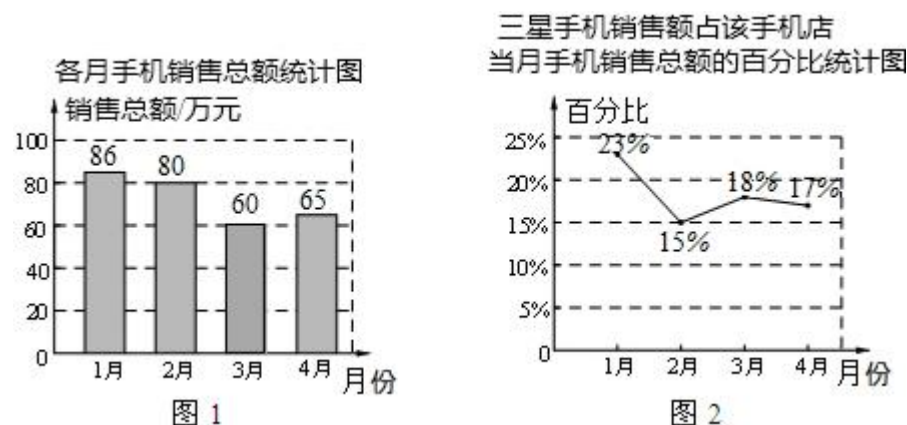
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{9}{8}$

C. 2

D. 4

8. (3分) 以下是某手机店 1~4 月份的统计图, 分析统计图, 对 3、4 月份三星手机的销售情况四个同学得出的以下四个结论, 其中正确的为 ()



A. 4 月份三星手机销售额为 65 万元

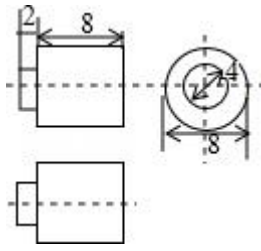
B. 4 月份三星手机销售额比 3 月份有所上升

C. 4 月份三星手机销售额比 3 月份有所下降

D. 3 月份与 4 月份的三星手机销售额无法比较, 只能比较该店销售总额

9. (3分) 如图是某几何体的三视图, 根据图中标的数据求得该几何体的体积

为 ()



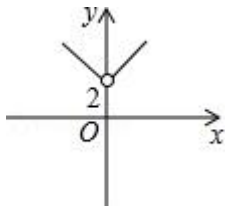
A. 236π

B. 136π

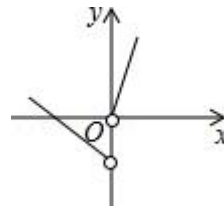
C. 132π

D. 120π

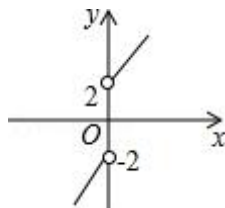
10. (3分) 函数 $y = \frac{x^2 + 2x}{|x|}$ 的图象为 ()



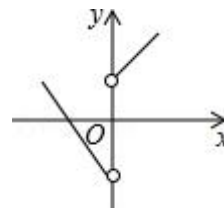
A.



B.



C.



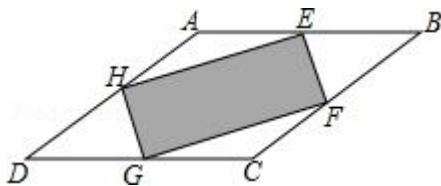
D.

二.填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3分) 某企业去年为国家缴纳税金达到 4100000 元, 用科学记数法表示为 元.

12. (3分) 分解因式: $x^3 - x =$ _____.

13. (3分) 如图, 四边形 ABCD 是菱形, E、F、G、H 分别是各边的中点, 随机地向菱形 ABCD 内掷一粒米, 则米粒落到阴影区域内的概率是_____.



14. (3分) 一个圆锥的侧面积为 8π , 母线长为 4, 则这个圆锥的全面积为_____.

15. (3分) 若实数 a 、 b 满足 $(4a+4b)(4a+4b-2)-8=0$, 则 $a+b=$ _____.

16. (3分) 以下四个命题:

①若一个角的两边和另一个角的两边分别互相垂直, 则这两个角互补;

②边数相等的两个正多边形一定相似;

③等腰三角形 ABC 中, D 是底边 BC 上一点, E 是一腰 AC 上的一点, 若 $\angle BAD=60^\circ$ 且 $AD=AE$, 则 $\angle EDC=30^\circ$;

④任意三角形的外接圆的圆心一定是三角形三条边的垂直平分线的交点.

其中正确命题的序号为_____.

三.解答题 (共 9 个小题, 满分 72 分)

17. (10分) 计算:

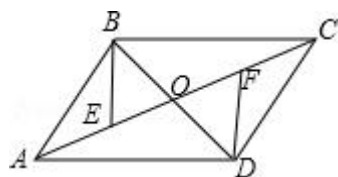
(1) $|\sqrt{6}-3| - (\frac{1}{3})^{-1} + \sqrt{24}$

(2) 先化简, 再求值: $(\frac{2a}{5a^2b} + \frac{3b}{10ab^2}) \div \frac{7}{2a^3b^2}$, 其中 $a=\frac{\sqrt{5}}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$.

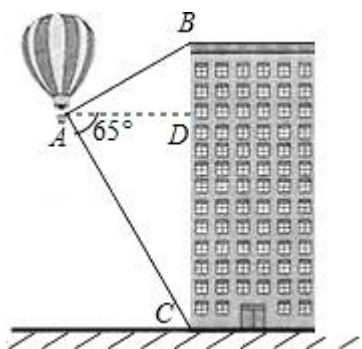
18. (6分) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AE=CF$.

(1) 求证: $\triangle BOE \cong \triangle DOF$;

(2) 若 $BD=EF$, 连接 DE 、 BF , 判断四边形 $EBFD$ 的形状, 无需说明理由.



19. (6分) 如图, 热气球的探测器显示, 从热气球A处看一栋高楼顶部B的仰角为 30° , 看这栋高楼底部C的俯角为 65° , 热气球与高楼的水平距离AD为120m. 求这栋高楼的高度. (结果用含非特殊角的三角函数及根式表示即可)



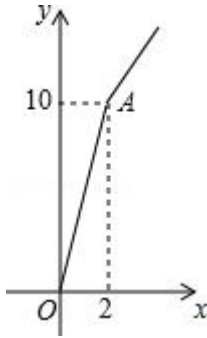
20. (6分) 若关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=-3m+2 \\ x+2y=4 \end{cases}$ 的解满足 $x+y > -\frac{3}{2}$, 求出满足条件的 m 的所有正整数值.

21. (7分) 某玉米种子的价格为 a 元/千克, 如果一次购买 2 千克以上的种子, 超过 2 千克部分的种子价格打 8 折, 某科技人员对付款金额和购买量这两个变量的对应关系用列表法做了分析, 并绘制出了函数图象, 以下是该科技人员绘制的图象和表格的不完整资料, 已知点 A 的坐标为 $(2, 10)$, 请你结合表格和图象:

付款金额	a	7.5	10	12	b
购买量 (千克)	1	1.5	2	2.5	3

- (1) 指出付款金额和购买量哪个变量是函数的自变量 x , 并写出表中 a 、 b 的值;

- (2) 求出当 $x > 2$ 时, y 关于 x 的函数解析式;
- (3) 甲农户将 8.8 元钱全部用于购买玉米种子, 乙农户购买了 4165 克该玉米种子, 分别计算他们的购买量和付款金额.



22. (9 分) 学校准备从甲乙两位选手中选择一位选手代表学校参加所在地区的汉字听写大赛, 学校对两位选手从表达能力、阅读理解、综合素质和汉字听写四个方面做了测试, 他们各自的成绩 (百分制) 如表:

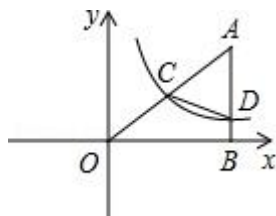
选手	表达能力	阅读理解	综合素质	汉字听写
甲	85	78	85	73
乙	73	80	82	83

- (1) 由表中成绩已算得甲的平均成绩为 80.25, 请计算乙的平均成绩, 从他们的这一成绩看, 应选派谁;
- (2) 如果表达能力、阅读理解、综合素质和汉字听写分别赋予它们 2、1、3 和 4 的权, 请分别计算两名选手的平均成绩, 从他们的这一成绩看, 应选派谁.

23. (7 分) 如图, 在平面直角坐标系中 A 点的坐标为 $(8, y)$, $AB \perp x$ 轴于点 B, $\sin \angle OAB = \frac{4}{5}$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一支经过 AO 的中点 C, 且与 AB 交于点 D.

(1) 求反比例函数解析式;

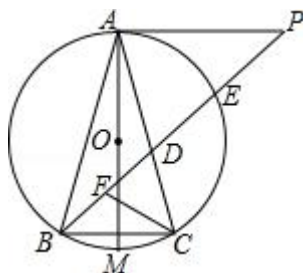
(2) 若函数 $y = 3x$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的另一支交于点 M, 求三角形 OMB 与四边形 OCDB 的面积之比.



24. (9 分) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, P 是 $\odot O$ 外的一点, AM 是 $\odot O$ 的直径, $\angle PAC = \angle ABC$

(1) 求证: PA 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 PB 与 AC 交于点 D, 与 $\odot O$ 交于点 E, F 为 BD 上的一点, 若 M 为 $\widehat{BC}$ 的中点, 且 $\angle DCF = \angle P$, 求证: $\frac{BD}{PD} = \frac{FD}{ED} = \frac{CD}{AD}$.



25. (12 分) 已知: 抛物线 $y=x^2+(2m-1)x+m^2-1$ 经过坐标原点, 且当 $x<0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

(1) 求抛物线的解析式, 并写出 $y<0$ 时, 对应 x 的取值范围;

(2) 设点 A 是该抛物线上位于 x 轴下方的一个动点, 过点 A 作 x 轴的平行线交抛物线于另一点 D , 再作 $AB \perp x$ 轴于点 B , $DC \perp x$ 轴于点 C .

①当 $BC=1$ 时, 直接写出矩形 $ABCD$ 的周长;

②设动点 A 的坐标为 (a, b) , 将矩形 $ABCD$ 的周长 L 表示为 a 的函数并写出自变量的取值范围, 判断周长是否存在最大值? 如果存在, 求出这个最大值, 并求出此时点 A 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.

2015 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一.选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 以下四个选项表示某天四个城市的平均气温, 其中平均气温最低的是

()

A. -3°C

B. 15°C

C. -10°C

D. -1°C

【考点】18: 有理数大小比较.

【专题】12: 应用题.

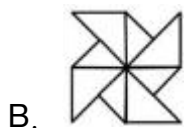
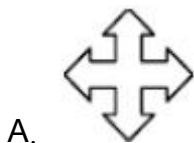
【分析】根据正数大于零, 零大于负数, 两个负数比较大小, 绝对值大的负数反而小, 可得答案.

【解答】解: $15^{\circ}\text{C} > -1^{\circ}\text{C} > -3^{\circ}\text{C} > -10^{\circ}\text{C}$,

故选: C.

【点评】本题考查了有理数的大小比较, 注意负数比较大小, 绝对值大的负数反而小.

2. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【考点】P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A、既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 故 A 正确;

B、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故 B 错误;

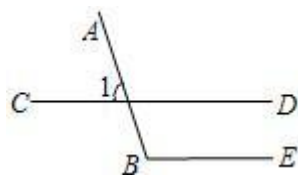
C、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故 C 错误;

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 D 错误.

故选: A.

【点评】 本题考查了中心对称及轴对称的知识，解题时掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 后两部分重合.

3. (3 分) 如图，已知 $\angle 1=70^\circ$ ，如果 $CD \parallel BE$ ，那么 $\angle B$ 的度数为 ()



- A. 70° B. 100° C. 110° D. 120°

【考点】 J2: 对顶角、邻补角; JA: 平行线的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先求出 $\angle 1$ 的对顶角，再根据两直线平行，同旁内角互补即可求出.

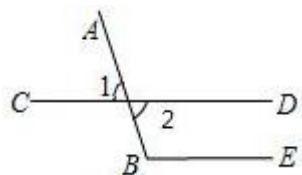
【解答】 解: 如图， $\because \angle 1=70^\circ$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 = 70^\circ,$$

$$\because CD \parallel BE,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ.$$

故选: C.



【点评】 本题利用对顶角相等和平行线的性质，需要熟练掌握.

4. (3 分) 在一个不透明的袋中装着 3 个红球和 1 个黄球，它们只有颜色上的区别，随机从袋中摸出 2 个小球，两球恰好是一个黄球和一个红球的概率为

()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

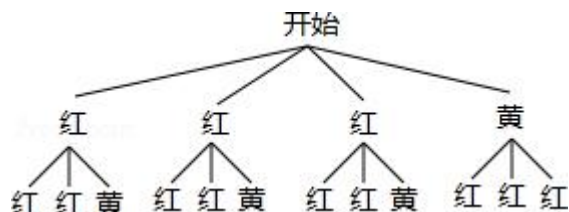
C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{6}$

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两球恰好是一个黄球和一个红球的情况，再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解：画树状图得：



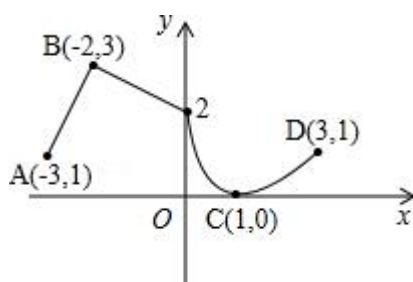
∴ 共有 12 种等可能的结果，两球恰好是一个黄球和一个红球的有 6 种情况，

∴ 两球恰好是一个黄球和一个红球的为： $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

故选：A.

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

5. (3 分) 如果两个变量 x 、 y 之间的函数关系如图所示，则函数值 y 的取值范围是 ()



A. $-3 \leq y \leq 3$

B. $0 \leq y \leq 2$

C. $1 \leq y \leq 3$

D. $0 \leq y \leq 3$

【考点】E6: 函数的图象.

【分析】根据图象，找到 y 的最高点是 $(-2, 3)$ 及最低点是 $(1, 0)$ ，确定函数值 y 的取值范围.

【解答】解：∵ 图象的最高点是 $(-2, 3)$,

∴ y 的最大值是 3,

∴ 图象最低点是 (1, 0),

∴ y 的最小值是 0,

∴ 函数值 y 的取值范围是 $0 \leq y \leq 3$.

故选: D.

【点评】 本题考查了函数的图象, 解答本题的关键是会观察图象, 找到 y 的最高点及最低点.

6. (3 分) 下列运算, 结果正确的是 ()

A. $m^2 + m^2 = m^4$

B. $(m + \frac{1}{m})^2 = m^2 + \frac{1}{m^2}$

C. $(3mn^2)^2 = 6m^2n^4$

D. $2m^2n \div \frac{m}{n} = 2mn^2$

【考点】 4I: 整式的混合运算; 6C: 分式的混合运算.

【分析】 A: 根据整式的混合运算方法计算即可.

B: 根据完全平方公式的计算方法判断即可.

C: 根据积的乘方的运算方法计算即可.

D: 根据分式的混合运算方法计算即可.

【解答】 解: ∵ $m^2 + m^2 = 2m^2$,

∴ 选项 A 错误;

∴ $(m + \frac{1}{m})^2 = m^2 + \frac{1}{m^2} + 2$,

∴ 选项 B 错误;

∴ $(3mn^2)^2 = 9m^2n^4$,

∴ 选项 C 错误;

∴ $2m^2n \div \frac{m}{n} = 2mn^2$,

∴选项 D 正确.

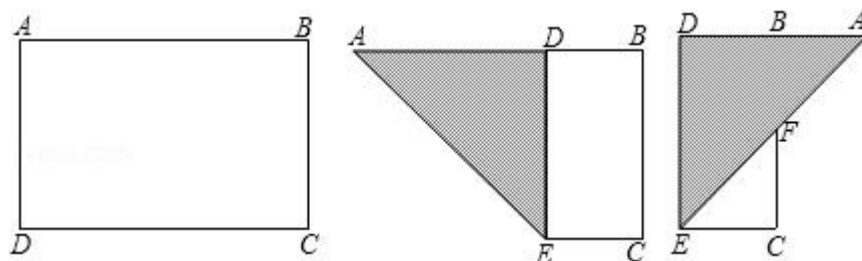
故选: D.

【点评】 (1) 此题主要考查了分式的混合运算, 要注意运算顺序, 分式与数有相同的混合运算顺序; 先乘方, 再乘除, 然后加减, 有括号的先算括号里面的.

(2) 此题还考查了整式的混合运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 有乘方、乘除的混合运算中, 要按照先乘方后乘除的顺序运算, 其运算顺序和有理数的混合运算顺序相似.

(3) 此题还考查了幂的乘方和积的乘方, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ① $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是正整数); ② $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数).

7. (3 分) 如图, 有一块矩形纸片 ABCD, $AB=8$, $AD=6$, 将纸片折叠, 使得 AD 边落在 AB 边上, 折痕为 AE, 再将 $\triangle AED$ 沿 DE 向右翻折, AE 与 BC 的交点为 F, 则 $\triangle CEF$ 的面积为 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{9}{8}$

C. 2

D. 4

【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 根据折叠的性质, 在图②中得到 $DB=8-6=2$, $\angle EAD=45^\circ$; 在图③中, 得到 $AB=AD-DB=6-2=4$, $\triangle ABF$ 为等腰直角三角形, 然后根据等腰三角形的性质和矩形的性质得到 $BF=AB=4$, $CF=BC-BF=6-4=2$, $EC=DB=2$, 最后根据三角形的面积公式计算即可.

【解答】 解: $\because AB=8$, $AD=6$, 纸片折叠, 使得 AD 边落在 AB 边上,

$\therefore DB=8-6=2$, $\angle EAD=45^\circ$,

又 $\because \triangle AED$ 沿 DE 向右翻折, AE 与 BC 的交点为 F ,

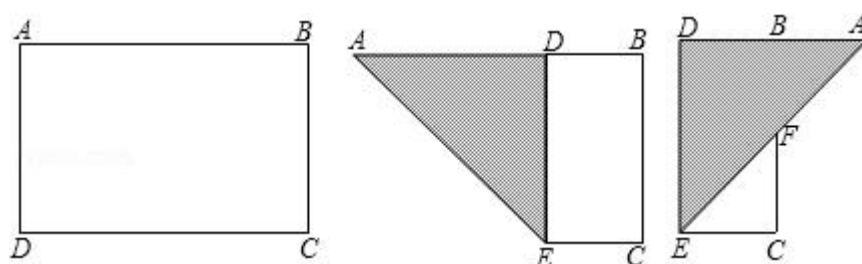
$\therefore AB=AD-DB=6-2=4$, $\triangle ABF$ 为等腰直角三角形,

$\therefore BF=AB=4$,

$\therefore CF=BC-BF=6-4=2$,

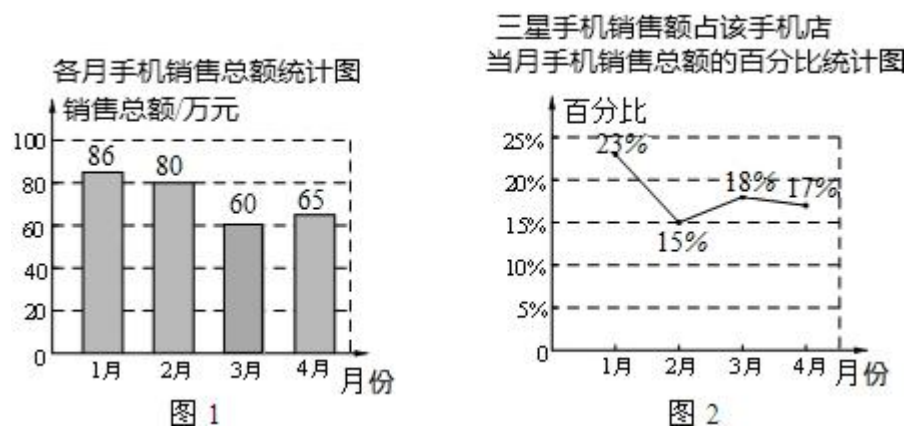
而 $EC=DB=2$, $\frac{1}{2} \times 2 \times 2=2$.

故选: C.



【点评】 本题考查了折叠的性质: 折叠前后的两个图形全等, 即对应线段相等, 对应角相等. 也考查了等腰三角形的性质和矩形的性质.

8. (3分) 以下是某手机店1~4月份的统计图, 分析统计图, 对3、4月份三星手机的销售情况四个同学得出的以下四个结论, 其中正确的为 ()



- A. 4月份三星手机销售额为65万元
- B. 4月份三星手机销售额比3月份有所上升
- C. 4月份三星手机销售额比3月份有所下降
- D. 3月份与4月份的三星手机销售额无法比较, 只能比较该店销售总额

【考点】VC：条形统计图；VD：折线统计图.

【分析】根据销售总额乘以三星所占的百分比，可得三星的销售额，根据有理数的大小比较，可得答案.

【解答】解：A、4 月份三星手机销售额为 $65 \times 17\% = 11.05$ 万元，故 A 错误；

B、3 月份三星手机的销售额 $60 \times 18\% = 10.8$ 万元，4 月份三星手机销售额为 $65 \times 17\% = 11.05$ 万元，故 B 正确；

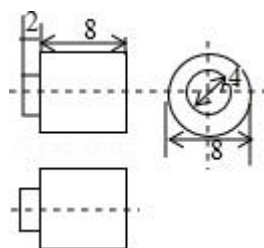
C、3 月份三星手机的销售额 $60 \times 18\% = 10.8$ 万元，4 月份三星手机销售额为 $65 \times 17\% = 11.05$ 万元，故 C 错误；

D、3 月份三星手机的销售额 $60 \times 18\% = 10.8$ 万元，4 月份三星手机销售额为 $65 \times 17\% = 11.05$ 万元，故 D 错误；

故选：B.

【点评】本题考查了条形统计图，利用销售总额乘以三星所占的百分比得出三星的销售额是解题关键.

9. (3 分) 如图是某几何体的三视图，根据图中标的数据求得该几何体的体积为 ()



A. 236π

B. 136π

C. 132π

D. 120π

【考点】U3：由三视图判断几何体.

【分析】根据给出的几何体的三视图可知几何体是由大小两个圆柱组成，从而根据三视图的特点得知高和底面直径，代入体积公式计算即可.

【解答】解：由三视图可知，几何体是由大小两个圆柱组成，

故该几何体的体积为： $\pi \times 2^2 \times 2 + \pi \times 4^2 \times 8$

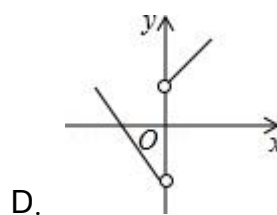
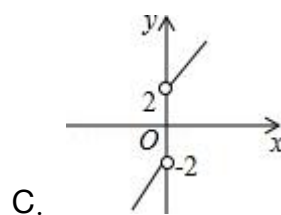
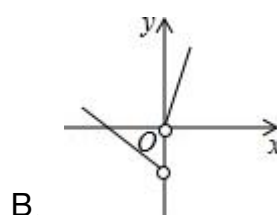
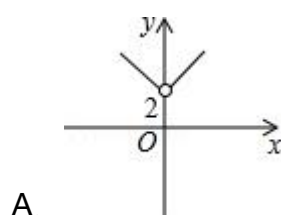
$$=8\pi+128\pi$$

$$=136\pi.$$

故选：B.

【点评】 本题考查的是由三视图判断几何体的形状并计算几何体的体积，由该三视图中的数据确定圆柱的底面直径和高是解本题的关键，本题体现了数形结合的数学思想.

10. (3分) 函数 $y=\frac{x^2+2x}{|x|}$ 的图象为 ()



【考点】 E6: 函数的图象.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 从 $x < 0$ 和 $x > 0$ 两种情况进行分析，先化简函数关系式再确定函数图象即可.

【解答】 解：当 $x < 0$ 时，函数解析式为： $y = -x - 2$,

函数图象为：B、D,

当 $x > 0$ 时，函数解析式为： $y = x + 2$,

函数图象为：A、C、D,

故选：D.

【点评】 本题考查的是函数图象，利用分情况讨论思想把函数关系式进行正确变

形是解题的关键，要能够根据函数的系数确定函数的大致图象.

二.填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) 某企业去年为国家缴纳税金达到 4100000 元, 用科学记数法表示为

4.1×10^6 元.

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 4100000 用科学记数法表示为 4.1×10^6 .

故答案为: 4.1×10^6 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) 分解因式: $x^3 - x =$ $x(x+1)(x-1)$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】44: 因式分解.

【分析】本题可先提公因式 x , 分解成 $x(x^2 - 1)$, 而 $x^2 - 1$ 可利用平方差公式分解.

【解答】解: $x^3 - x$,

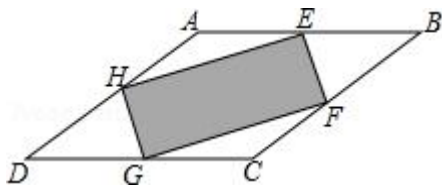
$=x(x^2 - 1)$,

$=x(x+1)(x-1)$.

故答案为: $x(x+1)(x-1)$.

【点评】 本题考查了提公因式法，公式法分解因式，先提取公因式后再利用平方差公式继续进行因式分解，分解因式一定要彻底.

13. (3 分) 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， E 、 F 、 G 、 H 分别是各边的中点，随机地向菱形 $ABCD$ 内掷一粒米，则米粒落到阴影区域内的概率是 $\frac{1}{2}$.



【考点】 L8: 菱形的性质; LN: 中点四边形; X5: 几何概率.

【分析】 先求出阴影部分的面积与菱形的面积之比，再根据概率公式即可得出答案.

【解答】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形， E 、 F 、 G 、 H 分别是各边的中点，

$\therefore$ 四边形 $HGFE$ 的面积是菱形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 米粒落到阴影区域内的概率是 $\frac{1}{2}$;

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件 (A)；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件 (A) 发生的概率.

14. (3 分) 一个圆锥的侧面积为 8π ，母线长为 4，则这个圆锥的全面积为 12π .

【考点】 MP: 圆锥的计算.

【分析】 据扇形的面积公式求出扇形的圆心角，再利用弧长公式求出弧长，再利用圆的面积公式求出底面半径，求得底面积后即可求得全面积.

【解答】 解： $\because \frac{n\pi \times 16}{360} = 8\pi$,

$\therefore$ 解得 $n=180$

则弧长 $= \frac{180\pi \times 4}{180} = 4\pi$

$2\pi r = 4\pi$

解得 $r=2$,

$\therefore$ 底面积为 4π ,

$\therefore$ 全面积为 12π .

故答案是: 12π .

【点评】 本题考查了圆锥的计算, 解决本题的关键是根据圆锥的侧面积公式得到圆锥的底面半径的求法.

15. (3 分) 若实数 a 、 b 满足 $(4a+4b)(4a+4b-2)-8=0$, 则 $a+b=\underline{-\frac{1}{2}}$ 或 $\underline{1}$.

【考点】 A9: 换元法解一元二次方程.

【分析】 设 $a+b=x$, 则原方程转化为关于 x 的一元二次方程, 通过解该一元二次方程来求 x 即 $(a+b)$ 的值.

【解答】 解: 设 $a+b=x$, 则由原方程, 得

$$4x(4x-2)-8=0,$$

整理, 得 $16x^2-8x-8=0$, 即 $2x^2-x-1=0$,

分解得: $(2x+1)(x-1)=0$,

解得: $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=1$.

则 $a+b$ 的值是 $-\frac{1}{2}$ 或 1 .

故答案是: $-\frac{1}{2}$ 或 1 .

【点评】 本题主要考查了换元法, 即把某个式子看作一个整体, 用一个字母去代替它, 实行等量替换.

16. (3 分) 以下四个命题:

①若一个角的两边和另一个角的两边分别互相垂直, 则这两个角互补;

②边数相等的两个正多边形一定相似;

③等腰三角形 ABC 中, D 是底边 BC 上一点, E 是一腰 AC 上的一点, 若 $\angle$

$\angle BAD=60^\circ$ 且 $AD=AE$, 则 $\angle EDC=30^\circ$;

④任意三角形的外接圆的圆心一定是三角形三条边的垂直平分线的交点.

其中正确命题的序号为②③④.

【考点】O1: 命题与定理.

【专题】16: 压轴题.

【分析】要找出正确命题, 可运用相关基础知识分析找出正确选项, 也可以通过举反例排除不正确选项, 从而得出正确选项.

【解答】解: ①若一个角的两边和另一个角的两边分别互相垂直, 则这两个角相等或互补, ①错误;

②边数相等的两个正多边形一定相似, ②正确;

③如图所示, $\because \angle AED = \angle C + \angle EDC = \angle B + \angle EDC$,

$$\therefore \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = \angle AED + \angle EDC = \angle B + 2\angle EDC,$$

$$\text{又} \because \angle ADC = \angle B + \angle BAD = \angle B + 60^\circ,$$

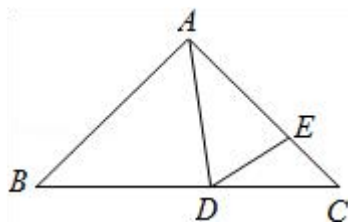
$$\therefore \angle B + 2\angle EDC = \angle B + 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = 30^\circ,$$

故③正确;

④任意三角形的外接圆的圆心一定是三角形三条边的垂直平分线的交点, ④正确.

故答案为②③④.



【点评】主要考查命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

三.解答题 (共 9 个小题, 满分 72 分)

17. (10 分) 计算:

$$(1) |\sqrt{6}-3| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt{24}$$

$$(2) \text{ 先化简, 再求值: } \left(\frac{2a}{5a^2b} + \frac{3b}{10ab^2}\right) \div \frac{7}{2a^3b^2}, \text{ 其中 } a = \frac{\sqrt{5}}{2}, b = -\frac{1}{2}.$$

【考点】2C: 实数的运算; 6D: 分式的化简求值; 6F: 负整数指数幂.

【分析】(1) 根据绝对值、负整数指数幂以及二次根式的化简进行计算即可;

(2) 根据运算顺序, 先算括号里面的, 再算除法, 最后把 a , b 的值代入计算即可.

【解答】解: (1) 原式 $= 3 - \sqrt{6} - 3 + 2\sqrt{6}$

$$= \sqrt{6};$$

$$(2) \text{ 原式} = \left(\frac{2}{5ab} + \frac{3}{10ab}\right) \div \frac{7}{2a^3b^2},$$

$$= \frac{7}{10ab} \cdot \frac{2a^3b^2}{7}$$

$$= \frac{a^2b}{5},$$

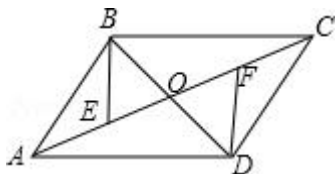
$$\text{当 } a = \frac{\sqrt{5}}{2}, b = -\frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{8}.$$

【点评】本题考查了分式的化简求值、实数的运算以及负整数指数幂, 熟练掌握运算顺序是解题的关键.

18. (6 分) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AE=CF$.

(1) 求证: $\triangle BOE \cong \triangle DOF$;

(2) 若 $BD=EF$, 连接 DE 、 BF , 判断四边形 $EBFD$ 的形状, 无需说明理由.



【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; L5: 平行四边形的性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】 (1) 先证出 $OE=OF$ ，再由 SAS 即可证明 $\triangle BOE \cong \triangle DOF$ ；

(2) 由对角线互相平分证出四边形 EBF D 是平行四边形，再由对角线相等，即可得出四边形 EBF D 是矩形.

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore OA=OC, OB=OD,$

$\therefore AE=CF, \therefore OE=OF,$

在 $\triangle BOE$ 和 $\triangle DOF$ 中，

$$\begin{cases} OB=OD \\ \angle BOE=\angle DOF \\ OE=OF \end{cases},$$

$\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOF$ (SAS)；

(2) 解： 四边形 EBF D 是矩形；理由如下：

$\therefore OB=OD, OE=OF,$

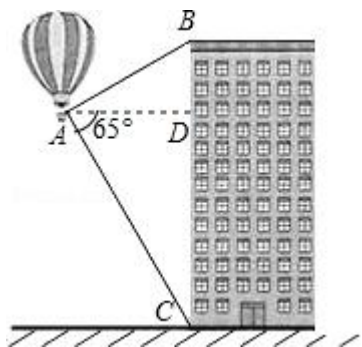
$\therefore$ 四边形 EBF D 是平行四边形，

$\therefore BD=EF,$

$\therefore$ 四边形 EBF D 是矩形.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质与判定、全等三角形的判定与性质、矩形的判定；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理论证是解决问题的关键.

19. (6 分) 如图，热气球的探测器显示，从热气球 A 处看一栋高楼顶部 B 的仰角为 30° ，看这栋高楼底部 C 的俯角为 65° ，热气球与高楼的水平距离 AD 为 120m. 求这栋高楼的高度. (结果用含非特殊角的三角函数及根式表示即可)



【考点】TA：解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】要求楼高 BC，即求出 BD、CD 的长度，分别在 Rt△ABD 和 Rt△ADC 中求出 BD 和 CD 的长度，继而可求解.

【解答】解：在 Rt△ABD 中，

$$\therefore \tan \angle BAD = \frac{BD}{AD},$$

$$\therefore BD = AD \tan 30^\circ = 120 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3} \text{ (米)},$$

在 Rt△ADC 中，

$$\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{AD},$$

$$\therefore CD = AD \tan 65^\circ = 120 \tan 65^\circ,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 40\sqrt{3} + 120 \tan 65^\circ.$$

答：这栋高楼的高度为 $(40\sqrt{3} + 120 \tan 65^\circ)$ 米.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是根据仰角构造直角三角形，利用三角函数求解.

20. (6 分) 若关于 x、y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=-3m+2 \\ x+2y=4 \end{cases}$ 的解满足 $x+y > -\frac{3}{2}$,

求出满足条件的 m 的所有正整数值.

【考点】97：二元一次方程组的解；C7：一元一次不等式的整数解.

【专题】11：计算题.

【分析】方程组两方程相加表示出 x+y，代入已知不等式求出 m 的范围，确定

出正整数值即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} 2x+y=-3m+2 \text{①} \\ x+2y=4 \text{②} \end{cases},$$

①+②得: $3(x+y) = -3m+6$, 即 $x+y = -m+2$,

代入不等式得: $-m+2 > -\frac{3}{2}$,

解得: $m < \frac{7}{2}$,

则满足条件 m 的正整数值为 1, 2, 3.

【点评】 此题考查了二元一次方程组的解, 以及一元一次不等式的整数解, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

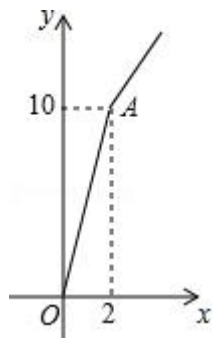
21. (7 分) 某玉米种子的价格为 a 元/千克, 如果一次购买 2 千克以上的种子, 超过 2 千克部分的种子价格打 8 折, 某科技人员对付款金额和购买量这两个变量的对应关系用列表法做了分析, 并绘制出了函数图象, 以下是该科技人员绘制的图象和表格的不完整资料, 已知点 A 的坐标为 (2, 10), 请你结合表格和图象:

付款金额	a	7.5	10	12	b
购买量 (千克)	1	1.5	2	2.5	3

(1) 指出付款金额和购买量哪个变量是函数的自变量 x , 并写出表中 a 、 b 的值;

(2) 求出当 $x > 2$ 时, y 关于 x 的函数解析式;

(3) 甲农户将 8.8 元钱全部用于购买玉米种子, 乙农户购买了 4165 克该玉米种子, 分别计算他们的购买量和付款金额.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据函数图象可得：购买量是函数的自变量 x ，也可看出 2 千克的金额为 10 元，从而可求 1 千克的价格，即 a 的值，由表格可得出：当购买量大于等于 2 千克时，购买量每增加 0.5 千克，价格增加 2 元，进而可求 b 的值；

(2) 先设关系式为 $y=kx+b$ ，然后将 $(2, 10)$ ，且 $x=3$ 时， $y=14$ ，代入关系式即可求出 k ， b 的值，从而确定关系式；

(3) 当 $y=8.8$ 时，单价为 5 元，此时购买量为 $8.8 \div 5$ ，然后将 $x=4.165$ 代入关系式计算相应的 y 值.

【解答】 解：(1) 根据函数图象可得：购买量是函数的自变量 x ，
 $a=10 \div 2=5$ 元， $b=14$ ；

(2) 当 $x > 2$ 时，设 y 与 x 的函数关系式为： $y=kx+b$ ，

$\because y=kx+b$ 经过点 $(2, 10)$ ，且 $x=3$ 时， $y=14$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2k+b=10 \\ 3k+b=14 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=4 \\ b=2 \end{cases},$$

$\therefore$ 当 $x > 2$ 时，设 y 与 x 的函数关系式为： $y=4x+2$ ；

(3) 当 $y=8.8$ 时， $x=\frac{8.8}{5}=1.76$ ，

当 $x=4.165$ 时， $y=4 \times 4.165+2=18.66$ ，

$\therefore$ 甲农户的购买量为 1.76 千克，乙农户的付款金额为 18.66 元.

【点评】 此题主要考查了一次函数的应用和待定系数法求一次函数解析式等知识，根据已知得出图表中点的坐标是解题关键.

22. (9 分) 学校准备从甲乙两位选手中选择一位选手代表学校参加所在地区的汉字听写大赛，学校对两位选手从表达能力、阅读理解、综合素质和汉字听写四个方面做了测试，他们各自的成绩（百分制）如表：

选手	表达能力	阅读理解	综合素质	汉字听写
甲	85	78	85	73
乙	73	80	82	83

(1) 由表中成绩已算得甲的平均成绩为 80.25，请计算乙的平均成绩，从他们的这一成绩看，应选派谁；

(2) 如果表达能力、阅读理解、综合素质和汉字听写分别赋予它们 2、1、3 和 4 的权，请分别计算两名选手的平均成绩，从他们的这一成绩看，应选派谁.

【考点】 W1：算术平均数；W2：加权平均数.

【分析】 (1) 先用算术平均数公式，计算乙的平均数，然后根据计算结果与甲的平均成绩比较，结果大的胜出；

(2) 先用加权平均数公式，计算甲、乙的平均数，然后根据计算结果，结果大的胜出.

【解答】 解：(1) $\overline{x}_{乙} = (73+80+82+83) \div 4 = 79.5$,

$$\therefore 80.25 > 79.5,$$

$\therefore$ 应选派甲；

$$(2) \overline{x}_{甲} = (85 \times 2 + 78 \times 1 + 85 \times 3 + 73 \times 4) \div (2+1+3+4) = 79.5,$$

$$\overline{x}_{乙} = (73 \times 2 + 80 \times 1 + 82 \times 3 + 83 \times 4) \div (2+1+3+4) = 80.4,$$

$$\therefore 79.5 < 80.4,$$

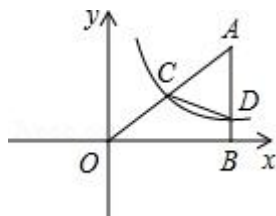
$\therefore$ 应选派乙.

【点评】 此题考查了算术平均数与加权平均数，解题的关键是：熟记计算算术平均数与加权平均数公式.

23. (7 分) 如图，在平面直角坐标系中 A 点的坐标为 (8, y)，AB ⊥ x 轴于点 B， $\sin \angle OAB = \frac{4}{5}$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一支经过 AO 的中点 C，且与 AB 交于点 D.

(1) 求反比例函数解析式;

(2) 若函数 $y=3x$ 与 $y=\frac{k}{x}$ 的图象的另一支交于点 M, 求三角形 OMB 与四边形 OCDB 的面积之比.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 先根据锐角三角函数的定义, 求出 OA 的值, 然后根据勾股定理求出 AB 的值, 然后由 C 点是 OA 的中点, 求出 C 点的坐标, 然后将 C 的坐标代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中, 即可确定反比例函数解析式;

(2) 先将 $y=3x$ 与 $y=\frac{12}{x}$ 联立成方程组, 求出点 M 的坐标, 然后求出点 D 的坐标, 然后连接 BC, 分别求出 $\triangle OMB$ 的面积, $\triangle OBC$ 的面积, $\triangle BCD$ 的面积, 进而确定四边形 OCDB 的面积, 进而可求三角形 OMB 与四边形 OCDB 的面积之比.

【解答】 解: (1) $\because$ A 点的坐标为 $(8, y)$,

$$\therefore OB=8,$$

$$\because AB \perp x \text{ 轴于点 } B, \sin \angle OAB = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{OB}{OA} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore OA=10,$$

$$\text{由勾股定理得: } AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = 6,$$

$\because$ 点 C 是 OA 的中点, 且在第一象限内,

$$\therefore C(4, 3),$$

$\because$ 点 C 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore k=12,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为: } y=\frac{12}{x};$$

(2) 将 $y=3x$ 与 $y=\frac{12}{x}$ 联立成方程组, 得:

$$\begin{cases} y=3x \\ y=\frac{12}{x} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x_1=2 \\ y_1=6 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=-6 \end{cases},$$

$\therefore M$ 是直线与双曲线另一支的交点,

$$\therefore M(-2, -6),$$

$\therefore$ 点 D 在 AB 上,

$\therefore$ 点 D 的横坐标为 8,

$\therefore$ 点 D 在反比例函数 $y=\frac{12}{x}$ 的图象上,

$\therefore$ 点 D 的纵坐标为 $\frac{3}{2}$,

$$\therefore D(8, \frac{3}{2}),$$

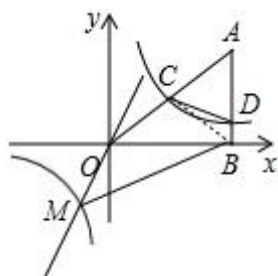
$$\therefore BD=\frac{3}{2},$$

连接 BC , 如图所示,

$$\therefore S_{\triangle MOB} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot |-6| = 24,$$

$$S_{\text{四边形 } OCDB} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 4 = 15,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle MOB}}{S_{\text{四边形 } OCDB}} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5}.$$



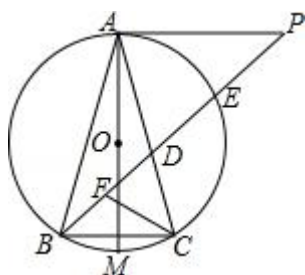
【点评】 本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 用待定系数法求反比例

函数的解析式及计算图形面积的问题. 解题的关键是: 确定交点的坐标.

24. (9分) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, P 是 $\odot O$ 外的一点, AM 是 $\odot O$ 的直径, $\angle PAC = \angle ABC$

(1) 求证: PA 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 PB 与 AC 交于点 D , 与 $\odot O$ 交于点 E , F 为 BD 上的一点, 若 M 为 $\widehat{BC}$ 的中点, 且 $\angle DCF = \angle P$, 求证: $\frac{BD}{PD} = \frac{FD}{ED} = \frac{CD}{AD}$.



【考点】MD: 切线的判定; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 连接 CM , 根据圆周角定理得出 $\angle PAC = \angle ABC$, $\angle M = \angle ABC$, 得出 $\angle PAC = \angle M$, 由 $\angle M + \angle MAC = 90^\circ$, 得出 $\angle PAC + \angle MAC = 90^\circ$, 即: $\angle MAP = 90^\circ$, 就可证得结论;

(2) 连接 AE , 根据垂径定理得出 $AM \perp BC$, 进而得出 $AP \parallel BC$, 得出 $\triangle ADP \sim \triangle CDB$, 根据相似三角形的性质得出 $\frac{BD}{PD} = \frac{CD}{AD}$, 然后证得 $\triangle ADE \sim \triangle CDF$, 得出 $\frac{CD}{DA} = \frac{FD}{ED}$, 从而证得 $\frac{BD}{PD} = \frac{FD}{ED} = \frac{CD}{AD}$.

【解答】证明: (1) 连接 CM ,

$\because \angle PAC = \angle ABC$, $\angle M = \angle ABC$,

$\therefore \angle PAC = \angle M$,

$\because AM$ 是直径,

$\therefore \angle M + \angle MAC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle PAC + \angle MAC = 90^\circ,$$

$$\text{即: } \angle MAP = 90^\circ,$$

$$\therefore MA \perp AP,$$

$$\therefore MA \perp AP,$$

$\therefore PA$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 AE ,

$\therefore M$ 为 $\widehat{BC}$ 中点, AM 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore AM \perp BC,$$

$$\therefore AM \perp AP,$$

$$\therefore AP \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADP \sim \triangle CDB,$$

$$\therefore \frac{BD}{PD} = \frac{CD}{AD},$$

$$\therefore AP \parallel BC,$$

$$\therefore \angle P = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle P = \angle DCF,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDF,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle CDF,$$

$$\therefore \frac{CD}{DA} = \frac{FD}{ED},$$

$$\therefore \frac{BD}{PD} = \frac{FD}{ED} = \frac{CD}{AD}.$$

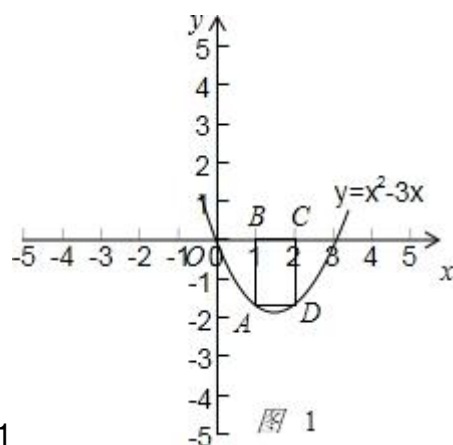
$$\therefore m^2 - 1 = 0,$$

$$\therefore m = \pm 1$$

$$\therefore y = x^2 + x \text{ 或 } y = x^2 - 3x,$$

$\therefore$ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore y = x^2 - 3x$, 由函数与不等式的关系, 得 $y < 0$ 时, $0 < x < 3$;

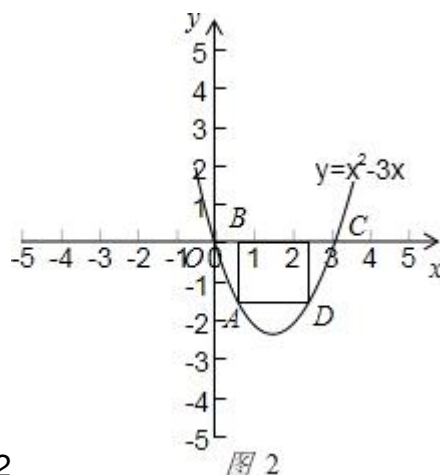


(2) ①如图 1

当 $BC=1$ 时, 由抛物线的对称性, 得点 A 的纵坐标为 -2 ,

$\therefore$ 矩形的周长为 6 ;

② $\because$ A 的坐标为 (a, b) ,

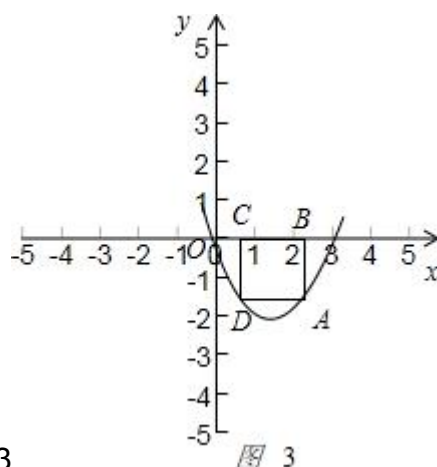


$\therefore$ 当点 A 在对称轴左侧时, 如图 2

矩形 $ABCD$ 的一边 $BC=3-2a$, 另一边 $AB=3a-a^2$,

周长 $L = -2a^2 + 2a + 6$. 其中 $0 < a < \frac{3}{2}$, 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $L_{\text{最大}} = \frac{13}{2}$, A 点坐标为 $(\frac{1}{2},$

$-\frac{5}{4})$,



当点 A 在对称轴右侧时如图 3

矩形的一边 $BC=3-(6-2a)=2a-3$, 另一边 $AB=3a-a^2$,

周长 $L=-2a^2+10a-6$, 其中 $\frac{3}{2}<a<3$, 当 $a=\frac{5}{2}$ 时, $L_{\text{最大}}=\frac{13}{2}$, A 点坐标为 $(\frac{5}{2}, -\frac{5}{4})$;

综上所述: 当 $0<a<\frac{3}{2}$ 时, $L=-2(a-\frac{1}{2})^2+\frac{13}{2}$,

$\therefore$ 当 $a=\frac{1}{2}$ 时, $L_{\text{最大}}=\frac{13}{2}$, A 点坐标为 $(\frac{1}{2}, -\frac{5}{4})$,

当 $\frac{3}{2}<a<3$ 时, $L=-2(a-\frac{5}{2})^2+\frac{13}{2}$,

$\therefore$ 当 $a=\frac{5}{2}$ 时, $L_{\text{最大}}=\frac{13}{2}$, A 点坐标为 $(\frac{5}{2}, -\frac{5}{4})$.

【点评】 本题考查了二次函数综合题, (1) 利用了待定系数法求函数解析式, 利用函数的增减性舍去不符合题意的函数解析式; (2) 利用对称性得出 BC 的长, 利用矩形的周长公式得出二次函数解析式, 利用二次函数的性质得出答案, 分类讨论是解题关键, 以防遗漏.