

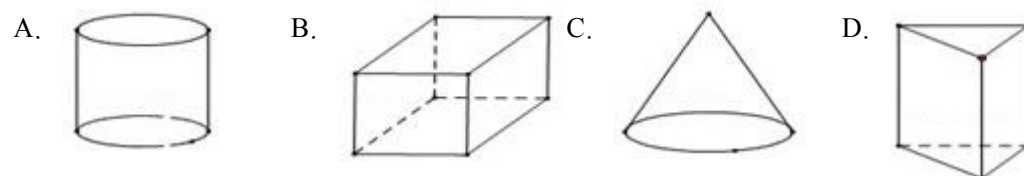
2014 年内蒙古赤峰市中考数学试卷

一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. (3 分) (2014•赤峰) 有理数 -3 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) (2014•赤峰) 下面的几何体中, 主 (正) 视图为三角形的是 ()



3. (3 分) (2014•赤峰) 赤峰市改革开放以来经济建设取得巨大成就, 2013 年全市 GDP 总值为 1686.15 亿元, 将 1686.15 亿元用科学记数法表示应为 ()

- A. 168615×10^2 元 B. 16.8615×10^4 元 C. 1.68615×10^8 元 D. 1.68615×10^{11} 元

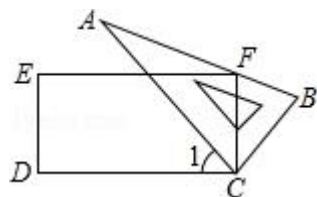
4. (3 分) (2014•赤峰) 下面是扬帆中学九年八班 43 名同学家庭人口的统计表:

家庭人口数 (人)	3	4	5	6	2
学生人数 (人)	15	10	8	7	3

这 43 个家庭人口的众数和中位数分别是 ()

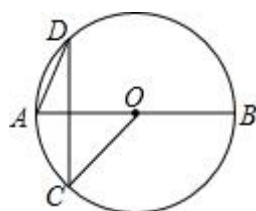
- A. 5, 6 B. 3, 4 C. 3, 5 D. 4, 6

5. (3 分) (2014•赤峰) 如图, 把一块含有 30° 角 ($\angle A = 30^\circ$) 的直角三角板 ABC 的直角顶点放在矩形桌面 CDEF 的一个顶点 C 处, 桌面的另一个顶点 F 与三角板斜边相交于点 F, 如果 $\angle 1 = 40^\circ$, 那么 $\angle AFE =$ ()



- A. 50° B. 40° C. 20° D. 10°

6. (3 分) (2014•赤峰) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上两点, $CD \perp AB$. 若 $\angle DAB = 65^\circ$, 则 $\angle BOC =$ ()

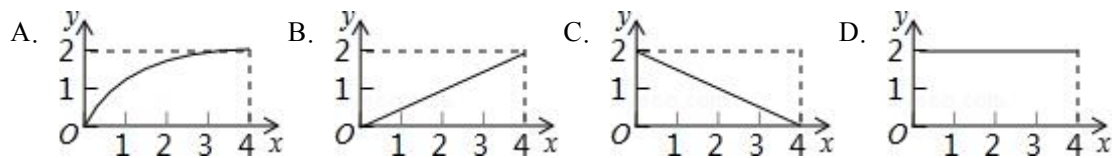
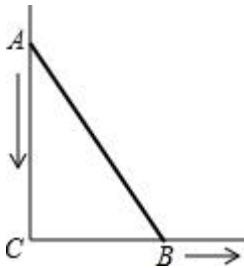


- A. 25° B. 50° C. 130° D. 155°

7. (3分) (2014•赤峰) 化简 $\frac{a^2b - ab^2}{b - a}$ 结果正确的是 ()

- A. ab B. $-ab$ C. $a^2 - b^2$ D. $b^2 - a^2$

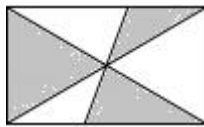
8. (3分) (2014•赤峰) 如图，一根长 5 米的竹杆 AB 斜立于墙 AC 的右侧，底端 B 与墙角 C 的距离为 3 米，当竹杆顶端 A 下滑 x 米时，底端 B 便随着向右滑行 y 米，反映 y 与 x 变化关系的大致图象是 ()



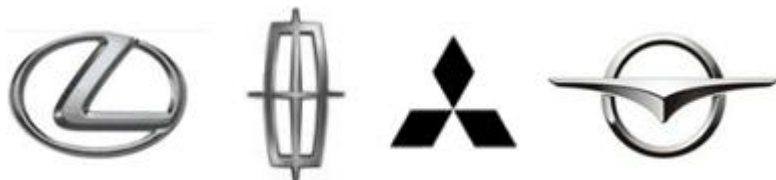
二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) (2014•赤峰) 化简: $2x - x =$ _____.

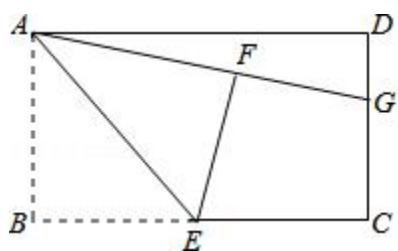
10. (3分) (2014•赤峰) 一只蚂蚁在如图所示的矩形地砖上爬行, 蚂蚁停在阴影部分的概率是_____.



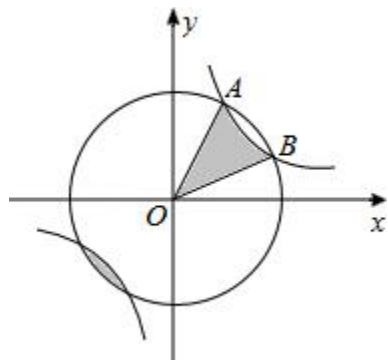
11. (3分) (2014•赤峰) 下列四个汽车图标中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的图标有_____个.



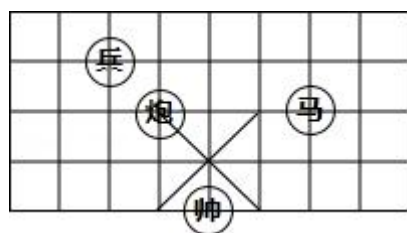
12. (3分) (2014•赤峰) 如图, E 的矩形 ABCD 中 BC 边的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠到 $\triangle AEF$, F 在矩形 ABCD 内部, 延长 AF 交 DC 于 G 点. 若 $\angle AEB = 55^\circ$, 求 $\angle DAF =$ _____°.



13. (3 分) (2014•赤峰) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象与以原点 $(0, 0)$ 为圆心的圆交于 A, B 两点, 且 A $(1, \sqrt{3})$, 图中阴影部分的面积等于_____. (结果保留 π)

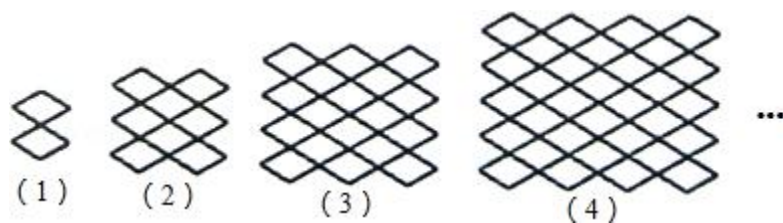


14. (3 分) (2014•赤峰) 如图所示, 在象棋盘上建立平面直角坐标系, 使“马”位于点 $(2, 2)$, “炮”位于点 $(-1, 2)$, 写出“兵”所在位置的坐标_____.



15. (3 分) (2014•赤峰) 直线 l 过点 $M(-2, 0)$, 该直线的解析式可以写为_____. (只写出一个即可)

16. (3 分) (2014•赤峰) 平移小菱形 $\diamond$ 可以得到美丽的“中国结”图案, 下面四个图案是由 $\diamond$ 平移后得到的类似“中国结”的图案, 按图中规律, 第 20 个图案中, 小菱形的个数是_____个.



三、解答题 (共 10 小题, 满分 102 分)

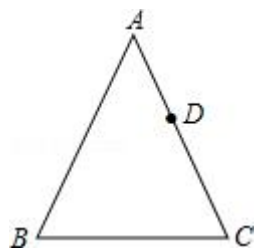
17. (6 分) (2014•赤峰) 计算: $(\pi - \sqrt{3})^0 + \sqrt{32} - 8\sin 45^\circ - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$.

18. (6 分) (2014•赤峰) 求不等式组
$$\begin{cases} 4(x+1) + 3 > x & \text{①} \\ \frac{x-4}{2} \leq \frac{x-5}{3} & \text{②} \end{cases}$$
 的正整数解.

19. (10 分) (2014•赤峰) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$.

(1) 作图: 在 AC 上有一点 D , 延长 BD , 并在 BD 的延长线上取点 E , 使 $AE=AB$, 连 AE , 作 $\angle EAC$ 的平分线 AF , AF 交 DE 于点 F (用尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 在 (1) 的条件下, 连接 CF , 求证: $\angle E = \angle ACF$.



20. (10 分) (2014•赤峰) 自从中央公布“八项规定”以来, 光明中学积极开展“厉行节约, 反对浪费”活动, 为此, 学校学生会会对九年八班某日午饭浪费饭菜情况进行调查, 调查内容分为四种: A. 饭和菜全部吃光; B. 有剩饭但菜吃光; C. 饭吃光但菜有剩; D. 饭和菜都有剩. 学生会根据统计结果, 绘制了如图两个统计图, 根据统计图提供的信息回答下列问题:

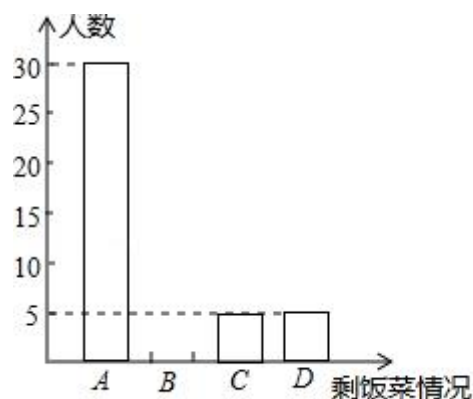


图1

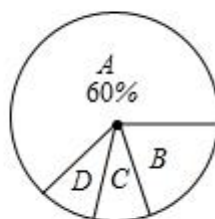
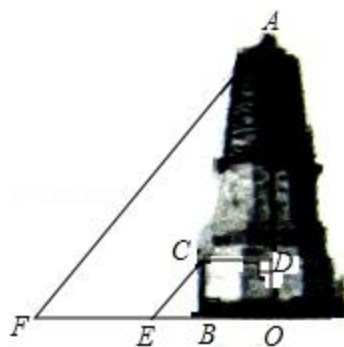


图2

- (1) 九年八班共有多少名学生?
- (2) 计算图 2 中 B 所在扇形的圆心角的度数, 并补全条形统计图;
- (3) 光明中学有学生 2000 名, 请估计这顿午饭有剩饭的学生人数, 按每人平均剩 10 克米饭计算, 这顿午饭将浪费多少千克米饭?

21. (10 分) (2014•赤峰) 位于赤峰市宁城的“大明塔”是我国辽代的佛塔, 距今已有 1 千多年的历史. 如图, 王强同学为测量大明塔的高度, 在地面的点 E 处测得塔基 BC 上端 C 的仰角为 30° , 他又沿 BE 方向走了 26 米, 到达点 F 处, 测得塔顶端 A 的仰角为 52° , 已知塔基是以 OB 为半径的圆内接正八边形, B 点在正八边形的一个顶点上, 塔基半径 OB=18 米, 塔基高 BC=11 米, 求大明塔的高 OA (结果保留到整数, $\sqrt{3}\approx 1.73$, $\tan 52^\circ\approx 1.28$).

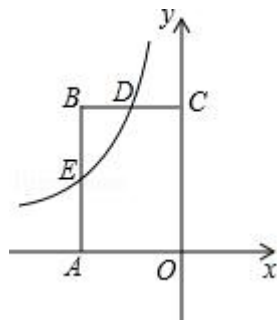


22. (10 分) (2014•赤峰) 某养殖专业户计划购买甲、乙两种牲畜, 已知乙种牲畜的单价是甲种牲畜单价的 2 倍多 200 元, 买 3 头甲种牲畜和 1 头乙种牲畜共需 5700 元.

- (1) 甲、乙两种牲畜的单价各是多少元?
- (2) 若购买以上两种牲畜 50 头, 共需资金 9.4 万元, 求甲、乙两种牲畜各购买多少头?
- (3) 相关资料表明: 甲、乙两种牲畜的成活率分别为 95% 和 99%, 若使这 50 头牲畜的成活率不低于 97% 且购买的总费用最低, 应如何购买?

23. (12 分) (2014•赤峰) 如图, 矩形 OABC 的顶点 A, C 分别在 x 轴和 y 轴上, 点 B 的坐标为 $(-4, 6)$, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过 BC 的中点 D, 且于 AB 交于点 E.

- (1) 求反比例函数解析式和 E 点坐标;
- (2) 若 F 是 OC 上一点, 且以 $\angle OAF$ 和 $\angle CFD$ 为对应角的 $\triangle FDC$ 、 $\triangle AFO$ 相似, 求 F 点的坐标.



24. (12 分) (2014•赤峰) 如图 1, E 是直线 AB, CD 内部一点, $AB \parallel CD$, 连接 EA, ED.

(1) 探究猜想:

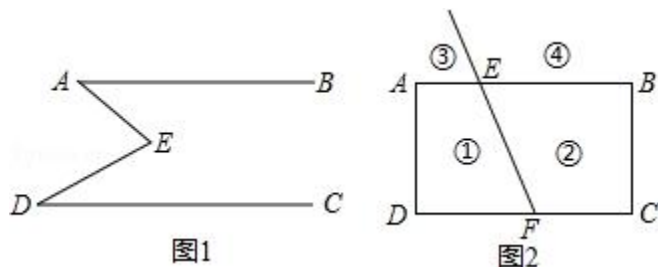
①若 $\angle A=30^\circ$, $\angle D=40^\circ$, 则 $\angle AED$ 等于多少度?

②若 $\angle A=20^\circ$, $\angle D=60^\circ$, 则 $\angle AED$ 等于多少度?

③猜想图 1 中 $\angle AED$, $\angle EAB$, $\angle EDC$ 的关系并证明你的结论.

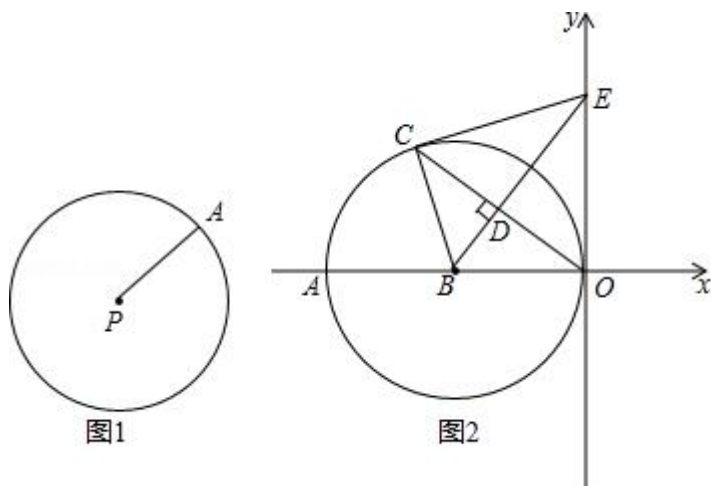
(2) 拓展应用:

如图 2, 射线 FE 与矩形 ABCD 的边 AB 交于点 E, 与边 CD 交于点 F, ①②③④分别是被射线 FE 隔开的 4 个区域 (不含边界, 其中区域③、④位于直线 AB 上方, P 是位于以上四个区域上的点, 猜想: $\angle PEB$, $\angle PFC$, $\angle EPF$ 的关系 (不要求证明)).



25. (12 分) (2014•赤峰) 阅读下列材料:

如图 1, 圆的概念: 在平面内, 线段 PA 绕它固定的一个端点 P 旋转一周, 另一个端点 A 所形成的图形叫做圆. 就是说, 到某个定点等于定长的所有点在同一个圆上, 圆心在 P (a, b), 半径为 r 的圆的方程可以写为: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, 如: 圆心在 P (2, -1), 半径为 5 的圆方程为: $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$



(1) 填空:

①以 A (3, 0) 为圆心, 1 为半径的圆的方程为_____;

②以 B (-1, -2) 为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径的圆的方程为_____.

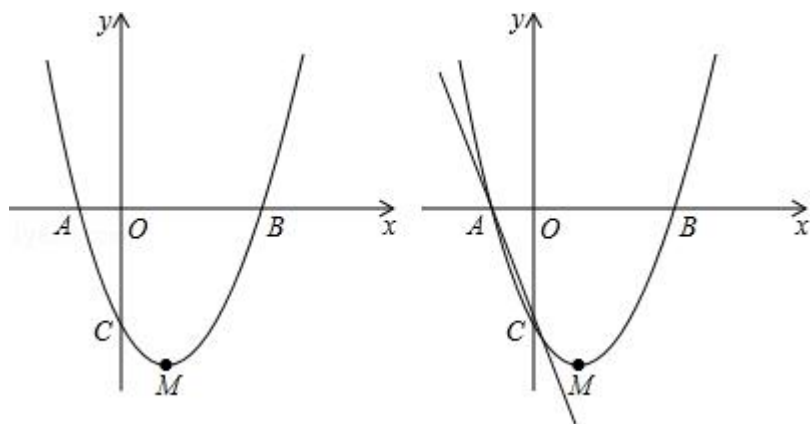
(2) 根据以上材料解决下列问题:

如图 2, 以 B (-6, 0) 为圆心的圆与 y 轴相切于原点, C 是 $\odot B$ 上一点, 连接 OC, 作 $BD \perp OC$ 垂足为 D, 延长 BD 交 y 轴于点 E, 已知 $\sin \angle AOC = \frac{3}{5}$.

①连接 EC, 证明 EC 是 $\odot B$ 的切线;

②在 BE 上是否存在一点 P, 使 $PB = PC = PE = PO$? 若存在, 求 P 点坐标, 并写出以 P 为圆心, 以 PB 为半径的 $\odot P$ 的方程; 若不存在, 说明理由.

26. (14 分) (2014•赤峰) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$.



- (1) 求该抛物线的解析式及顶点 M 坐标;
- (2) 求 $\triangle BCM$ 面积与 $\triangle ABC$ 面积的比;
- (3) 若 P 是 x 轴上一个动点, 过 P 作射线 $PQ \parallel AC$ 交抛物线于点 Q , 随着 P 点的运动, 在抛物线上是否存在这样的点 Q , 使以 A, P, Q, C 为顶点的四边形为平行四边形? 若存在, 请求出 Q 点坐标; 若不存在, 请说明理由.

2014 年内蒙古赤峰市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) (2014•赤峰) 有理数 -3 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

考点: 相反数.

专题: 计算题; 压轴题.

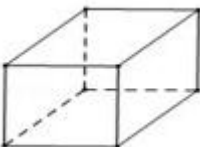
分析: 根据相反数的意义, 只有符号不同的数为相反数.

解答: 解: -3 的相反数是 3.

故选 A.

点评: 本题考查了相反数的意义. 只有符号不同的数为相反数, 0 的相反数是 0.

2. (3 分) (2014•赤峰) 下面的几何体中, 主 (正) 视图为三角形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单几何体的三视图

分析: 主视图是从几何体的正面看所得到的图形, 根据主视图所看的方向, 写出每个图形的主视图及可选出答案.

解答: 解: A、主视图是长方形, 故此选项错误;

B、主视图是长方形, 故此选项错误;

C、主视图是三角形, 故此选项正确;

D、主视图是正方形, 中间还有一条线, 故此选项错误;

故选: C.

点评: 此题主要考查了简单几何体的三视图, 关键是掌握主视图所看的位置.

3. (3 分) (2014•赤峰) 赤峰市改革开放以来经济建设取得巨大成就, 2013 年全市 GDP 总值为 1686.15 亿元, 将 1686.15 亿元用科学记数法表示应为 ()

- A. 168615×10^2 元 B. 16.8615×10^4 元 C. 1.68615×10^8 元 D. 1.68615×10^{11} 元

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 1686.15 亿 $= 16861500000 = 1.68615 \times 10^{11}$,

故选: D.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a|$

< 10 , n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2014•赤峰) 下面是扬帆中学九年八班 43 名同学家庭人口的统计表:

家庭人口数 (人)	3	4	5	6	2
学生人数 (人)	15	10	8	7	3

这 43 个家庭人口的众数和中位数分别是 ()

- A. 5, 6 B. 3, 4 C. 3, 5 D. 4, 6

考点: 众数; 中位数

分析: 利用众数及中位数的定义解答即可.

解答: 解: 数据 3 出现了 15 次, 故众数为 3;

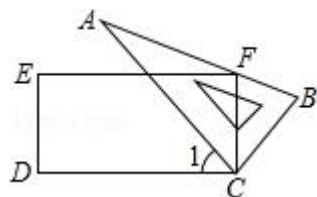
43 人的中位数应该是排序后的第 22 个学生的家庭人数、

故中位数为家庭人数为 4 人,

故选 B.

点评: 本题考查了众数及中位数的知识, 解题的关键是了解其定义, 难度较小.

5. (3 分) (2014•赤峰) 如图, 把一块含有 30° 角 ($\angle A=30^\circ$) 的直角三角板 ABC 的直角顶点放在矩形桌面 CDEF 的一个顶点 C 处, 桌面的另一个顶点 F 与三角板斜边相交于点 F, 如果 $\angle 1=40^\circ$, 那么 $\angle AFE=$ ()



- A. 50° B. 40° C. 20° D. 10°

考点: 平行线的性质; 三角形的外角性质

专题: 计算题.

分析: 由四边形 CDEF 为矩形, 得到 EF 与 DC 平行, 利用两直线平行同位角相等求出 $\angle AGE$ 的度数, 根据 $\angle AGE$ 为三角形 AGF 的外角, 利用外角性质求出 $\angle AFE$ 的度数即可.

解答: 解: $\because$ 四边形 CDEF 为矩形,

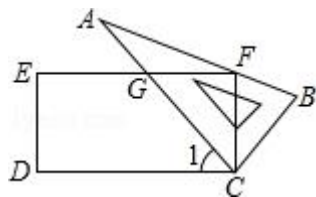
$\therefore EF \parallel DC$,

$\therefore \angle AGE = \angle 1 = 40^\circ$,

$\because \angle AGE$ 为 $\triangle AGF$ 的外角, 且 $\angle A = 30^\circ$,

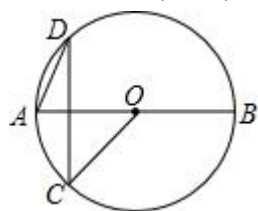
$\therefore \angle AFE = \angle AGE - \angle A = 10^\circ$.

故选 D.



点评: 此题考查了平行线的性质, 熟练掌握平行线的性质是解本题的关键.

6. (3分) (2014•赤峰) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上两点, $CD \perp AB$. 若 $\angle DAB = 65^\circ$, 则 $\angle BOC =$ ()



- A. 25° B. 50° C. 130° D. 155°

考点: 圆周角定理; 垂径定理

分析: 由 $CD \perp AB$. 若 $\angle DAB = 65^\circ$, 可求得 $\angle D$ 的度数, 又由圆周角定理, 即可求得 $\angle AOC$ 的度数, 继而求得答案.

解答: 解: $\because CD \perp AB$. $\angle DAB = 65^\circ$,
 $\therefore \angle ADC = 90^\circ - \angle DAB = 25^\circ$,
 $\therefore \angle AOC = 2\angle ADC = 50^\circ$,
 $\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle AOC = 130^\circ$.
 故 C.

点评: 此题考查了圆周角定理以及直角三角形的性质. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用.

7. (3分) (2014•赤峰) 化简 $\frac{a^2b - ab^2}{b - a}$ 结果正确的是 ()

- A. ab B. $-ab$ C. $a^2 - b^2$ D. $b^2 - a^2$

考点: 约分.

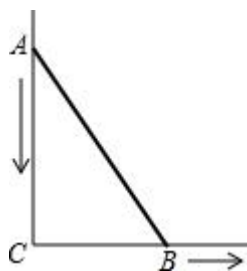
分析: 首先将分式的分子因式分解, 进而约分求出即可.

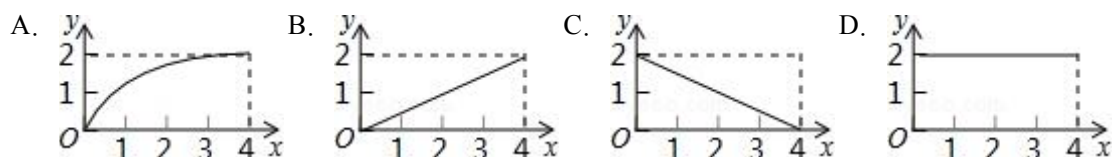
解答:
 解: $\frac{a^2b - ab^2}{b - a} = \frac{ab(a - b)}{b - a} = -ab$.

故选: B.

点评: 此题主要考查了约分, 正确分解因式是解题关键.

8. (3分) (2014•赤峰) 如图, 一根长 5 米的竹杆 AB 斜立于墙 AC 的右侧, 底端 B 与墙角 C 的距离为 3 米, 当竹杆顶端 A 下滑 x 米时, 底端 B 便随着向右滑行 y 米, 反映 y 与 x 变化关系的大致图象是 ()





考点: 动点问题的函数图象.

分析: 利用勾股定理列式求出 AC, 再根据勾股定理列式表示出 y 与 x 的函数关系式, 然后判断出函数图象即可得解.

解答: 解: 由勾股定理得, $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4m$,

竹杆顶端 A 下滑 x 米时, 底端 B 便随着向右滑行 y 米后,

$$AC = 4 - x, \quad BC = 3 + y,$$

$$\text{所以, } y + 3 = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - (4 - x)^2},$$

$$\text{所以, } y = \sqrt{25 - (4 - x)^2} - 3,$$

当 $x = 0$ 时, $y = 0$,

当 A 下滑到点 C 时, $x = 4$, $y = 2$,

由函数解析式可知 y 与 x 的变化不是直线变化.

故选 A.

点评: 本题考查了动点问题的函数图象, 主要利用了勾股定理, 列出 y 与 x 的函数关系式是解题的关键, 难点在于正确区分 A、B 选项.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分) (2014•赤峰) 化简: $2x - x = \underline{x}$.

考点: 合并同类项.

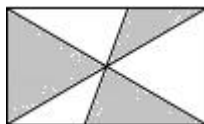
分析: 利用合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变, 直接得出答案.

解答: 解: $2x - x = x$.

故答案为: x.

点评: 此题主要考查了合并同类项, 正确掌握合并同类项法则是解题关键.

10. (3 分) (2014•赤峰) 一只蚂蚁在如图所示的矩形地砖上爬行, 蚂蚁停在阴影部分的概率是 $\underline{\frac{1}{2}}$.



考点: 几何概率

分析: 根据矩形的性质求出阴影部分占整个面积的 $\frac{1}{2}$, 进而得出答案.

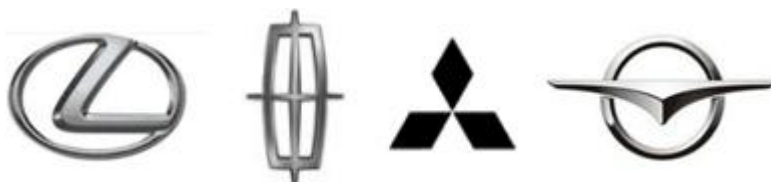
解答: 解: 由题意可得出: 图中阴影部分占整个面积的 $\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 一只蚂蚁在如图所示的矩形地砖上爬行, 蚂蚁停在阴影部分的概率是: $\frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

点评: 本题考查几何概率的求法: 首先根据题意将代数关系用面积表示出来, 一般用阴影区域表示所求事件 (A); 然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例, 这个比例即事件 (A) 发生的概率.

11. (3 分) (2014•赤峰) 下列四个汽车图标中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的图标



有 1 个.

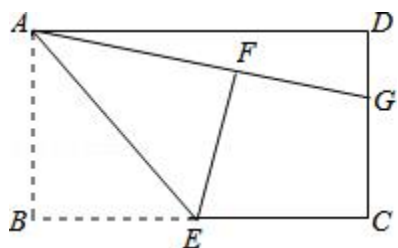
考点: 中心对称图形; 轴对称图形.

分析: 根据中心对称图形定义把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心; 轴对称图形的概念: 如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形, 可分析出答案.

解答: 解: 第一个图不是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故不合题意;
第二个图形是中心对称图形, 也是轴对称图形, 故符合题意;
第三个图形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故不合题意;
第四个图形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故不合题意.
故答案为: 1.

点评: 此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 度后两部分重合.

12. (3 分) (2014•赤峰) 如图, E 的矩形 ABCD 中 BC 边的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠到 $\triangle AEF$, F 在矩形 ABCD 内部, 延长 AF 交 DC 于 G 点. 若 $\angle AEB = 55^\circ$, 求 $\angle DAF =$ 20 $^\circ$.



考点: 翻折变换 (折叠问题)

分析: $\therefore$ 由 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠到 $\triangle AEF$, 得出 $\angle BAE = \angle FAE$, 由 $\angle AEB = 55^\circ$, $\angle ABE = 90^\circ$, 求出 $\angle BAE$, 利用 $\angle DAF = \angle BAD - \angle BAE - \angle FAE$ 求解.

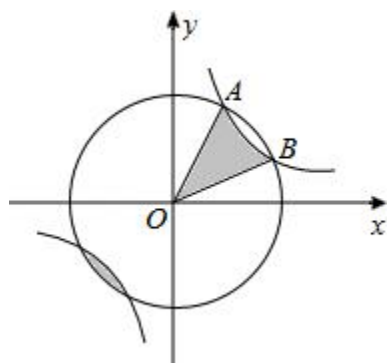
解答: 解: $\therefore \triangle ABE$ 沿 AE 折叠到 $\triangle AEF$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BAE = \angle FAE, \\
&\because \angle AEB = 55^\circ, \angle ABE = 90^\circ, \\
&\therefore \angle BAE = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ, \\
&\therefore \angle DAF = \angle BAD - \angle BAE - \angle FAE = 90^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 20^\circ.
\end{aligned}$$

故答案为：20

点评：本题主要考查了折叠问题，解题的关键是利用折叠图形的角相等求解。

13. (3分) (2014•赤峰) 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象与以原点 $(0, 0)$ 为圆心的圆交于 A, B 两点，且 A $(1, \sqrt{3})$ ，图中阴影部分的面积等于 $\frac{\pi}{3}$ 。（结果保留 π ）



考点：反比例函数图象的对称性；扇形面积的计算

分析：根据反比例函数的图象关于坐标原点对称，是中心对称图形可得：图中两个阴影面积的和等于扇形 OAB 的面积，又知 A $(1, \sqrt{3})$ ，即可求出圆的半径。

解答：解：如图， $\because A(1, \sqrt{3})$,

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ, OA = 2.$$

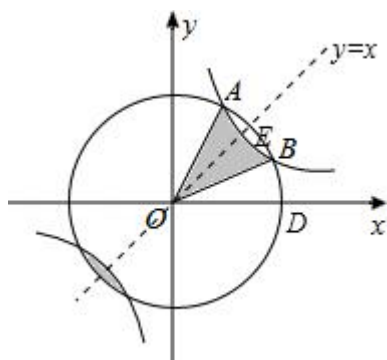
又 $\because$ 点 A、B 关于直线 $y = x$ 对称，

$$\therefore \angle AOB = 2(60^\circ - 45^\circ) = 30^\circ.$$

又 $\because$ 反比例函数的图象关于坐标原点对称，是中心对称图形，

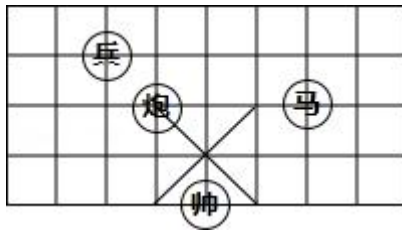
$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 OAB}} = \frac{30\pi \times 2^2}{360} = \frac{\pi}{3}.$$

故答案是： $\frac{\pi}{3}$ 。



点评：本题主要考查反比例函数图象的对称性的知识点，解决本题的关键是利用反比例函数的对称性得到阴影部分与圆之间的关系。

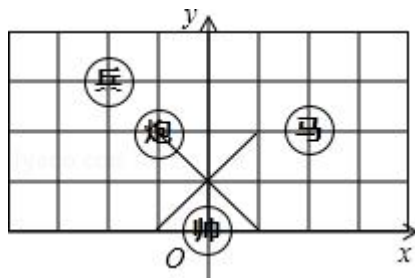
14. (3 分) (2014•赤峰) 如图所示, 在象棋棋盘上建立平面直角坐标系, 使“马”位于点 $(2, 2)$, “炮”位于点 $(-1, 2)$, 写出“兵”所在位置的坐标 $(-2, 3)$.



考点: 坐标确定位置

分析: 以“马”的位置向左 2 个单位, 向下 2 个单位为坐标原点建立平面直角坐标系, 然后写出兵的坐标即可.

解答: 解: 建立平面直角坐标系如图,
兵的坐标为 $(-2, 3)$.
故答案为: $(-2, 3)$.



点评: 本题考查了坐标确定位置, 确定出原点的位置并建立平面直角坐标系是解题的关键.

15. (3 分) (2014•赤峰) 直线 l 过点 $M(-2, 0)$, 该直线的解析式可以写为 $y=x+2$. (只写出一个即可)

考点: 一次函数的性质.

专题: 开放型.

分析: 设该直线方程为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$). 令 $k=1$, 然后把点 M 的坐标代入求得 b 的值.

解答: 解: 设该直线方程为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$). 令 $k=1$, 把点 $M(-2, 0)$ 代入, 得

$$0 = -2 + b = 0,$$

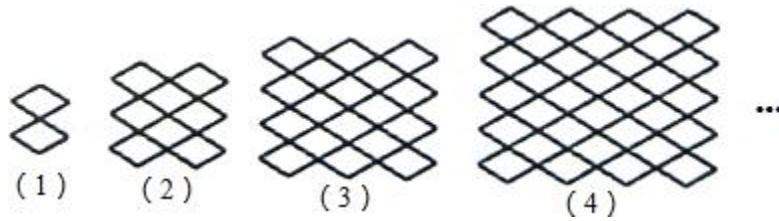
$$\text{解得 } b = 2,$$

$$\text{则该直线方程为: } y = x + 2.$$

故答案是: $y = x + 2$ (答案不唯一, 符合条件即可).

点评: 本题考查了一次函数的性质. 一次函数图象上所有点的坐标都满足直线方程.

16. (3 分) (2014•赤峰) 平移小菱形 $\diamond$ 可以得到美丽的“中国结”图案, 下面四个图案是由 $\diamond$ 平移后得到的类似“中国结”的图案, 按图中规律, 第 20 个图案中, 小菱形的个数是 800 个.



考点：规律型：图形的变化类.

分析：仔细观察图形发现第一个图形有 $2 \times 1^2 = 2$ 个小菱形；第二个图形有 $2 \times 2^2 = 8$ 个小菱形；第三个图形有 $2 \times 3^2 = 18$ 个小菱形；由此规律得到通项公式，然后代入 $n=20$ 即可求得答案.

解答：解：第一个图形有 $2 \times 1^2 = 2$ 个小菱形；
第二个图形有 $2 \times 2^2 = 8$ 个小菱形；
第三个图形有 $2 \times 3^2 = 18$ 个小菱形；

...

第 n 个图形有 $2n^2$ 个小菱形；

第 20 个图形有 $2 \times 20^2 = 800$ 个小菱形；

故答案为：800.

点评：本题考查了图形的变化类问题，解题的关键是仔细观察图形的变化，并找到图形的变化规律.

三、解答题（共 10 小题，满分 102 分）

17. (6 分) (2014•赤峰) 计算： $(\pi - \sqrt{3})^0 + \sqrt{32} - 8\sin 45^\circ - (\frac{1}{4})^{-1}$.

考点：实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值

专题：计算题.

分析：原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项化为最简二次根式，第三项利用特殊角的三角函数值计算，最后一项利用负指数幂法则计算即可得到结果.

解答：解：原式 $= 1 + 4\sqrt{2} - 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 4$
 $= -3$.

点评：此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6 分) (2014•赤峰) 求不等式组 $\begin{cases} 4(x+1) + 3 > x & \text{①} \\ \frac{x-4}{2} \leq \frac{x-5}{3} & \text{②} \end{cases}$ 的正整数解.

考点：一元一次不等式组的整数解.

分析：先解每一个不等式，求出不等式组的解集，再求出正整数解即可.

解答：解：由①得 $4x + 4 + 3 > x$

解得 $x > -\frac{7}{3}$,

由②得 $3x - 12 \leq 2x - 10$,

解得 $x \leq 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-\frac{7}{2} < x \leq 2$.

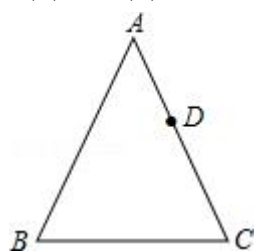
$\therefore$ 正整数解是 1、2.

点评: 此题主要考查了不等式组的解法, 并会根据未知数的范围确定它所满足的特殊条件的值. 一般方法是先解不等式组, 再根据解集求出特殊值.

19. (10 分) (2014•赤峰) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$.

(1) 作图: 在 AC 上有一点 D , 延长 BD , 并在 BD 的延长线上取点 E , 使 $AE=AB$, 连 AE , 作 $\angle EAC$ 的平分线 AF , AF 交 DE 于点 F (用尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 在 (1) 的条件下, 连接 CF , 求证: $\angle E = \angle ACF$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质; 作图—复杂作图

专题: 作图题; 证明题.

分析: (1) 以 A 为圆心, 以 AB 长为半径画弧, 与 BD 的延长线的交点即为点 E , 再以点 A 为圆心, 以任意长为半径画弧, 分别与 AC 、 AE 相交, 然后以这两点为圆心, 以大于它们 $\frac{1}{2}$ 长度为半径画弧, 两弧相交于一点, 过点 A 与这一点作出射线与 BE 的交点即为所求的点 F ;

(2) 求出 $AE=AC$, 根据角平分线的定义可得 $\angle EAF = \angle CAF$, 再利用“边角边”证明 $\triangle AEF$ 和 $\triangle ACF$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle E = \angle ACF$.

解答: (1) 解: 如图所示;

(2) 证明: $\because AB=AC$, $AE=AB$,

$\therefore AE=AC$,

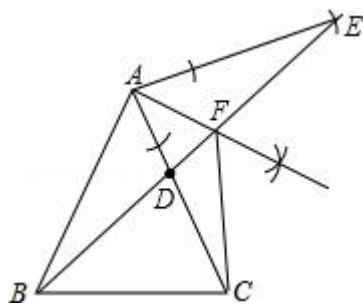
$\because AF$ 是 $\angle EAC$ 的平分线,

$\therefore \angle EAF = \angle CAF$,

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle ACF$ 中,
$$\begin{cases} AE=AC \\ \angle EAF=\angle CAF \\ AF=AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle ACF$ (SAS),

$\therefore \angle E = \angle ACF$.



点评: 本题考查了全等三角形的判断与性质, 等腰三角形的性质, 作一条线段等于已知线段, 角平分线的作法, 确定出全等三角形的条件是解题的关键.

20. (10 分) (2014•赤峰) 自从中央公布“八项规定”以来, 光明中学积极开展“厉行节约, 反对浪费”活动, 为此, 学校学生会就九年八班某日午饭浪费饭菜情况进行调查, 调查内容分为四种: A. 饭和菜全部吃光; B. 有剩饭但菜吃光; C. 饭吃光但菜有剩; D. 饭和菜都有剩. 学生会根据统计结果, 绘制了如图两个统计图, 根据统计图提供的信息回答下列问题:

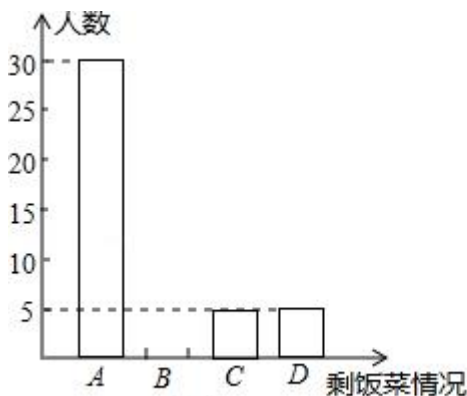


图1

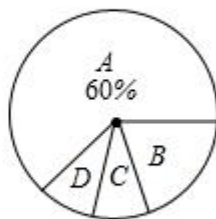


图2

- (1) 九年八班共有多少名学生?
- (2) 计算图 2 中 B 所在扇形的圆心角的度数, 并补全条形统计图;
- (3) 光明中学有学生 2000 名, 请估计这顿午饭有剩饭的学生人数, 按每人平均剩 10 克米饭计算, 这顿午饭将浪费多少千克米饭?

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 用 A 的人数除以相对应的百分比就是总学生数;

(2) B 的人数=总人数-A 的人数-C 的人数-D 的人数, B 所在扇形的圆心角的度数为: $\frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ$, 再根据 B 的人数为 10, 补全条形统计图;

(3) 先求出这顿午饭有剩饭的学生人数为: $2000 \times \frac{10+5}{50} = 600$ (人), 再用人数乘每人平均剩 10 克米饭, 把结果化为千克.

解答: 解: (1) 九年八班共有学生数为: $30 \div 60\% = 50$ (人);

(2) B 有剩饭但菜吃光的人数为: $50 - 30 - 5 - 5 = 10$ (人),

B 所在扇形的圆心角的度数为: $\frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ$,

补全条形统计图如图 1:

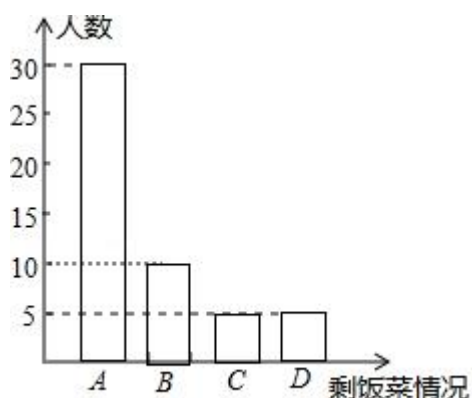


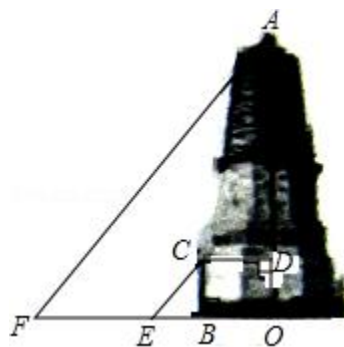
图1

(3) 这顿午饭有剩饭的学生人数为: $2000 \times \frac{10+5}{50} = 600$ (人),

$600 \times 10 = 6000$ (克) $= 6$ (千克).

点评: 本题主要考查了条形统计图, 扇形统计图及样本估计总数, 解题的关键是能把条形统计图和扇形统计图结合起来解决问题.

21. (10 分) (2014•赤峰) 位于赤峰市宁城的“大明塔”是我国辽代的佛塔, 距今已有 1 千多年的历史. 如图, 王强同学为测量大明塔的高度, 在地面的点 E 处测得塔基 BC 上端 C 的仰角为 30° , 他又沿 BE 方向走了 26 米, 到达点 F 处, 测得塔顶端 A 的仰角为 52° , 已知塔基是以 OB 为半径的圆内接正八边形, B 点在正八边形的一个顶点上, 塔基半径 OB=18 米, 塔基高 BC=11 米, 求大明塔的高 OA (结果保留到整数, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\tan 52^\circ \approx 1.28$).



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

分析: 在直角 $\triangle CBE$ 中利用三角函数首先求得 EC 的长, 则 OF 即可求解, 然后在直角 $\triangle AOF$ 中, 利用三角函数即可求解.

解答: 解: $\because$ 在直角 $\triangle CBE$ 中, $\angle CEB = 30^\circ$, $BC = 11$,
 $\therefore EC = 22$,

则 $EB = \sqrt{22^2 - 11^2} = 11\sqrt{3} \approx 19$,

$\therefore$ 在直角 $\triangle AOF$ 中, $\angle AFO = 52^\circ$, $OF = 18 + 19 + 26 = 63$,

$\therefore OA = OF \cdot \tan \angle AFO \approx 63 \times 1.28 = 81$ (米).

答: 大明塔高约 81 米.

点评: 本题考查仰角的定义, 要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

22. (10 分) (2014•赤峰) 某养殖专业户计划购买甲、乙两种牲畜, 已知乙种牲畜的单价是甲种牲畜单价的 2 倍多 200 元, 买 3 头甲种牲畜和 1 头乙种牲畜共需 5700 元.

(1) 甲、乙两种牲畜的单价各是多少元?

(2) 若购买以上两种牲畜 50 头, 共需资金 9.4 万元, 求甲、乙两种牲畜各购买多少头?

(3) 相关资料表明: 甲、乙两种牲畜的成活率分别为 95% 和 99%, 若使这 50 头牲畜的成活率不低于 97% 且购买的总费用最低, 应如何购买?

考点: 一次函数的应用; 一元一次方程的应用

分析: (1) 设甲种牲畜的单价是 x 元, 列方程 $3x+2x+200=5700$, 求出甲种牲畜的单价, 再求出乙种牲畜的单价即可.

(2) 设购买甲种牲畜 y 头, 列方程 $1100y+(50-y)=94000$ 求出甲种牲畜购买 20 头, 乙种牲畜购买 30 头,

(3) 设费用为 m , 购买甲种牲畜 n 头, 则 $m=1100n+240(50-n)=-1300n+120000$

依题意得: $\frac{95}{100}n+\frac{99}{100}(50-n) \geq \frac{97}{100} \times 50$, 据 m 随 n 的增大而减小, 求得 $n=25$ 时, 费用最低.

解答: 解: (1) 设甲种牲畜的单价是 x 元, 依题意得,

$$3x+2x+200=5700$$

$$\text{解得: } x=1100$$

乙种牲畜的单价是: $2x+200=2400$ 元,

即甲种牲畜的单价是 1100 元, 乙种牲畜的单价是 2400 元.

(2) 设购买甲种牲畜 y 头, 依题意得,

$$1100y+(50-y)=94000$$

$$\text{解得 } y=20,$$

$$50-20=30,$$

即甲种牲畜购买 20 头, 乙种牲畜购买 30 头.

(3) 设费用为 m , 购买甲种牲畜 n 头,

$$\text{则 } m=1100n+240(50-n)=-1300n+120000$$

$$\text{依题意得: } \frac{95}{100}n+\frac{99}{100}(50-n) \geq \frac{97}{100} \times 50,$$

$$\text{解得: } n \leq 25,$$

$$k=-1300 < 0, m \text{ 随 } n \text{ 的增大而减小,}$$

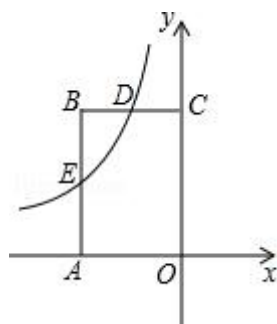
$\therefore$ 当 $n=25$ 时, 费用最低, 所以各购买 25 头时满足条件.

点评: 本题主要考查了一次函数的应用, 理解题意, 抓住题目蕴含的数量关系是解决问题的关键.

23. (12 分) (2014•赤峰) 如图, 矩形 OABC 的顶点 A, C 分别在 x 轴和 y 轴上, 点 B 的坐标为 $(-4, 6)$, 双曲线 $y=\frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象经过 BC 的中点 D, 且于 AB 交于点 E.

(1) 求反比例函数解析式和 E 点坐标;

(2) 若 F 是 OC 上一点, 且以 $\angle OAF$ 和 $\angle CFD$ 为对应角的 $\triangle FDC$ 、 $\triangle AFO$ 相似, 求 F 点的坐标.



考点: 反比例函数综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 由 ABCD 为矩形, D 为 BC 中点, 根据 B 坐标确定出 D 坐标, 代入反比例解析式求出 k 的值, 确定出反比例解析式, 将 $x = -4$ 代入反比例解析式求出 y 的值, 确定出 E 坐标即可;

(2) 如图所示, 设 F (0, y), 根据以 $\angle OAF$ 和 $\angle CFD$ 为对应角的 $\triangle FDC$ 、 $\triangle AFO$ 相似, 列出比例式, 求出 y 的值, 即可确定出 F 坐标.

解答: 解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 为矩形, D 为 BC 中点, B (-4, 6),
 $\therefore$ D (-2, 6),

设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

将 D (-2, 6) 代入得: $k = -12$,

$\therefore$ 反比例解析式为 $y = -\frac{12}{x}$,

将 $x = -4$ 代入反比例解析式得: $y = 3$,

则 E (-4, 3);

(2) 设 F (0, y), 如图所示, 连接 DF, AF,

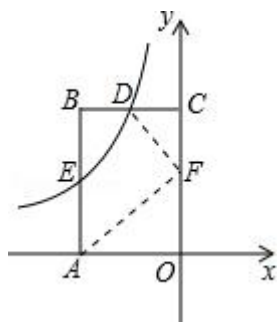
$\because \angle OAF = \angle DFC$, $\triangle AOF \sim \triangle FDC$,

$\therefore \frac{OF}{OA} = \frac{CD}{CF}$, 即 $\frac{y}{4} = \frac{2}{6-y}$,

整理得: $y^2 - 6y + 8 = 0$, 即 $(y-2)(y-4) = 0$,

解得: $y_1 = 2$, $y_2 = 4$,

则 F 坐标为 (0, 2) 或 (0, 4).



点评: 此题属于反比例函数综合题, 涉及的知识有: 坐标与图形性质, 待定系数法确定函数

解析式，相似三角形的性质，以及一元二次方程的解法，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

24. (12 分) (2014•赤峰) 如图 1, E 是直线 AB, CD 内部一点, $AB \parallel CD$, 连接 EA, ED.

(1) 探究猜想:

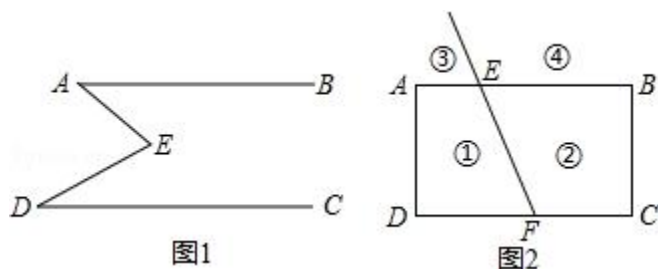
①若 $\angle A=30^\circ$, $\angle D=40^\circ$, 则 $\angle AED$ 等于多少度?

②若 $\angle A=20^\circ$, $\angle D=60^\circ$, 则 $\angle AED$ 等于多少度?

③猜想图 1 中 $\angle AED$, $\angle EAB$, $\angle EDC$ 的关系并证明你的结论.

(2) 拓展应用:

如图 2, 射线 FE 与矩形 ABCD 的边 AB 交于点 E, 与边 CD 交于点 F, ①②③④分别是被射线 FE 隔开的 4 个区域 (不含边界, 其中区域③、④位于直线 AB 上方, P 是位于以上四个区域上的点, 猜想: $\angle PEB$, $\angle PFC$, $\angle EPF$ 的关系 (不要求证明).



考点: 平行线的性质

专题: 阅读型; 分类讨论.

分析: (1) ①根据图形猜想得出所求角度数即可;

②根据图形猜想得出所求角度数即可;

③猜想得到三角关系, 理由为: 延长 AE 与 DC 交于 F 点, 由 AB 与 DC 平行, 利用两直线平行内错角相等得到一对角相等, 再利用外角性质及等量代换即可得证;

(2) 分四个区域分别找出三个角关系即可.

解答: 解: (1) ① $\angle AED=70^\circ$;

② $\angle AED=80^\circ$;

③猜想: $\angle AED=\angle EAB+\angle EDC$,

证明: 延长 AE 交 DC 于点 F,

$\because AB \parallel DC$,

$\therefore \angle EAB=\angle EFD$,

$\because \angle AED$ 为 $\triangle EDF$ 的外角,

$\therefore \angle AED=\angle EDF+\angle EFD=\angle EAB+\angle EDC$;

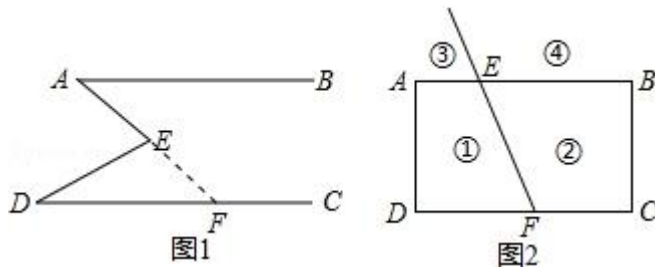
(2) 根据题意得:

点 P 在区域①时, $\angle EPF=360^\circ - (\angle PEB+\angle PFC)$;

点 P 在区域②时, $\angle EPF=\angle PEB+\angle PFC$;

点 P 在区域③时, $\angle EPF=\angle PEB - \angle PFC$;

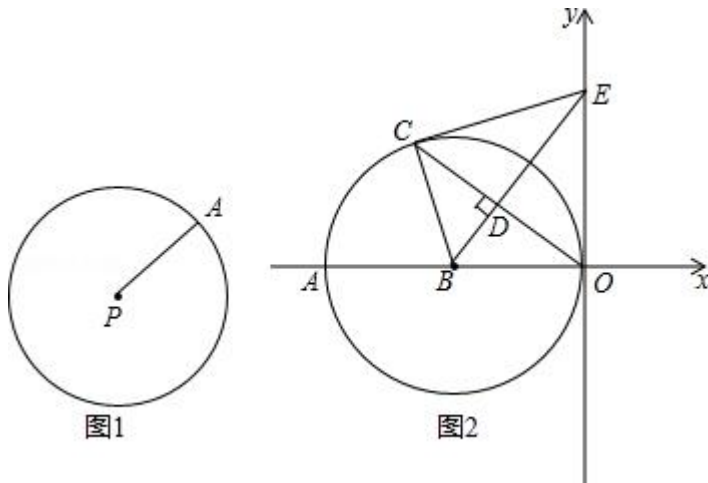
点 P 在区域④时, $\angle EPF=\angle PFC - \angle PEB$.



点评: 此题考查了平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解本题的关键.

25. (12分) (2014•赤峰) 阅读下列材料:

如图 1, 圆的概念: 在平面内, 线段 PA 绕它固定的一个端点 P 旋转一周, 另一个端点 A 所形成的图形叫做圆. 就是说, 到某个定点等于定长的所有点在同一个圆上, 圆心在 P (a, b), 半径为 r 的圆的方程可以写为: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, 如: 圆心在 P (2, -1), 半径为 5 的圆方程为: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$



(1) 填空:

- ①以 A (3, 0) 为圆心, 1 为半径的圆的方程为 $(x-3)^2 + y^2 = 1$;
 ②以 B (-1, -2) 为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径的圆的方程为 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 3$.

(2) 根据以上材料解决下列问题:

如图 2, 以 B (-6, 0) 为圆心的圆与 y 轴相切于原点, C 是 $\odot B$ 上一点, 连接 OC, 作 $BD \perp OC$ 垂足为 D, 延长 BD 交 y 轴于点 E, 已知 $\sin \angle AOC = \frac{3}{5}$.

- ①连接 EC, 证明 EC 是 $\odot B$ 的切线;
 ②在 BE 上是否存在一点 P, 使 $PB=PC=PE=PO$? 若存在, 求 P 点坐标, 并写出以 P 为圆心, 以 PB 为半径的 $\odot P$ 的方程; 若不存在, 说明理由.

考点: 圆的综合题

分析: (1) 根据阅读材料中的定义求解;

(2) ①根据垂径定理由 $BD \perp OC$ 得到 $CD=OD$, 则 BE 垂直平分 OC, 再根据线段垂直平分线的性质得 $EO=EC$, 则 $\angle EOC = \angle ECO$, 加上 $\angle BOC = \angle BCO$, 易得 $\angle BOE = \angle BCE = 90^\circ$, 然后根据切线的判定定理得到 EC 是 $\odot B$ 的切线;

②由 $\angle BOE = \angle BCE = 90^\circ$, 根据圆周角定理得点 C 和点 O 偶在以 BE 为直径的圆上, 即当 P 点为 BE 的中点时, 满足 $PB=PC=PE=PO$, 利用同角的余角相等得

$\angle BOE = \angle AOC$, 则 $\sin \angle BOE = \sin \angle AOC = \frac{3}{5}$, 在 $\text{Rt}\triangle BOE$ 中, 利用正弦的定义计算出 $BE=10$, 利用勾股定理计算出 $OE=8$, 则 E 点坐标为 $(0, 8)$, 于是得到线段 AB 的中点 P 的坐标为 $(-3, 4)$, $PB=5$, 然后写出以 $P(-3, 4)$ 为圆心, 以 5 为半径的 $\odot P$ 的方程.

解答: (1) 解: ①以 $A(3, 0)$ 为圆心, 1 为半径的圆的方程为 $(x-3)^2 + y^2 = 1$;
 ②以 $B(-1, -2)$ 为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径的圆的方程为 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 3$;
 故答案为 $(x-3)^2 + y^2 = 1$; $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 3$;

(1) ①证明: $\because BD \perp OC$,
 $\therefore CD = OD$,
 $\therefore BE$ 垂直平分 OC ,
 $\therefore EO = EC$,
 $\therefore \angle EOC = \angle ECO$,
 $\therefore BO = BC$,
 $\therefore \angle BOC = \angle BCO$,
 $\therefore \angle EOC + \angle BOC = \angle ECO + \angle BCO$,
 $\therefore \angle BOE = \angle BCE = 90^\circ$,
 $\therefore BC \perp CE$,
 $\therefore EC$ 是 $\odot B$ 的切线;

②存在.
 $\because \angle BOE = \angle BCE = 90^\circ$,
 $\therefore$ 点 C 和点 O 偶在以 BE 为直径的圆上,
 $\therefore$ 当 P 点为 BE 的中点时, 满足 $PB = PC = PE = PO$,
 $\therefore B$ 点坐标为 $(-6, 0)$,
 $\therefore OB = 6$,
 $\because \angle AOC + \angle DOE = 90^\circ$, $\angle DOE + \angle BEO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BOE = \angle AOC$,
 $\therefore \sin \angle BOE = \sin \angle AOC = \frac{3}{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle BOE$ 中, $\sin \angle BOE = \frac{OB}{BE}$,

$$\therefore \frac{6}{BE} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BE = 10,$$

$$\therefore OE = \sqrt{BE^2 - OB^2} = 8,$$

$$\therefore E \text{ 点坐标为 } (0, 8),$$

$$\therefore \text{线段 } AB \text{ 的中点 } P \text{ 的坐标为 } (-3, 4), PB = 5,$$

$$\therefore \text{以 } P(-3, 4) \text{ 为圆心, 以 } 5 \text{ 为半径的 } \odot P \text{ 的方程为 } (x+3)^2 + (y-4)^2 = 25.$$

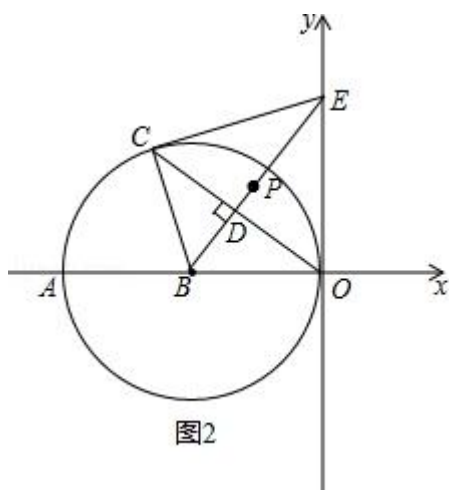
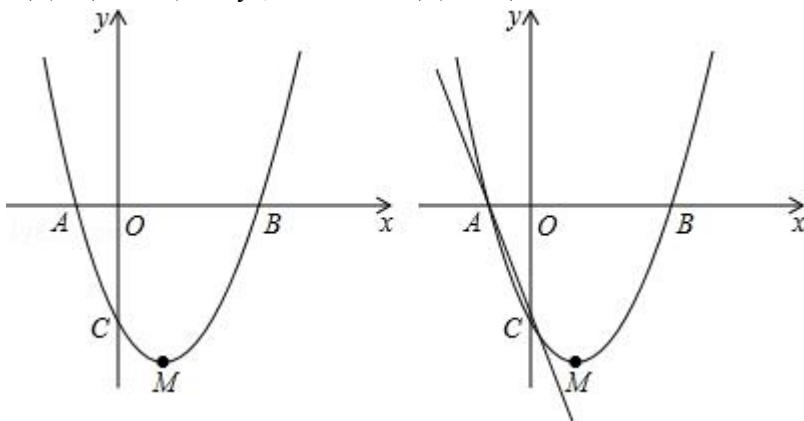


图2

点评: 本题了圆的综合题: 熟练掌握垂径定理、切线的判定定理、圆周角定理和等腰三角形的性质; 阅读理解能力也是本题考查的重点; 会运用锐角三角函数的定义和勾股定理进行几何计算.

26. (14 分) (2014•赤峰) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$.



- (1) 求该抛物线的解析式及顶点 M 坐标;
- (2) 求 $\triangle BCM$ 面积与 $\triangle ABC$ 面积的比;
- (3) 若 P 是 x 轴上一个动点, 过 P 作射线 $PQ \parallel AC$ 交抛物线于点 Q , 随着 P 点的运动, 在抛物线上是否存在这样的点 Q , 使以 A, P, Q, C 为顶点的四边形为平行四边形? 若存在, 请求出 Q 点坐标; 若不存在, 请说明理由.

考点: 二次函数综合题

分析: (1) 有抛物线与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 则可设抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$. 由与 y 轴交于点 $C(0, -3)$, 则代入易得解析式, 顶点易知.

(2) 求 $\triangle BCM$ 面积与 $\triangle ABC$ 面积的比, 由两三角形不为同高或同底, 所以考虑求解出两三角形面积再作比即可. 因为 $S_{\triangle BCM} = S_{\text{梯形 } OCMD} + S_{\triangle BMD} - S_{\triangle BOC}$,

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot OC$, 则结论易得.

(3) 由四边形为平行四边形, 则对边 PQ, AC 平行且相等, 过 Q 点作 x 轴的垂线易得 Q 到 x 轴的距离 $= OC = 3$, 又 (1) 得抛物线解析式, 代入即得 Q 点横坐标, 则 Q 点

可求.

解答: 解: (1) 设抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$,
 $\because$ 抛物线过点 $(0, 3)$,
 $\therefore -3=a(0+1)(0-3)$,
 $\therefore a=1$,
 $\therefore$ 抛物线解析式为 $y=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$,
 $\therefore y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$,
 $\therefore M(1, -4)$.

(2) 如图 1, 连接 BC 、 BM 、 CM , 作 $MD \perp x$ 轴于 D ,

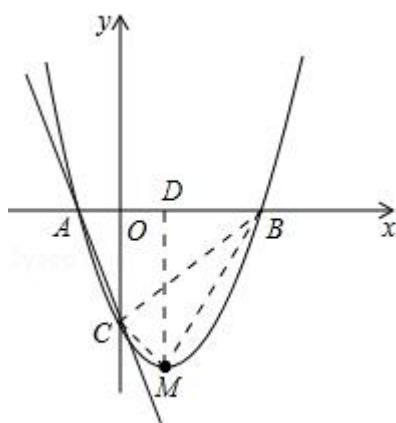


图 1

$$\therefore S_{\triangle BCM} = S_{\text{梯形 } OCMD} + S_{\triangle BMD} - S_{\triangle BOC}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (3+4) \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3$$

$$= \frac{7}{2} + \frac{8}{2} - \frac{9}{2} = 3$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle BCM} : S_{\triangle ABC} = 3 : 6 = 1 : 2.$$

(3) 存在, 理由如下:

①如图 2, 当 Q 在 x 轴下方时, 作 $QE \perp x$ 轴于 E ,

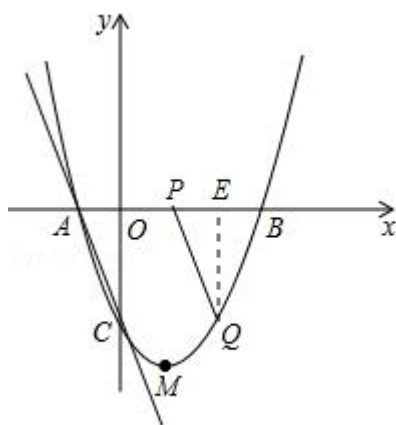


图 2

$\because$ 四边形 ACQP 为平行四边形,
 $\therefore$ PQ 平行且相等 AC,
 $\therefore \triangle PEQ \cong \triangle AOC$,
 $\therefore EQ = OC = 3$,
 $\therefore -3 = x^2 - 2x - 3$,
 解得 $x = 2$ 或 $x = 0$ (与 C 点重合, 舍去),
 $\therefore Q(2, -3)$.

②如图 3, 当 Q 在 x 轴上方时, 作 $QF \perp x$ 轴于 F,

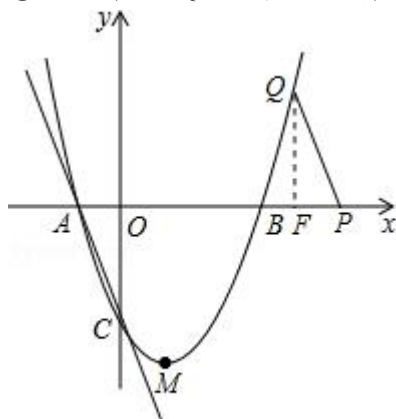


图 3

$\because$ 四边形 ACPQ 为平行四边形,
 $\therefore$ QP 平行且相等 AC,
 $\therefore \triangle PFQ \cong \triangle AOC$,
 $\therefore FQ = OC = 3$,
 $\therefore 3 = x^2 - 2x - 3$,
 解得 $x = 1 + \sqrt{7}$ 或 $x = 1 - \sqrt{7}$,
 $\therefore Q(1 + \sqrt{7}, 3)$ 或 $(1 - \sqrt{7}, 3)$.

综上所述, Q 点为 $(2, -3)$ 或 $(1 + \sqrt{7}, 3)$ 或 $(1 - \sqrt{7}, 3)$

点评: 本题考查了二次函数图象与性质、平行四边形及坐标系中求不规则图形面积等基础考点, 难度适中, 适合学生练习.