

2013 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（3 分）-3 的相反数是（ ）

A. 3

B. -3

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

2.（3 分）下列运算正确的是（ ）

A. $x^2+x^3=x^5$

B. $x^8 \div x^2 = x^4$

C. $3x-2x=1$

D. $(x^2)^3=x^6$

3.（3 分）观察下列图形，既是轴对称图形又是中心对称图形的有（ ）



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

4.（3 分）下列说法正确的是（ ）

A. “打开电视剧，正在播足球赛”是必然事件

B. 甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 0.24$ ，乙组数据的方差 $S_{\text{乙}}^2 = 0.03$ ，则乙组数据比甲组数据稳定

C. 一组数据 2, 4, 5, 5, 3, 6 的众数和中位数都是 5

D. “掷一枚硬币正面朝上的概率是 $\frac{1}{2}$ ”表示每抛硬币 2 次就有 1 次正面朝上

5.（3 分）用激光测距仪测得两地之间的距离为 14 000 000 米，将 14 000 000 用科学记数法表示为（ ）

A. 14×10^7

B. 14×10^6

C. 1.4×10^7

D. 0.14×10^8

6.（3 分）只用下列图形中的一种，能够进行平面镶嵌的是（ ）

A. 正十边形

B. 正八边形

C. 正六边形

D. 正五边形

7.（3 分）从 1 到 9 这九个自然数中任取一个，是偶数的概率是（ ）

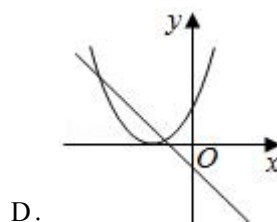
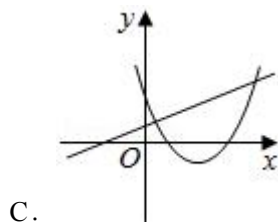
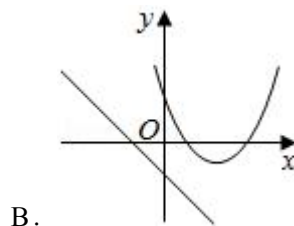
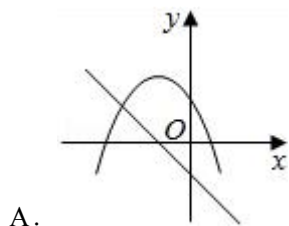
A. $\frac{2}{9}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{5}{9}$

D. $\frac{2}{3}$

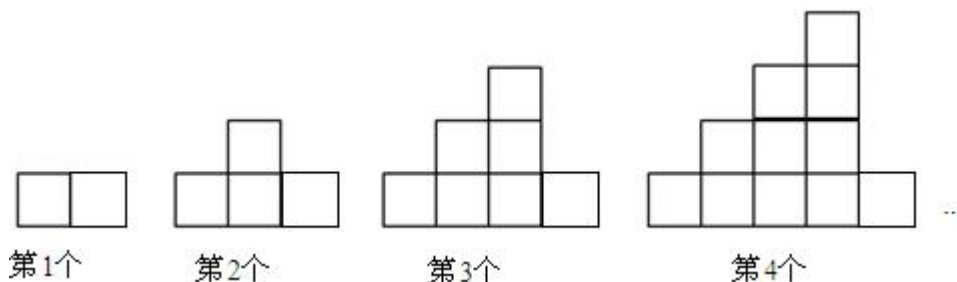
8.（3 分）在同一平面坐标系中，函数 $y = mx+m$ 和 $y = -mx^2+2x+2$ （ m 是常数，且 $m \neq 0$ ）的图象可能是（ ）



9. (3分) (非课改) 已知 α , β 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m+3)x + m^2 = 0$ 的两个不相等的实数根, 且满足 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -1$, 则 m 的值是 ()

- A. 3 B. 1 C. 3 或 -1 D. -3 或 1

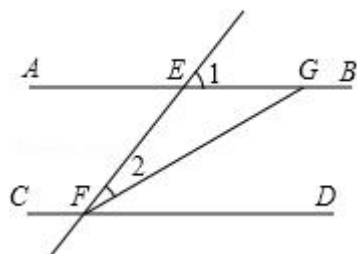
10. (3分) 如图, 下列图案均是长度相同的火柴按一定的规律拼搭而成: 第1个图案需7根火柴, 第2个图案需13根火柴, $\dots$, 依此规律, 第11个图案需 () 根火柴.



- A. 156 B. 157 C. 158 D. 159

二、填空题 (本大题共6个小题, 每小题3分, 共18分, 本题要求把正确结果填在答题纸规定的横线上, 不需要解答过程)

11. (3分) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 60^\circ$, FG 平分 $\angle EFD$, 则 $\angle 2 =$ _____ 度.



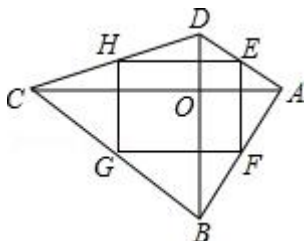
12. (3分) 大于 $\sqrt{2}$ 且小于 $\sqrt{5}$ 的整数是_____.

13. (3分) 一个圆锥的侧面积是底面积的2倍, 则圆锥侧面展开图扇形的圆心角是_____.

14. (3分) 某工厂现在平均每天比原计划多生产50台机器, 现在生产600台机器所需时间

与原计划生产 450 台机器所需时间相同，现在平均每天生产_____台机器。

15. (3 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 $AC \perp BD$ ，垂足为 O ，点 E 、 F 、 G 、 H 分别为边 AD 、 AB 、 BC 、 CD 的中点。若 $AC = 8$ ， $BD = 6$ ，则四边形 $EFGH$ 的面积为_____。



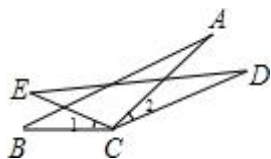
16. (3 分) 在平面直角坐标系中，已知点 $A(4, 0)$ 、 $B(-6, 0)$ ，点 C 是 y 轴上的一个动点，当 $\angle BCA = 45^\circ$ 时，点 C 的坐标为_____。

三、解答题（本大题共 9 小题，共 72 分，解答应写出必要的演算步骤、证明过程或文字说明）

17. (10 分) (1) 计算： $(\frac{1}{3})^{-1} - |-2 + \sqrt{3} \tan 45^\circ| + (\sqrt{2} - 1.41)^0$

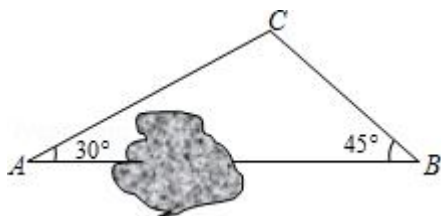
(2) 化简： $(a - \frac{1}{a}) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{a}$.

18. (6 分) 如图， $CD = CA$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $EC = BC$ ，求证： $DE = AB$ 。

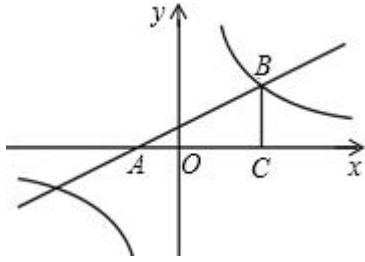


19. (6 分) 某次知识竞赛共有 20 道题，每一题答对得 10 分，答错或不答都扣 5 分，小明得分要超过 90 分，他至少要答对多少道题？

20. (6 分) 如图， A 、 B 两地之间有一座山，汽车原来从 A 地到 B 地经过 C 地沿折线 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 行驶，现开通隧道后，汽车直接沿直线 AB 行驶。已知 $AC = 10$ 千米， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ 。则隧道开通后，汽车从 A 地到 B 地比原来少走多少千米？（结果保留根号）



21. (6 分) 如图，平面直角坐标系中，直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 与 x 轴交于点 A ，与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内交于点 B ， $BC \perp x$ 轴于点 C ， $OC = 2AO$ 。求双曲线的解析式。



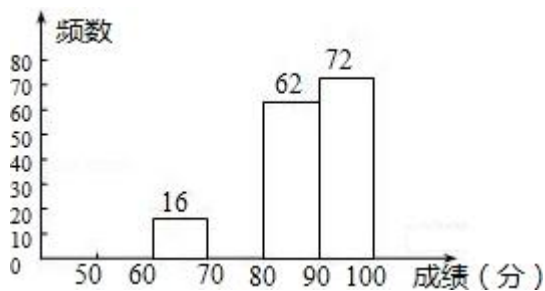
22. (8分) 某区八年级有 3000 名学生参加“爱我中华知识竞赛”活动. 为了了解本次知识竞赛的成绩分布情况, 从中抽取了 200 名学生的得分进行统计.

请你根据不完整的表格, 回答下列问题:

成绩 x (分)	频数	频率
$50 \leq x < 60$	10	_____
$60 \leq x < 70$	16	0.08
$70 \leq x < 80$	_____	0.2
$80 \leq x < 90$	62	_____
$90 \leq x < 100$	72	0.36

(1) 补全频数分布直方图;

(2) 若将得分转化为等级, 规定 $50 \leq x < 60$ 评为“D”, $60 \leq x < 70$ 评为“C”, $70 \leq x < 90$ 评为“B”, $90 \leq x < 100$ 评为“A”. 这次全区八年级参加竞赛的学生约有多少学生参赛成绩被评为“D”? 如果随机抽查一名参赛学生的成绩等级, 则这名学生的成绩等级哪一个等级的可能性大? 请说明理由.



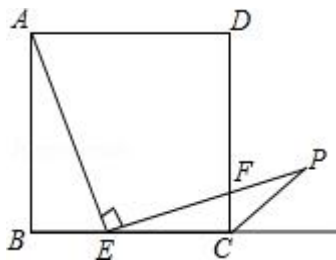
23. (9分) 如图, 在边长为 3 的正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 边上的点, $BE = 1$, $\angle AEP = 90^\circ$, 且 EP 交正方形外角的平分线 CP 于点 P , 交边 CD 于点 F ,

(1) $\frac{FC}{EF}$ 的值为_____;

(2) 求证: $AE = EP$;

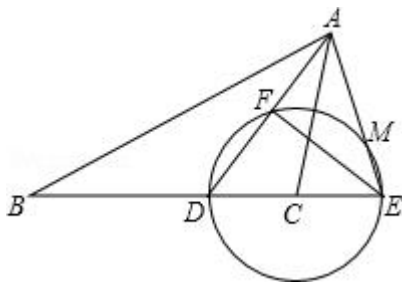
(3) 在 AB 边上是否存在点 M , 使得四边形 $DMEP$ 是平行四边形? 若存在, 请给予证明;

若不存在，请说明理由．



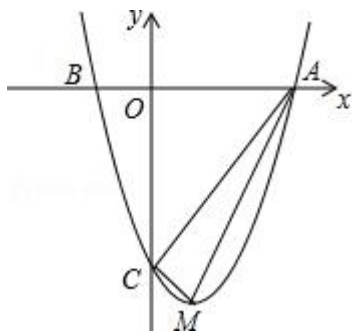
24. (9分) 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，以点 C 为圆心， CD 为半径作圆交 BC 的延长线于点 E ，交 AD 于点 F ，交 AE 于点 M ，且 $\angle B = \angle CAE$ ， $EF:FD = 4:3$ ．

- (1) 求证：点 F 是 AD 的中点；
- (2) 求 $\cos \angle AED$ 的值；
- (3) 如果 $BD = 10$ ，求半径 CD 的长．



25. (12分) 如图，已知二次函数的图象经过点 $A(6, 0)$ 、 $B(-2, 0)$ 和点 $C(0, -8)$ ．

- (1) 求该二次函数的解析式；
- (2) 设该二次函数图象的顶点为 M ，若点 K 为 x 轴上的动点，当 $\triangle KCM$ 的周长最小时，点 K 的坐标为_____；
- (3) 连接 AC ，有两动点 P 、 Q 同时从点 O 出发，其中点 P 以每秒 3 个单位长度的速度沿折线 OAC 按 $O \rightarrow A \rightarrow C$ 的路线运动，点 Q 以每秒 8 个单位长度的速度沿折线 OCA 按 $O \rightarrow C \rightarrow A$ 的路线运动，当 P 、 Q 两点相遇时，它们都停止运动，设 P 、 Q 同时从点 O 出发 t 秒时， $\triangle OPQ$ 的面积为 S ．
 - ① 请问 P 、 Q 两点在运动过程中，是否存在 $PQ \parallel OC$ ？若存在，请求出此时 t 的值；若不存在，请说明理由；
 - ② 请求出 S 关于 t 的函数关系式，并写出自变量 t 的取值范围；
 - ③ 设 S_0 是②中函数 S 的最大值，直接写出 S_0 的值．



2013 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】根据相反数的意义，只有符号不同的两个数为相反数.

【解答】解：-3 的相反数是 3.

故选：A.

【点评】本题考查了相反数的意义. 只有符号不同的两个数为相反数，0 的相反数是 0.

2. 【分析】根据同底数幂的乘法与除法，幂的乘方的运算法则计算即可.

【解答】解：A、 x^2 与 x^3 不是同类项不能合并，故选项错误；

B、应为 $x^8 \div x^2 = x^6$ ，故选项错误；

C、应为 $3x - 2x = x$ ，故选项错误；

D、 $(x^2)^3 = x^6$ ，正确.

故选：D.

【点评】本题主要考查同底数幂的除法，幂的乘方的性质以及合并同类项的法则；合并同类项时，只把系数相加减，字母与字母的次数不变，不是同类项的一定不能合并.

3. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：第一个图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误；

第二个图形既是轴对称图形又是中心对称图形；

第三个图形既是轴对称图形又是中心对称图形；

第四个图形既是轴对称图形又是中心对称图形；

所以，既是轴对称图形又是中心对称图形共有 3 个.

故选：C.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

4. 【分析】根据方差、中位数、众数、随机事件和概率的意义分别对每一项进行分析即可.

【解答】解：A、“打开电视剧，正在播足球赛”是随机事件，故本选项错误；

B、因为 $S_{甲}^2 = 0.24$ ， $S_{乙}^2 = 0.03$ ，乙组数据比甲组数据稳定，故本选项正确；

C、一组数据 2, 4, 5, 5, 3, 6 的众数是 5, 中位数是 4.5, 故本选项错误;

D、“掷一枚硬币正面朝上的概率是 $\frac{1}{2}$ ”表示每抛硬币 2 次可能有 1 次正面朝上, 故本选项错误;

故选: B.

【点评】此题考查了方差、中位数、众数、随机事件和概率的意义, 解题的关键是熟练掌握方差、中位数、众数、随机事件和概率的定义和计算方法.

5. **【分析】**科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】解: $14\,000\,000 = 1.4 \times 10^7$.

故选: C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. **【分析】**根据密铺的知识, 找到一个内角能整除周角 360° 的正多边形即可.

【解答】解: A、正十边形每个内角是 $180^\circ - 360^\circ \div 10 = 144^\circ$, 不能整除 360° , 不能单独进行镶嵌, 不符合题意;

B、正八边形每个内角是 $180^\circ - 360^\circ \div 8 = 135^\circ$, 不能整除 360° , 不能单独进行镶嵌, 不符合题意;

C、正六边形的每个内角是 120° , 能整除 360° , 能整除 360° , 可以单独进行镶嵌, 符合题意;

D、正五边形每个内角是 $180^\circ - 360^\circ \div 5 = 108^\circ$, 不能整除 360° , 不能单独进行镶嵌, 不符合题意;

故选: C.

【点评】本题考查了平面密铺的知识, 注意几何图形镶嵌成平面的关键是: 围绕一点拼在一起的多边形的内角加在一起恰好组成一个周角.

7. **【分析】**先从 1~9 这九个自然数中找出是偶数的有 2、4、6、8 共 4 个, 然后根据概率公式求解即可.

【解答】解: 1~9 这九个自然数中, 是偶数的数有: 2、4、6、8, 共 4 个,

$\therefore$ 从 1~9 这九个自然数中任取一个, 是偶数的概率是: $\frac{4}{9}$.

故选：B.

【点评】本题考查了统计与概率中概率的求法. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

8. 【分析】本题主要考查一次函数和二次函数的图象所经过的象限的问题，关键是 m 的正负的确定，对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ，当 $a > 0$ 时，开口向上；当 $a < 0$ 时，开口向下. 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$ ，与 y 轴的交点坐标为 $(0, c)$.

【解答】解：解法一：逐项分析

A、由函数 $y = mx + m$ 的图象可知 $m < 0$ ，即函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ 开口方向朝上，与图象不符，故 A 选项错误；

B、由函数 $y = mx + m$ 的图象可知 $m < 0$ ，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2m} = \frac{1}{m} < 0$ ，则对称轴应在 y 轴左侧，与图象不符，故 B 选项错误；

C、由函数 $y = mx + m$ 的图象可知 $m > 0$ ，即函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ 开口方向朝下，与图象不符，故 C 选项错误；

D、由函数 $y = mx + m$ 的图象可知 $m < 0$ ，即函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ 开口方向朝上，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2m} = \frac{1}{m} < 0$ ，则对称轴应在 y 轴左侧，与图象相符，故 D 选项正确；

解法二：系统分析

当二次函数开口向下时， $-m < 0$ ， $m > 0$ ，

一次函数图象过一、二、三象限.

当二次函数开口向上时， $-m > 0$ ， $m < 0$ ，

对称轴 $x = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m} < 0$ ，

这时二次函数图象的对称轴在 y 轴左侧，

一次函数图象过二、三、四象限.

故选：D.

【点评】主要考查了一次函数和二次函数的图象性质以及分析能力和读图能力，要掌握它们的性质才能灵活解题.

9. 【分析】由于方程有两个不相等的实数根可得 $\Delta > 0$ ，由此可以求出 m 的取值范围，再利用根与系数的关系和 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -1$ ，可以求出 m 的值，最后求出符合题意的 m 值.

【解答】解：根据条件知：

$$\alpha + \beta = -(2m+3), \quad \alpha\beta = m^2,$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{-(2m+3)}{m^2} = -1,$$

$$\text{即 } m^2 - 2m - 3 = 0,$$

$$\text{所以, 得 } \begin{cases} m^2 - 2m - 3 = 0 \\ (2m+3)^2 - 4m^2 > 0 \end{cases},$$

解得 $m = 3$.

故选：A.

【点评】1、考查一元二次方程根与系数关系与根的判别式及不等式组的综合应用能力. 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

2、一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系为： $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

10. 【分析】根据第1个图案需7根火柴， $7 = 1 \times (1+3) + 3$ ，第2个图案需13根火柴， $13 = 2 \times (2+3) + 3$ ，第3个图案需21根火柴， $21 = 3 \times (3+3) + 3$ ，得出规律第 n 个图案需 $n(n+3) + 3$ 根火柴，再把11代入即可求出答案.

【解答】方法一：

解：根据题意可知：

第1个图案需7根火柴， $7 = 1 \times (1+3) + 3$ ，

第2个图案需13根火柴， $13 = 2 \times (2+3) + 3$ ，

第3个图案需21根火柴， $21 = 3 \times (3+3) + 3$ ，

...

第 n 个图案需 $n(n+3) + 3$ 根火柴，

则第11个图案需： $11 \times (11+3) + 3 = 157$ (根)；

方法二：

$n = 1, s = 7; n = 2, s = 13; n = 3, s = 21,$

设 $s = an^2 + bn + c$,

$$\therefore \begin{cases} a+b+c=7 \\ 4a+2b+c=13, \\ 9a+3b+c=21 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a=1 \\ b=3, \\ c=3 \end{cases}$$

$$\therefore s = n^2 + 3n + 3,$$

把 $n = 11$ 代入, $s = 157$.

故选: B .

【点评】 此题主要考查了图形的变化类, 关键是根据题目中给出的图形, 通过观察思考, 归纳总结出规律, 再利用规律解决问题, 难度一般偏大, 属于难题.

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 本题要求把正确结果填在答题纸规定的横线上, 不需要解答过程)

11. **【分析】** 根据平行线的性质得到 $\angle EFD = \angle 1$, 再由 FG 平分 $\angle EFD$ 即可得到.

【解答】 解: $\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle EFD = \angle 1 = 60^\circ$$

又 $\because FG$ 平分 $\angle EFD$.

$$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2} \angle EFD = 30^\circ.$$

【点评】 本题主要考查了两直线平行, 同位角相等.

12. **【分析】** 根据 $\sqrt{4} = 2$ 和 $\sqrt{2} < \sqrt{4} < \sqrt{5}$ 即可得出答案.

【解答】 解: $\because \sqrt{4} = 2, \sqrt{2} < \sqrt{4} < \sqrt{5}$,

$\therefore$ 大于 $\sqrt{2}$ 且小于 $\sqrt{5}$ 的整数有 2,

故答案为: 2.

【点评】 本题考查了估算无理数的大小的应用, 主要考查学生的北京两个无理数大小的能力.

13. **【分析】** 根据圆锥的侧面积是底面积的 2 倍可得到圆锥底面半径和母线长的关系, 利用圆锥侧面展开图的弧长 = 底面周长即可得到该圆锥的侧面展开图扇形的圆心角度数.

【解答】 解: 设母线长为 R , 底面半径为 r ,

$$\therefore \text{底面周长} = 2\pi r, \text{底面面积} = \pi r^2, \text{侧面面积} = \frac{1}{2} l r = \pi r R,$$

$\therefore$ 侧面积是底面积的 2 倍,

$$\therefore 2\pi r^2 = \pi r R,$$

$$\therefore R = 2r,$$

设圆心角为 n ，有 $\frac{n\pi R}{180} = 2\pi r$,

$$\therefore n = 180.$$

故答案为： 180° .

【点评】 本题综合考查有关扇形和圆锥的相关计算．解题思路：解决此类问题时要紧紧抓住两者之间的两个对应关系：（1）圆锥的母线长等于侧面展开图的扇形半径；（2）圆锥的底面周长等于侧面展开图的扇形弧长，以及利用扇形面积公式求出是解题的关键．

14. **【分析】** 根据现在生产 600 台机器的时间与原计划生产 450 台机器的时间相同．所以可得等量关系为：现在生产 600 台机器时间 = 原计划生产 450 台时间．

【解答】 解：设：现在平均每天生产 x 台机器，则原计划可生产 $(x - 50)$ 台．

$$\text{依题意得：} \frac{600}{x} = \frac{450}{x-50}.$$

$$\text{解得：} x = 200.$$

检验：当 $x = 200$ 时， $x(x - 50) \neq 0$ ．

$\therefore x = 200$ 是原分式方程的解．

$\therefore$ 现在平均每天生产 200 台机器．

故答案为：200．

【点评】 此题主要考查了分式方程的应用，重点在于准确地找出相等关系，这是列方程的依据．而难点则在于对题目已知条件的分析，也就是审题，一般来说应用题中的条件有两种，一种是显性的，直接在题目中明确给出，而另一种是隐性的，是以题目的隐含条件给出．本题中“现在平均每天比原计划多生产 50 台机器”就是一个隐含条件，注意挖掘．

15. **【分析】** 有一个角是直角的平行四边形是矩形．利用中位线定理可得出四边形 $EFGH$ 矩形，根据矩形的面积公式解答即可．

【解答】 解： $\because$ 点 E 、 F 分别为四边形 $ABCD$ 的边 AD 、 AB 的中点，

$$\therefore EF \parallel BD, \text{ 且 } EF = \frac{1}{2}BD = 3.$$

$$\text{同理求得 } EH \parallel AC \parallel GF, \text{ 且 } EH = GF = \frac{1}{2}AC = 4,$$

又 $\because AC \perp BD$,

$$\therefore EF \parallel GH, FG \parallel HE \text{ 且 } EF \perp FG.$$

四边形 $EFGH$ 是矩形.

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 的面积 $= EF \cdot EH = 3 \times 4 = 12$, 即四边形 $EFGH$ 的面积是 12.

故答案是: 12.

【点评】 本题考查的是中点四边形. 解题时, 利用了矩形的判定以及矩形的定理, 矩形的判定定理有:

- (1) 有一个角是直角的平行四边形是矩形;
- (2) 有三个角是直角的四边形是矩形;
- (3) 对角线互相平分且相等的四边形是矩形.

16. **【分析】** 如解答图所示, 构造含有 90° 圆心角的 $\odot P$, 则 $\odot P$ 与 y 轴的交点即为所求的点 C .

注意点 C 有两个.

【解答】 解: 设线段 BA 的中点为 E ,

$\because$ 点 $A(4, 0)$ 、 $B(-6, 0)$, $\therefore AB = 10$, $E(-1, 0)$.

(1) 如答图 1 所示, 过点 E 在第二象限作 $EP \perp BA$, 且 $EP = \frac{1}{2}AB = 5$, 则易知 $\triangle PBA$ 为等腰直角三角形, $\angle BPA = 90^\circ$, $PA = PB = 5\sqrt{2}$;

以点 P 为圆心, PA (或 PB) 长为半径作 $\odot P$, 与 y 轴的正半轴交于点 C ,

$\because \angle BCA$ 为 $\odot P$ 的圆周角,

$\therefore \angle BCA = \frac{1}{2}\angle BPA = 45^\circ$, 即则点 C 即为所求.

过点 P 作 $PF \perp y$ 轴于点 F , 则 $OF = PE = 5$, $PF = 1$,

在 $\text{Rt}\triangle PFC$ 中, $PF = 1$, $PC = 5\sqrt{2}$, 由勾股定理得: $CF = \sqrt{PC^2 - PF^2} = 7$,

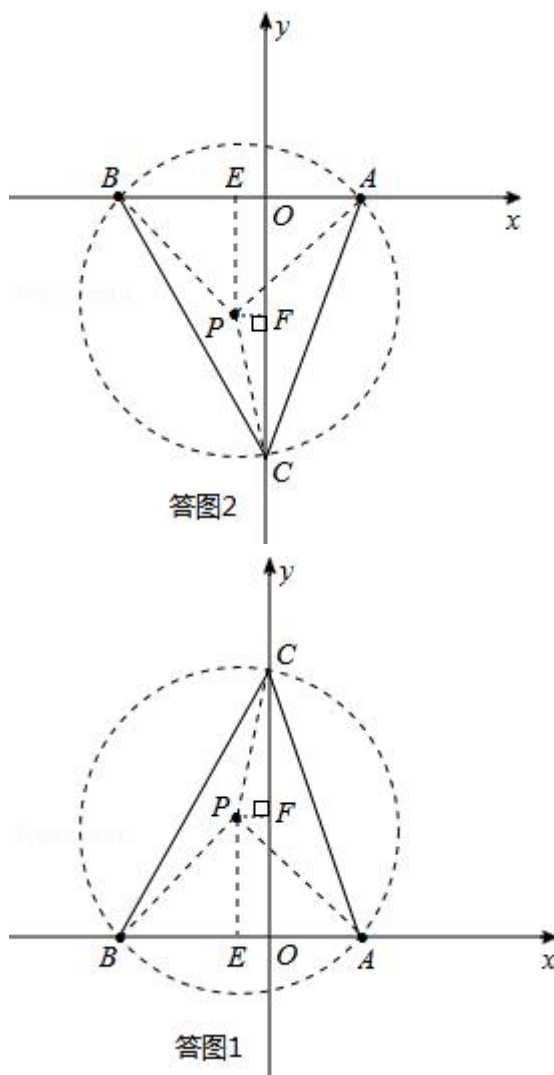
$\therefore OC = OF + CF = 5 + 7 = 12$,

$\therefore$ 点 C 坐标为 $(0, 12)$;

(2) 如答图 2 所示, 在第 3 象限可以参照 (1) 作同样操作, 同理求得 y 轴负半轴上的点 C 坐标为 $(0, -12)$.

综上所述, 点 C 坐标为 $(0, 12)$ 或 $(0, -12)$.

故答案为: $(0, 12)$ 或 $(0, -12)$.



【点评】 本题难度较大. 由 45° 的圆周角联想到 90° 的圆心角是解题的突破口, 也是本题的难点所在.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 72 分, 解答应写出必要的演算步骤、证明过程或文字说明)

17. 【分析】 (1) 本题涉及到负整数指数幂, 绝对值, 特殊角的三角函数值, 零指数幂四个考点的计算, 根据实数的运算顺序和法则计算即可求解;

(2) 首先把括号里的式子进行通分, 然后把除法运算转化成乘法运算, 进行约分化简.

【解答】 解: (1) $(\frac{1}{3})^{-1} - |-2 + \sqrt{3} \tan 45^\circ| + (\sqrt{2} - 1.41)^0$
 $= 3 - |-2 + \sqrt{3}| + 1$
 $= 3 - 2 + \sqrt{3} + 1$
 $= 2 + \sqrt{3};$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \left(a - \frac{1}{a}\right) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{a} \\
 &= \frac{a^2 - 1}{a} \cdot \frac{a}{(a-1)^2} \\
 &= \frac{a+1}{a-1}.
 \end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查实数的运算和分式的混合运算，通分、因式分解和约分是解答的关键.

18. **【分析】** 根据三角形全等的判定，由已知先证 $\angle ACB = \angle DCE$ ，再根据 SAS 可证 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ，继而可得出结论.

【解答】 证明： $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle 1 + \angle ECA = \angle 2 + \angle ACE,$$

$$\text{即 } \angle ACB = \angle DCE,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中，

$$\therefore \begin{cases} CA=CD \\ \angle ACB=\angle DCE \\ BC=EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore DE = AB.$$

【点评】 本题考查了三角形全等的判定方法和性质，由 $\angle 1 = \angle 2$ 得 $\angle ACB = \angle DCE$ 是解决本题的关键，要求我们熟练掌握全等三角形的几种判定定理.

19. **【分析】** 根据小明得分要超过 90 分，就可以得到不等关系：小明的得分 > 90 分，设应答对 x 道，则根据不等关系就可以列出不等式求解.

【解答】 解：设应答对 x 道，则： $10x - 5(20 - x) > 90$,

$$\text{解得 } x > 12\frac{2}{3},$$

$\because x$ 取整数，

$\therefore x$ 最小为：13，

答：他至少要答对 13 道题.

【点评】 此题主要考查了一元一次不等式的应用，解决本题的关键是读懂题意，找到符合题意的不等关系式，正确表示出小明的得分是解决本题的关键.

20. **【分析】** 过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D ，在 $Rt\triangle ACD$ 中，根据 $AC = 10$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，解直角三角形求出 AD 、 CD 的长度，然后在 $Rt\triangle BCD$ 中，求出 BD 、 BC 的长度，用 $AC + BC - (AD + BD)$

即可求解.

【解答】解: 过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D ,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$$\because AC = 10, \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore DC = AC \sin 30^\circ = 5,$$

$$AD = AC \cos 30^\circ = 5\sqrt{3},$$

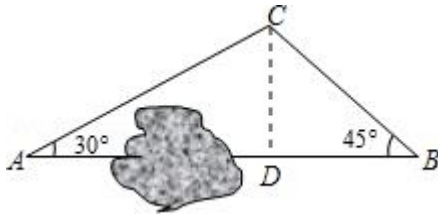
在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$$\because \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore BD = CD = 5, BC = 5\sqrt{2},$$

$$\text{则用 } AC + BC - (AD + BD) = 10 + 5\sqrt{2} - (5\sqrt{3} + 5) = 5 + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3} \text{ (千米)}.$$

答: 汽车从 A 地到 B 地比原来少走 $(5 + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$ 千米.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 难度适中, 解答本题的关键是作三角形的高建立直角三角形并解直角三角形.

21. **【分析】** 先利用一次函数与图象的交点, 再利用 $OC = 2AO$ 求得 C 点的坐标, 然后代入一次函数求得点 B 的坐标, 进一步求得反比例函数的解析式即可.

【解答】 解: 由题意 $OC = 2AO$,

$$\because \text{当 } y = 0 \text{ 时, } \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = 0, \text{ 解得 } x = -1,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (-1, 0),$$

$$\therefore OA = 1.$$

$$\text{又} \because OC = 2OA,$$

$$\therefore OC = 2,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的横坐标为 } 2,$$

$$\text{代入直线 } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, \text{ 得 } y = \frac{3}{2},$$

$$\therefore B \left(2, \frac{3}{2} \right).$$

$\because$ 点 B 在双曲线上,

$$\therefore k = xy = 2 \times \frac{3}{2} = 3,$$

$$\therefore \text{双曲线的解析式为 } y = \frac{3}{x}.$$

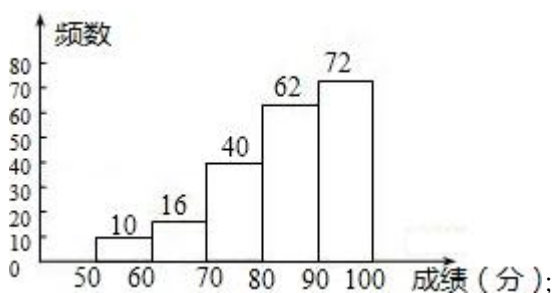
【点评】本题考查了反比例函数的综合知识，解题的关键是根据一次函数求出反比例函数与直线的交点坐标.

22. 【分析】(1) 由 $60 \leq x < 70$ 分数段的人数除以所占的百分比，求出总人数，进而求出 $70 \leq x < 80$ 分数段的频数，以及 $80 \leq x < 90$ 分数段的频率，补全表格即可；

(2) 找出样本中评为“D”的百分比，估计出总体中“D”的人数即可；求出等级为 A、B、C、D 的概率，表示大小，即可作出判断.

【解答】解：(1) 根据题意得： $16 \div 0.08 = 200$ (人)，

则 $70 \leq x < 80$ 分数段的频数为 $200 - (10 + 16 + 62 + 72) = 40$ (人)， $50 \leq x < 60$ 分数段频率为 0.05， $80 \leq x < 90$ 分数段的频率为 0.31，补全条形统计图，如图所示：



故答案为：0.05；40；0.31；

(2) 由表格可知：评为“D”的频率是 $\frac{10}{200} = \frac{1}{20}$ ，由此估计全区八年级参加竞赛的学生约有 $\frac{1}{20} \times 3000 = 150$ (人) 被评为“D”；

$$\therefore P(A) = 0.36; P(B) = 0.51; P(C) = 0.08; P(D) = 0.05,$$

$$\therefore P(B) > P(A) > P(C) > P(D),$$

$\therefore$ 随机调查一名参数学生的成绩等级“B”的可能性较大.

【点评】此题考查了频数(率)分布直方图，频数(率)分布表，以及可能性大小，弄清题意是解本题的关键.

23. 【分析】(1) 由正方形的性质可得： $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ，由同角的余角相等，可证得： $\angle BAE = \angle CEF$ ，根据同角的正弦值相等即可解答；

(2) 在 BA 边上截取 $BK = BE$ ，连接 KE，根据角角之间的关系得到 $\angle AKE = \angle ECP$ ，由 $AB = CB$ ， $BK = BE$ ，得 $AK = EC$ ，结合 $\angle KAE = \angle CEP$ ，证明 $\triangle AKE \cong \triangle ECP$ ，于是结论

得出；

(3) 作 $DM \perp AE$ 于 AB 交于点 M ，连接 ME 、 DP ，易得出 $DM \parallel EP$ ，由已知条件证明 $\triangle ADM \cong \triangle BAE$ ，进而证明 $MD = EP$ ，四边形 $DMEP$ 是平行四边形即可证出。

【解答】(1) 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle AEP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle FEC,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AE = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10},$$

$$\therefore \sin \angle BAE = \frac{BE}{AE} = \sin \angle FEC = \frac{FC}{EF},$$

$$\therefore \frac{FC}{EF} = \frac{\sqrt{10}}{10},$$

解法二：由上得 $\angle BAE = \angle FEC$ ，

$$\therefore \angle BAE = \angle FEC,$$

$$\angle B = \angle DCB,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECF,$$

$$\therefore \frac{FC}{EF} = \frac{BE}{AE} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 3^2}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{10},$$

(2) 证明：在 BA 边上截取 $BK = BE$ ，连接 KE ，

$$\therefore \angle B = 90^\circ, \quad BK = BE,$$

$$\therefore \angle BKE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AKE = 135^\circ,$$

$\therefore CP$ 平分外角，

$$\therefore \angle DCP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ECP = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle AKE = \angle ECP,$$

$$\therefore AB = CB, \quad BK = BE,$$

$$\therefore AB - BK = BC - BE,$$

即： $AK = EC$ ，

(2) 首先连接 DM ，设 $EF = 4k$ ， $DF = 3k$ ，然后由勾股定理求得 ED 的长，继而求得 DM 与 ME 的长，由余弦的定义，即可求得答案；

(3) 易证得 $\triangle AEC \sim \triangle BEA$ ，然后由相似三角形的对应边成比例，可得方程： $(5k)^2 = \frac{5}{2}k$

• $(10+5k)$ ，解此方程即可求得答案．

【解答】(1) 证明：∵ AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\because \angle ADE = \angle 1 + \angle B, \angle DAE = \angle 2 + \angle 3, \text{ 且 } \angle B = \angle 3,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DAE,$$

$$\therefore ED = EA,$$

∵ ED 为 $\odot C$ 直径，

$$\therefore \angle DFE = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \perp AD,$$

∴ 点 F 是 AD 的中点；

(2) 解：连接 DM ，

设 $EF = 4k$ ， $DF = 3k$ ，

$$\text{则 } ED = \sqrt{EF^2 + DF^2} = 5k,$$

$$\because \frac{1}{2}AD \cdot EF = \frac{1}{2}AE \cdot DM,$$

$$\therefore DM = \frac{AD \cdot EF}{AE} = \frac{6k \cdot 4k}{5k} = \frac{24}{5}k,$$

$$\therefore ME = \sqrt{DE^2 - DM^2} = \frac{7}{5}k,$$

$$\therefore \cos \angle AED = \frac{ME}{DE} = \frac{7}{25};$$

(3) 解：∵ $\angle B = \angle 3$ ， $\angle AEC$ 为公共角，

$$\therefore \triangle AEC \sim \triangle BEA,$$

$$\therefore AE: BE = CE: AE,$$

$$\therefore AE^2 = CE \cdot BE,$$

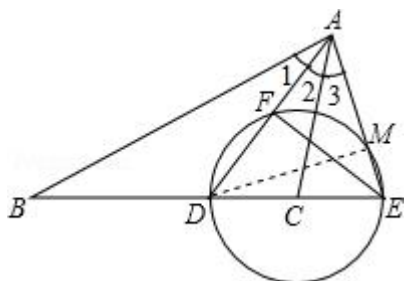
$$\therefore (5k)^2 = \frac{5}{2}k \cdot (10+5k),$$

整理得： $25k^2 = 50k$,

$\because k > 0$,

$\therefore k = 2$,

$\therefore CD = \frac{5}{2}k = 5$.



【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质、圆周角定理、等腰三角形的判定与性质、勾股定理以及三角函数等知识. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意数形结合思想与方程思想的应用.

25. **【分析】**(1) 根据已知的与 x 轴的两个交点坐标和经过的一点利用交点式求二次函数的解析式即可;

(2) 首先根据上题求得的函数的解析式确定顶点坐标, 然后求得点 C 关于 x 轴的对称点的坐标 C' , 从而求得直线 $C'M$ 的解析式, 求得与 x 轴的交点坐标即可;

(3) ①如果 $DE \parallel OC$, 此时点 D, E 应分别在线段 OA, CA 上, 先求出这个区间 t 的取值范围, 然后根据平行线分线段成比例定理, 求出此时 t 的值, 然后看 t 的值是否符合此种情况下 t 的取值范围. 如果符合则这个 t 的值就是所求的值, 如果不符合, 那么就说明不存在这样的 t .

②本题要分三种情况进行讨论:

当 Q 在 OC 上, P 在 OA 上, 即当 $0 \leq t \leq 1$ 时, 此时 $S = \frac{1}{2}OP \cdot OQ$, 由此可得出关于 S, t 的函数关系式;

当 Q 在 CA 上, P 在 OA 上, 即当 $1 < t \leq 2$ 时, 此时 $S = \frac{1}{2}OP \times Q$ 点的纵坐标. 由此可得出关于 S, t 的函数关系式;

当 Q, P 都在 CA 上时, 即当 $2 < t < \frac{24}{11}$ 相遇时用的时间, 此时 $S = S_{\triangle AOQ} - S_{\triangle AOP}$, 由此可得出 S, t 的函数关系式;

综上所述, 可得出不同的 t 的取值范围内, 函数的不同表达式.

③根据②的函数即可得出 S 的最大值.

【解答】解：（1）设二次函数的解析式为 $y = a(x+2)(x-6)$ ($a \neq 0$),

$\because$ 图象过点 $(0, -8)$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 8$;

$$(2) \because y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 8 = \frac{2}{3}(x^2 - 4x + 4 - 4) - 8 = \frac{2}{3}(x-2)^2 - \frac{32}{3}$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(2, -\frac{32}{3})$

$\because$ 点 C 的坐标为 $(0, -8)$,

$\therefore$ 点 C 关于 x 轴对称的点 C' 的坐标为 $(0, 8)$

$\therefore$ 直线 $C'M$ 的解析式为: $y = -\frac{28}{3}x + 8$

令 $y = 0$

$$\text{得 } -\frac{28}{3}x + 8 = 0$$

$$\text{解得: } x = \frac{6}{7}$$

$\therefore$ 点 K 的坐标为 $(\frac{6}{7}, 0)$;

(3) ①不存在 $PQ \parallel OC$,

若 $PQ \parallel OC$, 则点 P, Q 分别在线段 OA, CA 上,

此时, $1 < t < 2$

$\because PQ \parallel OC$,

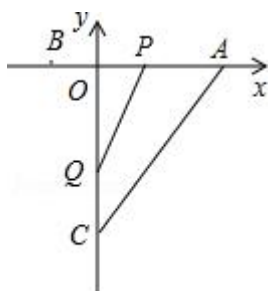
$\therefore \triangle APQ \sim \triangle AOC$

$$\therefore \frac{AP}{AO} = \frac{AQ}{AC}$$

$$\because AP = 6 - 3t$$

$$AQ = 18 - 8t,$$

$$\therefore \frac{6-3t}{6} = \frac{18-8t}{10}$$



情况1

$$\therefore t = \frac{8}{3}$$

$\because t = \frac{8}{3} > 2$ 不满足 $1 < t < 2$;

$\therefore$ 不存在 $PQ \parallel OC$;

②分情况讨论如下,

情况 1: $0 \leq t \leq 1$

$$S = \frac{1}{2} OP \cdot OQ = \frac{1}{2} \times 3t \times 8t = 12t^2;$$

情况 2: $1 < t \leq 2$

作 $QE \perp OA$, 垂足为 E ,

$$S = \frac{1}{2} OP \cdot EQ = \frac{1}{2} \times 3t \times \frac{72-32t}{5} = -\frac{48}{5}t^2 + \frac{108}{5}t$$

情况 3: $2 < t < \frac{24}{11}$

作 $OF \perp AC$, 垂足为 F , 则 $OF = \frac{24}{5}$

$$S = \frac{1}{2} QP \cdot OF = \frac{1}{2} \times (24 - 11t) \times \frac{24}{5} = -\frac{132}{5}t + \frac{288}{5};$$

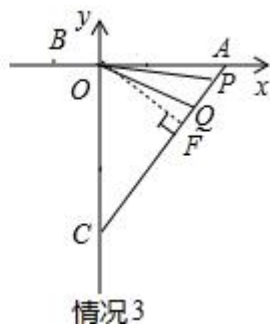
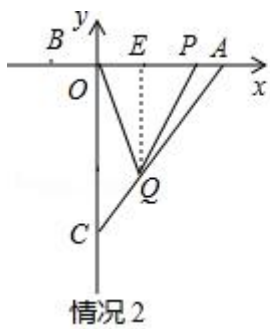
综上所述,

当 $0 \leq t \leq 1$ 时, $S = 12t^2$, 函数的最大值是 12;

当 $1 < t \leq 2$ 时, $S = -\frac{48}{5}t^2 + \frac{108}{5}t$, 函数的最大值是 $\frac{243}{20}$;

当 $2 < t < \frac{24}{11}$, $S = \frac{1}{2} QP \cdot OF = -\frac{132}{5}t + \frac{288}{5}$, 函数的最大值为 $\frac{24}{5}$;

$\therefore S_0$ 的值为 $\frac{243}{20}$.



【点评】 本题着重考查了待定系数法求二次函数解析式以及二次函数的应用等知识点，综合性较强，考查学生分类讨论，数形结合的数学思想方法．