

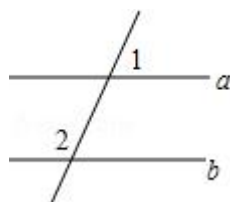
2012 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（3 分）-2 的倒数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2.（3 分）如图，已知 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 65^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



- A. 65° B. 125° C. 115° D. 25°

3.（3 分）在一个不透明的口袋中，装有 3 个红球，2 个白球，除颜色不同外，其余都相同，则随机从口袋中摸出一个球为红色的概率是（ ）

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

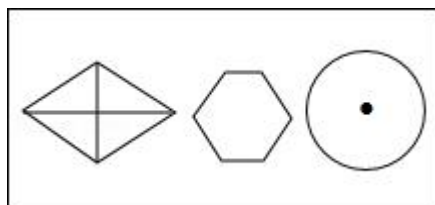
4.（3 分）下列各因式分解正确的是（ ）

- A. $-x^2 + (-2)^2 = (x-2)(x+2)$ B. $x^2 + 2x - 1 = (x-1)^2$
C. $4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$ D. $x^2 - 4x = x(x+2)(x-2)$

5.（3 分）已知： x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 + 2ax + b = 0$ 的两根，且 $x_1 + x_2 = 3$ ， $x_1 x_2 = 1$ ，则 a, b 的值分别是（ ）

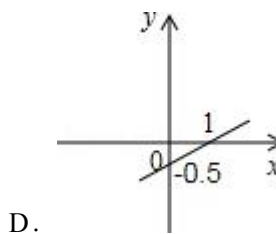
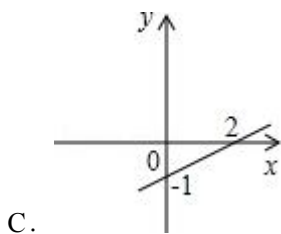
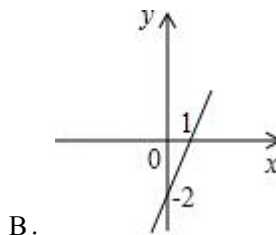
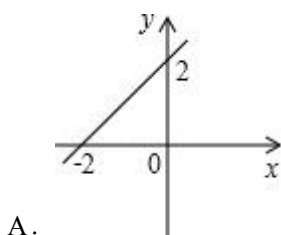
- A. $a = -3, b = 1$ B. $a = 3, b = 1$ C. $a = -\frac{3}{2}, b = -1$ D. $a = -\frac{3}{2}, b = 1$

6.（3 分）如图，在一长方形内有对角线长分别为 2 和 3 的菱形，边长为 1 的正六边形和半径为 1 的圆，则一点随机落在这三个图形内的概率较大的是（ ）



- A. 落在菱形内 B. 落在圆内
C. 落在正六边形内 D. 一样大

7.（3 分）下面四条直线，其中直线上每个点的坐标都是二元一次方程 $x - 2y = 2$ 的解是（ ）



8. (3分) 已知：在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AC \perp BD$ ， $AD = 3$ ， $BC = 7$ ，则梯形的面积是 ()

- A. 25 B. 50 C. $25\sqrt{2}$ D. $\frac{15\sqrt{2}}{2}$

9. (3分) 已知： M ， N 两点关于 y 轴对称，且点 M 在双曲线 $y = \frac{1}{2x}$ 上，点 N 在直线 $y = x + 3$

上，设点 M 的坐标为 (a, b) ，则二次函数 $y = -abx^2 + (a+b)x$ ()

- A. 有最大值，最大值为 $-\frac{9}{2}$ B. 有最大值，最大值为 $\frac{9}{2}$
C. 有最小值，最小值为 $\frac{9}{2}$ D. 有最小值，最小值为 $-\frac{9}{2}$

10. (3分) 下列命题中，真命题的个数有 ()

- ①一个图形无论经过平移还是旋转，变换后的图形与原来图形的对应线段一定平行
②函数 $y = x^2 + \frac{1}{\sqrt{-x}}$ 图象上的点 $P(x, y)$ 一定在第二象限
③正投影的投影线彼此平行且垂直于投影面
④使得 $|x| - y = 3$ 和 $y + x^2 = 0$ 同时成立的 x 的取值为 $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

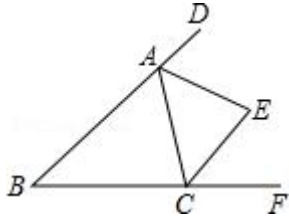
- A. 3 个 B. 1 个 C. 4 个 D. 2 个

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分，本题要求把正确结果填在答题纸规定的横线上，不需要解答过程)

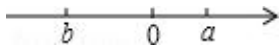
11. (3分) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

12. (3分) 太阳半径大约是 696 000 千米，用科学记数法表示为_____米.

13. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 47^\circ$ ，三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ，则 $\angle AEC =$ _____ $^\circ$.

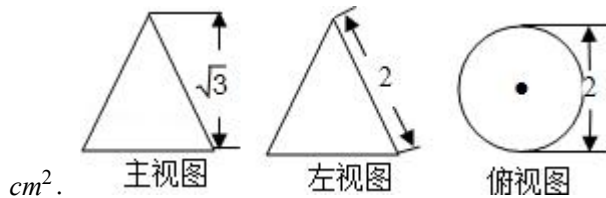


14. (3分) 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 则 $\sqrt{(a+b)^2} + a$ 的化简结果为_____.



15. (3分) 一组数据 $-1, 0, 2, 3, x$, 其中这组数据的极差是 5, 那么这组数据的平均数是_____.

16. (3分) 如图是某几何体的三视图及相关数据 (单位: cm), 则该几何体的侧面积为



三、解答题 (本大题包括 9 个小题, 共 72 分, 解答应写出必要的演算步骤、证明过程或文字说明)

17. (10分) (1) 计算: $\frac{1}{\sin 45^\circ} - |1 - \sqrt{2}| + 2^{-1}$.

(2) 先化简, 再求值: $(x+1) \div (2 + \frac{1+x^2}{x})$, 其中 $x = \frac{3}{2}$.

18. (6分) (1) 解不等式: $5(x-2) + 8 < 6(x-1) + 7$;

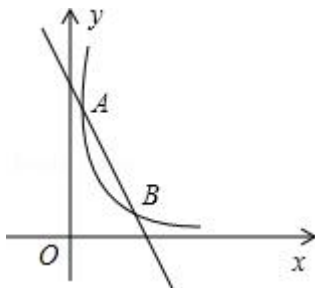
(2) 若 (1) 中的不等式的最小整数解是方程 $2x - ax = 3$ 的解, 求 a 的值.

19. (6分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 与反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $A(m, 6)$, B

$(n, 3)$ 两点.

(1) 求一次函数的解析式;

(2) 根据图象直接写出 $kx + b - \frac{6}{x} > 0$ 时 x 的取值范围.

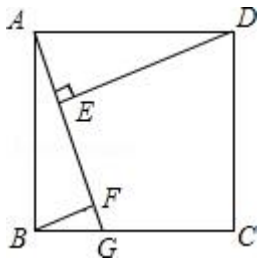


20. (7分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 G 是 BC 边上任意一点, $DE \perp AG$ 于 E , BF

$\parallel DE$, 交 AG 于 F .

(1) 求证: $AF - BF = EF$;

(2) 将 $\triangle ABF$ 绕点 A 逆时针旋转, 使得 AB 与 AD 重合, 记此时点 F 的对应点为点 F' , 若正方形边长为 3, 求点 F' 与旋转前的图中点 E 之间的距离.

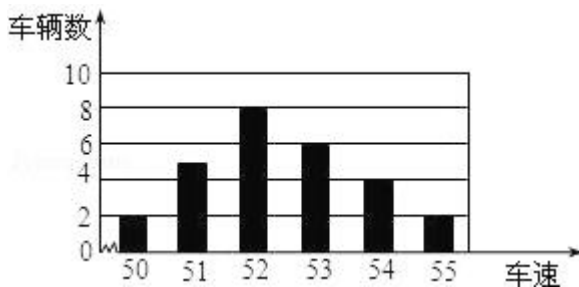


21. (9 分) 如图是交警在一个路口统计的某个时段来往车辆的车速情况 (单位: 千米/时)

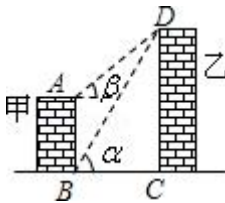
(1) 找出该样本数据的众数和中位数;

(2) 计算这些车的平均速度; (结果精确到 0.1)

(3) 若某车以 50.5 千米/时的速度经过该路口, 能否说该车的速度要比一半以上车的速度快? 并说明判断理由.



22. (6 分) 如图, 线段 AB , DC 分别表示甲、乙两建筑物的高. 某初三课外兴趣活动小组为了测量两建筑物的高, 用自制测角仪在 B 处测得 D 点的仰角为 α , 在 A 处测得 D 点的仰角为 β . 已知甲、乙两建筑物之间的距离 BC 为 m . 请你通过计算用含 α 、 β 、 m 的式子分别表示出甲、乙两建筑物的高度.



23. (8 分) 如图, 某化工厂与 A , B 两地有公路和铁路相连, 这家工厂从 A 地购买一批每吨 1000 元的原料运回工厂, 制成每吨 8000 元的产品运到 B 地. 已知公路运价为 1.5 元/(吨·千米), 铁路运价为 1.2 元/(吨·千米), 这两次运输共支出公路运费 15000 元, 铁路运费 97200 元, 请计算这批产品的销售款比原料费和运输费的和多多少元?

(1) 根据题意, 甲、乙两名同学分别列出尚不完整的方程组如下:

$$\begin{aligned} \text{甲: } & \begin{cases} 1.5(20x+10y)= \\ 1.2(110x+120y)= \end{cases} \\ \text{乙: } & \begin{cases} 1.5(20 \times \frac{x}{8000} + 10 \times \frac{y}{1000})= \\ 1.2(110 \times \frac{x}{8000} + 120 \times \frac{y}{1000})= \end{cases} \end{aligned}$$

根据甲、乙两名同学所列方程组, 请你分别指出未知数 x, y 表示的意义, 然后在等式右边补全甲、乙两名同学所列方程组.

甲: x 表示_____, y 表示_____

乙: x 表示_____, y 表示_____

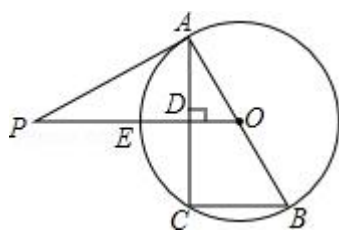
(2) 甲同学根据他所列方程组解得 $x = 300$, 请你帮他解出 y 的值, 并解决该实际问题.



24. (8分) 如图, 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, PA 与 $\odot O$ 相切于点 A , 线段 OP 与弦 AC 垂直并相交于点 D , OP 与弧 AC 相交于点 E , 连接 BC .

(1) 求证: $\angle PAC = \angle B$, 且 $PA \cdot BC = AB \cdot CD$;

(2) 若 $PA = 10$, $\sin P = \frac{3}{5}$, 求 PE 的长.

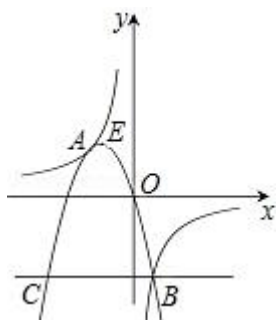


25. (12分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点 A, B , 且抛物线经过坐标原点, 点 A 的坐标为 $(-2, 2)$, 点 B 在第四象限内, 过点 B 作直线 $BC \parallel x$ 轴, 点 C 为直线 BC 与抛物线的另一交点, 已知直线 BC 与 x 轴之间的距离是点 B 到 y 轴的距离的 4 倍, 记抛物线顶点为 E .

(1) 求双曲线和抛物线的解析式;

(2) 计算 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABE$ 的面积;

(3) 在抛物线上是否存在点 D , 使 $\triangle ABD$ 的面积等于 $\triangle ABE$ 的面积 8 倍? 若存在, 请求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2012 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】根据倒数的定义，若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

【解答】解： $\because -2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$ ，

$\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ ．

故选：D．

【点评】主要考查倒数的概念及性质．倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数，属于基础题．

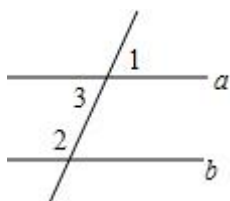
2. 【分析】先根据对顶角相等， $\angle 1 = 65^\circ$ ，求出 $\angle 3$ 的度数，再由两直线平行，同旁内角互补得出 $\angle 2$ 的度数．

【解答】解： $\because a \parallel b$ ， $\angle 1 = 65^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 65^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ ．

故选：C．



【点评】本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同旁内角互补．

3. 【分析】让红球的个数除以球的总数即为所求的概率．

【解答】解：袋子中球的总数为 $2+3=5$ ，红球有 3 个，则摸出红球的概率为 $\frac{3}{5}$ ，

故选：A．

【点评】本题主要考查概率公式的知识点，解答本题的关键是熟练掌握概率公式：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

4. 【分析】根据完全平方公式与平方差公式分解因式，提公因式法分解因式，对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解：A、 $-x^2 + (-2)^2 = -x^2 + 4 = (2-x)(2+x)$ ，故本选项错误；

B、 x^2+2x-1 不符合完全平方公式，不能利用公式分解，故本选项错误；

C、 $4x^2-4x+1=(2x-1)^2$ ，故本选项正确；

D、 $x^2-4x=x(x-4)$ ，故本选项错误。

故选：C。

【点评】本题考查了公式法分解因式，提公因式法分解因式，熟记平方差公式与完全平方公式的结构式解题的关键。

5. 【分析】先根据根与系数的关系可得 $x_1+x_2=-2a$ ， $x_1x_2=b$ ，而 $x_1+x_2=3$ ， $x_1x_2=1$ ，那么 $-2a=3$ ， $b=1$ ，解即可。

【解答】解： $\because x_1, x_2$ 是一元二次方程 $x^2+2ax+b=0$ 的两根，

$$\therefore x_1+x_2=-2a, x_1x_2=b,$$

$$\because x_1+x_2=3, x_1x_2=1,$$

$$\therefore -2a=3, b=1,$$

$$\text{即 } a=-\frac{3}{2}, b=1,$$

故选：D。

【点评】本题考查了根与系数的关系，解题的关键是掌握根与系数的等量关系的公式。

6. 【分析】分别求得三个图形的面积，则面积最大的就是所求的图形。

【解答】解：菱形的面积是： $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ ；

$$\text{正六边形的面积是：} 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}；$$

圆的面积是： π 。

$$\because \pi > 3 > \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore$ 圆的面积最大。

$\therefore$ 一点随机落在这三个图形内的概率较大的是：圆。

故选：B。

【点评】本题考查了几何概率，正确求得三个图形的面积是关键。

7. 【分析】根据两点确定一条直线，当 $x=0$ ，求出 y 的值，再利用 $y=0$ ，求出 x 的值，即可得出一次函数图象与坐标轴交点，即可得出图象。

【解答】解： $\because x-2y=2$ ，

$$\therefore y=\frac{1}{2}x-1,$$

∴ 当 $x=0$, $y=-1$, 当 $y=0$, $x=2$,

∴ 一次函数 $y=\frac{1}{2}x-1$, 与 y 轴交于点 $(0, -1)$, 与 x 轴交于点 $(2, 0)$,

即可得出 C 符合要求,

故选: C .

【点评】 此题主要考查了一次函数与二元一次方程的关系, 将方程转化为函数关系进而得出与坐标轴交点坐标是解题关键.

8. **【分析】** 过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于点 E , 作 $DF \perp BC$ 于 F , 证平行四边形 $ADEC$, 推出 $AC = DE = BD$, $\angle BDE = 90^\circ$, 根据等腰三角形性质推出 $BF = DF = EF = \frac{1}{2}BE$, 求出 DF , 根据梯形的面积公式求出即可.

【解答】 解: 过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于点 E ,

∵ $AD \parallel BC$ (已知),

即 $AD \parallel CE$,

∴ 四边形 $ACED$ 是平行四边形,

∴ $AD = CE = 3$, $AC = DE$,

在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AC = DB$,

∴ $DB = DE$ (等量代换),

∵ $AC \perp BD$, $AC \parallel DE$,

∴ $DB \perp DE$,

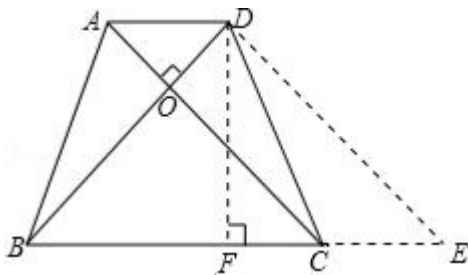
∴ $\triangle BDE$ 是等腰直角三角形,

作 $DF \perp BC$ 于 F ,

则 $DF = \frac{1}{2}BE = 5$,

$$S_{\text{梯形 } ABCD} = \frac{1}{2}(AD+BC) \cdot DF = \frac{1}{2}(3+7) \times 5 = 25,$$

故选: A .



【点评】 本题主要考查对等腰三角形性质, 平行四边形的性质和判定, 等腰梯形的性质,

等腰直角三角形等知识点的理解和掌握，能求出高 DF 的长是解此题的关键．

9. 【分析】先用待定系数法求出二次函数的解析式，再根据二次函数图象上点的坐标特征求出其最值即可．

【解答】解：∵ M, N 两点关于 y 轴对称，点 M 的坐标为 (a, b) ，

∴ N 点的坐标为 $(-a, b)$ ，

又∵ 点 M 在反比例函数 $y = \frac{1}{2x}$ 的图象上，点 N 在一次函数 $y = x + 3$ 的图象上，

$$\therefore \begin{cases} b = \frac{1}{2a} \\ b = -a + 3 \end{cases},$$

$$\text{整理得} \begin{cases} ab = \frac{1}{2} \\ a + b = 3 \end{cases},$$

故二次函数 $y = -abx^2 + (a+b)x$ 为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ ，

$$\therefore \text{二次项系数为} -\frac{1}{2} < 0, \text{ 故函数有最大值, 最大值为 } y = \frac{-3^2}{4 \times (-\frac{1}{2})} = \frac{9}{2},$$

故选：B．

【点评】本题考查的是二次函数的最值．求二次函数的最大（小）值有三种方法，第一种可由图象直接得出，第二种是配方法，第三种是公式法．本题是利用公式法求得的最值．

10. 【分析】①根据平移的性质以及旋转的性质得出答案即可；②根据二次根式的性质以及点的坐标性质，得出答案；③根据正投影的定义得出答案；

④根据使得 $|x| - y = 3$ 和 $y + x^2 = 0$ 同时成立，即 $y = |x| - 3$ ， $y = -x^2$ ，故 $|x| - 3 = -x^2$ ，进而利用绝对值得性质，解方程即可得出答案．

【解答】解：①平移后对应线段平行；对应线段相等；对应角相等；图形的形状和大小没有发生变化．

旋转后对应线段不平行；对应线段相等；对应角相等；图形的形状和大小没有发生变化，故此选项错误；

②根据二次根式的意义得出 $x < 0$ ， $y > 0$ ，故函数 $y = x^2 + \frac{1}{\sqrt{-x}}$ 图象上的点 $P(x, y)$ 一定在第二象限，故此选项正确；

③根据正投影的定义得出，正投影的投影线彼此平行且垂直于投影面，故此选项正确；

④使得 $|x| - y = 3$ 和 $y + x^2 = 0$ 同时成立，即 $y = |x| - 3$ ， $y = -x^2$ ，故 $|x| - 3 = -x^2$ ，

$$x^2 + |x| - 3 = 0,$$

当 $x > 0$, 则 $x^2 + x - 3 = 0$,

$$\text{解得: } x_1 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \text{ (不合题意舍去),}$$

当 $x < 0$, 则 $x^2 - x - 3 = 0$,

$$\text{解得: } x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \text{ (不合题意舍去), } x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2},$$

故使得 $|x| - y = 3$ 和 $y + x^2 = 0$ 同时成立的 x 的取值为: $\frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{1-\sqrt{13}}{2}$,

故此选项错误,

故正确的有 2 个,

故选: D.

【点评】 此题主要考查了平移的性质以及旋转的性质和二次根式的性质、正投影、解一元二次方程等知识, 熟练根据绝对值性质整理出一元二次方程是解题关键.

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 本题要求把正确结果填在答题纸规定的横线上, 不需要解答过程)

11. **【分析】** 求函数自变量的取值范围, 就是求函数解析式有意义的条件, 分式有意义的条件是: 分母不为 0.

【解答】 解: 要使分式有意义, 即: $x - 2 \neq 0$,

解得: $x \neq 2$.

故答案为: $x \neq 2$.

【点评】 本题主要考查函数自变量的取值范围, 考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0.

12. **【分析】** 先把 696 000 千米转化成 696 000 000 米, 然后再用科学记数法记数记为 6.96×10^8 米.

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】 解: $696\,000$ 千米 $= 696\,000\,000$ 米 $= 6.96 \times 10^8$ 米.

【点评】 用科学记数法表示一个数的方法是:

(1) 确定 a : a 是只有一位整数的数;

(2) 确定 n : 当原数的绝对值 ≥ 10 时, n 为正整数, n 等于原数的整数位数减 1; 当原数

的绝对值 <1 时, n 为负整数, n 的绝对值等于原数中左起第一个非零数前零的个数(含整数位数上的零).

13. 【分析】根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和和角平分线的定义表示出 $\angle CAE+\angle ACE$,再根据三角形的内角和等于 180° 列式计算即可得解.

【解答】解: $\because$ 三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ,

$$\therefore \angle CAE+\angle ACE=\frac{1}{2}(\angle B+\angle ACB)+\frac{1}{2}(\angle B+\angle BAC)$$

$$=\frac{1}{2}(\angle BAC+\angle B+\angle ACB+\angle B)$$

$$=\frac{1}{2}(180^\circ+47^\circ)$$

$$=113.5^\circ,$$

在 $\triangle ACE$ 中, $\angle AEC=180^\circ-(\angle CAE+\angle ACE)$

$$=180^\circ-113.5^\circ$$

$$=66.5^\circ.$$

故答案为:66.5.

【点评】本题考查了三角形的内角和定理,角平分线的定义,三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质,整体思想的利用是解题的关键.

14. 【分析】根据数轴得出 $b<0<a$, $|b|>a$,根据二次根式的性质求出即可.

【解答】解: $\because$ 从数轴可知: $b<0<a$, $|b|>a$,

$$\therefore \sqrt{(a+b)^2}+a=-(a+b)+a=-b,$$

故答案为: $-b$.

【点评】本题考查了数轴,有理数的大小比较,二次根式的性质的应用,主要考查学生的化简能力.

15. 【分析】根据极差的定义求解.分两种情况: x 为最大值或最小值.再根据平均数的公式求解即可.

【解答】解:一组数据 $-1,0,2,3,x$ 的极差是5,

当 x 为最大值时, $x-(-1)=5$, $x=4$,平均数是: $(-1+0+2+3+4)\div 5=1.6$;

当 x 是最小值时, $3-x=5$,解得: $x=-2$,平均数是: $(-1+0+2+3-2)\div 5=0.4$.

故答案为:1.6或0.4.

【点评】考查了极差的定义和算术平均数,正确理解极差的定义,能够注意到应该分两

种情况讨论是解决本题的关键.

16. 【分析】根据三视图易得此几何体为圆锥, 再根据圆锥侧面积公式 = (底面周长 × 母线长) ÷ 2 可计算出结果.

【解答】解: 由题意得底面直径为 2, 母线长为 2,

$$\therefore \text{几何体的侧面积为 } \frac{1}{2} \times 2 \times 2\pi = 2\pi,$$

故答案为: 2π .

【点评】此题主要考查了由三视图判断几何体, 以及圆锥的侧面积公式的应用, 关键是找到等量关系里相应的量.

三、解答题 (本大题包括 9 个小题, 共 72 分, 解答应写出必要的演算步骤、证明过程或文字说明)

17. 【分析】(1) 根据特殊角的三角函数值, 绝对值, 负整数指数幂进行计算;

(2) 先通分, 将除法转化为乘法, 约分, 再代值计算.

【解答】解: (1) 原式 = $\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \sqrt{2} - 1 + \frac{1}{2} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$;

$$(2) \text{原式} = (x+1) \div \frac{2x+1+x^2}{x} = (x+1) \div \frac{(x+1)^2}{x} = (x+1) \times \frac{x}{(x+1)^2} = \frac{x}{x+1},$$

当 $x = -\frac{3}{2}$ 时, 原式 = 3.

【点评】本题考查了分式的化简求值, 实数的运算, 负整数指数幂, 特殊角的三角函数值. 关键是熟练掌握每一个运算法则.

18. 【分析】(1) 根据不等式的基本性质先去括号, 然后通过移项、合并同类项即可求得原不等式的解集;

(2) 根据 (1) 中的 x 的取值范围来确定 x 的最小整数解; 然后将 x 的值代入已知方程列出关于系数 a 的一元一次方程 $2 \times (-2) - a \times (-2) = 3$, 通过解该方程即可求得 a 的值.

【解答】解: (1) $5(x-2) + 8 < 6(x-1) + 7$

$$5x - 10 + 8 < 6x - 6 + 7$$

$$5x - 2 < 6x + 1$$

$$-x < 3$$

$$x > -3.$$

(2) 由(1)得, 最小整数解为 $x = -2$,

$$\therefore 2 \times (-2) - a \times (-2) = 3$$

$$\therefore a = \frac{7}{2}.$$

【点评】 本题考查了解一元一次不等式、一元一次方程的解以及一元一次不等式的整数解. 解不等式要依据不等式的基本性质:

(1) 不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变;

(2) 不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变;

(3) 不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

19. **【分析】** (1) 先把 $(m, 6)$ 、 $B(n, 3)$ 代入反比例函数, 可求 m 、 n 的值, 即可得 A 、 B 的坐标, 然后把 AB 两点坐标代入一次函数, 可得关于 k 、 b 的二元一次方程组, 解可得 k 、 b 的值, 进而可得一次函数的解析式;

(2) 根据图象可知当 $1 < x < 2$ 时, 一次函数 y 的值大于反比例函数 y 的值.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 $A(m, 6)$ 、 $B(n, 3)$ 在函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象上,

$$\therefore m = 1, n = 2,$$

$$\therefore A \text{ 点坐标是 } (1, 6), B \text{ 点坐标是 } (2, 3),$$

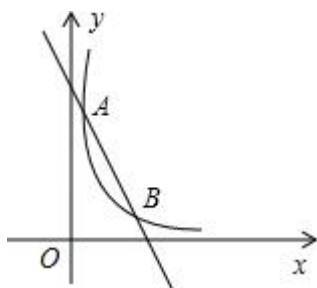
把 $(1, 6)$ 、 $(2, 3)$ 代入一次函数 $y = kx + b$ 中, 得

$$\begin{cases} k + b = 6 \\ 2k + b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -3 \\ b = 9 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = -3x + 9;$$

(2) 由图象知: $1 < x < 2$.



【点评】 本题考查了一次函数与反比例函数交点的问题, 解题的关键是先求出 m 、 n 的值,

并注意待定系数法的使用.

20. 【分析】(1) 由四边形 $ABCD$ 为正方形, 可得出 $\angle BAD$ 为 90° , $AB = AD$, 进而得到 $\angle BAG$ 与 $\angle EAD$ 互余, 又 DE 垂直于 AG , 得到 $\angle EAD$ 与 $\angle ADE$ 互余, 根据同角的余角相等可得出 $\angle ADE = \angle BAF$, 利用 AAS 可得出三角形 ABF 与三角形 ADE 全等, 利用全等三角形的对应边相等可得出 $BF = AE$, 由 $AF - AE = EF$, 等量代换可得证;

(2) 将 $\triangle ABF$ 绕点 A 逆时针旋转, 使得 AB 与 AD 重合, 记此时点 F 的对应点为点 F' , 连接 EF' , 如图所示, 由旋转的性质可得出 $\angle FAF'$ 为直角, $AF = AF'$, 由第一问的全等可得出 $AF = DE$, 等量代换可得出 $DE = AF' = AF$, 再利用同旁内角互补两直线平行得到 AF' 与 DE 平行, 根据一组对边平行且相等的四边形为平行四边形可得出 $AEDF'$ 为平行四边形, 再由一个角为直角的平行四边形为矩形可得出 $AEDF'$ 为矩形, 根据矩形的对角线相等可得出 $EF' = AD$, 由 AD 的长即可求出 EF' 的长.

【解答】(1) 证明: 如图, $\because$ 正方形 $ABCD$,

$$\therefore AB = AD, \angle BAD = \angle BAG + \angle EAD = 90^\circ,$$

$$\because DE \perp AG,$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BAF,$$

$$\text{又} \because BF \parallel DE,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle AED = 90^\circ,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle BFA$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle AED = \angle AFB \\ \angle ADE = \angle BAF, \\ AD = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BFA (AAS),$$

$$\therefore BF = AE,$$

$$\because AF - AE = EF,$$

$$\therefore AF - BF = EF;$$

(2) 解: 如图, 将 $\triangle ABF$ 绕 A 点旋转到 $\triangle ADF'$, 使 B 与 D 重合, 连接 $F'E$,

根据题意知: $\angle FAF' = 90^\circ$, $DE = AF' = AF$,

$$\therefore \angle F'AE = \angle AED = 90^\circ, \text{即} \angle F'AE + \angle AED = 180^\circ,$$

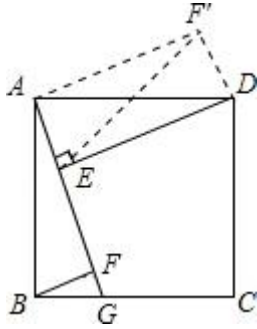
$\therefore AF' \parallel ED$,

$\therefore$ 四边形 $AEDF'$ 为平行四边形, 又 $\angle AED = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $AEDF'$ 是矩形,

$\therefore AD = 3$,

$\therefore EF' = AD = 3$.



【点评】 此题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 矩形的判定与性质, 以及旋转的性质, 熟练掌握判定与性质是解本题的关键.

21. **【分析】** (1) 根据众数的定义, 找出车辆数最多的即为众数, 先求出车辆数的总数, 再根据中位数的定义解答;

(2) 根据加权平均数的计算方法列式计算即可得解;

(3) 与中位数相比较, 大于中位数则是比一半以上车的速度快, 否则不是.

【解答】 解: (1) 该样本数据中车速是 52 的有 8 辆, 最多,

所以, 该样本数据的众数为 52,

样本容量为: $2+5+8+6+4+2=27$,

按照车速从小到大的顺序排列, 第 14 辆车的车速是 52,

所以, 中位数为 52;

$$(2) \frac{50 \times 2 + 51 \times 5 + 52 \times 8 + 53 \times 6 + 54 \times 4 + 55 \times 2}{2+2+4+5+6+8} \approx 52.4 \text{ 千米/时};$$

(3) 不能,

因为由 (1) 知样本的中位数为 52, 所以可以估计该路段的车辆大约有一半的车速要快于 52 千米/时,

该车的速度是 50.5 千米/时, 小于 52 千米/时, 所以不能说该车的速度要比一半以上车的速度快.

【点评】 本题考查的是条形统计图的综合运用．读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据，也考查了平均数、中位数、众数的认识．

22. 【分析】 首先分析图形，根据题意构造直角三角形．本题涉及到两个直角三角形 $\triangle ADM$ 、 $\triangle DBC$ ，应借助 $AE=BC$ ，求出 DC ， DM ，从而求出 AB 即可．

【解答】 解：过点 A 作 $AM \perp CD$ ，垂足为 M ，

$$\text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, } \tan \alpha = \frac{CD}{BC},$$

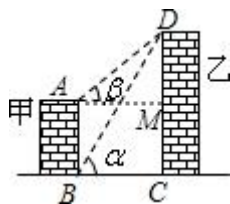
$$\therefore CD = BC \cdot \tan \alpha = m \tan \alpha,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AMD \text{ 中, } \tan \beta = \frac{DM}{AM},$$

$$\therefore DM = AM \cdot \tan \beta = m \tan \beta,$$

$$\therefore AB = CD - DM = m (\tan \alpha - \tan \beta).$$

故甲建筑物的高度为 $m (\tan \alpha - \tan \beta)$ ，乙建筑物的高度为 $m \tan \alpha$ ．



【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用，借助仰角关系构造直角三角形，并结合图形利用三角函数解直角三角形是解题关键．

23. 【分析】 (1) 仔细分析题意根据题目中的两个方程表示出 x ， y 的值并补全方程组即可；
(2) 将 x 的值代入方程组即可得到结论．

【解答】 解：(1) 甲： x 表示产品的重量， y 表示原料的重量，

乙： x 表示产品销售额， y 表示原料费，

甲方程组右边方框内的数分别为：15000，97200，乙同甲；

$$\text{则} \begin{cases} 1.5(20x+10y)=15000 \\ 1.2(110x+120y)=97200 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 1.5(20 \times \frac{x}{8000} + 10 \times \frac{y}{1000}) = 15000 \\ 1.2(110 \times \frac{x}{8000} + 120 \times \frac{y}{1000}) = 97200 \end{cases}.$$

(2) 将 $x=300$ 代入原方程组解得 $y=400$

$\therefore$ 产品销售额为 $300 \times 8000 = 2400000$ 元

原料费为 $400 \times 1000 = 400000$ 元

$\therefore$ 运费为 $15000 + 97200 = 112200$ 元,

$\therefore 2400000 - (400000 + 112200) = 1887800$ (元)

答: 这批产品的销售额比原料费和运费的和多 1887800 元.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用, 解题的关键是从题目中找到等量关系并写出表示出 x 、 y 所表示的实际意义.

24. **【分析】** (1) 由 PA 为圆 O 的切线, 利用切线的性质得到 AP 垂直于 AB , 可得出 $\angle PAO$ 为直角, 得到 $\angle PAD$ 与 $\angle DAO$ 互余, 再由 AB 为圆 O 的直径, 根据直径所对的圆周角为直角, 可得出 $\angle ACB$ 为直角, 得到 $\angle DAO$ 与 $\angle B$ 互余, 根据同角的余角相等可得出 $\angle PAC = \angle B$, 再由一对直角相等, 利用两对对应角相等的两三角形相似可得出三角形 APD 与三角形 ABC 相似, 由相似得比例, 再由 OD 垂直于 AC , 利用垂径定理得到 $AD = CD$, 等量代换可得证;

(2) 在直角三角形 APD 中, 由 PA 及 $\sin P$ 的值求出 AD 的长, 再利用勾股定理求出 PD 的长, 进而确定出 AC 的长, 由第一问两三角形相似得到的比例式, 将各自的值代入求出 AB 的长, 求出半径 AO 的长, 在直角三角形 APO 中, 由 AP 及 AO 的长, 利用勾股定理求出 OP 的长, 用 $OP - OE$ 即可求出 PE 的长.

【解答】 (1) 证明: $\because PA$ 是 $\odot O$ 的切线, AB 是直径,

$$\therefore \angle PAO = 90^\circ, \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAC + \angle BAC = 90^\circ, \angle B + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAC = \angle B,$$

又 $\because OP \perp AC$,

$$\therefore \angle ADP = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PAD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore AP: AB = AD: BC,$$

$\because$ 在 $\odot O$ 中, $AD \perp OD$,

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore AP: AB = CD: BC,$$

$$\therefore PA \cdot BC = AB \cdot CD;$$

(2) 解: 方法一:

$$\because \sin P = \frac{3}{5}, \text{ 且 } AP = 10,$$

$$\therefore \frac{AD}{AP} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AD = 6,$$

$$\therefore AC = 2AD = 12,$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle ADP \text{ 中, } PD = \sqrt{AP^2 - AD^2} = 8,$$

$$\text{又} \because \triangle PAD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore AP:AB = PD:AC,$$

$$\therefore AB = \frac{10 \times 12}{8} = 15,$$

$$\therefore AO = OE = \frac{15}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle APO \text{ 中, 根据勾股定理得: } OP = \sqrt{AP^2 + OA^2} = \frac{25}{2},$$

$$\therefore PE = OP - OE = \frac{25}{2} - \frac{15}{2} = 5.$$

方法二:

$$\text{由 } \sin P = \frac{3}{5} = \frac{AO}{PO}, \text{ 设 } OA \text{ 为 } 3x, PO \text{ 为 } 5x,$$

$$\text{由勾股定理得 } PA \text{ 为 } 4x,$$

$$\because PA = 10, \therefore x = 2.5,$$

$$\therefore OA = 7.5, OP = 12.5,$$

$$\text{又} \because OE = OA = 7.5,$$

$$\therefore PE = OP - OE = 5.$$

【点评】此题考查了切线的性质，相似三角形的判定与性质，圆周角定理，勾股定理，垂径定理，以及锐角三角函数定义，熟练掌握性质及定理是解本题的关键。

25. **【分析】**(1) 将点 A 的坐标代入双曲线方程即可得出 k 的值，设 B 点坐标为 $(m, -4m)$

$(m > 0)$ ，根据双曲线方程可得出 m 的值，然后分别得出了 A 、 B 、 O 的坐标，利用待定系数法求解二次函数解析式即可；

(2) 根据点 B 的坐标，结合抛物线方程可求出点 C 的坐标，继而可得出三角形 ABC 的面积，先求出 AB 的解析式，然后求出点 F 的坐标，及 EF 的长，继而根据 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEF} + S_{\triangle BEF}$ 可得出答案。

(3) 先确定符合题意的三角形 ABD 的面积，继而可得出当点 D 与点 C 重合时，满足条

件，过点 C 作 AB 的平行线 CD ，则可求出其解析式，求出其与抛物线的交点坐标即可得出点 D 的坐标。

【解答】解：（1） $\because$ 点 $A(-2, 2)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上，

$$\therefore k = -4,$$

$$\therefore \text{双曲线的解析式为 } y = -\frac{4}{x},$$

$\because BC$ 与 x 轴之间的距离是点 B 到 y 轴距离的 4 倍，

$\therefore$ 设 B 点坐标为 $(m, -4m)$ ($m > 0$) 代入双曲线解析式得 $m = 1$ ，

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 过点 $A(-2, 2)$ 、 $B(1, -4)$ 、 $O(0, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 4a - 2b + c = 2 \\ a + b + c = -4 \\ c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \\ c = 0 \end{cases},$$

故抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 3x$ ；

（2） $\because$ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 3x$ ，

$\therefore$ 顶点 $E(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$ ，对称轴为 $x = -\frac{3}{2}$ ，

$\because B(1, -4)$ ，

$$\therefore -x^2 - 3x = -4,$$

解得： $x_1 = 1$ ， $x_2 = -4$ ，

$\because C_{\text{横坐标}} < 0$ ，

$\therefore C(-4, -4)$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15,$$

由 A 、 B 两点坐标为 $(-2, 2)$ 、 $(1, -4)$ 可求得直线 AB 的解析式为： $y = -2x - 2$ ，

设抛物线的对称轴与 AB 交于点 F ，连接 BE ，则 F 点的坐标为 $(-\frac{3}{2}, 1)$ ，

$$\therefore EF = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEF} + S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} \times EF \times |A_{\text{横}}| + \frac{1}{2} \times EF \times |B_{\text{横}}| = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times (|A_{\text{横}}| + |B_{\text{横}}|) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times$$

$$3 = \frac{15}{8};$$

$$(3) S_{\triangle ABE} = \frac{15}{8},$$

$$\therefore 8S_{\triangle ABE} = 15,$$

$\therefore$ 当点 D 与点 C 重合时，显然满足条件；

当点 D 与点 C 不重合时，过点 C 作 AB 的平行线 CD ，其对应的一次函数解析式为 $y = -2x - 12$ ，

$$\text{令 } -2x - 12 = -x^2 - 3x,$$

$$\therefore x^2 + x - 12 = 0,$$

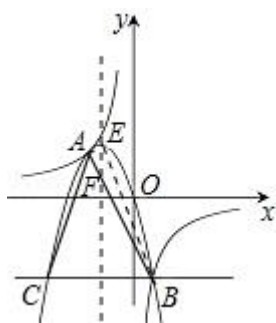
$$\therefore (x - 3)(x + 4) = 0,$$

解得 $x_1 = 3$, $x_2 = -4$ ，

当 $x = 3$ 时， $y = -18$ ，

当 $x = -4$ 时， $y = -4$ ，

故存在另一点 $D(3, -18)$ 或 $(-4, -4)$ 满足条件．



【点评】 此题属于二次函数的综合题目，第一问的解答关键是掌握待定系数法的运用，求解第二问需要我们会根据函数解析式求两函数图象的交点坐标，此类综合题目，难度较大，注意逐步分析．