

2011 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把该选项的序号填入题干后面的括号内）

1.（3 分）如果 a 的相反数是 2，那么 a 等于（ ）

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2.（3 分）计算 $2x^2 \cdot (-3x^3)$ 的结果是（ ）

- A. $-6x^5$ B. $6x^5$ C. $-2x^6$ D. $2x^6$

3.（3 分）已知圆柱的底面半径为 1，母线长为 2，则圆柱的侧面积为（ ）

- A. 2 B. 4 C. 2π D. 4π

4.（3 分）用四舍五入法按要求对 0.05049 分别取近似值，其中错误的是（ ）

- A. 0.1（精确到 0.1） B. 0.05（精确到百分位）
C. 0.05（精确到千分位） D. 0.050（精确到 0.001）

5.（3 分）将如图所示表面带有图案的正方体沿某些棱展开后，得到的图形是（ ）



- A. B. C. D.

6.（3 分）经过某十字路口的汽车，它可能继续直行，也可能向左或向右转.若这三种可能性大小相同，则两辆汽车经过该十字路口全部继续直行的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{2}$

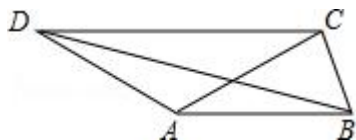
7.（3 分）如果等腰三角形两边长是 $6cm$ 和 $3cm$ ，那么它的周长是（ ）

- A. $9cm$ B. $12cm$ C. $15cm$ 或 $12cm$ D. $15cm$

8.（3 分）已知一元二次方程 $x^2+bx-3=0$ 的一根为 -3 ，在二次函数 $y=x^2+bx-3$ 的图象上有三点 $(-\frac{4}{5}, y_1)$ 、 $(-\frac{5}{4}, y_2)$ 、 $(\frac{1}{6}, y_3)$ ， y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是（ ）

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

9.（3 分）如图所示，四边形 $ABCD$ 中， $DC \parallel AB$ ， $BC = 1$ ， $AB = AC = AD = 2$. 则 BD 的长为（ ）



- A. $\sqrt{14}$ B. $\sqrt{15}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

10. (3分) 下列判断正确的有 ()

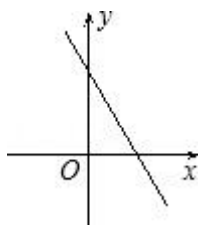
- ①顺次连接对角线互相垂直且相等的四边形的各边中点一定构成正方形;
 ②中心投影的投影线彼此平行;
 ③在周长为定值 π 的扇形中, 当半径为 $\frac{\pi}{4}$ 时扇形的面积最大;
 ④相等的角是对顶角的逆命题是真命题.

- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

二、填空题(本大题共6个小题, 每小题3分, 共18分. 本题要求把正确结果填在每题的横线上, 不需要解答过程)

11. (3分) 函数 $y = \sqrt{\frac{1}{x+3}}$ 中, 自变量 x 的取值范围_____.

12. (3分) 已知关于 x 的一次函数 $y = mx + n$ 的图象如图所示, 则 $|n-m| - \sqrt{m^2}$ 可化简为_____.

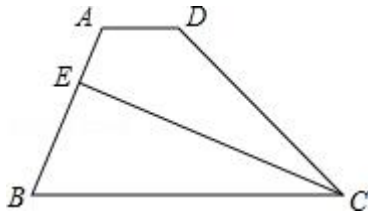


13. (3分) 一个样本为 1、3、2、2、 a 、 b 、 c . 已知这个样本的众数为 3, 平均数为 2, 那么这个样本的方差为_____.

14. (3分) 在半径为 2 的圆中有一个内接正方形, 现随机地往圆内投一粒米, 落在正方形内的概率为_____. (注: π 取 3)

15. (3分) 若 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 则 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ 的值为_____.

16. (3分) 如图所示, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, CE 是 $\angle BCD$ 的平分线, 且 $CE \perp AB$, E 为垂足, $BE = 2AE$, 若四边形 $AECD$ 的面积为 1, 则梯形 $ABCD$ 的面积为_____.

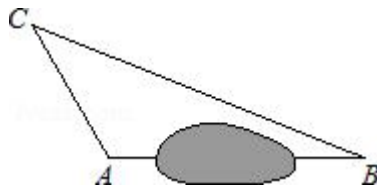


三、解答题（本大题包括 9 个小题，共 72 分，解答应写出必要的演算步骤，证明过程或文字）

17. (10 分) (1) 计算: $\sqrt{18} - \frac{2}{\sqrt{2}} + |1 - \sqrt{2}| + (\frac{1}{2})^{-1}$

(2) 化简: $\frac{a-b}{a} \div (a - \frac{2ab-b^2}{a}) (a \neq b)$.

18. (6 分) 在一次课外实践活动中，同学们要测量某公园人工湖两侧 A, B 两个凉亭之间的距离. 现测得 $AC = 30m, BC = 70m, \angle CAB = 120^\circ$ ，请计算 A, B 两个凉亭之间的距离.

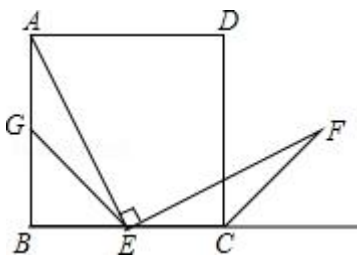


19. (7 分) 解方程组
$$\begin{cases} 4(x-y-1) = 3(1-y) - 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$$

20. (7 分) 如图所示，四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E 是边 BC 的中点且 $\angle AEF = 90^\circ$ ， EF 交正方形外角平分线 CF 于点 F ，取边 AB 的中点 G ，连接 EG 。

(1) 求证: $EG = CF$;

(2) 将 $\triangle ECF$ 绕点 E 逆时针旋转 90° ，请在图中直接画出旋转后的图形，并指出旋转后 CF 与 EG 的位置关系。

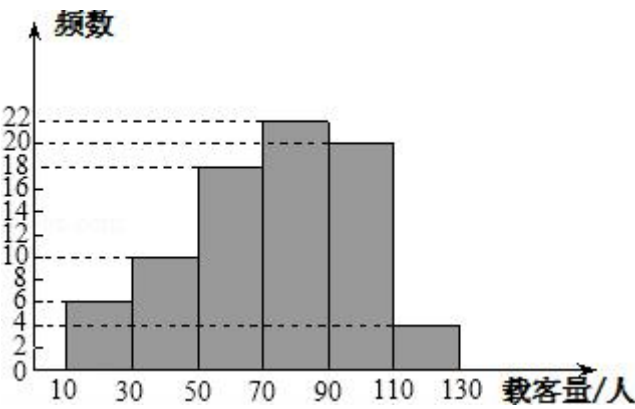


21. (8 分) 在同一直角坐标系中反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象与一次函数 $y = kx + b$ 的图象相交，且其中一个交点 A 的坐标为 $(-2, 3)$ ，若一次函数的图象又与 x 轴相交于点 B ，且 $\triangle AOB$ 的面积为 6 (点 O 为坐标原点)。求一次函数与反比例函数的解析式。

22. (8 分) 为了解我市 3 路公共汽车的运营情况，公交部门随机统计了某天 3 路公共汽车每个运行班次的载客量，得到如下频数分布直方图。如果以各组的组中值代表各组实际

数据，请分析统计数据完成下列问题.

- (1) 找出这天载客量的中位数，说明这个中位数的意义；
 - (2) 估计 3 路公共汽车平均每班的载客量大约是多少？
 - (3) 计算这天载客量在平均载客量以上班次占总班次的百分数.
- (注：一个小组的组中值是指这个小组的两个端点数的平均数)



23. (6 分) 生活中，在分析研究比赛成绩时经常要考虑不等关系. 例如：一射击运动员在一次比赛中将进行 10 次射击，已知前 7 次射击共中 61 环，如果他要打破 88 环（每次射击以 1 到 10 的整数环计数）的记录，问第 8 次射击不能少于多少环？

我们可以按以下思路分析：

首先根据最后二次射击的总成绩可能出现的情况，来确定要打破 88 环的记录，第 8 次射击需要得到的成绩，并完成下表：

最后二次射击总成绩	第 8 次射击需得成绩
20 环	_____
19 环	_____
18 环	_____

根据以上分析可得如下解答：

解：设第 8 次射击的成绩为 x 环，则可列出一个关于 x 的不等式：_____

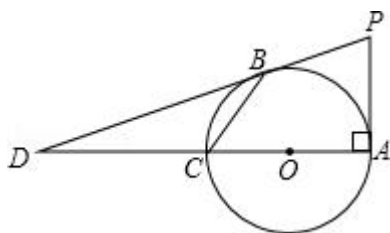
解得_____

所以第 8 次射击不能少于_____环.

24. (8 分) 如图所示， AC 为 $\odot O$ 的直径且 $PA \perp AC$ ， BC 是 $\odot O$ 的一条弦，直线 PB 交直线 AC 于点 D ， $\frac{DB}{DP} = \frac{DC}{DO} = \frac{2}{3}$.

- (1) 求证：直线 PB 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 求 $\cos \angle BCA$ 的值.

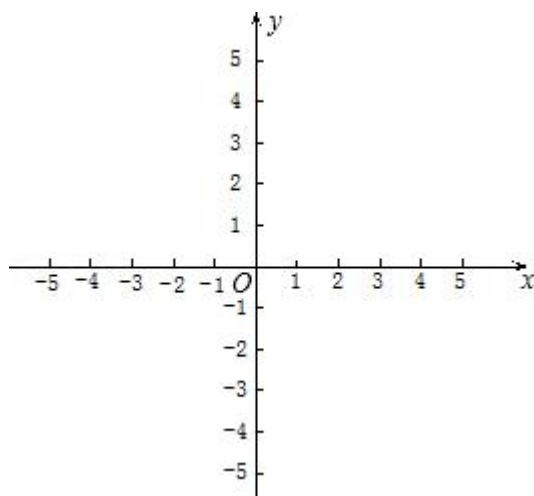


25. (12 分) 已知抛物线 $y_1 = x^2 + 4x + 1$ 的图象向上平移 m 个单位 ($m > 0$) 得到的新抛物线过点 $(1, 8)$.

(1) 求 m 的值, 并将平移后的抛物线解析式写成 $y_2 = a(x - h)^2 + k$ 的形式;

(2) 将平移后的抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折到 x 轴上方, 与平移后的抛物线没有变化的部分构成一个新的图象. 请写出这个图象对应的函数 y 的解析式, 并在所给的平面直角坐标系中直接画出简图, 同时写出该函数在 $-3 < x \leq -\frac{3}{2}$ 时对应的函数值 y 的取值范围;

(3) 设一次函数 $y_3 = nx + 3$ ($n \neq 0$), 问是否存在正整数 n 使得 (2) 中函数的函数值 $y = y_3$ 时, 对应的 x 的值为 $-1 < x < 0$? 若存在, 求出 n 的值; 若不存在, 说明理由.



2011 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把该选项的序号填入题干后面的括号内）

1. 【分析】因为绝对值相等且符号不同的两个数互为相反数，根据题意可求得 a 的绝对值，再根据相反数的概念不难求得 a 的值.

【解答】解：∵ a 的相反数是 2，

$$\therefore |a| = |2| = 2,$$

$$\therefore a = -2.$$

故选：A.

【点评】此题主要考查学生对相反数的概念的理解及掌握情况.

2. 【分析】根据单项式乘单项式的法则和同底数幂相乘，底数不变，指数相加计算后选取答案.

【解答】解： $2x^2 \cdot (-3x^3)$,

$$= 2 \times (-3) \cdot (x^2 \cdot x^3),$$

$$= -6x^5.$$

故选：A.

【点评】本题主要考查单项式相乘的法则和同底数幂的乘法的性质.

3. 【分析】圆柱侧面积 = 底面周长 $\times$ 高.

【解答】解：圆柱沿一条母线剪开，所得到的侧面展开图是一个矩形，它的长是底面圆的周长，即 2π ，宽为母线长为 2，
所以它的面积为 4π .

故选：D.

【点评】本题考查了圆柱的计算，掌握特殊立体图形的侧面展开图的特点，是解决此类问题的关键.

4. 【分析】根据近似数与有效数字的概念对四个选项进行逐一分析即可.

【解答】解：A、0.05049 精确到 0.1 应保留一个有效数字，故是 0.1，故本选项正确；

B、0.05049 精确到百分位应保留一个有效数字，故是 0.05，故本选项正确；

C、0.05049 精确到千分位应是 0.050，故本选项错误；

D 、 0.05049 精确到 0.001 应是 0.050 ，故本选项正确.

故选： C .

【点评】 本题考查的是近似数与有效数字，即从一个数的左边第一个不是 0 的数字起到末位数字止，所有的数字都是这个数的有效数字.

5. 【分析】 由平面图形的折叠及立体图形的表面展开图的特点解题. 注意带图案的三个面相交于一点.

【解答】 解：由原正方体知，带图案的三个面相交于一点，而通过折叠后 A 、 B 都不符合，且 D 折叠后图案的位置正好相反，所以能得到的图形是 C .

故选： C .

【点评】 考查了几何体的展开图，解决此类问题，要充分考虑带有各种符号的面的特点及位置.

6. 【分析】 列举出所有情况，看两辆汽车经过这个十字路口全部继续直行的情况占总情况的多少即可.

【解答】 解：列表得：

右	(直, 右)	(左, 右)	(右, 右)
左	(直, 左)	(左, 左)	(右, 左)
直	(直, 直)	(左, 直)	(右, 直)
	直	左	右

$\therefore$ 一共有 9 种情况，两辆汽车经过这个十字路口全部继续直行的有一种，

$\therefore$ 两辆汽车经过这个十字路口全部继续直行的概率是 $\frac{1}{9}$.

故选： C .

【点评】 本题主要考查用列表法与树状图法求概率，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

7. 【分析】 求等腰三角形的周长，即是确定等腰三角形的腰与底的长求周长. 根据三角形三边关系定理列出不等式，确定是否符合题意.

【解答】 解：当 6 为腰， 3 为底时， $6 - 3 < 6 < 6 + 3$ ，能构成等腰三角形，周长为 $6 + 6 + 3 = 15$ ；

当 3 为腰， 6 为底时， $3 + 3 = 6$ ，不能构成三角形.

故选： D .

【点评】本题从边的方面考查三角形，涉及分类讨论的思想方法．求三角形的周长，不能盲目地将三边长相加起来，而应养成检验三边长能否组成三角形的好习惯，把不符合题意的舍去．

8. 【分析】方法 1、将 $x = -3$ 代入 $x^2 + bx - 3 = 0$ 中，求 b ，得出二次函数 $y = x^2 + bx - 3$ 的解析式，再根据抛物线的对称轴，开口方向确定增减性，比较 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系．
方法 2，先求出 b 的值，代入抛物线解析式中，再将横坐标代入，求出 y 值，最后比较大小．

【解答】解：方法 1、把 $x = -3$ 代入 $x^2 + bx - 3 = 0$ 中，得 $9 - 3b - 3 = 0$ ，解得 $b = 2$ ，

∴ 二次函数解析式为 $y = x^2 + 2x - 3$ ，

抛物线开口向上，对称轴为 $x = -\frac{2}{2 \times 1} = -1$ ，

∵ $-\frac{5}{4} < -1 < -\frac{4}{5} < \frac{1}{6}$ ，且 $-1 - (-\frac{5}{4}) = \frac{1}{4}$ ， $-\frac{4}{5} - (-1) = \frac{1}{5}$ ，而 $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$ ，

∴ $y_1 < y_2 < y_3$ ．

故选 A．

方法 2、把 $x = -3$ 代入 $x^2 + bx - 3 = 0$ 中，得 $9 - 3b - 3 = 0$ ，解得 $b = 2$ ，

∴ 二次函数解析式为 $y = x^2 + 2x - 3$ ，

当 $x = -\frac{4}{5}$ 时， $y_1 = (-\frac{4}{5})^2 + 2 \times (-\frac{4}{5}) - 3 = -3\frac{24}{25} = -3.96$ ，

当 $x = -\frac{5}{4}$ 时， $y_2 = (-\frac{5}{4})^2 + 2 \times (-\frac{5}{4}) - 3 = -3\frac{15}{16} = -3.9375$ ，

当 $x = \frac{1}{6}$ 时， $y_3 = (\frac{1}{6})^2 + 2 \times \frac{1}{6} - 3 = -2\frac{13}{36}$ ，

∴ $y_1 < y_2 < y_3$ ．

故选：A．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特点，一元二次方程解的意义．关键是求二次函数解析式，根据二次函数的对称轴，开口方向判断函数值的大小．

9. 【分析】以 A 为圆心， AB 长为半径作圆，延长 BA 交 $\odot A$ 于 F ，连接 DF ．在 $\triangle BDF$ 中，由勾股定理即可求出 BD 的长．

【解答】解：以 A 为圆心， AB 长为半径作圆，延长 BA 交 $\odot A$ 于 F ，连接 DF ．

∵ $DC \parallel AB$ ，

∴ $\widehat{DF} = \widehat{BC}$ ，

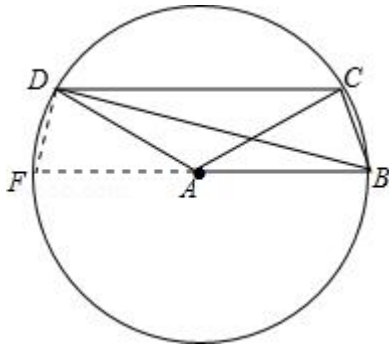
∴ $DF = CB = 1$ ， $BF = 2 + 2 = 4$ ，

$\because FB$ 是 $\odot A$ 的直径,

$\therefore \angle FDB = 90^\circ$,

$$\therefore BD = \sqrt{BF^2 - DF^2} = \sqrt{15}.$$

故选: B .



【点评】 本题考查了勾股定理, 解题的关键是作出以 A 为圆心, AB 长为半径的圆, 构建直角三角形, 从而求解.

10. **【分析】** 根据对顶角的性质、扇形面积的计算、中心投影、二次函数的最值等知识点判断各命题的真假, 即可得出答案.

【解答】 解: ①顺次连接对角线互相垂直且相等的四边形的各边中点一定构成正方形, 此命题正确, 故①正确;

②中心投影与原物体所对应点的连线都相交于一点, 平行投影与原物体所对应点的连线都相互平行, 故②错误;

③在周长为定值 π 的扇形中, 当半径为 $\frac{\pi}{4}$ 时扇形的面积最大;

设 a 为扇形圆心角,

$$s = \frac{a\pi r^2}{2\pi} = \frac{(\pi - 2r)}{2} \times r = \frac{1}{2}(-2r^2 + \pi r),$$

根据二次函数极值公式

当 $r = \frac{\pi}{4}$ 时扇形的面积最大, 故③正确;

④相等的角是对顶角的逆命题是: 若两个角是对顶角, 则这两个角相等, 为真命题. 故

④正确.

故选: B .

【点评】 本题主要考查了二次函数的最值、对顶角的性质、扇形面积的计算、中心投影等知识点, 考查了学生对综合知识的掌握程度, 属于中档题.

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分. 本题要求把正确结果填在每题的横线上，不需要解答过程）

11. 【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解.

【解答】解：根据二次根式有意义，分式有意义得： $x+3 \geq 0$ 且 $x+3 \neq 0$,

解得： $x > -3$.

故答案为： $x > -3$.

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

12. 【分析】根据一次函数图象与系数的关系，确定 m 、 n 的符号，然后由绝对值、二次根式的化简运算法则解得即可.

【解答】解：根据图示知，关于 x 的一次函数 $y = mx + n$ 的图象经过第一、二、四象限，

$\therefore m < 0$;

又 $\because$ 关于 x 的一次函数 $y = mx + n$ 的图象与 y 轴交于正半轴，

$\therefore n > 0$;

$$\therefore |n-m| - \sqrt{m^2} = n - m - (-m) = n.$$

故答案是： n .

【点评】本题主要考查了二次根式的性质与化简、一次函数图象与系数的关系. 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$, $b \neq 0$) 的图象，当 $k > 0$ 时，经过第一、二、三象限；当 $k < 0$ 时，经过第一、二、四象限.

13. 【分析】因为众数为 3，表示 3 的个数最多，因为 2 出现的次数为二，所以 3 的个数最少为三个，则可设 a , b , c 中有两个数值为 3. 另一个未知利用平均数定义求得，从而根据方差公式求方差.

【解答】解：因为众数为 3，可设 $a = 3$, $b = 3$, c 未知

$$\text{平均数} = \frac{1}{7} (1+3+2+2+3+3+c) = 2, \text{ 解得 } c = 0$$

$$\text{根据方差公式 } S^2 = \frac{1}{7} [(1-2)^2 + (3-2)^2 + (2-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2 + (3-2)^2 + (0-2)^2] = \frac{8}{7}$$

故填 $\frac{8}{7}$.

【点评】本题考查了众数、平均数和方差的定义.

14. 【分析】根据已知首先求出圆的面积以及正方形的边长，进而得出正方形的面积，即可得出落在正方形内的概率．

【解答】解：∵在半径为 2 的圆中有一个内接正方形，现随机地往圆内投一粒米，

$$\therefore \text{圆的面积为：}\pi \times 2^2 = 4\pi \approx 12.$$

$$\therefore \text{正方形的边长为：} AB^2 + BO^2 = AO^2,$$

$$\therefore 2AB^2 = 4,$$

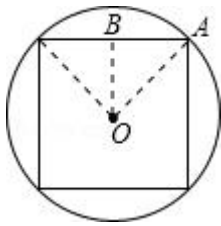
$$\therefore AB = \sqrt{2},$$

$$\text{正方形边长为：} 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{正方形面积为：} 8,$$

$$\therefore \text{落在正方形内的概率为：} 8 \div 12 = \frac{2}{3}.$$

故答案为： $\frac{2}{3}$ ．



【点评】此题主要考查了几何概率、圆的面积求法以及正方形的特殊性质，求出两图形的面积是解决问题的关键．

15. 【分析】将 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 变换成 $x^2 = 3x - 1$ 代入 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ 逐步降低 x 的次数出现公因式，

分子分母同时除以公因式．

【解答】解：由已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 变换得 $x^2 = 3x - 1$

$$\text{将 } x^2 = 3x - 1 \text{ 代入 } \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{x^2}{(3x-1)^2 + x^2 + 1} = \frac{x^2}{10x^2 - 6x + 2} = \frac{3x-1}{10(3x-1) - 6x + 2} =$$

$$\frac{3x-1}{24x-8} = \frac{3x-1}{8(3x-1)} = \frac{1}{8}$$

故答案为 $\frac{1}{8}$ ．

【点评】解本类题主要是将未知数的高次逐步降低，从而求解．代入时机比较灵活

16. 【分析】首先延长 BA 与 CD ，交于 F ，即可得 $\triangle FAD \sim \triangle FBC$ 与 $\triangle BCE \cong \triangle FCE$ ，然后

$S_{\triangle FAD} = x$ ，即可求得 $S_{\triangle FBC} = 16x$ ， $S_{\triangle BCE} = S_{\triangle FEC} = 8x$ ， $S_{\text{四边形} AECD} = 7x$ ，又由四边形 $AECD$

的面积为 1，即可求得梯形 $ABCD$ 的面积.

【解答】解：延长 BA 与 CD ，交于 F ，

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle FAD \sim \triangle FBC,$$

$\because CE$ 是 $\angle BCD$ 的平分线，

$$\therefore \angle BCE = \angle FCE,$$

$$\because CE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle FEC = 90^\circ,$$

$$\because EC = EC,$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle FCE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BE = EF,$$

$$\therefore BF = 2BE,$$

$$\because BE = 2AE,$$

$$\therefore EF = 2AE,$$

$$\therefore AE = AF,$$

$$\therefore BF = 4AE = 4AF,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle FAD}}{S_{\triangle FBC}} = \left(\frac{AF}{BF}\right)^2 = \frac{1}{16},$$

$$\text{设 } S_{\triangle FAD} = x,$$

$$\therefore S_{\triangle FBC} = 16x,$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle FEC} = 8x,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } AECD} = 7x,$$

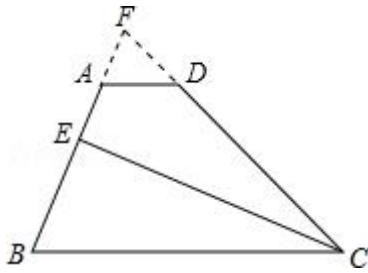
$\because$ 四边形 $AECD$ 的面积为 1，

$$\therefore 7x = 1,$$

$$\therefore x = \frac{1}{7},$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的面积为: } S_{\triangle BCE} + S_{\text{四边形 } AECD} = 15x = \frac{15}{7}.$$

故答案为: $\frac{15}{7}$.



【点评】此题考查了梯形的性质，相似三角形的性质与判定，全等三角形的判定与性质等知识．此题综合性很强，解题的关键是方程思想与数形结合思想的应用．

三、解答题（本大题包括 9 个小题，共 72 分，解答应写出必要的演算步骤，证明过程或文字）

17. 【分析】（1）各项化为最简根式、去绝对值号、去括号，然后进行四则混合运算即可；

（2）先对各项化简，然后进行混合运算，最后再化简，化为最简分式

【解答】（1） $\sqrt{18} - \frac{2}{\sqrt{2}} + |1 - \sqrt{2}| + (\frac{1}{2})^{-1}$

解：原式 = $3\sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 + 2$
 $= 3\sqrt{2} + 1$

（2） $\frac{a-b}{a} \div (a - \frac{2ab-b^2}{a}) (a \neq b)$

解：原式 = $\frac{a-b}{a} \div \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a}$
 $= \frac{a-b}{a} \cdot \frac{a}{(a-b)^2}$
 $= \frac{1}{a-b}$

【点评】本题主要考查二次根式的混合运算，分式的混合运算，负整数指数幂，解题的关键在于首先对各项进行化简，然后在进行运算

18. 【分析】过 C 点作 $CD \perp AB$ 于点 D．先在 $Rt\triangle CDA$ 中求得 AD、CD 的长，再利用勾股定理求得 BD 的长， $AB = BD + AD$ ．

【解答】解：如图，作 $CD \perp AB$ 于点 D．

在 $Rt\triangle CDA$ 中， $AC = 30m$ ， $\angle CAD = 180^\circ - \angle CAB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ．

$$\therefore CD = AC \cdot \sin \angle CAD = 30 \cdot \sin 60^\circ = 15\sqrt{3}m.$$

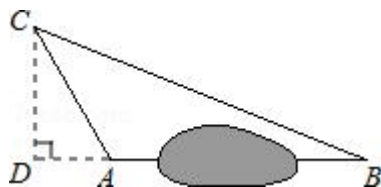
$$AD = AC \cdot \cos \angle CAD = 30 \cdot \cos 60^\circ = 15m.$$

在 $Rt\triangle CDB$ 中， $\because BC = 70$ ， $BD^2 = BC^2 - CD^2$ ，

$$\therefore BD = \sqrt{70^2 - (15\sqrt{3})^2} = 65m.$$

$$\therefore AB = BD - AD = 65 - 15 = 50m.$$

答：A，B 两个凉亭之间的距离为 50m.



【点评】解一般三角形的问题一般可以转化为解直角三角形的问题，解决的方法就是作高线.

19. 【分析】首先对原方程组化简，然后①×2 运用加减消元法求解.

【解答】解：原方程组可化为：
$$\begin{cases} 4x - y = 5 & \text{①} \\ 3x + 2y = 12 & \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 2 + \text{②} \text{ 得 } 11x = 22,$$

$$\therefore x = 2,$$

$$\text{把 } x = 2 \text{ 代入①得：} y = 3,$$

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$$

【点评】此题考查的是解二元一次方程组，关键是先化简在运用加减消元法解方程组.

20. 【分析】（1）G、E 分别为 AB、BC 的中点，由正方形的性质可知 $AG = EC$ ， $\triangle BEG$ 为等腰直角三角形，则 $\angle AGE = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ ，而 $\angle ECF = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ ，得 $\angle AGE = \angle ECF$ ，再利用互余关系，得 $\angle GAE = 90^\circ - \angle AEB = \angle CEF$ ，可证 $\triangle AGE \cong \triangle ECF$ ，得出结论；

（2）旋转后， $\angle C'AE = \angle CFE = \angle GEA$ ，根据内错角相等，两直线平行，可判断旋转后 CF 与 EG 平行.

【解答】（1）证明： $\because$ 正方形 ABCD，点 G，E 为边 AB、BC 中点，

$\therefore AG = EC$ ， $\triangle BEG$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle AGE = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$

又 $\because CF$ 为正方形外角平分线，

$$\therefore \angle ECF = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle AGE = \angle ECF,$$

$$\because \angle AEF = 90^\circ,$$

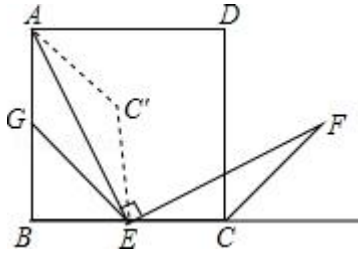
$$\therefore \angle GAE = 90^\circ - \angle AEB = \angle CEF,$$

$$\therefore \triangle AGE \cong \triangle ECF,$$

$$\therefore EG = CF;$$

(2) 解：画图如图所示，

旋转后 CF 与 EG 平行．



【点评】本题考查了旋转的性质，正方形的性质，全等三角形的判定与性质．关键是根
据正方形的性质寻找判定三角形全等的条件．

21. 【分析】将点 $A(-2, 3)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ 中得，得到 $m = -2 \times 3 = -6$ ，即得到反比例函数的
解析式；由 $\triangle AOB$ 的面积为 6，求出 OB ，得到 B 点坐标为 $(4, 0)$ 或 $(-4, 0)$ ，然后
分类讨论：

一次函数 $y = kx + b$ 过 $(-2, 3)$ 和 $(4, 0)$ 或一次函数 $y = kx + b$ 过 $(-2, 3)$ 和 $(-4, 0)$ ，
利用待定系数法求出一函数的解析式．

【解答】解：将点 $A(-2, 3)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ 中得， $m = -2 \times 3 = -6$ ，

$$\therefore m = -6$$

$$\therefore y = -\frac{6}{x},$$

又 $\because \triangle AOB$ 的面积为 6，

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot OB \cdot 3 = 6,$$

$$\therefore OB = 4,$$

$\therefore B$ 点坐标为 $(4, 0)$ 或 $(-4, 0)$ ，

①当 $B(4, 0)$ 时，

$\because$ 点 $A(-2, 3)$ 是两函数的交点，

$$\therefore \begin{cases} 4k + b = 0 \\ -2k + b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } k = -\frac{1}{2}, b = 2,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 2;$$

②当 $B(-4, 0)$ 时,

$\because$ 点 $A(-2, 3)$ 是两函数的交点,

$$\therefore \begin{cases} -4k + b = 0 \\ -2k + b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } k = \frac{3}{2}, b = 6,$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}x + 6.$$

所以一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 或 $y = \frac{3}{2}x + 6$; 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{6}{x}$.

【点评】 本题考查了利用待定系数法求函数的解析式; 也考查了分类讨论思想的运用以及三角形的面积公式.

22. **【分析】** (1) 从图上可看出中位数是 80, 估计 3 路公共汽车每天大约有一半的班次的载客量超过 80 人.

(2) 求出平均数, 可代表 3 路公共汽车平均每班的载客量大约是多少.

(3) 找出在平均载客量以上的班次算出这些人数的和然后除以总人数就可以了.

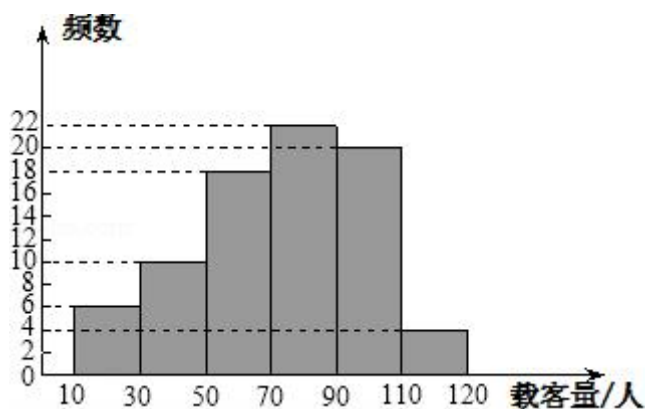
【解答】 解: (1) 从图形上得出, 10 到 30 的有 6 人, 30 到 50 的有 10 人, 50 到 70 的有 18 人, 70 到 90 的有 22 人, 90 到 110 的有 20 人, 110 到 130 的有 4 人, 所以, 10 到 70 的共有 34 人, 90 到 130 的有 24 人, 把 70 到 90 得取出 10 人添加到 90 到 130 中, 两边刚好一样多, 70 到 90 的还有 12 人, 所以, 这天载客量的中位数肯定在 70 到 90 中, 这天载客量的中位数为 80 人, 估计 3 路公共汽车每天大约有一半的班次的载客量超过 80 人;

$$(2) \bar{x} = \frac{20 \times 6 + 40 \times 10 + 60 \times 18 + 80 \times 22 + 100 \times 20 + 120 \times 4}{6 + 10 + 18 + 22 + 20 + 4} = 73 \text{ (人)},$$

因为样本平均数为 73,

所以可以估计 3 路公共汽车平均每班的载客量大约是 73 人;

$$(3) \text{ 在平均载客量以上的班次占总班次的百分数} = \frac{22 + 20 + 4}{80} \times 100\% = 57.5\%.$$



【点评】 本题考查频数分布直方图，频数直方图表示每组数据里面的具体数是多少，以及中位数的概念有样本估计总体等知识点．

23. 【分析】 (1) 因为前 7 次的总成绩是 61 环，后面的两次分别是 20，19 或 18 时，且要打破 88 环，可求出 8 次的射击成绩．

(2) 设第 8 次射击的成绩为 x 环，则可列出一个关于 x 的不等式，根据已知前 7 次射击共中 61 环，如果他要打破 88 环（每次射击以 1 到 10 的整数环计数）的记录，可列出不等式求解．

【解答】 解：表中依次填写：8 环或 9 环或 10 环；9 环或 10 环；10 环．

设第 8 次射击的成绩为 x 环，则可列出一个关于 x 的不等式，

$$61+20+x > 88,$$

$$x > 7,$$

所以第 8 次射击不能少于 8 环．

【点评】 本题考查理解题意的能力，关键明白前 7 次的结果，要确定第 8 次，首先知道后两次取不同值的情况，从而求出结果．

24. 【分析】 (1) 连接 OB 、 OP ，由 $\frac{DB}{DP} = \frac{DC}{DO} = \frac{2}{3}$ ，且 $\angle D = \angle D$ ，根据三角形相似的判定得到 $\triangle BDC \sim \triangle PDO$ ，可得到 $BC \parallel OP$ ，易证得 $\triangle BOP \cong \triangle AOP$ ，则 $\angle PBO = \angle PAO = 90^\circ$ ；

(2) 设 $PB = a$ ，则 $BD = 2a$ ，根据切线长定理得到 $PA = PB = a$ ，根据勾股定理得到 $AD = 2\sqrt{2}a$ ，又 $BC \parallel OP$ ，得到 $DC = 2CO$ ，得到 $DC = CA = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2}a = \sqrt{2}a$ ，则 $OA = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ ，利用勾股定理求出 OP ，然后根据余弦函数的定义即可求出 $\cos \angle BCA = \cos \angle POA$ 的值．

【解答】 (1) 证明：连接 OB 、 OP ，如图，

$$\therefore \frac{DB}{DP} = \frac{DC}{DO} = \frac{2}{3}, \text{ 且 } \angle D = \angle D,$$

$$\therefore \triangle BDC \sim \triangle PDO,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DPO,$$

$$\therefore BC \parallel OP,$$

$$\therefore \angle BCO = \angle POA, \quad \angle CBO = \angle BOP$$

$$\text{而 } OB = OC$$

$$\therefore \angle OCB = \angle CBO$$

$$\therefore \angle BOP = \angle POA$$

$$\text{又 } \because OB = OA, \quad OP = OP$$

$$\therefore \triangle BOP \cong \triangle AOP$$

$$\therefore \angle PBO = \angle PAO$$

$$\text{又 } \because PA \perp AC$$

$$\therefore \angle PBO = 90^\circ$$

$\therefore$ 直线 PB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 由 (1) 知 $\angle BCO = \angle POA$,

设 $PB = a$, 则 $BD = 2a$

$$\text{又 } \because PA = PB = a$$

$$\therefore AD = \sqrt{DP^2 - PA^2} = 2\sqrt{2}a,$$

$$\text{又 } \because BC \parallel OP$$

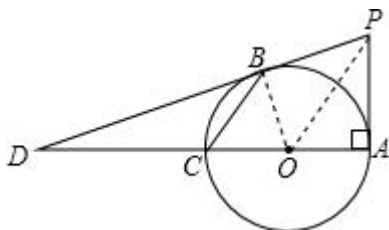
$$\therefore DC = 2CO,$$

$$\therefore DC = CA = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2}a = \sqrt{2}a,$$

$$\therefore OA = \frac{\sqrt{2}}{2}a,$$

$$\therefore OP = \sqrt{OA^2 + PA^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}a,$$

$$\therefore \cos \angle BCA = \cos \angle POA = \frac{OA}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



【点评】 本题考查了圆的切线的性质和判定：圆的切线垂直于过切点的半径；过半径的外端点与半径垂直的直线为圆的切线．也考查了三角形相似和全等的判定与性质以及三角函数的定义．

25. 【分析】 (1) 根据抛物线 $y_1 = x^2 + 4x + 1$ 的图象向上平移 m 个单位，可得 $y_2 = x^2 + 4x + 1 + m$ ，再利用又点 $(1, 8)$ 在图象上，求出 m 即可；

(2) 根据函数解析式画出图象，即可得出函数大小分界点；

(3) 根据当 $y = y_3$ 且对应的 $-1 < x < 0$ 时， $x^2 + 4x + 3 = nx + 3$ ，得出 n 取值范围即可得出答案．

【解答】 解：(1) 由题意可得 $y_2 = x^2 + 4x + 1 + m$ ，

又点 $(1, 8)$ 在图象上，

$$\therefore 8 = 1 + 4 \times 1 + 1 + m,$$

$$\therefore m = 2,$$

$$\therefore y_2 = (x+2)^2 - 1;$$

$$(2) y = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & (x \leq -3 \text{ 或 } x \geq -1) \text{ (4分)} \\ -x^2 - 4x - 3 & (-3 < x < -1) \text{ (6分)} \end{cases}$$

当 $-3 < x \leq -\frac{3}{2}$ 时， $0 < y \leq 1$ ；

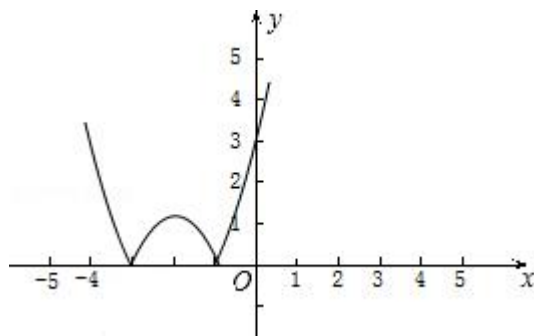
(3) 不存在，

理由：当 $y = y_3$ 且对应的 $-1 < x < 0$ 时， $x^2 + 4x + 3 = nx + 3$ ，

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = n - 4,$$

且 $-1 < n - 4 < 0$ 得 $3 < n < 4$ ，

$\therefore$ 不存在正整数 n 满足条件．



【点评】 此题主要考查了二次函数的综合应用以及图象交点求法，二次函数的综合应用

是初中阶段的重点题型，特别注意利用数形结合是这部分考查的重点，也是难点，同学们应重点掌握.