

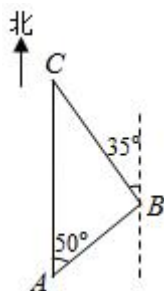
## 2020 年云南省昆明市中考数学试卷

### 一、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. (3 分)  $|-10| =$  \_\_\_\_\_.

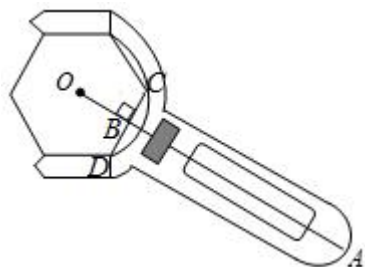
2. (3 分) 分解因式:  $m^2n - 4n =$  \_\_\_\_\_.

3. (3 分) 如图, 点  $C$  位于点  $A$  正北方向, 点  $B$  位于点  $A$  北偏东  $50^\circ$  方向, 点  $C$  位于点  $B$  北偏西  $35^\circ$  方向, 则  $\angle ABC$  的度数为 \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



4. (3 分) 要使  $\frac{5}{x+1}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

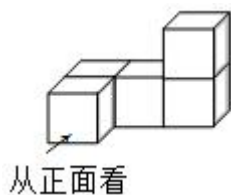
5. (3 分) 如图, 边长为  $2\sqrt{3}cm$  的正六边形螺帽, 中心为点  $O$ ,  $OA$  垂直平分边  $CD$ , 垂足为  $B$ ,  $AB = 17cm$ , 用扳手拧动螺帽旋转  $90^\circ$ , 则点  $A$  在该过程中所经过的路径长为 \_\_\_\_\_  $cm$ .

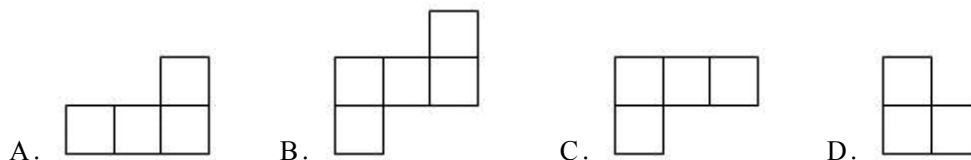


6. (3 分) 观察下列一组数:  $-\frac{2}{3}, \frac{6}{9}, -\frac{12}{27}, \frac{20}{81}, -\frac{30}{243}, \dots$ , 它们是按一定规律排列的, 那么这一组数的第  $n$  个数是 \_\_\_\_\_.

### 二、选择题（本大题共 8 小题，每小题只有一个正确选项，每小题 4 分，共 32 分）

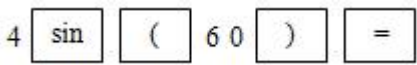
7. (4 分) 由 5 个完全相同的正方体组成的几何体的主视图是 ( )





8. (4分) 下列判断正确的是 ( )

- A. 北斗系统第五十五颗导航卫星发射前的零件检查，应选择抽样调查
- B. 一组数据 6, 5, 8, 7, 9 的中位数是 8
- C. 甲、乙两组学生身高的方差分别为  $S_{\text{甲}}^2 = 2.3$ ,  $S_{\text{乙}}^2 = 1.8$ . 则甲组学生的身高较整齐
- D. 命题“既是矩形又是菱形的四边形是正方形”是真命题

9. (4分) 某款国产手机上有科学计算器，依次按键：, 显示的结果在哪两个相邻整数之间 ( )

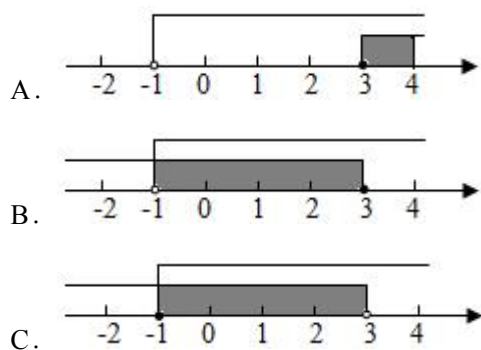


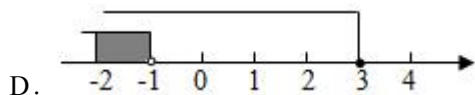
- A. 2 ~ 3      B. 3 ~ 4      C. 4 ~ 5      D. 5 ~ 6

10. (4分) 下列运算中，正确的是 ( )

- A.  $\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -2$
- B.  $6a^4b \div 2a^3b = 3ab$
- C.  $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$
- D.  $\frac{a}{a-1} \cdot \frac{a^2-2a+1}{1-a} = a$

11. (4分) 不等式组  $\begin{cases} x+1 > 0 \\ \frac{3x+1}{2} \geq 2x-1 \end{cases}$  的解集在以下数轴表示中正确的是 ( )

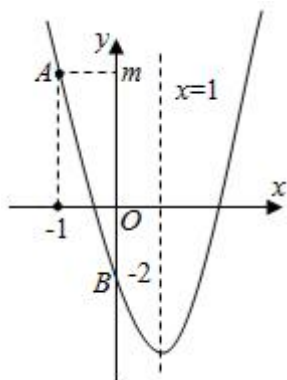




12. (4分) 某校举行“停课不停学，名师陪你在家学”活动，计划投资 8000 元建设几间直播教室，为了保证教学质量，实际每间建设费用增加了 20%，并比原计划多建设了一间直播教室，总投资追加了 4000 元．根据题意，求出原计划每间直播教室的建设费用是 ( )

A. 1600 元      B. 1800 元      C. 2000 元      D. 2400 元

13. (4分) 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的对称轴为直线  $x = 1$ ，与  $y$  轴交于点  $B(0, -2)$ ，点  $A(-1, m)$  在抛物线上，则下列结论中错误的是 ( )



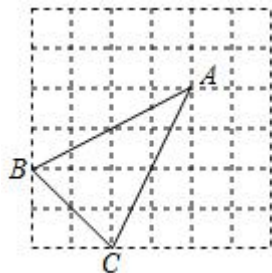
A.  $ab < 0$

B. 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的正实数根在 2 和 3 之间

C.  $a = \frac{m+2}{3}$

D. 点  $P_1(t, y_1)$ ,  $P_2(t+1, y_2)$  在抛物线上，当实数  $t > \frac{1}{3}$  时， $y_1 < y_2$

14. (4分) 在正方形网格中，每个小正方形的顶点称为格点，以格点为顶点的三角形叫做格点三角形．如图， $\triangle ABC$  是格点三角形，在图中的  $6 \times 6$  正方形网格中作出格点三角形  $\triangle ADE$  (不含  $\triangle ABC$ )，使得  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  (同一位置的格点三角形  $\triangle ADE$  只算一个)，这样的格点三角形一共有 ( )



A. 4 个

B. 5 个

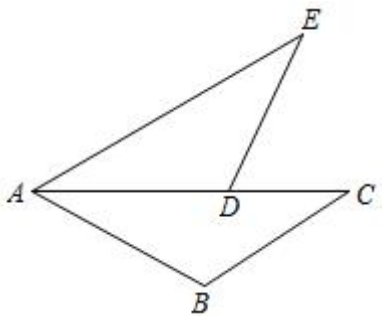
C. 6 个

D. 7 个

三、解答题（本大题共 9 小题，满分 70 分．请考生用黑色碳素笔在答题卡相应的题号后答题区域内作答，必须写出运算步骤、推理过程或文字说明，超出答题区域的作答无效．特别注意：作图时，必须使用黑色碳素笔在答题卡上作图）

15.（5 分）计算： $1^{2021} - \sqrt[3]{8} + (\pi - 3.14)^0 - (-\frac{1}{5})^{-1}$ .

16.（6 分）如图，AC 是  $\angle BAE$  的平分线，点 D 是线段 AC 上的一点， $\angle C = \angle E$ ,  $AB = AD$ . 求证： $BC = DE$ .



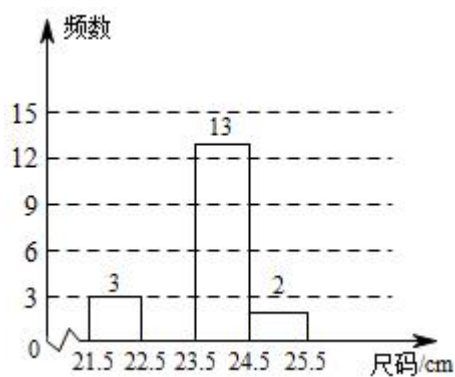
17.（7 分）某鞋店在一周内销售某款女鞋，尺码（单位：cm）数据收集如下：

24 23.5 21.5 23.5 24.5    23    22    23.5 23.5    23    22.5 23.5 23.5 22.5    24    24    22.5  
 25    23    23    23.5    23    22.5    23    23.5 23.5    23    24    22    22.5

绘制如图不完整的频数分布表及频数分布直方图：

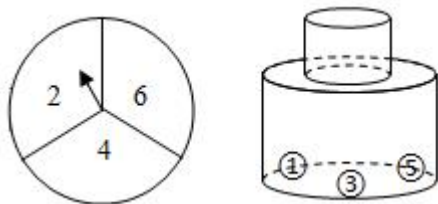
| 尺码/cm                | 划记    | 频数 |
|----------------------|-------|----|
| $21.5 \leq x < 22.5$ | 下     | 3  |
| $22.5 \leq x < 23.5$ | ——    | —— |
| $23.5 \leq x < 24.5$ | 正 正 下 | 13 |
| $24.5 \leq x < 25.5$ | 丁     | 2  |

- （1）请补全频数分布表和频数分布直方图；
- （2）若店主要进货，她最应该关注的是尺码的众数，上面数据的众数为\_\_\_\_\_；
- （3）若店主下周对该款女鞋进货 120 双，尺码在  $23.5 \leq x < 25.5$  范围的鞋应购进约多少双？



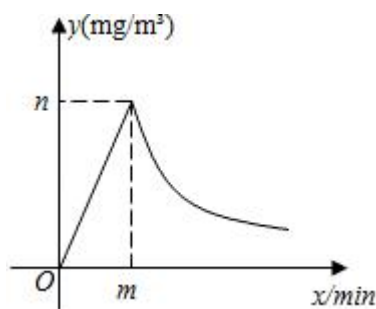
18. (7分) 有一个可自由转动的转盘, 被分成了三个大小相同的扇形, 分别标有数字 2, 4, 6; 另有一个不透明的瓶子, 装有分别标有数字 1, 3, 5 的三个完全相同的小球. 小杰先转动一次转盘, 停止后记下指针指向的数字 (若指针指在分界线上则重转), 小玉再从瓶子中随机取出一个小球, 记下小球上的数字.

- (1) 请用列表或画树状图的方法 (选其中一种) 表示出所有可能出现的结果;
- (2) 若得到的两数字之和是 3 的倍数, 则小杰赢; 若得到的两数字之和是 7 的倍数, 则小玉赢, 此游戏公平吗? 为什么?



19. (8分) 为了做好校园疫情防控工作, 校医每天早上对全校办公室和教室进行药物喷洒消毒, 她完成 3 间办公室和 2 间教室的药物喷洒要  $19min$ ; 完成 2 间办公室和 1 间教室的药物喷洒要  $11min$ .

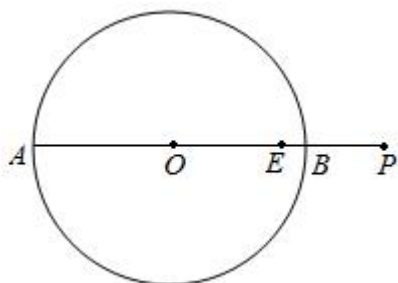
- (1) 校医完成一间办公室和一间教室的药物喷洒各要多少时间?
- (2) 消毒药物在一间教室内空气中的浓度  $y$  (单位:  $mg/m^3$ ) 与时间  $x$  (单位:  $min$ ) 的函数关系如图所示: 校医进行药物喷洒时  $y$  与  $x$  的函数关系式为  $y = 2x$ , 药物喷洒完成后  $y$  与  $x$  成反比例函数关系, 两个函数图象的交点为  $A(m, n)$ . 当教室空气中的药物浓度不高于  $1mg/m^3$  时, 对人体健康无危害, 校医依次对一班至十一班教室 (共 11 间) 进行药物喷洒消毒, 当她把最后一间教室药物喷洒完成后, 一班学生能否进入教室? 请通过计算说明.



20. (8分) 如图, 点  $P$  是  $\odot O$  的直径  $AB$  延长线上的一点 ( $PB < OB$ ), 点  $E$  是线段  $OP$  的中点.

(1) 尺规作图: 在直径  $AB$  上方的圆上作一点  $C$ , 使得  $EC = EP$ , 连接  $EC$ ,  $PC$  (保留清晰作图痕迹, 不要求写作法); 并证明  $PC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 在 (1) 的条件下, 若  $BP = 4$ ,  $EB = 1$ , 求  $PC$  的长.



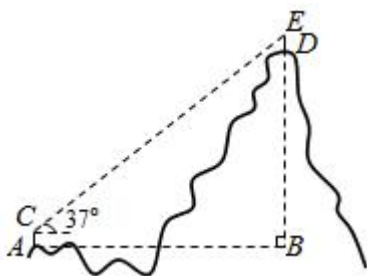
21. (9分) 【材料阅读】2020年5月27日, 2020珠峰高程测量登山队成功登顶珠穆朗玛峰, 将用中国科技“定义”世界新高度. 其基本原理之一是三角高程测量法, 在山顶上立一个觇标, 找到2个以上测量点, 分段测量山的高度, 再进行累加. 因为地球面并不是水平的, 光线在空气中会发生折射, 所以当两个测量点的水平距离大于  $300m$  时, 还要考虑球气差, 球气差计算公式为  $f = \frac{0.43 d^2}{R}$  (其中  $d$  为两点间的水平距离,  $R$  为地球的半径,  $R$  取  $6400000m$ ), 即: 山的海拔高度 = 测量点测得山的高度 + 测量点的海拔高度 + 球气差.

【问题解决】某校科技小组的同学参加了一项野外测量某座山的海拔高度活动. 如图, 点  $A, B$  的水平距离  $d = 800m$ , 测量仪  $AC = 1.5m$ , 觇标  $DE = 2m$ , 点  $E, D, B$  在垂直于地面的一条直线上, 在测量点  $A$  处用测量仪测得山项觇标顶端  $E$  的仰角为  $37^\circ$ , 测量点  $A$  处的海拔高度为  $1800m$ .

(1) 数据  $6400000$  用科学记数法表示为\_\_\_\_\_;

(2) 请你计算该山的海拔高度. (要计算球气差, 结果精确到  $0.01m$ )

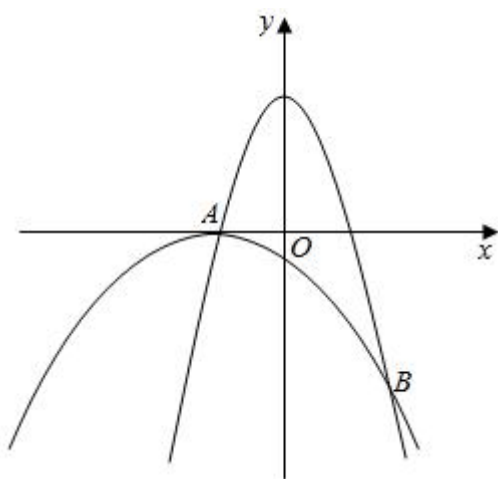
(参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ,  $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ )



22. (8分) 如图, 两条抛物线  $y_1 = -x^2 + 4$ ,  $y_2 = -\frac{1}{5}x^2 + bx + c$  相交于  $A, B$  两点, 点  $A$  在  $x$  轴负半轴上, 且为抛物线  $y_2$  的最高点.

(1) 求抛物线  $y_2$  的解析式和点  $B$  的坐标;

(2) 点  $C$  是抛物线  $y_1$  上  $A, B$  之间的一点, 过点  $C$  作  $x$  轴的垂线交  $y_2$  于点  $D$ , 当线段  $CD$  取最大值时, 求  $S_{\triangle BCD}$ .



23. (12分) 如图1, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 5$ ,  $BC = 8$ , 点  $E, F$  分别为  $AB, CD$  的中点.

(1) 求证: 四边形  $AEFD$  是矩形;

(2) 如图2, 点  $P$  是边  $AD$  上一点,  $BP$  交  $EF$  于点  $O$ , 点  $A$  关于  $BP$  的对称点为点  $M$ , 当点  $M$  落在线段  $EF$  上时, 则有  $OB = OM$ . 请说明理由;

(3) 如图3, 若点  $P$  是射线  $AD$  上一个动点, 点  $A$  关于  $BP$  的对称点为点  $M$ , 连接  $AM, DM$ , 当  $\triangle AMD$  是等腰三角形时, 求  $AP$  的长.

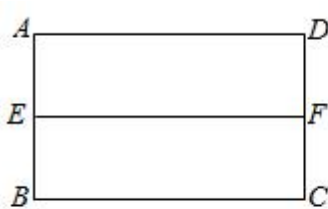


图1

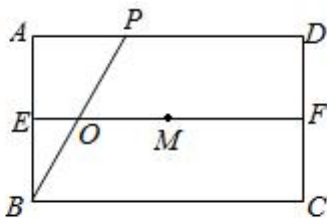


图2

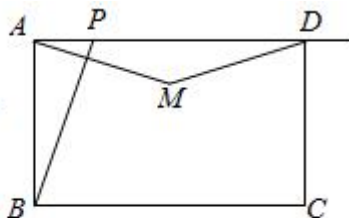


图3

## 2020 年云南省昆明市中考数学试卷

### 参考答案与试题解析

#### 一、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 【解答】解：根据负数的绝对值等于它的相反数，得  $|-10| = 10$ .

故答案为：10.

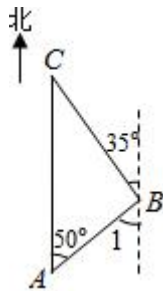
2. 【解答】解：原式  $= n(m^2 - 4) = n(m+2)(m-2)$ ,

故答案为： $n(m+2)(m-2)$

3. 【解答】解：如图所示：由题意可得， $\angle 1 = \angle A = 50^\circ$ ，

则  $\angle ABC = 180^\circ - 35^\circ - 50^\circ = 95^\circ$ .

故答案为：95.



4. 【解答】解：要使分式  $\frac{5}{x+1}$  有意义，

需满足  $x+1 \neq 0$ .

即  $x \neq -1$ .

故答案为： $x \neq -1$ .

5. 【解答】解：连接  $OD$ ， $OC$ .

$$\because \angle DOC = 60^\circ, OD = OC,$$

$\therefore \triangle ODC$  是等边三角形，

$$\therefore OD = OC = DC = 2\sqrt{3} \text{ (cm)},$$

$$\because OB \perp CD,$$

$$\therefore BC = BD = \sqrt{3} \text{ (cm)},$$

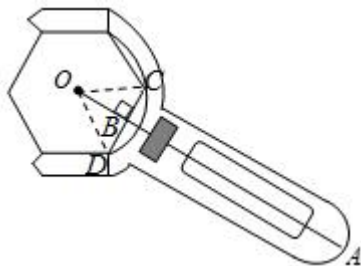
$$\therefore OB = \sqrt{3}BC = 3 \text{ (cm)},$$

$$\because AB = 17 \text{ cm},$$

$$\therefore OA = OB + AB = 20 \text{ (cm)},$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 在该过程中所经过的路径长} = \frac{90 \cdot \pi \cdot 20}{180} = 10\pi \text{ (cm)},$$

故答案为  $10\pi$ .



6. 【解答】解：观察下列一组数：

$$-\frac{2}{3} = -\frac{1 \times 2}{3^1},$$

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3^2},$$

$$-\frac{12}{27} = -\frac{3 \times 4}{3^3},$$

$$\frac{20}{81} = \frac{4 \times 5}{3^4},$$

$$-\frac{30}{243} = -\frac{5 \times 6}{3^5},$$

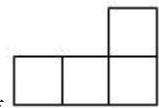
...

它们是按一定规律排列的，

那么这一组数的第  $n$  个数是： $(-1)^n \frac{n \times (n+1)}{3^n}$ .

故答案为： $(-1)^n \frac{n \times (n+1)}{3^n}$ .

二、选择题（本大题共 8 小题，每小题只有一个正确选项，每小题 4 分，共 32 分）



7. 【解答】解：由 5 个完全相同的正方体组成的几何体的主视图是

故选：A.

8. 【解答】解：A. 北斗系统第五十五颗导航卫星发射前的零件检查，应选择全面调查，

所以 A 选项错误；

B. 一组数据 6, 5, 8, 7, 9 的中位数是 7，

所以 B 选项错误；

C. 甲、乙两组学生身高的方差分别为  $S_{\text{甲}}^2 = 2.3$ ,  $S_{\text{乙}}^2 = 1.8$ . 则乙组学生的身高较整齐，

所以 C 选项错误；

D. 命题“既是矩形又是菱形的四边形是正方形”是真命题，

所以 D 选项正确．

故选：D．

9. 【解答】解：使用计算器计算得，

$$4\sin 60^\circ \approx 3.464101615,$$

故选：B．

10. 【解答】解：A、 $\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$ ，此选项错误，不合题意；

B、 $6a^4b \div 2a^3b = 3a$ ，此选项错误，不合题意；

C、 $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$ ，正确；

D、 $\frac{a}{a-1} \cdot \frac{a^2-2a+1}{1-a} = \frac{a}{a-1} \cdot \frac{(1-a)^2}{1-a} = -a$ ，故此选项错误，不合题意；

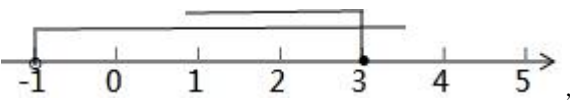
故选：C．

11. 【解答】解：
$$\begin{cases} x+1 > 0 \text{ ①} \\ \frac{3x+1}{2} \geq 2x-1 \text{ ②} \end{cases}$$

∴ 解不等式①得： $x > -1$ ，

解不等式②得： $x \leq 3$ ，

∴ 不等式组的解集是  $-1 < x \leq 3$ ，

在数轴上表示为：

故选：B．

12. 【解答】解：设原计划每间直播教室的建设费用是  $x$  元，则实际每间建设费用为  $1.2x$ ，

根据题意得：

$$\frac{8000+4000}{1.2x} - \frac{8000}{x} = 1,$$

解得： $x = 2000$ ，

经检验： $x = 2000$  是原方程的解，

答：每间直播教室的建设费用是 2000 元，

故选：C．

13. 【解答】解：∵ 抛物线开口向上，

∴  $a > 0$ ，

$\therefore$  抛物线的对称轴为直线  $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ,

$\therefore b = -2a < 0$ ,

$\therefore ab < 0$ , 所以  $A$  选项的结论正确;

$\therefore$  抛物线的对称轴为直线  $x = 1$ , 抛物线与  $x$  轴的一个交点坐标在  $(0, 0)$  与  $(-1, 0)$  之间,

$\therefore$  抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标在  $(2, 0)$  与  $(3, 0)$  之间,

$\therefore$  一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的正实数根在 2 和 3 之间, 所以  $B$  选项的结论正确;

把  $B(0, -2)$ ,  $A(-1, m)$  代入抛物线得  $c = -2$ ,  $a - b + c = m$ ,

而  $b = -2a$ ,

$\therefore a + 2a - 2 = m$ ,

$\therefore a = \frac{m+2}{3}$ , 所以  $C$  选项的结论正确;

$\therefore$  点  $P_1(t, y_1)$ ,  $P_2(t+1, y_2)$  在抛物线上,

$\therefore$  当点  $P_1$ 、 $P_2$  都在直线  $x = 1$  的右侧时,  $y_1 < y_2$ , 此时  $t \geq 1$ ;

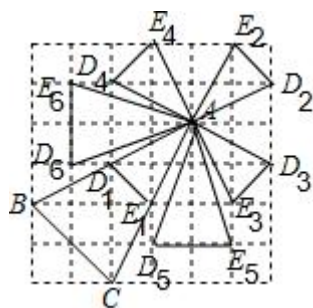
当点  $P_1$  在直线  $x = 1$  的左侧, 点  $P_2$  在直线  $x = 1$  的右侧时,  $y_1 < y_2$ , 此时  $0 < t < 1$  且  $t+1$

$-1 > 1-t$ , 即  $\frac{1}{2} < t < 1$ ,

$\therefore$  当  $\frac{1}{2} < t < 1$  或  $t \geq 1$  时,  $y_1 < y_2$ , 所以  $D$  选项的结论错误.

故选:  $D$ .

14. 【解答】解: 如图,



所以使得  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  的格点三角形一共有 6 个.

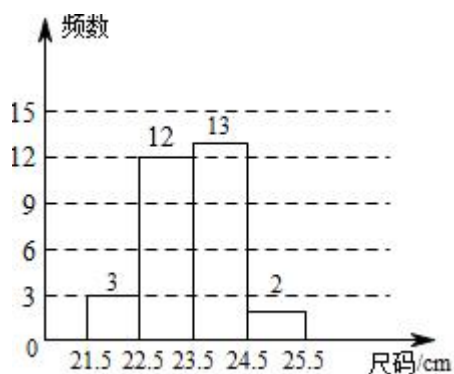
故选:  $C$ .

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 70 分. 请考生用黑色碳素笔在答题卡相应的题号后答题区域内作答, 必须写出运算步骤、推理过程或文字说明, 超出答题区域的作答无效. 特别注意: 作图时, 必须使用黑色碳素笔在答题卡上作图)

15. 【解答】解：原式  $= 1 - 2 + 1 + 5$   
 $= 5$ .

16. 【解答】证明： $\because AC$  是  $\angle BAE$  的平分线，  
 $\therefore \angle BAC = \angle DAE$ ，  
 $\because \angle C = \angle E$ ， $AB = AD$ .  
 $\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE$  (AAS)，  
 $\therefore BC = DE$ .

17. 【解答】解：(1) 表中答案为：12 补全频数分布表如上表所示：  
 补全的频数分布直方图如图所示：



(2) 样本中，尺码为  $23.5\text{cm}$  的出现次数最多，共出现 9 次，因此众数是 23.5，  
 故答案为：23.5；

$$(3) 120 \times \frac{13+2}{30} = 60 \text{ (双)}$$

答：该款女鞋进货 120 双，尺码在  $23.5 \leq x < 25.5$  范围的鞋应购进约 60 双.

18. 【解答】解：(1) 用列表法表示所有可能出现的结果情况如下：

| 转盘<br>摸球 | 2   | 4   | 6   |
|----------|-----|-----|-----|
| 1        | 2+1 | 4+1 | 6+1 |
| 3        | 2+3 | 4+3 | 6+3 |
| 5        | 2+5 | 4+5 | 6+5 |

(2) 由 (1) 的表格可知，共有 9 种可能出现的结果，其中“和为 3 的倍数”的有 3 种，  
 “和为 7 的倍数”的有 3 种，

$$\therefore P_{\text{(小杰胜)}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, P_{\text{(小玉胜)}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3},$$

因此游戏是公平的.

19. 【解答】解：(1) 设完成一间办公室和一间教室的药物喷洒各要  $x\text{min}$  和  $y\text{min}$ ,

$$\text{则} \begin{cases} 3x+2y=19 \\ 2x+y=11 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases},$$

故校医完成一间办公室和一间教室的药物喷洒各要  $3min$  和  $5min$ ;

(2) 一间教室的药物喷洒时间为  $5min$ , 则 11 个房间需要  $55min$ ,

当  $x=5$  时,  $y=2x=10$ , 故点  $A(5, 10)$ ,

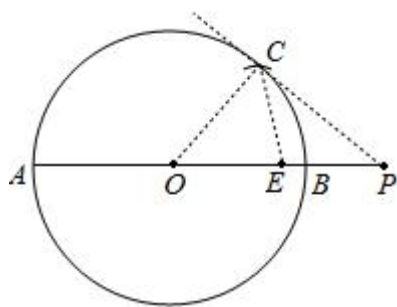
设反比例函数表达式为:  $y=\frac{k}{x}$ , 将点  $A$  的坐标代入上式并解得:  $k=50$ ,

故反比例函数表达式为  $y=\frac{50}{x}$ ,

当  $x=55$  时,  $y=\frac{50}{55}<1$ ,

故一班学生能安全进入教室.

20. 【解答】解: (1) 如图, 点  $C$  即为所求;



证明:  $\because$  点  $E$  是线段  $OP$  的中点,

$$\therefore OE = EP,$$

$$\because EC = EP,$$

$$\therefore OE = EC = EP,$$

$$\therefore \angle COE = \angle ECO, \angle ECP = \angle P,$$

$$\because \angle COE + \angle ECO + \angle ECP + \angle P = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ECO + \angle ECP = 90^\circ,$$

$\therefore OC \perp PC$ , 且  $OC$  是  $\odot O$  的半径,

$\therefore PC$  是  $\odot O$  的切线;

$$(2) \because BP = 4, EB = 1,$$

$$\therefore OE = EP = BP + EB = 5,$$

$$\therefore OP = 2OE = 10,$$

$$\therefore OC = OB = OE + EB = 6,$$

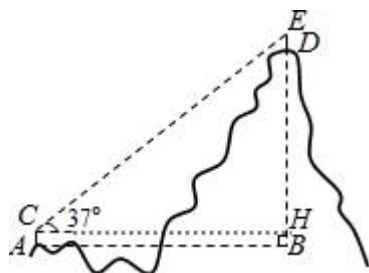
在  $\text{Rt}\triangle OCP$  中, 根据勾股定理, 得  $PC = \sqrt{OP^2 - OC^2} = 8$ .

则  $PC$  的长为 8.

21. 【解答】解: (1)  $6400000 = 6.4 \times 10^6$ ,

故答案为  $6.4 \times 10^6$ .

(2) 如图, 过点  $C$  作  $CH \perp BE$  于  $H$ .



由题意  $AB = CH = 800m$ ,  $AC = BH = 1.5m$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ECH$  中,  $EH = CH \cdot \tan 37^\circ \approx 600 (m)$ ,

$\therefore DB = 600 - DE + BH = 599.5 (m)$ ,

由题意  $f = \frac{0.43 \times 800^2}{6400000} \approx 0.043 (m)$ ,

$\therefore$  山的海拔高度  $= 599.5 + 0.043 + 1800 \approx 2399.54 (m)$ .

22. 【解答】解: (1) 当  $y = 0$  时, 即  $-x^2 + 4 = 0$ , 解得  $x = 2$  或  $x = -2$ ,

又点  $A$  在  $x$  轴的负半轴,

$\therefore$  点  $A (-2, 0)$ ,

$\therefore$  点  $A (-2, 0)$ , 是抛物线  $y_2$  的最高点.

$\therefore -\frac{b}{2 \times (-\frac{1}{5})} = -2$ , 即  $b = -\frac{4}{5}$ ,

把  $A (-2, 0)$  代入  $y_2 = -\frac{1}{5}x^2 - \frac{4}{5}x + c$  得,  $c = -\frac{4}{5}$ ,

$\therefore$  抛物线  $y_2$  的解析式为:  $y_2 = -\frac{1}{5}x^2 - \frac{4}{5}x - \frac{4}{5}$ ;

由  $\begin{cases} y_1 = -x^2 + 4 \\ y_2 = -\frac{1}{5}x^2 - \frac{4}{5}x - \frac{4}{5} \end{cases}$  得,  $\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 0 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = -5 \end{cases}$ ,

$\therefore A (-2, 0)$ ,

$\therefore$  点  $B (3, -5)$ ,

答：抛物线  $y_2$  的解析式为：  $y_2 = -\frac{1}{5}x^2 - \frac{4}{5}x - \frac{4}{5}$ ，点  $B(3, -5)$ ；

(2) 由题意得，  $CD = y_1 - y_2 = -x^2 + 4 - (-\frac{1}{5}x^2 - \frac{4}{5}x - \frac{4}{5})$ ，

即：  $CD = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{24}{5}$ ，

当  $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$  时，  $CD_{\text{最大}} = -\frac{4}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{24}{5} = 5$ ，

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 5 \times (3 - \frac{1}{2}) = \frac{25}{4}$ 。

23. 【解答】(1) 证明：  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形，

$\therefore AB = CD$ ，  $AB \parallel CD$ ，  $\angle A = 90^\circ$ ，

$\because AE = EB$ ，  $DF = FC$ ，

$\therefore AE = DF$ ，  $AE \parallel DF$ ，

$\therefore$  四边形  $AEFD$  是平行四边形，

$\because \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore$  四边形  $AEFD$  是矩形。

(2) 证明：如图 2 中，连接  $PM$ 、 $BM$ 。

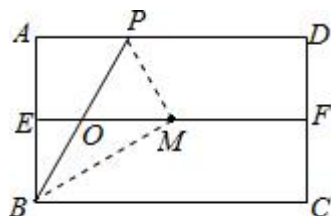


图2

$\because$  四边形  $AEFD$  是矩形，

$\therefore EF \parallel AD$ ，

$\because BE = AE$ ，

$\therefore BO = OP$ ，

由翻折可知，  $\angle PMB = \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore OM = OB = OP$ 。

(3) 解：如图 3-1 中，当  $MA = MD$  时，连接  $BM$ ，过点  $M$  作  $MH \perp AD$  于  $H$  交  $BC$  于  $F$ 。

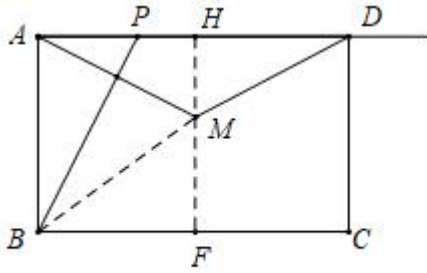


图3-1

$$\because MA = MD, MH \perp AD,$$

$$\therefore AH = HD = 4,$$

$$\because \angle BAH = \angle ABF = \angle AHF = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $ABFH$  是矩形,

$$\therefore BF = AH = 4, AB = FH = 5,$$

$$\therefore \angle BFM = 90^\circ,$$

$$\because BM = BA = 5,$$

$$\therefore FM = \sqrt{BM^2 - BF^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore HM = HF = FM = 5 - 3 = 2,$$

$$\because \angle ABP + \angle APB = 90^\circ, \angle MAH + \angle APB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle MAH,$$

$$\because \angle BAP = \angle AHM = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle HAM,$$

$$\therefore \frac{AP}{HM} = \frac{AB}{AH},$$

$$\therefore \frac{AP}{2} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore AP = \frac{5}{2}.$$

如图 3 - 2 中, 当  $AM = AD$  时, 连接  $BM$ , 设  $BP$  交  $AM$  于  $F$ .

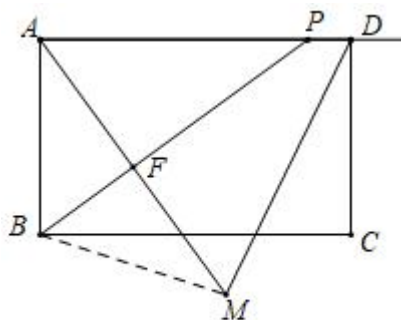


图3-2

$\because AD = AM = 8, BA = BM = 5, BF \perp AM,$

$\therefore AF = FM = 4,$

$\therefore BF = \sqrt{AB^2 - AF^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$

$\because \tan \angle ABF = \frac{AP}{AB} = \frac{AF}{BF},$

$\therefore \frac{AP}{5} = \frac{4}{3},$

$\therefore AP = \frac{20}{3},$

如图 3 - 3 中, 当  $DA = DM$  时, 此时点  $P$  与  $D$  重合,  $AP = 8$ .

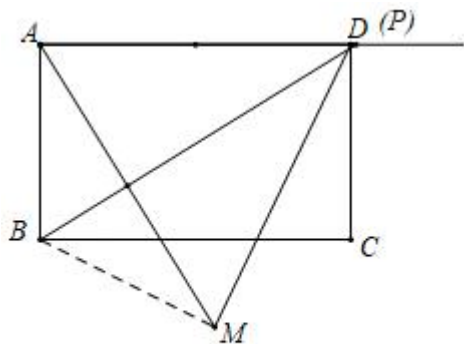


图3-3

如图 3 - 4 中, 当  $MA = MD$  时, 连接  $BM$ , 过点  $M$  作  $MH \perp AD$  于  $H$  交  $BC$  于  $F$ .

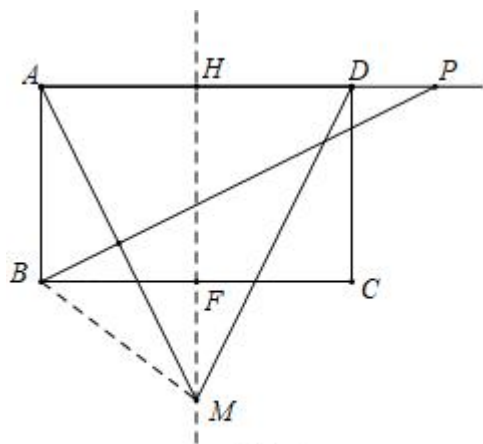


图3-4

$$\because BM = 5, BF = 4,$$

$$\therefore FM = 3, MH = 3 + 5 = 8,$$

$$\text{由 } \triangle ABP \sim \triangle HAM, \text{ 可得 } \frac{AP}{HM} = \frac{AB}{AH},$$

$$\therefore \frac{AP}{8} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore AP = 10,$$

综上所述, 满足条件的  $PA$  的值为  $\frac{5}{2}$  或  $\frac{20}{3}$  或 8 或 10.