

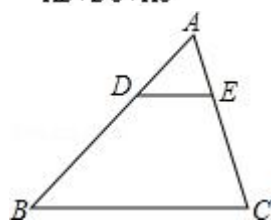
2017 年云南省中考数学试卷

一、填空题 (本大题共 6 个小题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. (3 分) 2 的相反数是_____.

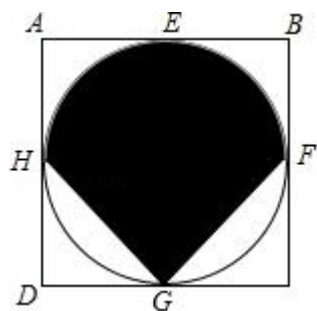
2. (3 分) 已知关于 x 的方程 $2x+a+5=0$ 的解是 $x=1$, 则 a 的值为_____.

3. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别为 AB 、 AC 上的点, 若 $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{AD+DE+AE}{AB+BC+AC} =$ _____.



4. (3 分) 使 $\sqrt{9-x}$ 有意义的 x 的取值范围为_____.

5. (3 分) 如图, 边长为 4 的正方形 $ABCD$ 外切于 $\odot O$, 切点分别为 E 、 F 、 G 、 H . 则图中阴影部分的面积为_____.



6. (3 分) 已知点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{5}{x}$ 上, 若 a 、 b 都是正整数, 则图象经过 $B(a, 0)$ 、 $C(0, b)$ 两点的一次函数的解析式 (也称关系式) 为_____.

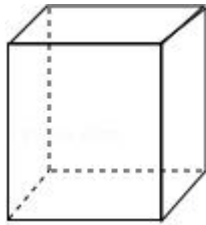
二、选择题 (本大题共 8 个小题, 每小题只有一个正确答案, 每小题 4 分, 共 32 分)

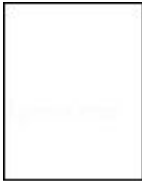
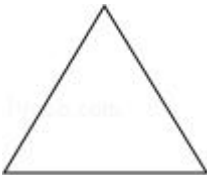
7. (4 分) 作为世界文化遗产的长城, 其总长大约为 6700000m. 将 6700000

用科学记数法表示为 ()

- A. 6.7×10^5 B. 6.7×10^6 C. 0.67×10^7 D. 67×10^8

8. (4分) 下面长方体的主视图 (主视图也称正视图) 是 ()



- A.  B.  C.  D. 

9. (4分) 下列计算正确的是 ()

- A. $2a \times 3a = 5a$ B. $(-2a)^3 = -6a^3$ C. $6a \div 2a = 3a$ D. $(-a^3)^2 = a^6$

10. (4分) 已知一个多边形的内角和是 900° , 则这个多边形是 ()

- A. 五边形 B. 六边形 C. 七边形 D. 八边形

11. (4分) $\sin 60^\circ$ 的值为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

12. (4分) 下列说法正确的是 ()

- A. 要了解某公司生产的 100 万只灯泡的使用寿命, 可以采用抽样调查的方法
- B. 4 位同学的数学期末成绩分别为 100、95、105、110, 则这四位同学数学期末成绩的中位数为 100
- C. 甲乙两人各自跳远 10 次, 若他们跳远成绩的平均数相同, 甲乙跳远成绩的方差分别为 0.51 和 0.62
- D. 某次抽奖活动中, 中奖的概率为 $\frac{1}{50}$ 表示每抽奖 50 次就有一次中奖

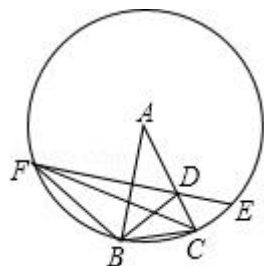
13. (4分) 正如我们小学学过的圆锥体积公式 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (π 表示圆周率, r 表示

圆锥的底面半径， h 表示圆锥的高) 一样，许多几何量的计算都要用到 π 。祖冲之是世界上第一个把 π 计算到小数点后 7 位的中国古代科学家，创造了当时世界上的最高水平，差不多过了 1000 年，才有人把 π 计算得更精确。在辉煌成就的背后，我们来看看祖冲之付出了多少。现在的研究表明，仅仅就计算来讲，他至少要对 9 位数字反复进行 130 次以上的各种运算，包括开方在内。即使今天我们用纸笔来算，也绝不是一件轻松的事情，何况那时候没有现在的纸笔，数学计算不是用现在的阿拉伯数字，而是用算筹（小竹棍或小竹片）进行的，这需要怎样的细心和毅力啊！他这种严谨治学的态度，不怕复杂计算的毅力，值得我们学习。

下面我们就来通过计算解决问题：已知圆锥的侧面展开图是个半圆，若该圆锥的体积等于 $9\sqrt{3}\pi$ ，则这个圆锥的高等于 ()

- A. $5\sqrt{3}\pi$ B. $5\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}\pi$ D. $3\sqrt{3}$

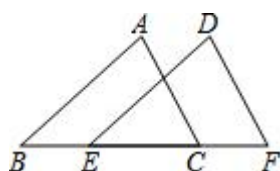
14. (4 分) 如图，B、C 是 $\odot A$ 上的两点，AB 的垂直平分线与 $\odot A$ 交于 E、F 两点，与线段 AC 交于 D 点。若 $\angle BFC = 20^\circ$ ，则 $\angle DBC =$ ()



- A. 30° B. 29° C. 28° D. 20°

三、解答题 (共 9 个小题，满分 70 分)

15. (6 分) 如图，点 E、C 在线段 BF 上， $BE = CF$ ， $AB = DE$ ， $AC = DF$ 。求证：
 $\angle ABC = \angle DEF$ 。



16. (6分) 观察下列各个等式的规律:

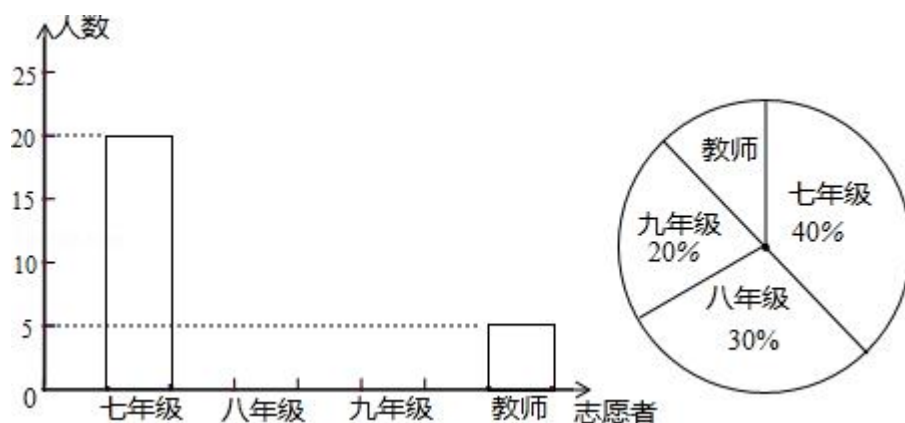
第一个等式: $\frac{2^2-1^2-1}{2}=1$, 第二个等式: $\frac{3^2-2^2-1}{2}=2$, 第三个等式:
 $\frac{4^2-3^2-1}{2}=3...$

请用上述等式反映出的规律解决下列问题:

(1) 直接写出第四个等式;

(2) 猜想第 n 个等式 (用 n 的代数式表示), 并证明你猜想的等式是正确的.

17. (8分) 某初级中学正在展开“文明城市创建人人参与, 志愿服务我当先行”的“创文活动”为了了解该校志愿者参与服务情况, 现对该校全体志愿者进行随机抽样调查. 根据调查数据绘制了如下所示不完整统计图. 条形统计图中七年级、八年级、九年级、教师分别指七年级、八年级、九年级、教师志愿者中被抽到的志愿者, 扇形统计图中的百分数指的是该年级被抽到的志愿者数与样本容量的比.



(1) 请补全条形统计图;

(2) 若该校共有志愿者 600 人, 则该校九年级大约有多少志愿者?

18. (6分) 某商店用 1000 元人民币购进水果销售, 过了一段时间, 又用 2400 元人民币购进这种水果, 所购数量是第一次购进数量的 2 倍, 但每千克的价格比

第一次购进的贵了 2 元.

(1) 该商店第一次购进水果多少千克?

(2) 假设该商店两次购进的水果按相同的标价销售, 最后剩下的 20 千克按标价的五折优惠销售. 若两次购进水果全部售完, 利润不低于 950 元, 则每千克水果的标价至少是多少元?

注: 每千克水果的销售利润等于每千克水果的销售价格与每千克水果的购进价格的差, 两批水果全部售完的利润等于两次购进水果的销售利润之和.

19. (7 分) 在一个不透明的盒子中, 装有 3 个分别写有数字 6, -2, 7 的小球, 他们的形状、大小、质地完全相同, 搅拌均匀后, 先从盒子里随机抽取 1 个小球, 记下小球上的数字后放回盒子, 搅拌均匀后再随机取出 1 个小球, 再记下小球上的数字.

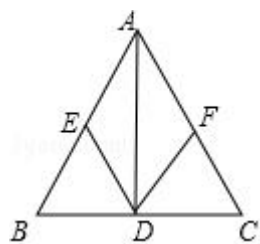
(1) 用列表法或树状图法 (树状图也称树形图) 中的一种方法, 写出所有可能出现的结果;

(2) 求两次取出的小球上的数字相同的概率 P .

20. (8 分) 如图, $\triangle ABC$ 是以 BC 为底的等腰三角形, AD 是边 BC 上的高, 点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点.

(1) 求证: 四边形 $AEDF$ 是菱形;

(2) 如果四边形 $AEDF$ 的周长为 12, 两条对角线的和等于 7, 求四边形 $AEDF$ 的面积 S .



21. (8 分) 已知二次函数 $y = -2x^2 + bx + c$ 图象的顶点坐标为 (3, 8), 该二次函

数图象的对称轴与 x 轴的交点为 A ， M 是这个二次函数图象上的点， O 是原点.

- (1) 不等式 $b+2c+8\geq 0$ 是否成立？请说明理由；
- (2) 设 S 是 $\triangle AMO$ 的面积，求满足 $S=9$ 的所有点 M 的坐标.

22. (9 分) 在学习贯彻习近平总书记关于生态文明建设系列重要讲话精神，牢固树立“绿水青山就是金山银山”理念，把生态文明建设融入经济建设、政治建设、文化建设、社会建设各个方面和全过程，建设美丽中国的活动中，某学校计划组织全校 1441 名师生到相关部门规划的林区植树，经过研究，决定租用当地租车公司一共 62 辆 A、B 两种型号客车作为交通工具. 下表是租车公司提供给学校有关两种型号客车的载客量和租金信息：

型号	载客量	租金单价
A	30 人/辆	380 元/辆
B	20 人/辆	280 元/辆

注：载客量指的是每辆客车最多可载该校师生的人数.

- (1) 设租用 A 型号客车 x 辆，租车总费用为 y 元，求 y 与 x 的函数解析式（也称关系式），请直接写出 x 的取值范围；
- (2) 若要使租车总费用不超过 21940 元，一共有几种租车方案？哪种租车方案最省钱？

23. (12 分) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径， PB 是 $\odot O$ 的切线， C 是 $\odot O$ 上的点， $AC \parallel OP$ ， M 是直径 AB 上的动点， A 与直线 CM 上的点连线距离的最小值为 d ， B 与直线 CM 上的点连线距离的最小值为 f .

- (1) 求证： PC 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 设 $OP=\frac{3}{2}AC$ ，求 $\angle CPO$ 的正弦值；
- (3) 设 $AC=9$ ， $AB=15$ ，求 $d+f$ 的取值范围.

2017 年云南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题 (本大题共 6 个小题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. (3 分) (2017•云南) 2 的相反数是 -2.

【考点】14: 相反数.

【分析】根据相反数的定义可知.

【解答】解: 2 的相反数是 -2.

故答案为: -2

【点评】主要考查相反数的定义: 只有符号相反的两个数互为相反数. 0 的相反数是其本身.

2. (3 分) (2017•云南) 已知关于 x 的方程 $2x+a+5=0$ 的解是 $x=1$, 则 a 的值为 -7.

【考点】85: 一元一次方程的解.

【分析】把 $x=1$ 代入方程计算即可求出 a 的值.

【解答】解: 把 $x=1$ 代入方程得: $2+a+5=0$,

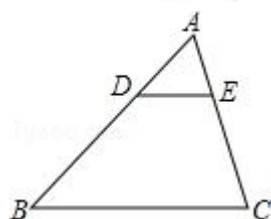
解得: $a=-7$,

故答案为: -7.

【点评】此题考查了一元一次方程的解, 方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

3. (3 分) (2017•云南) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别为 AB 、 AC 上的点, 若

$$DE \parallel BC, \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}, \text{ 则 } \frac{AD+DE+AE}{AB+BC+AC} = \frac{1}{3}.$$



【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】直接利用相似三角形的判定方法得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，再利用相似三角形的周长比等于相似比进而得出答案.

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AD+DE+AE}{AB+BC+AC} = \frac{1}{3}.$$

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】此题主要考查了相似三角形的判定与性质，正确得出相似三角形是解题关键.

4. (3 分) (2017•云南) 使 $\sqrt{9-x}$ 有意义的 x 的取值范围为 $x \leq 9$.

【考点】72：二次根式有意义的条件.

【分析】二次根式的被开方数是非负数，即 $9-x \geq 0$.

【解答】解：依题意得： $9-x \geq 0$.

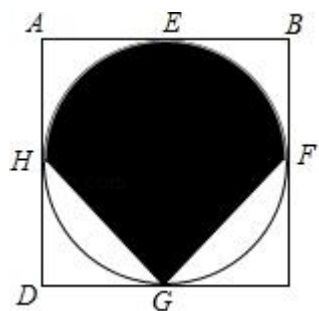
解得 $x \leq 9$.

故答案是： $x \leq 9$.

【点评】考查了二次根式的意义和性质. 概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

5. (3 分) (2017•云南) 如图，边长为 4 的正方形 ABCD 外切于 $\odot O$ ，切点分别

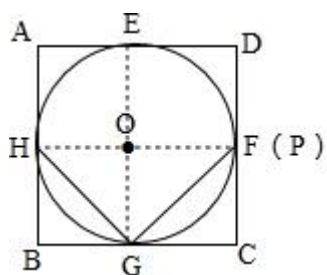
为 E、F、G、H. 则图中阴影部分的面积为 $2\pi+4$.



【考点】 MC: 切线的性质; LE: 正方形的性质; MO: 扇形面积的计算.

【分析】 连接 HO, 延长 HO 交 CD 于点 P, 证四边形 AHPD 为矩形知 HF 为 $\odot O$ 的直径, 同理得 EG 为 $\odot O$ 的直径, 再证四边形 BGOH、四边形 OGCF、四边形 OFDE、四边形 OEAH 均为正方形得出圆的半径及 $\triangle HGF$ 为等腰直角三角形, 根据阴影部分面积 $= \frac{1}{2}S_{\odot O} + S_{\triangle HGF}$ 可得答案.

【解答】 解: 如图, 连接 HO, 延长 HO 交 CD 于点 P,



$\therefore$ 正方形 ABCD 外切于 $\odot O$,

$\therefore \angle A = \angle D = \angle AHP = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 AHPD 为矩形,

$\therefore \angle OPD = 90^\circ$,

又 $\angle OFD = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 P 与点 F 重合,

则 HF 为 $\odot O$ 的直径,

同理 EG 为 $\odot O$ 的直径,

由 $\angle B = \angle OGB = \angle OHB = 90^\circ$ 且 $OH = OG$ 知, 四边形 $BGOH$ 为正方形,

同理四边形 $OGCF$ 、四边形 $OFDE$ 、四边形 $OEAH$ 均为正方形,

$\therefore BH = BG = GC = CF = 2$, $\angle HGO = \angle FGO = 45^\circ$,

$\therefore \angle HGF = 90^\circ$, $GH = GF = \sqrt{GC^2 + CF^2} = 2\sqrt{2}$

则阴影部分面积 $= \frac{1}{2}S_{\odot O} + S_{\triangle HGF}$

$$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$$

$$= 2\pi + 4,$$

故答案为: $2\pi + 4$.

【点评】 本题主要考查切线的性质及扇形面积的计算, 熟练掌握切线的性质、矩形的判定得出圆的半径是解题的关键.

6. (3分) (2017·云南) 已知点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{5}{x}$ 上, 若 a, b 都是正整数, 则图象经过 $B(a, 0)$ 、 $C(0, b)$ 两点的一次函数的解析式 (也称关系式) 为 $y = -5x + 5$ 或 $y = -\frac{1}{5}x + 1$.

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 先根据反比例函数图象上点的坐标特征得出 $ab = 5$, 由 a, b 都是正整数, 得到 $a = 1, b = 5$ 或 $a = 5, b = 1$. 再分两种情况进行讨论: 当 $a = 1, b = 5$; ② $a = 5, b = 1$, 利用待定系数法即可求解.

【解答】 解: $\because$ 点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{5}{x}$ 上,

$$\therefore ab = 5,$$

$\because a, b$ 都是正整数,

$$\therefore a = 1, b = 5 \text{ 或 } a = 5, b = 1.$$

设经过 $B(a, 0)$ 、 $C(0, b)$ 两点的一次函数的解析式为 $y = mx + n$.

①当 $a=1$, $b=5$ 时,

由题意, 得 $\begin{cases} m+n=0 \\ n=5 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=-5 \\ n=5 \end{cases}$,

$$\therefore y = -5x+5;$$

②当 $a=5$, $b=1$ 时,

由题意, 得 $\begin{cases} 5m+n=0 \\ n=1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=-\frac{1}{5} \\ n=1 \end{cases}$,

$$\therefore y = -\frac{1}{5}x+1.$$

则所求解析式为 $y = -5x+5$ 或 $y = -\frac{1}{5}x+1$.

故答案为 $y = -5x+5$ 或 $y = -\frac{1}{5}x+1$.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 待定系数法求一次函数的解析式. 正确求出 a 、 b 的值是解题的关键.

二、选择题 (本大题共 8 个小题, 每小题只有一个正确答案, 每小题 4 分, 共 32 分)

7. (4 分) (2017·云南) 作为世界文化遗产的长城, 其总长大约为 6700000m. 将 6700000 用科学记数法表示为 ()

A. 6.7×10^5 B. 6.7×10^6 C. 0.67×10^7 D. 67×10^8

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】 17 : 推理填空题.

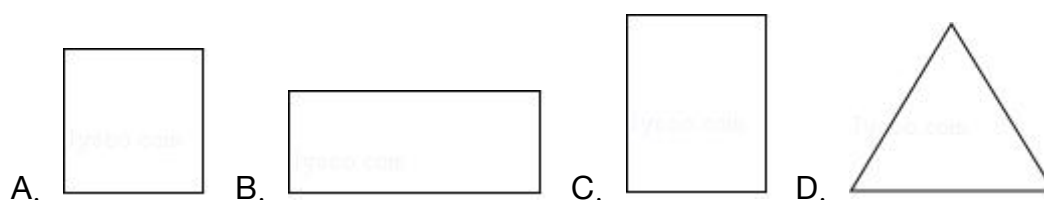
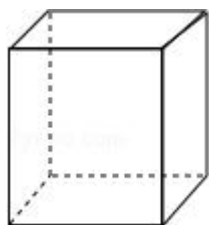
【分析】 用科学记数法表示较大的数时, 一般形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 据此判断即可.

【解答】 解: $6700000 = 6.7 \times 10^6$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，确定 a 与 n 的值是解题的关键.

8. (4 分) (2017•云南) 下面长方体的主视图 (主视图也称正视图) 是 ()



【考点】 U1: 简单几何体的三视图.

【分析】 根据正视图是从物体正面看到的平面图形，据此选择正确答案.

【解答】 解：长方体的主视图 (主视图也称正视图) 是



故选 C.

【点评】 本题主要考查了长方体的三视图，解题的关键是掌握正视图的含义，此题基础题.

9. (4 分) (2017•云南) 下列计算正确的是 ()

A. $2a \times 3a = 5a$ B. $(-2a)^3 = -6a^3$ C. $6a \div 2a = 3a$ D. $(-a^3)^2 = a^6$

【考点】 4I: 整式的混合运算.

【分析】 根据整式的混合运算即可求出答案.

【解答】 解：(A) 原式 $= 6a^2$ ，故 A 错误；

(B) 原式 $= -8a^3$ ，故 B 错误；

(C) 原式=3, 故 C 错误;

故选 (D)

【点评】 本题考查整式的运算, 解题的关键是熟练运用整式的运算法则, 本题属于基础题型.

10. (4分) (2017•云南) 已知一个多边形的内角和是 900° , 则这个多边形是()

A. 五边形 B. 六边形 C. 七边形 D. 八边形

【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【专题】 11 : 计算题.

【分析】 设这个多边形是 n 边形, 内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 这样就得到一个关于 n 的方程, 从而求出边数 n 的值.

【解答】 解: 设这个多边形是 n 边形,

则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 900^\circ$,

解得: $n=7$,

即这个多边形为七边形.

故本题选 C.

【点评】 根据多边形的内角和定理, 求边数的问题就可以转化为解方程的问题来解决.

11. (4分) (2017•云南) $\sin 60^\circ$ 的值为 ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 直接根据特殊角的三角函数值进行计算即可.

【解答】 解: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选 B.

【点评】 本题考查的是特殊角的三角函数值，熟记各特殊角度的三角函数值是解答此题的关键.

12. (4 分) (2017•云南) 下列说法正确的是 ()

- A. 要了解某公司生产的 100 万只灯泡的使用寿命，可以采用抽样调查的方法
- B. 4 位同学的数学期末成绩分别为 100、95、105、110，则这四位同学数学期末成绩的中位数为 100
- C. 甲乙两人各自跳远 10 次，若他们跳远成绩的平均数相同，甲乙跳远成绩的方差分别为 0.51 和 0.62
- D. 某次抽奖活动中，中奖的概率为 $\frac{1}{50}$ 表示每抽奖 50 次就有一次中奖

【考点】 X3: 概率的意义; V2: 全面调查与抽样调查; W1: 算术平均数; W4: 中位数; W7: 方差.

【分析】 分别根据全面调查与抽样调查的意义、中位数的定义、方差的定义及概率的意义对各选项进行逐一判断即可.

【解答】 解: A、 $\because$ 要了解灯泡的使用寿命破坏性极大， $\therefore$ 只能采用抽样调查的方法，故本选项正确;

B、 $\because$ 4 位同学的数学期末成绩分别为 100、95、105、110，则这四位同学数学期末成绩的中位数为 102.5，故本选项错误;

C、甲乙两人各自跳远 10 次，若他们跳远成绩的平均数相同，甲乙跳远成绩的方差不能确定，故本选项错误;

D、某次抽奖活动中，中奖的概率为 $\frac{1}{50}$ 表示每抽奖 50 次可能有一次中奖，故本选项错误.

故选 A.

【点评】 本题考查的是概率的意义，熟知全面调查与抽样调查的意义、中位数的定义、方差的定义及概率的意义是解答此题的关键.

13. (4 分) (2017•云南) 正如我们小学学过的圆锥体积公式 $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (π 表示圆周率, r 表示圆锥的底面半径, h 表示圆锥的高) 一样, 许多几何量的计算都要用到 π . 祖冲之是世界上第一个把 π 计算到小数点后 7 位的中国古代科学家, 创造了当时世界上的最高水平, 差不多过了 1000 年, 才有人把 π 计算得更精确. 在辉煌成就的背后, 我们来看看祖冲之付出了多少. 现在的研究表明, 仅仅就计算来讲, 他至少要对 9 位数字反复进行 130 次以上的各种运算, 包括开方在内. 即使今天我们用纸笔来算, 也绝不是一件轻松的事情, 何况那时候没有现在的纸笔, 数学计算不是用现在的阿拉伯数字, 而是用算筹 (小竹棍或小竹片) 进行的, 这需要怎样的细心和毅力啊! 他这种严谨治学的态度, 不怕复杂计算的毅力, 值得我们学习.

下面我们就来通过计算解决问题: 已知圆锥的侧面展开图是个半圆, 若该圆锥的体积等于 $9\sqrt{3}\pi$, 则这个圆锥的高等于 ()

A. $5\sqrt{3}\pi$ B. $5\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}\pi$ D. $3\sqrt{3}$

【考点】 MP: 圆锥的计算.

【分析】 设母线长为 R , 底面圆半径为 r , 根据弧长公式、扇形面积公式以及圆锥体积公式即可求出圆锥的高

【解答】 解: 设母线长为 R , 底面圆半径为 r , 圆锥的高为 h ,
由于圆锥的侧面展开图是个半圆

$$\therefore \text{侧面展开图的弧长为: } \frac{180\pi R}{180} = \pi R,$$

$$\therefore \text{底面圆的周长为: } 2\pi r,$$

$$\therefore \pi R = 2\pi r,$$

$$\therefore R = 2r,$$

∴由勾股定理可知： $h=\sqrt{3}r$,

∴圆锥的体积等于 $9\sqrt{3}\pi$

$$\therefore 9\sqrt{3}\pi = \frac{1}{3}\pi r^2 h,$$

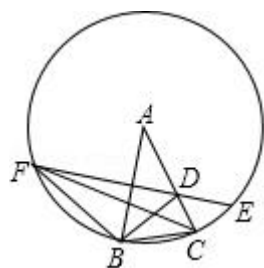
$$\therefore r=3,$$

$$\therefore h=3\sqrt{3}$$

故选 (D)

【点评】 本题考查圆锥的计算，解题的关键是熟练运用圆锥的计算公式，本题属于基础中等题型.

14. (4分) (2017•云南) 如图，B、C是 $\odot A$ 上的两点，AB的垂直平分线与 $\odot A$ 交于E、F两点，与线段AC交于D点. 若 $\angle BFC=20^\circ$ ，则 $\angle DBC=$ ()



A. 30° B. 29° C. 28° D. 20°

【考点】 M5: 圆周角定理; KG: 线段垂直平分线的性质.

【分析】 利用圆周角定理得到 $\angle BAC=40^\circ$ ，根据线段垂直平分线的性质推知 $AD=BD$ ，然后结合等腰三角形的性质来求 $\angle ABD$ 、 $\angle ABC$ 的度数，从而得到 $\angle DBC$.

【解答】 解：∵ $\angle BFC=20^\circ$,

$$\therefore \angle BAC=2\angle BFC=40^\circ,$$

$$\therefore AB=AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ.$$

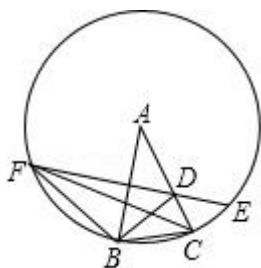
又 EF 是线段 AB 的垂直平分线,

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABD = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ.$$

故选: A.

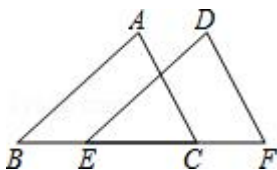


【点评】 本题考查了圆周角定理, 线段垂直平分线的性质. 注意掌握数形结合思想的应用.

三、解答题 (共 9 个小题, 满分 70 分)

15. (6 分) (2017·云南) 如图, 点 E、C 在线段 BF 上, BE=CF, AB=DE, AC=DF. 求

证: $\angle ABC = \angle DEF$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】 先证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 然后利用全等三角形的性质即可求出 $\angle ABC = \angle DEF$.

【解答】 解: $\because BE = CF,$

$$\therefore BE + EC = CF + EC,$$

$$\therefore BC=EF,$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB=DE \\ BC=EF \\ AC=DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SSS)}$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DEF$$

【点评】 本题考查全等三角形的判定与性质，解题的关键是熟练运用全等三角形的判定，本题属于基础题型.

16. (6分) (2017•云南) 观察下列各个等式的规律:

$$\text{第一个等式: } \frac{2^2-1^2-1}{2}=1, \text{ 第二个等式: } \frac{3^2-2^2-1}{2}=2, \text{ 第三个等式: } \frac{4^2-3^2-1}{2}=3...$$

请用上述等式反映出的规律解决下列问题:

(1) 直接写出第四个等式;

(2) 猜想第 n 个等式 (用 n 的代数式表示), 并证明你猜想的等式是正确的.

【考点】 37: 规律型: 数字的变化类.

【分析】 (1) 根据题目中的式子的变化规律可以写出第四个等式;

(2) 根据题目中的式子的变化规律可以猜想出第 n 个等式并加以证明.

【解答】 解: (1) 由题目中式子的变化规律可得,

$$\text{第四个等式是: } \frac{5^2-4^2-1}{2}=4;$$

$$(2) \text{ 第 } n \text{ 个等式是: } \frac{(n+1)^2-n^2-1}{2}=n,$$

$$\begin{aligned} \text{证明: } & \therefore \frac{(n+1)^2-n^2-1}{2} \\ & = \frac{[(n+1)+n][(n+1)-n]-1}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{2n+1-1}{2}$$

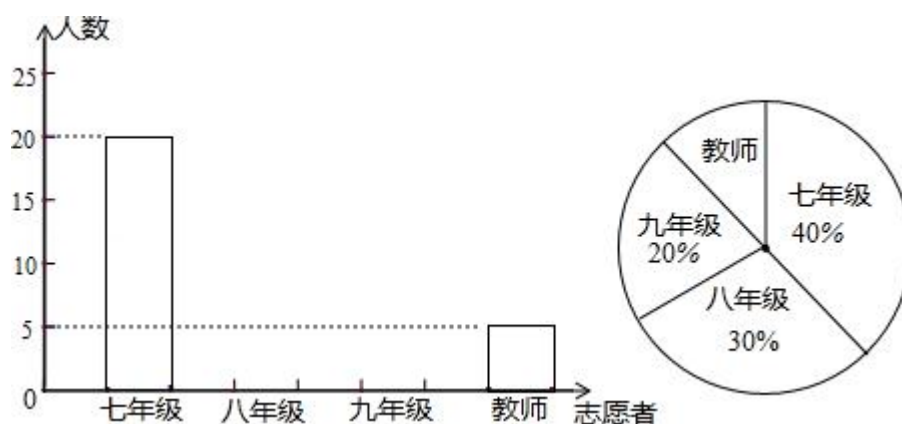
$$= \frac{2n}{2}$$

$$=n,$$

$$\therefore \text{第 } n \text{ 个等式是: } \frac{(n+1)^2 - n^2 - 1}{2} = n.$$

【点评】本题考查规律型：数字的变化类，解答本题的关键是明确题目中式子的变化规律，求出相应的式子.

17. (8分) (2017•云南) 某初级中学正在展开“文明城市创建人人参与，志愿服务我当先行”的“创文活动”为了了解该校志愿者参与服务情况，现对该校全体志愿者进行随机抽样调查. 根据调查数据绘制了如下所示不完整统计图. 条形统计图中七年级、八年级、九年级、教师分别指七年级、八年级、九年级、教师志愿者中被抽到的志愿者，扇形统计图中的百分数指的是该年级被抽到的志愿者数与样本容量的比.



(1) 请补全条形统计图;

(2) 若该校共有志愿者 600 人，则该校九年级大约有多少志愿者?

【考点】VC: 条形统计图; V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图.

【分析】(1) 根据百分比 $= \frac{\text{所占人数}}{\text{总人数}}$ 计算即可解决问题，求出八年级、九年级、被抽到的志愿者人数画出条形图即可;

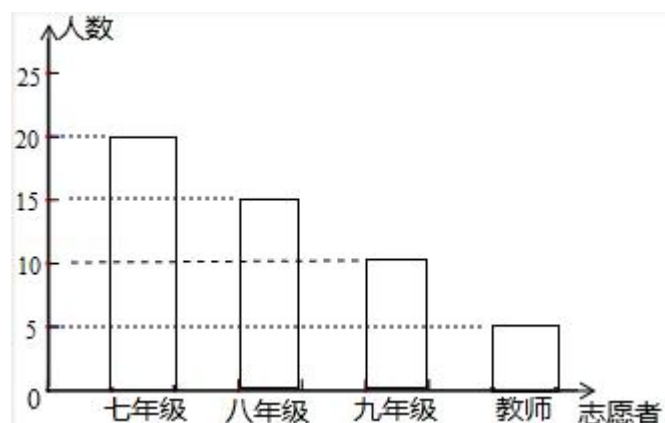
(2) 用样本估计总体的思想，即可解决问题;

【解答】解：（1）由题意总人数= $20 \div 40\% = 50$ 人，

八年级被抽到的志愿者： $50 \times 30\% = 15$ 人

九年级被抽到的志愿者： $50 \times 20\% = 10$ 人，

条形图如图所示：



（2）该校共有志愿者 600 人，则该校九年级大约有 $600 \times 20\% = 120$ 人，

答：该校九年级大约有 120 名志愿者

【点评】本题考查条形图、扇形统计图、样本估计总体等知识，解题的关键是掌握基本概念，熟练应用所学知识解决问题.

18. （6 分）（2017•云南）某商店用 1000 元人民币购进水果销售，过了一段时间，又用 2400 元人民币购进这种水果，所购数量是第一次购进数量的 2 倍，但每千克的价格比第一次购进的贵了 2 元.

（1）该商店第一次购进水果多少千克？

（2）假设该商店两次购进的水果按相同的标价销售，最后剩下的 20 千克按标价的五折优惠销售. 若两次购进水果全部售完，利润不低于 950 元，则每千克水果的标价至少是多少元？

注：每千克水果的销售利润等于每千克水果的销售价格与每千克水果的购进价格

的差，两批水果全部售完的利润等于两次购进水果的销售利润之和.

【考点】 B7: 分式方程的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【专题】 12 : 应用题.

【分析】 (1) 首先根据题意, 设该商店第一次购进水果 x 千克, 则第二次购进水果 $2x$ 千克, 然后根据: $(\frac{1000}{\text{第一次购进水果的重量}}+2) \times \text{第二次购进的水果的重量}=2400$, 列出方程, 求出该商店第一次购进水果多少千克即可.

(2) 首先根据题意, 设每千克水果的标价是 x 元, 然后根据: $(\text{两次购进的水果的重量} - 20) \times x + 20 \times 0.5x \geq \text{两次购进水果需要的钱数} + 950$, 列出不等式, 求出每千克水果的标价是多少即可.

【解答】 解: (1) 设该商店第一次购进水果 x 千克, 则第二次购进水果 $2x$ 千克,

$$(\frac{1000}{x}+2) \times 2x=2400$$

整理, 可得: $2000+4x=2400$

解得 $x=100$

经检验, $x=100$ 是原方程的解

答: 该商店第一次购进水果 100 千克.

(2) 设每千克水果的标价是 x 元,

则 $(100+100 \times 2 - 20) \times x + 20 \times 0.5x \geq 1000+2400+950$

整理, 可得: $290x \geq 4350$

解得 $x \geq 15$

$\therefore$ 每千克水果的标价至少是 15 元.

答: 每千克水果的标价至少是 15 元.

【点评】 此题主要考查了分式方程的应用, 以及一元一次不等式的应用, 要熟练

掌握，注意建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵.

19. (7 分) (2017·云南) 在一个不透明的盒子中，装有 3 个分别写有数字 6, -2, 7 的小球，他们的形状、大小、质地完全相同，搅拌均匀后，先从盒子里随机抽取 1 个小球，记下小球上的数字后放回盒子，搅拌均匀后再随机取出 1 个小球，再记下小球上的数字.

(1) 用列表法或树状图法（树状图也称树形图）中的一种方法，写出所有可能出现的结果；

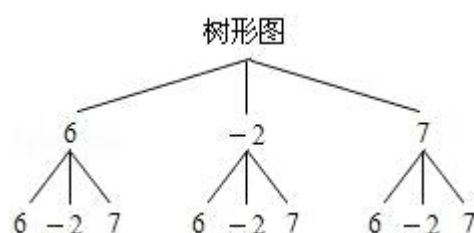
(2) 求两次取出的小球上的数字相同的概率 P .

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】(1) 根据题意先画出树状图，得出所有可能出现的结果数；

(2) 根据 (1) 可得共有 9 种情况，两次取出小球上的数字相同有 3 种：(6, 6)、(-2, -2)、(7, 7)，再根据概率公式即可得出答案.

【解答】解：(1) 根据题意画图如下：



所有可能出现的结果共有 9 种；

(2) $\because$ 共有 9 种情况，两次取出小球上的数字相同的有 3 种情况，

$\therefore$ 两次取出小球上的数字相同的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

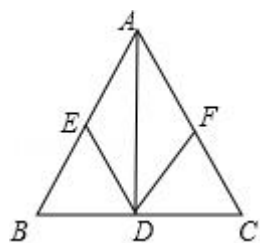
【点评】此题可以采用列表法或者采用树状图法，列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件. 树状图法适用于两步或两步以上完成的事件. 解题时还要注意是放回实验还是不放回实验. 用到的知识点为：概率

=所求情况数与总情况数之比.

20. (8分) (2017·云南) 如图, $\triangle ABC$ 是以 BC 为底的等腰三角形, AD 是边 BC 上的高, 点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点.

(1) 求证: 四边形 $AEDF$ 是菱形;

(2) 如果四边形 $AEDF$ 的周长为 12, 两条对角线的和等于 7, 求四边形 $AEDF$ 的面积 S .



【考点】LA: 菱形的判定与性质; KH: 等腰三角形的性质.

【分析】(1) 先根据直角三角形斜边上中线的性质, 得出 $DE = \frac{1}{2}AB = AE$, $DF = \frac{1}{2}AC = AF$, 再根据 $AB = AC$, 点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点, 即可得到 $AE = AF = DE = DF$, 进而判定四边形 $AEDF$ 是菱形;

(2) 设 $EF = x$, $AD = y$, 则 $x + y = 7$, 进而得到 $x^2 + 2xy + y^2 = 49$, 再根据 $Rt\triangle AOE$ 中, $AO^2 + EO^2 = AE^2$, 得到 $x^2 + y^2 = 36$, 据此可得 $xy = \frac{13}{2}$, 进而得到菱形 $AEDF$ 的面积 S .

【解答】解: (1) $\because AD \perp BC$, 点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点,
 $\therefore Rt\triangle ABD$ 中, $DE = \frac{1}{2}AB = AE$,
 $Rt\triangle ACD$ 中, $DF = \frac{1}{2}AC = AF$,
又 $\because AB = AC$, 点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点,
 $\therefore AE = AF$,

$$\therefore AE=AF=DE=DF,$$

$\therefore$ 四边形 AEDF 是菱形;

(2) 如图, $\therefore$ 菱形 AEDF 的周长为 12,

$$\therefore AE=3,$$

设 $EF=x$, $AD=y$, 则 $x+y=7$,

$$\therefore x^2+2xy+y^2=49, \quad ①$$

$\therefore AD \perp EF$ 于 O ,

$\therefore$ Rt $\triangle AOE$ 中, $AO^2+EO^2=AE^2$,

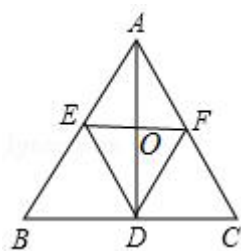
$$\therefore \left(\frac{1}{2}y\right)^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 3^2,$$

$$\text{即 } x^2+y^2=36, \quad ②$$

把②代入①, 可得 $2xy=13$,

$$\therefore xy=\frac{13}{2},$$

$$\therefore \text{菱形 AEDF 的面积 } S=\frac{1}{2}xy=\frac{13}{4}.$$



【点评】 本题主要考查了菱形的判定与性质的运用, 解题时注意: 四条边相等的四边形是菱形; 菱形的面积等于对角线长乘积的一半.

21. (8 分) (2017•云南) 已知二次函数 $y = -2x^2 + bx + c$ 图象的顶点坐标为 (3, 8), 该二次函数图象的对称轴与 x 轴的交点为 A, M 是这个二次函数图象上的点, O 是原点.

(1) 不等式 $b+2c+8 \geq 0$ 是否成立？请说明理由；

(2) 设 S 是 $\triangle AMO$ 的面积，求满足 $S=9$ 的所有点 M 的坐标.

【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点； H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 (1) 由题意可知抛物线的解析式为 $y = -2(x-3)^2 + 8$ ，由此求出 b 、 c 即可解决问题.

(2) 设 $M(m, n)$ ，由题意 $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |n| = 9$ ，可得 $n = \pm 6$ ，分两种情形列出方程求出 m 的值即可；

【解答】 解：(1) 由题意抛物线的顶点坐标 $(3, 8)$ ，

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -2(x-3)^2 + 8 = -2x^2 + 12x - 10$ ，

$\therefore b = 12, c = -10$ ，

$\therefore b + 2c + 8 = 12 - 20 + 8 = 0$ ，

$\therefore$ 不等式 $b + 2c + 8 \geq 0$ 成立.

(2) 设 $M(m, n)$ ，

由题意 $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |n| = 9$ ，

$\therefore n = \pm 6$ ，

①当 $n = 6$ 时， $6 = -2m^2 + 12m - 10$ ，

解得 $m = 2$ 或 4 ，

②当 $n = -6$ 时， $-6 = -2m^2 + 12m - 10$ ，

解得 $m = 3 \pm \sqrt{7}$ ，

$\therefore$ 满足条件的点 M 的坐标为 $(2, 6)$ 或 $(4, 6)$ 或 $(3 + \sqrt{7}, -6)$ 或 $(3 - \sqrt{7}, -6)$.

【点评】 本题考查抛物线与 x 轴的交点、二次函数图象与系数的关系等知识，解

题的关键是熟练掌握二次函数的三种形式，学会利用参数构建方程解决问题.

22. (9分) (2017•云南) 在学习贯彻习近平总书记关于生态文明建设系列重要讲话精神，牢固树立“绿水青山就是金山银山”理念，把生态文明建设融入经济建设、政治建设、文化建设、社会建设各个方面和全过程，建设美丽中国的活动中，某学校计划组织全校 1441 名师生到相关部门规划的林区植树，经过研究，决定租用当地租车公司一共 62 辆 A、B 两种型号客车作为交通工具. 下表是租车公司提供给学校有关两种型号客车的载客量和租金信息：

型号	载客量	租金单价
A	30 人/辆	380 元/辆
B	20 人/辆	280 元/辆

注：载客量指的是每辆客车最多可载该校师生的人数.

(1) 设租用 A 型号客车 x 辆，租车总费用为 y 元，求 y 与 x 的函数解析式（也称关系式），请直接写出 x 的取值范围；

(2) 若要使租车总费用不超过 21940 元，一共有几种租车方案？哪种租车方案最省钱？

【考点】 FH：一次函数的应用； C9：一元一次不等式的应用.

【分析】 (1) 根据租车总费用=A、B 两种车的费用之和，列出函数关系式即可；

(2) 列出不等式，求出自变量 x 的取值范围，利用函数的性质即可解决问题；

【解答】 解：(1) 由题意： $y=380x+280(62-x)=100x+17360$.

$$\therefore 30x+20(62-x) \geq 1441,$$

$$\therefore x \geq 20.1,$$

又 $\therefore x$ 为整数,

$\therefore x$ 的取值范围为 $21 \leq x \leq 62$ 的整数.

(2) 由题意 $100x+17360 \leq 21940$,

$\therefore x \leq 45.8$,

$\therefore 21 \leq x \leq 45$,

$\therefore$ 共有 25 种租车方案,

$x=21$ 时, y 有最小值=19460 元.

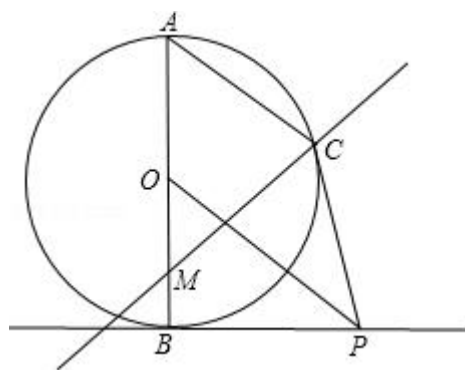
【点评】 本题考查一次函数的应用、一元一次不等式的应用等知识, 解题的关键是理解题意, 学会利用函数的性质解决最值问题.

23. (12 分) (2017•云南) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, PB 是 $\odot O$ 的切线, C 是 $\odot O$ 上的点, $AC \parallel OP$, M 是直径 AB 上的动点, A 与直线 CM 上的点连线距离的最小值为 d , B 与直线 CM 上的点连线距离的最小值为 f .

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 设 $OP = \frac{3}{2}AC$, 求 $\angle CPO$ 的正弦值;

(3) 设 $AC=9$, $AB=15$, 求 $d+f$ 的取值范围.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 连接 OC , 根据等腰三角形的性质得到 $\angle A = \angle OCA$, 由平行线的性质得到 $\angle A = \angle BOP$, $\angle ACO = \angle COP$, 等量代换得到 $\angle COP = \angle BOP$, 由切线的性质得到 $\angle OBP = 90^\circ$, 根据全等三角形的性质即可得到结论;

(2) 过 O 作 $OD \perp AC$ 于 D, 根据相似三角形的性质得到 $CD \cdot OP = OC^2$, 根据已知条件得到 $\frac{OC}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 由三角函数的定义即可得到结论;

(3) 连接 BC, 根据勾股定理得到 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 12$, 当 M 与 A 重合时, 得到 $d+f=12$, 当 M 与 B 重合时, 得到 $d+f=9$, 于是得到结论.

【解答】 解: (1) 连接 OC,

$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore \angle A = \angle OCA,$$

$$\therefore AC \parallel OP,$$

$$\therefore \angle A = \angle BOP, \quad \angle ACO = \angle COP,$$

$$\therefore \angle COP = \angle BOP,$$

$$\therefore PB \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线, } AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径,}$$

$$\therefore \angle OBP = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle POC \text{ 与 } \triangle POB \text{ 中, } \begin{cases} OC = OB \\ \angle COP = \angle BOP, \\ OP = OP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle COP \cong \triangle BOP,$$

$$\therefore \angle OCP = \angle OBP = 90^\circ,$$

$$\therefore PC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线;}$$

(2) 过 O 作 $OD \perp AC$ 于 D,

$$\therefore \angle ODC = \angle OCP = 90^\circ, \quad CD = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore \angle DCO = \angle COP,$$

$$\therefore \triangle ODC \sim \triangle PCO,$$

$$\therefore \frac{CD}{OC} = \frac{OC}{PO},$$

$$\therefore CD \cdot OP = OC^2,$$

$$\therefore OP = \frac{3}{2}AC,$$

$$\therefore AC = \frac{2}{3}OP,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{3}OP,$$

$$\therefore \frac{1}{3}OP \cdot OP = OC^2$$

$$\therefore \frac{OC}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \sin \angle CPO = \frac{OC}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

(3) 连接 BC,

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore AC \perp BC,$

$\therefore AC=9, AB=15,$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 12,$$

当 $CM \perp AB$ 时,

$d=AM, f=BM,$

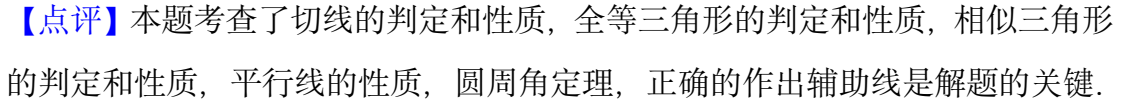
$\therefore d+f=AM+BM=15,$

当 M 与 B 重合时,

$d=9, f=0,$

$\therefore d+f=9,$

$\therefore d+f$ 的取值范围是: $9 \leq d+f \leq 15$.



考点卡片

1. 相反数

- (1) 相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数.
- (2) 相反数的意义：掌握相反数是成对出现的，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等.
- (3) 多重符号的化简：与“+”个数无关，有奇数个“-”号结果为负，有偶数个“-”号，结果为正.
- (4) 规律方法总结：求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”，如 a 的相反数是 $-a$ ， $m+n$ 的相反数是 $-(m+n)$ ，这时 $m+n$ 是一个整体，在整体前面添负号时，要用小括号.

2. 科学记数法—表示较大的数

- (1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.】
- (2) 规律方法总结：
 - ①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n .
 - ②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号.

3. 规律型：数字的变化类

探究题是近几年中考命题的亮点，尤其是与数列有关的命题更是层出不穷，形式多样，它要求在已有知识的基础上去探究，观察思考发现规律.

- (1) 探寻数列规律：认真观察、仔细思考，善用联想是解决这类问题的方法.
- (2) 利用方程解决问题. 当问题中有多个未知数时，可先设出其中一个为 x ，再利用它们之间的关系，设出其他未知数，然后列方程.

4. 整式的混合运算

- (1) 有乘方、乘除的混合运算中，要按照先乘方后乘除的顺序运算，其运算顺序和有理数的混合运算顺序相似.
- (2) “整体”思想在整式运算中较为常见，适时采用整体思想可使问题简单化，并且迅速地解决相关问题，此时应注意被看做整体的代数式通常要用括号括起来.

5. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件：

- (1) 二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.
- (2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.
- (3) 二次根式具有非负性. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求：

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围，并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

- 1. 如果一个式子中含有多个二次根式，那么它们有意义的条件是：各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
- 2. 如果所给式子中含有分母，则除了保证被开方数为非负数外，还必须保证分

母不为零.

6. 一元一次方程的解

定义: 使一元一次方程左右两边相等的未知数的值叫做一元一次方程的解.

把方程的解代入原方程, 等式左右两边相等.

7. 分式方程的应用

1、列分式方程解应用题的一般步骤: 设、列、解、验、答.

必须严格按照这 5 步进行做题, 规范解题步骤, 另外还要注意完整性: 如设和答叙述要完整, 要写出单位等.

2、要掌握常见问题中的基本关系, 如行程问题: $\text{速度}=\frac{\text{路程}}{\text{时间}}$; 工作量问题:

$\text{工作效率}=\frac{\text{工作量}}{\text{工作时间}}$

等等.

列分式方程解应用题一定要审清题意, 找相等关系是着眼点, 要学会分析题意, 提高理解能力.

8. 一元一次不等式的应用

(1) 由实际问题中的不等关系列出不等式, 建立解决问题的数学模型, 通过解不等式可以得到实际问题的答案.

(2) 列不等式解应用题需要以“至少”、“最多”、“不超过”、“不低于”等词来体现问题中的不等关系. 因此, 建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵.

(3) 列一元一次不等式解决实际问题的方法和步骤:

①弄清题中数量关系, 用字母表示未知数.

②根据题中的不等关系列出不等式.

③解不等式, 求出解集.

④写出符合题意的解.

9. 一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数, 要特别注意自变量取值范围的划分, 既要科学合理, 又要符合实际.

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时, 可以分析这些变量的关系, 选取其中一个变量作为自变量, 然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数.

3、概括整合

- (1) 简单的一次函数问题: ①建立函数模型的方法; ②分段函数思想的应用.
- (2) 理清题意是采用分段函数解决问题的关键.

10. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

- ①图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$;
- ②双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;
- ③在 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

11. 二次函数图象与系数的关系

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)

- ①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小.

当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; $|a|$ 还可以决定开口大小, $|a|$ 越大开口就越小.

②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置.

当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异)

③. 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$.

④抛物线与 x 轴交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

12. 抛物线与 x 轴的交点

求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y = 0$, 即 $ax^2 + bx + c = 0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标.

(1) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根之间的关系.

$\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

(2) 二次函数的交点式: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 可直接得到抛物线与 x 轴的交点坐标 $(x_1, 0), (x_2, 0)$.

13. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

14. 线段垂直平分线的性质

(1) 定义: 经过某一条线段的中点, 并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线 (中垂线) 垂直平分线, 简称“中垂线”.

(2) 性质: ①垂直平分线垂直且平分其所在线段. ____ ②垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等. ____ ③三角形三条边的垂直平分线相交于一点, 该点叫外心, 并且这一点到三个顶点的距离相等.

15. 等腰三角形的性质

(1) 等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形.

(2) 等腰三角形的性质

①等腰三角形的两腰相等

②等腰三角形的两个底角相等. 【简称: 等边对等角】

③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合. 【三线合一】

(3) 在①等腰; ②底边上的高; ③底边上的中线; ④顶角平分线. 以上四个元素中, 从中任意取出两个元素当成条件, 就可以得到另外两个元素为结论.

16. 多边形内角与外角

(1) 多边形内角和定理: $(n-2) \cdot 180$ ($n \geq 3$) 且 n 为整数)

此公式推导的基本方法是从 n 边形的一个顶点出发引出 $(n-3)$ 条对角线, 将 n 边形分割为 $(n-2)$ 个三角形, 这 $(n-2)$ 个三角形的所有内角之和正好是 n 边形的内角和. 除此方法之和还有其他几种方法, 但这些方法的基本思想是一样

的. 即将多边形转化为三角形, 这也是研究多边形问题常用的方法.

(2) 多边形的外角和等于 360° 度.

①多边形的外角和指每个顶点处取一个外角, 则 n 边形取 n 个外角, 无论边数是几, 其外角和永远为 360° .

②借助内角和和邻补角概念共同推出以下结论: 外角和 $= 180^\circ n - (n - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$.

17. 菱形的判定与性质

(1) 依次连接四边形各边中点所得的四边形称为中点四边形. 不管原四边形的形状怎样改变, 中点四边形的形状始终是平行四边形.

(2) 菱形的中点四边形是矩形 (对角线互相垂直的四边形的中点四边形定为矩形, 对角线相等的四边形的中点四边形定为菱形.) ____ (3) 菱形是在平行四边形的前提下定义的, 首先它是平行四边形, 但它是特殊的平行四边形, 特殊之处就是“有一组邻边相等”, 因而就增加了一些特殊的性质和不同于平行四边形的判定方法.

(4) 正方形是特殊的菱形, 菱形不一定是正方形, 所以, 在同一平面上四边相等的图形不只是正方形.

18. 正方形的性质

(1) 正方形的定义: 有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

(2) 正方形的性质

①正方形的四条边都相等, 四个角都是直角;

②正方形的两条对角线相等, 互相垂直平分, 并且每条对角线平分一组对角;

③正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质.

④两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形，同时，正方形又是轴对称图形，有四条对称轴.

19. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义：顶点在圆上，并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意：圆周角必须满足两个条件：①顶点在圆上. ②角的两条边都与圆相交，二者缺一不可.

(2) 圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角， 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时，常常需要添加辅助线，构成直径所对的圆周角，这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意：①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角，在运用定理时不要忽略了这个条件，把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

20. 切线的性质

(1) 切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径.

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下：

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个，那么它一定满足第三个条件，这三个条件是：①直线过圆心；②直线过切点；③直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作: 见切点, 连半径, 见垂直.

21. 扇形面积的计算

(1) 圆面积公式: $S=\pi r^2$

(2) 扇形: 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形.

(3) 扇形面积计算公式: 设圆心角是 n° , 圆的半径为 R 的扇形面积为 S , 则

$$S_{\text{扇形}}=\frac{n}{360}\pi R^2 \text{ 或 } S_{\text{扇形}}=\frac{1}{2}lR \text{ (其中 } l \text{ 为扇形的弧长)}$$

(4) 求阴影面积常用的方法:

①直接用公式法;

②和差法;

③割补法.

(5) 求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积.

22. 圆锥的计算

(1) 连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线. 连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高.

(2) 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

(3) 圆锥的侧面积: $S_{\text{侧}}=\frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot l=\pi rl$.

(4) 圆锥的全面积: $S_{\text{全}}=S_{\text{底}}+S_{\text{侧}}=\pi r^2+\pi rl$

(5) 圆锥的体积 $=\frac{1}{3}\times \text{底面积}\times \text{高}$

注意: ①圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等.

②圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等.

23. 圆的综合题

圆的综合题.

24. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用, 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

25. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

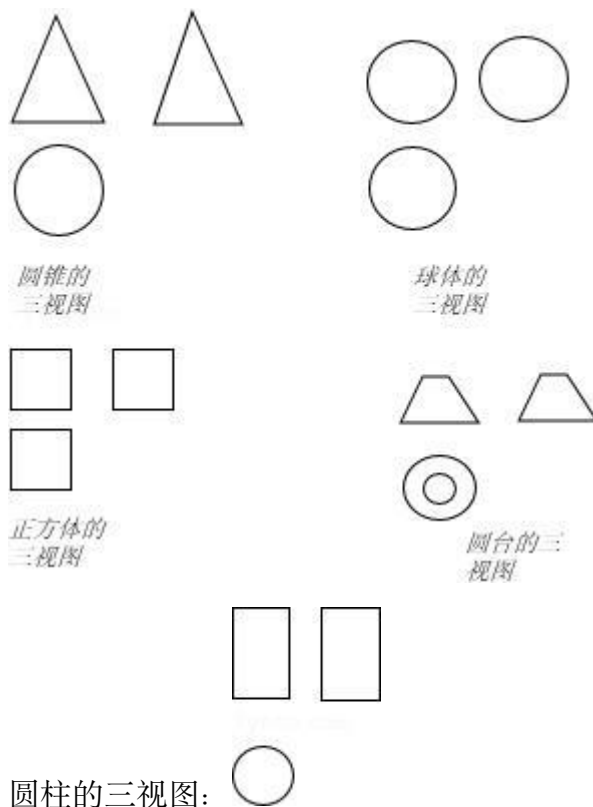
(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

26. 简单几何体的三视图

(1) 画物体的主视图的口诀为：主、俯：长对正；主、左：高平齐；俯、左：宽相等.

(2) 常见的几何体的三视图：



27. 全面调查与抽样调查

- 1、统计调查的方法有全面调查（即普查）和抽样调查.
- 2、全面调查与抽样调查的优缺点：①全面调查收集的到数据全面、准确，但一般花费多、耗时长，而且某些调查不宜用全面调查. ②抽样调查具有花费少、省时的特点，但抽取的样本是否具有代表性，直接关系到对总体估计的准确程度.
- 3、如何选择调查方法要根据具体情况而定. 一般来讲：通过普查可以直接得到较为全面、可靠的信息，但花费的时间较长，耗费大，且一些调查项目并不适合普查. 其一，调查者能力有限，不能进行普查. 如：个体调查者无法对全国中小学生身高情况进行普查. 其二，调查过程带有破坏性. 如：调查一批灯泡的使用

寿命就只能采取抽样调查，而不能将整批灯泡全部用于实验。其三，有些被调查的对象无法进行普查。如：某一天，全国人均讲话的次数，便无法进行普查。

28. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想。

1、用样本的频率分布估计总体分布：

从一个总体得到一个包含大量数据的样本，我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息。这时，我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布，从而去估计总体的分布情况。

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）。

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确。

29. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数。通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系。用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数。

(2) 扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系。

(3) 制作扇形图的步骤

①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式是各部分扇形圆心角的度数=部分占总体的百分比 $\times 360^{\circ}$ 。 ____②按比例取适当半径画一个圆；按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；

④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来.

30. 条形统计图

(1) 定义：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来.

(2) 特点：从条形图可以很容易看出数据的大小，便于比较.

(3) 制作条形图的一般步骤:

①根据图纸的大小，画出两条互相垂直的射线.

②在水平射线上，适当分配条形的位置，确定直条的宽度和间隔.

③在与水平射线垂直的射线上，根据数据大小的具体情况，确定单位长度表示多少.

④按照数据大小，画出长短不同的直条，并注明数量.

31. 算术平均数

(1) 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

(2) 算术平均数：对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数.

(3) 算术平均数是加权平均数的一种特殊情况，加权平均数包含算术平均数，当加权平均数中的权相等时，就是算术平均数.

32. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”，不易受极端值影响，但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关，某些数据的移动对中位数没有影响，中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现，当一组数据中的个别数据变动较大时，可用中位数描述其趋势.

33. 方差

(1) 方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均，再求差，然后平方，最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差，通常用 s^2 来表示，计算公式是：

$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ (可简单记忆为“方差等于差方的平均数”)

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好.

34. 概率的意义

(1) 一般地，在大量重复实验中，如果事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 会稳定在某个常数 p 附近，那么这个常数 p 就叫做事件 A 的概率，记为 $P(A) = p$.

(2) 概率是频率 (多个) 的波动稳定值，是对事件发生可能性大小的量的表现.

(3) 概率取值范围： $0 \leq p \leq 1$.

(4) 必然发生的事件的概率 $P(A) = 1$ ；不可能发生事件的概率 $P(A) = 0$.

(4) 事件发生的可能性越大，概率越接近与 1，事件发生的可能性越小，概率越接近于 0.

(5) 通过设计简单的概率模型，在不确定的情境中做出合理的决策；概率与实际生活联系密切，通过理解什么是游戏对双方公平，用概率的语言说明游戏的公平性，并能按要求设计游戏的概率模型，以及结合具体实际问题，体会概率与统计之间的关系，可以解决一些实际问题.

35. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时，我们常用列表的方式，列出所有可能的结果，再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，求出概率.

(3) 列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举.