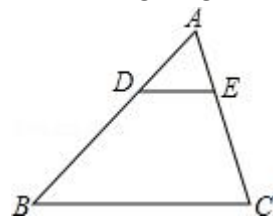


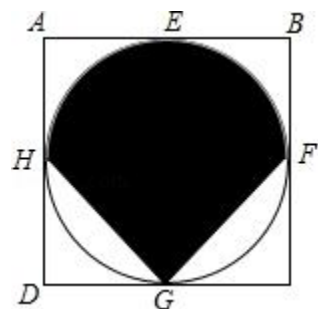
2017 年云南省中考数学试卷

一、填空题（本大题共 6 个小题，每题 3 分，共 18 分）

1. (3 分) 2 的相反数是_____.
2. (3 分) 已知关于 x 的方程 $2x+a+5=0$ 的解是 $x=1$, 则 a 的值为_____.
3. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别为 AB 、 AC 上的点, 若 $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{AD+DE+AE}{AB+BC+AC} =$ _____.



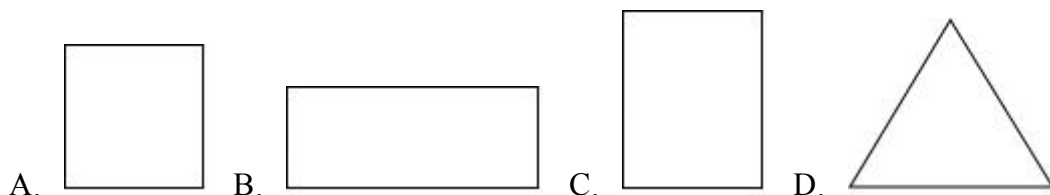
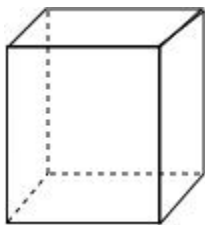
4. (3 分) 使 $\sqrt{9-x}$ 有意义的 x 的取值范围为_____.
5. (3 分) 如图, 边长为 4 的正方形 $ABCD$ 外切于 $\odot O$, 切点分别为 E 、 F 、 G 、 H . 则图中阴影部分的面积为_____.



6. (3 分) 已知点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{5}{x}$ 上, 若 a 、 b 都是正整数, 则图象经过 $B(a, 0)$ 、 $C(0, b)$ 两点的一次函数的解析式 (也称关系式) 为_____.

二、选择题（本大题共 8 个小题，每小题只有一个正确答案，每小题 4 分，共 32 分）

7. (4 分) 作为世界文化遗产的长城, 其总长大约为 6700000m. 将 6700000 用科学记数法表示为 ()
A. 6.7×10^5 B. 6.7×10^6 C. 0.67×10^7 D. 67×10^8
8. (4 分) 下面长方体的主视图 (主视图也称正视图) 是 ()



9. (4 分) 下列计算正确的是 ()

A. $2a \times 3a = 6a$ B. $(-2a)^3 = -6a^3$ C. $6a \div 2a = 3a$ D. $(-a^3)^2 = a^6$

10. (4 分) 已知一个多边形的内角和是 900° , 则这个多边形是 ()

A. 五边形 B. 六边形 C. 七边形 D. 八边形

11. (4 分) $\sin 60^\circ$ 的值为 ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

12. (4 分) 下列说法正确的是 ()

- A. 要了解某公司生产的 100 万只灯泡的使用寿命, 可以采用抽样调查的方法
- B. 4 位同学的数学期末成绩分别为 100、95、105、110, 则这四位同学数学期末成绩的中位数为 100
- C. 甲乙两人各自跳远 10 次, 若他们跳远成绩的平均数相同, 甲乙跳远成绩的方差分别为 0.51 和 0.62
- D. 某次抽奖活动中, 中奖的概率为 $\frac{1}{50}$ 表示每抽奖 50 次就有一次中奖

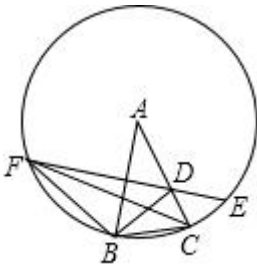
13. (4 分) 正如我们小学学过的圆锥体积公式 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (π 表示圆周率, r 表示圆锥的底面半径, h 表示圆锥的高) 一样, 许多几何量的计算都要用到 π . 祖冲之是世界上第一个把 π 计算到小数点后 7 位的中国古代科学家, 创造了当时世界上的最高水平, 差不多过了 1000 年, 才有人把 π 计算得更精确. 在辉煌成就的背后, 我们来看看祖冲之付出了多少. 现在的研究表明, 仅仅就计算来讲, 他至少要对 9 位数字反复进行 130 次以上的各种运算, 包括开方在内. 即使今天我们用纸笔来算, 也绝不是一件轻松的事情, 何况那时候没有现在的纸笔,

数学计算不是用现在的阿拉伯数字，而是用算筹（小竹棍或小竹片）进行的，这需要怎样的细心和毅力啊！他这种严谨治学的态度，不怕复杂计算的毅力，值得我们学习。

下面我们就来通过计算解决问题：已知圆锥的侧面展开图是个半圆，若该圆锥的体积等于 $9\sqrt{3}\pi$ ，则这个圆锥的高等于（ ）

- A. $5\sqrt{3}\pi$ B. $5\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}\pi$ D. $3\sqrt{3}$

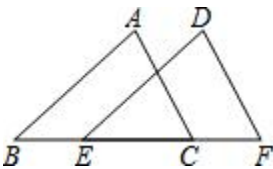
14. （4分）如图，B、C是 $\odot A$ 上的两点，AB的垂直平分线与 $\odot A$ 交于E、F两点，与线段AC交于D点. 若 $\angle BFC=20^\circ$ ，则 $\angle DBC=（ ）$



- A. 30° B. 29° C. 28° D. 20°

三、解答题（共9个小题，满分70分）

15. （6分）如图，点E、C在线段BF上，BE=CF，AB=DE，AC=DF. 求证：
 $\angle ABC=\angle DEF$.



16. （6分）观察下列各个等式的规律：

第一个等式： $\frac{2^2-1^2-1}{2}=1$,

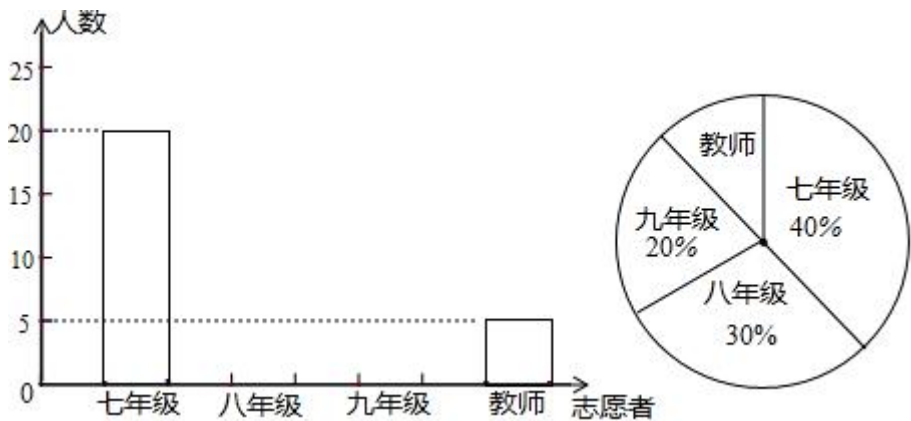
第二个等式： $\frac{3^2-2^2-1}{2}=2$,

第三个等式: $\frac{4^2 - 3^2 - 1}{2} = 3 \dots$

请用上述等式反映出的规律解决下列问题:

- (1) 直接写出第四个等式;
- (2) 猜想第 n 个等式 (用 n 的代数式表示), 并证明你猜想的等式是正确的.

17. (8 分) 某初级中学正在展开“文明城市创建人人参与, 志愿服务我当先行”的“创文活动”为了了解该校志愿者参与服务情况, 现对该校全体志愿者进行随机抽样调查. 根据调查数据绘制了如下所示不完整统计图. 条形统计图中七年级、八年级、九年级、教师分别指七年级、八年级、九年级、教师志愿者中被抽到的志愿者, 扇形统计图中的百分数指的是该年级被抽到的志愿者数与样本容量的比.



- (1) 请补全条形统计图;
- (2) 若该校共有志愿者 600 人, 则该校九年级大约有多少志愿者?

18. (6 分) 某商店用 1000 元人民币购进水果销售, 过了一段时间, 又用 2400 元人民币购进这种水果, 所购数量是第一次购进数量的 2 倍, 但每千克的价格比第一次购进的贵了 2 元.

(1) 该商店第一次购进水果多少千克?

(2) 假设该商店两次购进的水果按相同的标价销售, 最后剩下的 20 千克按标价的五折优惠销售. 若两次购进水果全部售完, 利润不低于 950 元, 则每千克水果的标价至少是多少元?

注: 每千克水果的销售利润等于每千克水果的销售价格与每千克水果的购进价格的差, 两批水果全部售完的利润等于两次购进水果的销售利润之和.

19. (7 分) 在一个不透明的盒子中, 装有 3 个分别写有数字 6, -2 , 7 的小球, 他们的形状、大小、质地完全相同, 搅拌均匀后, 先从盒子里随机抽取 1 个小球, 记下小球上的数字后放回盒子, 搅拌均匀后再随机取出 1 个小球, 再记下小球上的数字.

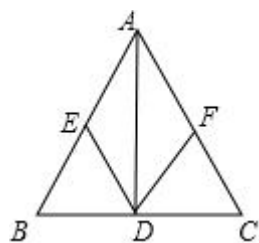
(1) 用列表法或树状图法 (树状图也称树形图) 中的一种方法, 写出所有可能出现的结果;

(2) 求两次取出的小球上的数字相同的概率 P .

20. (8 分) 如图, $\triangle ABC$ 是以 BC 为底的等腰三角形, AD 是边 BC 上的高, 点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点.

(1) 求证: 四边形 $AEDF$ 是菱形;

(2) 如果四边形 $AEDF$ 的周长为 12, 两条对角线的和等于 7, 求四边形 $AEDF$ 的面积 S .



21. (8 分) 已知二次函数 $y = -2x^2 + bx + c$ 图象的顶点坐标为 $(3, 8)$, 该二次函数图象的对称轴与 x 轴的交点为 A , M 是这个二次函数图象上的点, O 是原点.

(1) 不等式 $b + 2c + 8 \geq 0$ 是否成立? 请说明理由;

(2) 设 S 是 $\triangle AMO$ 的面积, 求满足 $S=9$ 的所有点 M 的坐标.

22. (9 分) 在学习贯彻习近平总书记关于生态文明建设系列重要讲话精神，牢固树立“绿水青山就是金山银山”理念，把生态文明建设融入经济建设、政治建设、文化建设、社会建设各个方面和全过程，建设美丽中国的活动中，某学校计划组织全校 1441 名师生到相关部门规划的林区植树，经过研究，决定租用当地租车公司一共 62 辆 A、B 两种型号客车作为交通工具. 下表是租车公司提供给学校有关两种型号客车的载客量和租金信息：

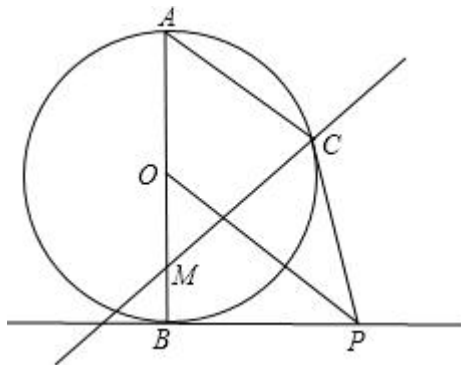
型号	载客量	租金单价
A	30 人/辆	380 元/辆
B	20 人/辆	280 元/辆

注：载客量指的是每辆客车最多可载该校师生的人数.

- (1) 设租用 A 型号客车 x 辆，租车总费用为 y 元，求 y 与 x 的函数解析式（也称关系式），请直接写出 x 的取值范围；
- (2) 若要使租车总费用不超过 21940 元，一共有几种租车方案？哪种租车方案最省钱？

23. (12 分) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, PB 是 $\odot O$ 的切线, C 是 $\odot O$ 上的点, $AC \parallel OP$, M 是直径 AB 上的动点, A 与直线 CM 上的点连线距离的最小值为 d , B 与直线 CM 上的点连线距离的最小值为 f .

- (1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 设 $OP = \frac{3}{2} AC$, 求 $\angle CPO$ 的正弦值;
- (3) 设 $AC=9$, $AB=15$, 求 $d+f$ 的取值范围.



2017 年云南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题共 6 个小题，每题 3 分，共 18 分）

1. (3 分) (2017•云南) 2 的相反数是 -2.

【考点】14: 相反数.

【分析】根据相反数的定义可知.

【解答】解: 2 的相反数是 -2.

故答案为: -2

【点评】主要考查相反数的定义: 只有符号相反的两个数互为相反数. 0 的相反数是其本身.

2. (3 分) (2017•云南) 已知关于 x 的方程 $2x+a+5=0$ 的解是 $x=1$, 则 a 的值为 -7.

【考点】85: 一元一次方程的解.

【分析】把 $x=1$ 代入方程计算即可求出 a 的值.

【解答】解: 把 $x=1$ 代入方程得: $2+a+5=0$,

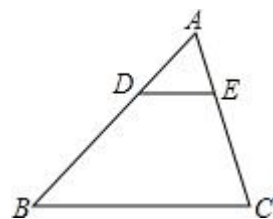
解得: $a=-7$,

故答案为: -7.

【点评】此题考查了一元一次方程的解, 方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

3. (3 分) (2017•云南) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D、E 分别为 AB、AC 上的点, 若

$DE \parallel BC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{AD+DE+AE}{AB+BC+AC} = \frac{1}{3}$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】直接利用相似三角形的判定方法得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，再利用相似三角形的周长比等于相似比进而得出答案.

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AD+DE+AE}{AB+BC+AC} = \frac{1}{3}.$$

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】此题主要考查了相似三角形的判定与性质，正确得出相似三角形是解题关键.

4. (3 分) (2017•云南) 使 $\sqrt{9-x}$ 有意义的 x 的取值范围为 $x \leq 9$.

【考点】72: 二次根式有意义的条件.

【分析】二次根式的被开方数是非负数，即 $9-x \geq 0$.

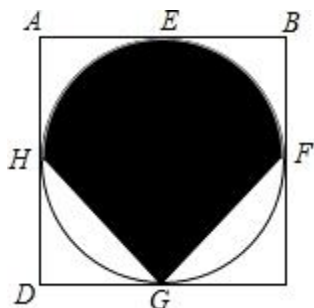
【解答】解：依题意得： $9-x \geq 0$.

解得 $x \leq 9$.

故答案是： $x \leq 9$.

【点评】考查了二次根式的意义和性质. 概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

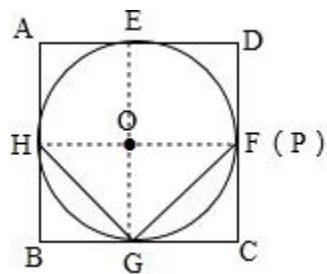
5. (3 分) (2017•云南) 如图，边长为 4 的正方形 ABCD 外切于 $\odot O$ ，切点分别为 E、F、G、H. 则图中阴影部分的面积为 $2\pi+4$.



【考点】MC: 切线的性质; LE: 正方形的性质; MO: 扇形面积的计算.

【分析】连接 HO，延长 HO 交 CD 于点 P，证四边形 AHPD 为矩形知 HF 为 $\odot O$ 的直径，同理得 EG 为 $\odot O$ 的直径，再证四边形 BGOH、四边形 OGCF、四边形 OFDE、四边形 OEAH 均为正方形得出圆的半径及 $\triangle HGF$ 为等腰直角三角形，根据阴影部分面积 $= \frac{1}{2}S_{\odot O} + S_{\triangle HGF}$ 可得答案.

【解答】解：如图，连接 HO，延长 HO 交 CD 于点 P，



$\because$ 正方形 ABCD 外切于 $\odot O$,

$\therefore \angle A = \angle D = \angle AHP = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 AHPD 为矩形,

$\therefore \angle OPD = 90^\circ$,

又 $\angle OFD = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 P 于点 F 重合,

则 HF 为 $\odot O$ 的直径,

同理 EG 为 $\odot O$ 的直径,

由 $\angle B = \angle OGB = \angle OHB = 90^\circ$ 且 $OH = OG$ 知，四边形 BGOH 为正方形，

同理四边形 OGCF、四边形 OFDE、四边形 OEAH 均为正方形，

$\therefore BH = BG = GC = CF = 2$, $\angle HGO = \angle FGO = 45^\circ$,

$\therefore \angle HGF = 90^\circ$, $GH = GF = \sqrt{GC^2 + CF^2} = 2\sqrt{2}$

则阴影部分面积 $= \frac{1}{2}S_{\odot O} + S_{\triangle HGF}$

$$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$$

$$=2\pi+4,$$

故答案为: $2\pi+4$.

【点评】 本题主要考查切线的性质及扇形面积的计算, 熟练掌握切线的性质、矩形的判定得出圆的半径是解题的关键.

6. (3分) (2017•云南) 已知点 A (a, b) 在双曲线 $y=\frac{5}{x}$ 上, 若 a、b 都是正整数, 则图象经过 B (a, 0)、C (0, b) 两点的一次函数的解析式 (也称关系式) 为 $y=-5x+5$ 或 $y=-\frac{1}{5}x+1$.

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 先根据反比例函数图象上点的坐标特征得出 $ab=5$, 由 a、b 都是正整数, 得到 $a=1, b=5$ 或 $a=5, b=1$. 再分两种情况进行讨论: 当 $a=1, b=5$; ② $a=5, b=1$, 利用待定系数法即可求解.

【解答】 解: $\because$ 点 A (a, b) 在双曲线 $y=\frac{5}{x}$ 上,

$$\therefore ab=5,$$

$\because$ a、b 都是正整数,

$$\therefore a=1, b=5 \text{ 或 } a=5, b=1.$$

设经过 B (a, 0)、C (0, b) 两点的一次函数的解析式为 $y=mx+n$.

①当 $a=1, b=5$ 时,

$$\text{由题意, 得 } \begin{cases} m+n=0 \\ n=5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m=-5 \\ n=5 \end{cases},$$

$$\therefore y=-5x+5;$$

②当 $a=5, b=1$ 时,

$$\text{由题意, 得 } \begin{cases} 5m+n=0 \\ n=1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m=-\frac{1}{5} \\ n=1 \end{cases},$$

$$\therefore y=-\frac{1}{5}x+1.$$

则所求解析式为 $y=-5x+5$ 或 $y=-\frac{1}{5}x+1$.

故答案为 $y = -5x + 5$ 或 $y = -\frac{1}{5}x + 1$.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，待定系数法求一次函数的解析式. 正确求出 a 、 b 的值是解题的关键.

二、选择题（本大题共 8 个小题，每小题只有一个正确答案，每小题 4 分，共 32 分）

7. (4 分) (2017•云南) 作为世界文化遗产的长城，其总长大约为 6700000m. 将 6700000 用科学记数法表示为 ()

- A. 6.7×10^5 B. 6.7×10^6 C. 0.67×10^7 D. 67×10^8

【考点】 1I: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】 17 : 推理填空题.

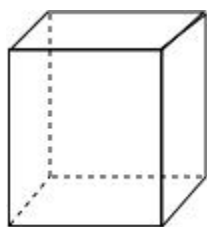
【分析】 用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，据此判断即可.

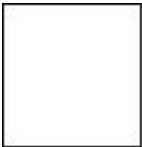
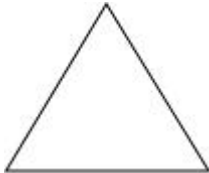
【解答】 解: $6700000 = 6.7 \times 10^6$.

故选: B.

【点评】 此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，确定 a 与 n 的值是解题的关键.

8. (4 分) (2017•云南) 下面长方体的主视图（主视图也称正视图）是 ()



- A.  B.  C.  D. 

【考点】 U1: 简单几何体的三视图.

【分析】 根据正视图是从物体正面看到的平面图形，据此选择正确答案.



【解答】解：长方体的主视图（主视图也称正视图）是
故选 C.

【点评】本题主要考查了长方体的三视图，解题的关键是掌握正视图的含义，此题基础题.

9. (4 分) (2017•云南) 下列计算正确的是 ()

A. $2a \times 3a = 6a$ B. $(-2a)^3 = -6a^3$ C. $6a \div 2a = 3a$ D. $(-a^3)^2 = a^6$

【考点】4I: 整式的混合运算.

【分析】根据整式的混合运算即可求出答案.

【解答】解：(A) 原式= $6a^2$ ，故 A 错误；

(B) 原式= $-8a^3$ ，故 B 错误；

(C) 原式=3，故 C 错误；

故选 (D)

【点评】本题考查整式的运算，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型.

10. (4 分) (2017•云南) 已知一个多边形的内角和是 900° ，则这个多边形是 ()

A. 五边形 B. 六边形 C. 七边形 D. 八边形

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【专题】11 : 计算题.

【分析】设这个多边形是 n 边形，内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，这样就得到一个关于 n 的方程，从而求出边数 n 的值.

【解答】解：设这个多边形是 n 边形，

则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 900^\circ$,

解得： $n=7$,

即这个多边形为七边形.

故本题选 C.

【点评】 根据多边形的内角和定理，求边数的问题就可以转化为解方程的问题来解决.

11. (4 分) (2017•云南) $\sin 60^\circ$ 的值为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 直接根据特殊角的三角函数值进行计算即可.

【解答】 解: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选 B.

【点评】 本题考查的是特殊角的三角函数值，熟记各特殊角度的三角函数值是解答此题的关键.

12. (4 分) (2017•云南) 下列说法正确的是 ()

- A. 要了解某公司生产的 100 万只灯泡的使用寿命，可以采用抽样调查的方法
B. 4 位同学的数学期末成绩分别为 100、95、105、110，则这四位同学数学期末成绩的中位数为 100
C. 甲乙两人各自跳远 10 次，若他们跳远成绩的平均数相同，甲乙跳远成绩的方差分别为 0.51 和 0.62
D. 某次抽奖活动中，中奖的概率为 $\frac{1}{50}$ 表示每抽奖 50 次就有一次中奖

【考点】 X3: 概率的意义; V2: 全面调查与抽样调查; W1: 算术平均数; W4: 中位数; W7: 方差.

【分析】 分别根据全面调查与抽样调查的意义、中位数的定义、方差的定义及概率的意义对各选项进行逐一判断即可.

【解答】 解: A、 $\because$ 要了解灯泡的使用寿命破坏性极大， $\therefore$ 只能采用抽样调查的方法，故本选项正确;

B、 $\because$ 4 位同学的数学期末成绩分别为 100、95、105、110，则这四位同学数学

期末成绩的中位数为 102.5，故本选项错误；

C、甲乙两人各自跳远 10 次，若他们跳远成绩的平均数相同，甲乙跳远成绩的方差不能确定，故本选项错误；

D、某次抽奖活动中，中奖的概率为 $\frac{1}{50}$ 表示每抽奖 50 次可能有一次中奖，故本选项错误.

故选 A.

【点评】 本题考查的是概率的意义，熟知全面调查与抽样调查的意义、中位数的定义、方差的定义及概率的意义是解答此题的关键.

13. (4 分) (2017•云南) 正如我们小学学过的圆锥体积公式 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (π 表示圆周率, r 表示圆锥的底面半径, h 表示圆锥的高) 一样, 许多几何量的计算都要用到 π . 祖冲之是世界上第一个把 π 计算到小数点后 7 位的中国古代科学家, 创造了当时世界上的最高水平, 差不多过了 1000 年, 才有人把 π 计算得更精确. 在辉煌成就的背后, 我们来看看祖冲之付出了多少. 现在的研究表明, 仅仅就计算来讲, 他至少要对 9 位数字反复进行 130 次以上的各种运算, 包括开方在内. 即使今天我们用纸笔来算, 也绝不是一件轻松的事情, 何况那时候没有现在的纸笔, 数学计算不是用现在的阿拉伯数字, 而是用算筹 (小竹棍或小竹片) 进行的, 这需要怎样的细心和毅力啊! 他这种严谨治学的态度, 不怕复杂计算的毅力, 值得我们学习.

下面我们就来通过计算解决问题: 已知圆锥的侧面展开图是个半圆, 若该圆锥的体积等于 $9\sqrt{3}\pi$, 则这个圆锥的高等于 ()

A. $5\sqrt{3}\pi$ B. $5\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}\pi$ D. $3\sqrt{3}$

【考点】 MP: 圆锥的计算.

【分析】 设母线长为 R , 底面圆半径为 r , 根据弧长公式、扇形面积公式以及圆锥体积公式即可求出圆锥的高

【解答】 解: 设母线长为 R , 底面圆半径为 r , 圆锥的高为 h ,
由于圆锥的侧面展开图是个半圆

$\therefore$ 侧面展开图的弧长为: $\frac{180\pi R}{180} = \pi R$,

∵底面圆的周长为： $2\pi r$,

∴ $\pi R=2\pi r$,

∴ $R=2r$,

∴由勾股定理可知： $h=\sqrt{3}r$,

∴圆锥的体积等于 $9\sqrt{3}\pi$

∴ $9\sqrt{3}\pi=\frac{1}{3}\pi r^2h$,

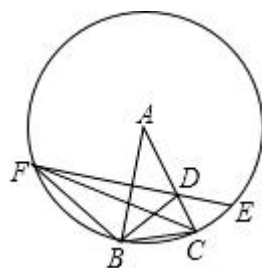
∴ $r=3$,

∴ $h=3\sqrt{3}$

故选 (D)

【点评】 本题考查圆锥的计算，解题的关键是熟练运用圆锥的计算公式，本题属于基础中等题型.

14. (4分) (2017•云南) 如图，B、C是 $\odot A$ 上的两点，AB的垂直平分线与 $\odot A$ 交于E、F两点，与线段AC交于D点. 若 $\angle BFC=20^\circ$ ，则 $\angle DBC= (\quad)$



A. 30° B. 29° C. 28° D. 20°

【考点】 M5：圆周角定理；KG：线段垂直平分线的性质.

【分析】 利用圆周角定理得到 $\angle BAC=40^\circ$ ，根据线段垂直平分线的性质推知 $AD=BD$ ，然后结合等腰三角形的性质来求 $\angle ABD$ 、 $\angle ABC$ 的度数，从而得到 $\angle DBC$.

【解答】 解：∵ $\angle BFC=20^\circ$ ， ∴ $\angle BAC=2\angle BFC=40^\circ$,

$\because AB=AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ.$$

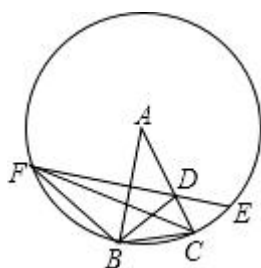
又 EF 是线段 AB 的垂直平分线,

$\therefore AD=BD$,

$\therefore \angle A = \angle ABD = 40^\circ$,

$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$.

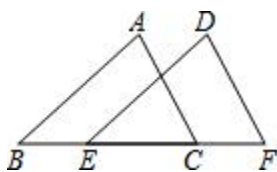
故选: A.



【点评】 本题考查了圆周角定理, 线段垂直平分线的性质. 注意掌握数形结合思想的应用.

三、解答题 (共 9 个小题, 满分 70 分)

15. (6 分) (2017·云南) 如图, 点 E、C 在线段 BF 上, $BE=CF$, $AB=DE$, $AC=DF$. 求证: $\angle ABC = \angle DEF$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】 先证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 然后利用全等三角形的性质即可求出 $\angle ABC = \angle DEF$.

【解答】 解: $\because BE=CF$,

$\therefore BE+EC=CF+EC$,

$\therefore BC=EF$,

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB=DE \\ BC=EF \\ AC=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)

$\therefore \angle ABC = \angle DEF$

【点评】 本题考查全等三角形的判定与性质, 解题的关键是熟练运用全等三角形的判定, 本题属于基础题型.

16. (6分) (2017•云南) 观察下列各个等式的规律:

第一个等式: $\frac{2^2-1^2-1}{2}=1$, 第二个等式: $\frac{3^2-2^2-1}{2}=2$, 第三个等式:
 $\frac{4^2-3^2-1}{2}=3\ldots$

请用上述等式反映出的规律解决下列问题:

(1) 直接写出第四个等式;

(2) 猜想第 n 个等式 (用 n 的代数式表示), 并证明你猜想的等式是正确的.

【考点】 37: 规律型: 数字的变化类.

【分析】 (1) 根据题目中的式子的变化规律可以写出第四个等式;

(2) 根据题目中的式子的变化规律可以猜想出第 n 个等式并加以证明.

【解答】 解: (1) 由题目中式子的变化规律可得,

第四个等式是: $\frac{5^2-4^2-1}{2}=4$;

(2) 第 n 个等式是: $\frac{(n+1)^2-n^2-1}{2}=n$,

证明: $\therefore \frac{(n+1)^2-n^2-1}{2}$

$$= \frac{[(n+1)+n][(n+1)-n]-1}{2}$$

$$= \frac{2n+1-1}{2}$$

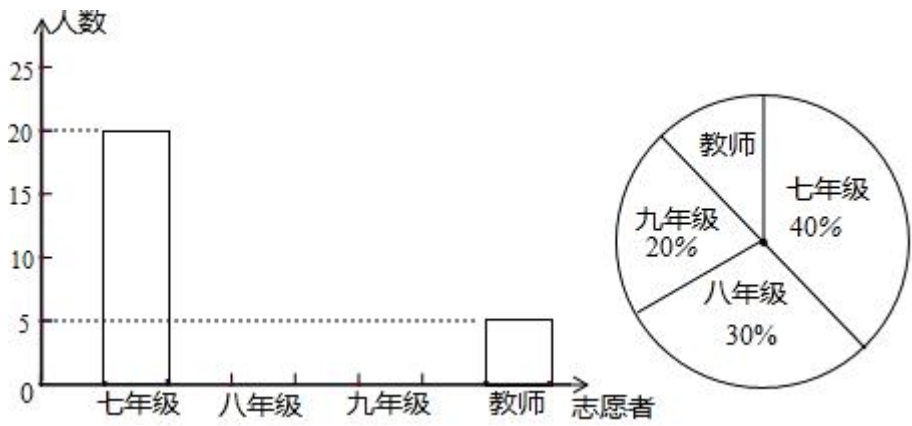
$$= \frac{2n}{2}$$

$=n$,

$\therefore$ 第 n 个等式是: $\frac{(n+1)^2-n^2-1}{2}=n$.

【点评】 本题考查规律型：数字的变化类，解答本题的关键是明确题目中式子的变化规律，求出相应的式子.

17. (8 分) (2017•云南) 某初级中学正在展开“文明城市创建人人参与，志愿服务我当先行”的“创文活动”为了了解该校志愿者参与服务情况，现对该校全体志愿者进行随机抽样调查. 根据调查数据绘制了如下所示不完整统计图. 条形统计图中七年级、八年级、九年级、教师分别指七年级、八年级、九年级、教师志愿者中被抽到的志愿者，扇形统计图中的百分数指的是该年级被抽到的志愿者数与样本容量的比.



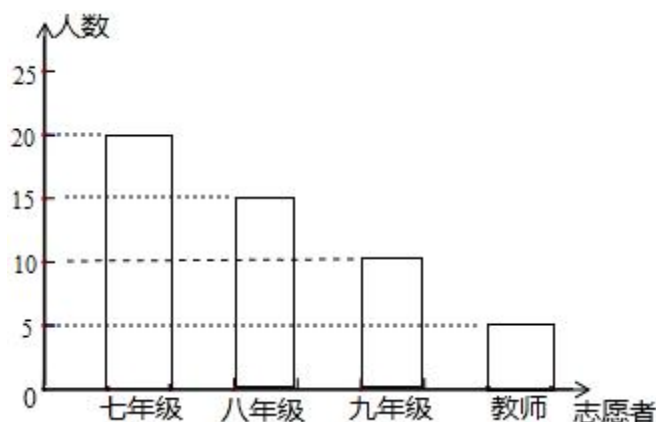
- (1) 请补全条形统计图;
- (2) 若该校共有志愿者 600 人，则该校九年级大约有多少志愿者?

【考点】 VC：条形统计图； V5：用样本估计总体； VB：扇形统计图.

【分析】 (1) 根据百分比=所占人数/总人数计算即可解决问题，求出八年级、九年级、被抽到的志愿者人数画出条形图即可；

(2) 用样本估计总体的思想，即可解决问题；

【解答】 解：(1) 由题意总人数=20÷40%=50 人，
八年级被抽到的志愿者：50×30%=15 人
九年级被抽到的志愿者：50×20%=10 人，
条形图如图所示：



(2) 该校共有志愿者 600 人，则该校九年级大约有 $600 \times 20\% = 120$ 人，

答：该校九年级大约有 120 名志愿者

【点评】 本题考查条形图、扇形统计图、样本估计总体等知识，解题的关键是掌握基本概念，熟练应用所学知识解决问题.

18. (6 分) (2017•云南) 某商店用 1000 元人民币购进水果销售，过了一段时间，又用 2400 元人民币购进这种水果，所购数量是第一次购进数量的 2 倍，但每千克的价格比第一次购进的贵了 2 元.

(1) 该商店第一次购进水果多少千克？

(2) 假设该商店两次购进的水果按相同的标价销售，最后剩下的 20 千克按标价的五折优惠销售. 若两次购进水果全部售完，利润不低于 950 元，则每千克水果的标价至少是多少元？

注：每千克水果的销售利润等于每千克水果的销售价格与每千克水果的购进价格的差，两批水果全部售完的利润等于两次购进水果的销售利润之和.

【考点】 B7：分式方程的应用；C9：一元一次不等式的应用.

【专题】 12：应用题.

【分析】 (1) 首先根据题意，设该商店第一次购进水果 x 千克，则第二次购进水果 $2x$ 千克，然后根据： $(\frac{1000}{\text{第一次购进水果的重量}} + 2) \times \text{第二次购进的水果的重量} = 2400$ ，列出方程，求出该商店第一次购进水果多少千克即可.

(2) 首先根据题意，设每千克水果的标价是 x 元，然后根据： $(\text{两次购进的水果的重量} - 20) \times x + 20 \times 0.5x \geq \text{两次购进水果需要的钱数} + 950$ ，列出不等式，求出

每千克水果的标价是多少即可.

【解答】解: (1) 设该商店第一次购进水果 x 千克, 则第二次购进水果 $2x$ 千克,

$$\left(\frac{1000}{x}+2\right) \times 2x=2400$$

整理, 可得: $2000+4x=2400$

解得 $x=100$

经检验, $x=100$ 是原方程的解

答: 该商店第一次购进水果 100 千克.

(2) 设每千克水果的标价是 x 元,

则 $(100+100 \times 2 - 20) \times x + 20 \times 0.5x \geq 1000 + 2400 + 950$

整理, 可得: $290x \geq 4350$

解得 $x \geq 15$

$\therefore$ 每千克水果的标价至少是 15 元.

答: 每千克水果的标价至少是 15 元.

【点评】此题主要考查了分式方程的应用, 以及一元一次不等式的应用, 要熟练掌握, 注意建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵.

19. (7 分) (2017•云南) 在一个不透明的盒子中, 装有 3 个分别写有数字 6, -2 , 7 的小球, 他们的形状、大小、质地完全相同, 搅拌均匀后, 先从盒子里随机抽取 1 个小球, 记下小球上的数字后放回盒子, 搅拌均匀后再随机取出 1 个小球, 再记下小球上的数字.

(1) 用列表法或树状图法 (树状图也称树形图) 中的一种方法, 写出所有可能出现的结果;

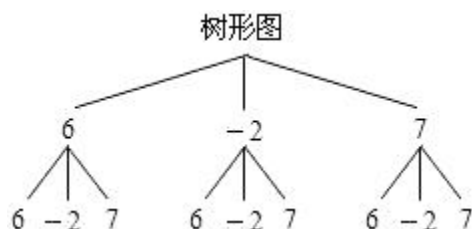
(2) 求两次取出的小球上的数字相同的概率 P .

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】(1) 根据题意先画出树状图, 得出所有可能出现的结果数;

(2) 根据 (1) 可得共有 9 种情况, 两次取出小球上的数字相同有 3 种: (6, 6)、 $(-2, -2)$ 、(7, 7), 再根据概率公式即可得出答案.

【解答】解: (1) 根据题意画图如下:



所有可能出现的结果共有 9 种；

(2) $\because$ 共有 9 种情况，两次取出小球上的数字相同的有 3 种情况，

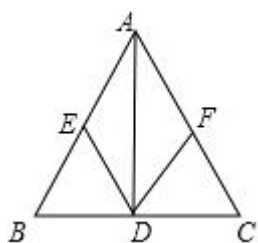
$\therefore$ 两次取出小球上的数字相同的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

【点评】 此题可以采用列表法或者采用树状图法，列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件．树状图法适用于两步或两步以上完成的事件．解题时还要注意是放回实验还是不放回实验．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

20. (8 分) (2017•云南) 如图， $\triangle ABC$ 是以 BC 为底的等腰三角形， AD 是边 BC 上的高，点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点．

(1) 求证：四边形 $AEDF$ 是菱形；

(2) 如果四边形 $AEDF$ 的周长为 12，两条对角线的和等于 7，求四边形 $AEDF$ 的面积 S ．



【考点】 LA：菱形的判定与性质；KH：等腰三角形的性质．

【分析】 (1) 先根据直角三角形斜边上中线的性质，得出 $DE = \frac{1}{2}AB = AE$ ， $DF = \frac{1}{2}AC = AF$ ，再根据 $AB = AC$ ，点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点，即可得到 $AE = AF = DE = DF$ ，进而判定四边形 $AEDF$ 是菱形；

(2) 设 $EF = x$ ， $AD = y$ ，则 $x + y = 7$ ，进而得到 $x^2 + 2xy + y^2 = 49$ ，再根据 $Rt\triangle AOE$

中, $AO^2+EO^2=AE^2$, 得到 $x^2+y^2=36$, 据此可得 $xy=\frac{13}{2}$, 进而得到菱形 AEDF 的面积 S.

【解答】解: (1) $\because AD \perp BC$, 点 E、F 分别是 AB、AC 的中点,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } DE=\frac{1}{2}AB=AE,$$

$$\text{Rt}\triangle ACD \text{ 中, } DF=\frac{1}{2}AC=AF,$$

又 $\because AB=AC$, 点 E、F 分别是 AB、AC 的中点,

$$\therefore AE=AF,$$

$$\therefore AE=AF=DE=DF,$$

$\therefore$ 四边形 AEDF 是菱形;

(2) 如图, $\because$ 菱形 AEDF 的周长为 12,

$$\therefore AE=3,$$

设 $EF=x$, $AD=y$, 则 $x+y=7$,

$$\therefore x^2+2xy+y^2=49, \quad \textcircled{1}$$

$\because AD \perp EF$ 于 O,

$$\therefore \text{Rt}\triangle AOE \text{ 中, } AO^2+EO^2=AE^2,$$

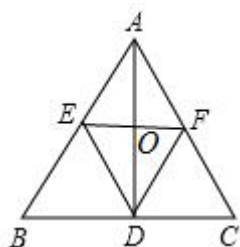
$$\therefore \left(\frac{1}{2}y\right)^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 3^2,$$

$$\text{即 } x^2+y^2=36, \quad \textcircled{2}$$

把②代入①, 可得 $2xy=13$,

$$\therefore xy=\frac{13}{2},$$

$$\therefore \text{菱形 AEDF 的面积 } S=\frac{1}{2}xy=\frac{13}{4}.$$



【点评】 本题主要考查了菱形的判定与性质的运用， 解题时注意： 四条边相等的四边形是菱形； 菱形的面积等于对角线长乘积的一半.

21. (8 分) (2017•云南) 已知二次函数 $y = -2x^2 + bx + c$ 图象的顶点坐标为 $(3, 8)$ ， 该二次函数图象的对称轴与 x 轴的交点为 A ， M 是这个二次函数图象上的点， O 是原点.

(1) 不等式 $b + 2c + 8 \geq 0$ 是否成立？ 请说明理由；

(2) 设 S 是 $\triangle AMO$ 的面积， 求满足 $S = 9$ 的所有点 M 的坐标.

【考点】 HA： 抛物线与 x 轴的交点； H4： 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 (1) 由题意可知抛物线的解析式为 $y = -2(x - 3)^2 + 8$ ， 由此求出 b 、 c 即可解决问题.

(2) 设 $M(m, n)$ ， 由题意 $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |n| = 9$ ， 可得 $n = \pm 6$ ， 分两种情形列出方程求出 m 的值即可；

【解答】 解： (1) 由题意抛物线的顶点坐标 $(3, 8)$ ，

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -2(x - 3)^2 + 8 = -2x^2 + 12x - 10$ ，

$\therefore b = 12$ ， $c = -10$ ，

$\therefore b + 2c + 8 = 12 - 20 + 8 = 0$ ，

$\therefore$ 不等式 $b + 2c + 8 \geq 0$ 成立.

(2) 设 $M(m, n)$ ，

由题意 $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |n| = 9$ ，

$\therefore n = \pm 6$ ，

①当 $n=6$ 时, $6 = -2m^2 + 12m - 10$,

解得 $m=2$ 或 4 ,

②当 $n = -6$ 时, $-6 = -2m^2 + 12m - 10$,

解得 $m=3 \pm \sqrt{7}$,

$\therefore$ 满足条件的点 M 的坐标为 $(2, 6)$ 或 $(4, 6)$ 或 $(3 + \sqrt{7}, -6)$ 或 $(3 - \sqrt{7}, -6)$.

【点评】 本题考查抛物线与 x 轴的交点、二次函数图象与系数的关系等知识, 解题的关键是熟练掌握二次函数的三种形式, 学会利用参数构建方程解决问题.

22. (9 分) (2017•云南) 在学习贯彻习近平总书记关于生态文明建设系列重要讲话精神, 牢固树立“绿水青山就是金山银山”理念, 把生态文明建设融入经济建设、政治建设、文化建设、社会建设各个方面和全过程, 建设美丽中国的活动中, 某学校计划组织全校 1441 名师生到相关部门规划的林区植树, 经过研究, 决定租用当地租车公司一共 62 辆 A、B 两种型号客车作为交通工具. 下表是租车公司提供给学校有关两种型号客车的载客量和租金信息:

型号	载客量	租金单价
A	30 人/辆	380 元/辆
B	20 人/辆	280 元/辆

注: 载客量指的是每辆客车最多可载该校师生的人数.

(1) 设租用 A 型号客车 x 辆, 租车总费用为 y 元, 求 y 与 x 的函数解析式 (也称关系式), 请直接写出 x 的取值范围;

(2) 若要使租车总费用不超过 21940 元, 一共有几种租车方案? 哪种租车方案最省钱?

【考点】 FH: 一次函数的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【分析】 (1) 根据租车总费用=A、B 两种车的费用之和, 列出函数关系式即可;

(2) 列出不等式, 求出自变量 x 的取值范围, 利用函数的性质即可解决问题;

【解答】 解: (1) 由题意: $y = 380x + 280(62 - x) = 100x + 17360$.

$\therefore 30x + 20(62 - x) \geq 1441$,

$$\therefore x \geq 20.1,$$

又 $\because x$ 为整数,

$\therefore x$ 的取值范围为 $21 \leq x \leq 62$ 的整数.

(2) 由题意 $100x + 17360 \leq 21940$,

$$\therefore x \leq 45.8,$$

$$\therefore 21 \leq x \leq 45,$$

$\therefore$ 共有 25 种租车方案,

$x=21$ 时, y 有最小值=19460 元.

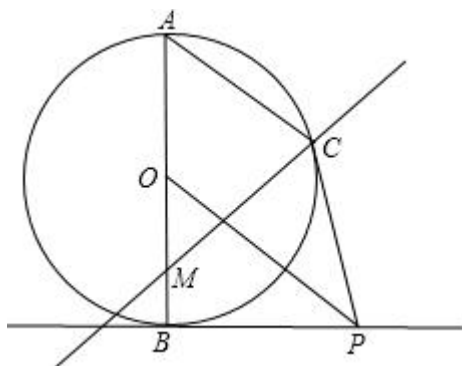
【点评】 本题考查一次函数的应用、一元一次不等式的应用等知识, 解题的关键是理解题意, 学会利用函数的性质解决最值问题.

23. (12 分) (2017•云南) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, PB 是 $\odot O$ 的切线, C 是 $\odot O$ 上的点, $AC \parallel OP$, M 是直径 AB 上的动点, A 与直线 CM 上的点连线距离的最小值为 d , B 与直线 CM 上的点连线距离的最小值为 f .

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 设 $OP = \frac{3}{2}AC$, 求 $\angle CPO$ 的正弦值;

(3) 设 $AC=9$, $AB=15$, 求 $d+f$ 的取值范围.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 连接 OC , 根据等腰三角形的性质得到 $\angle A = \angle OCA$, 由平行线的性质得到 $\angle A = \angle BOP$, $\angle ACO = \angle COP$, 等量代换得到 $\angle COP = \angle BOP$, 由切线

的性质得到 $\angle OBP=90^\circ$ ，根据全等三角形的性质即可得到结论；

(2) 过 O 作 $OD \perp AC$ 于 D，根据相似三角形的性质得到 $CD \cdot OP = OC^2$ ，根据已知条件得到 $\frac{OC}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，由三角函数的定义即可得到结论；

(3) 连接 BC，根据勾股定理得到 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 12$ ，当 M 与 A 重合时，得到 $d+f=12$ ，当 M 与 B 重合时，得到 $d+f=9$ ，于是得到结论.

【解答】解：(1) 连接 OC，

$$\because OA=OC,$$

$$\therefore \angle A = \angle OCA,$$

$$\because AC \parallel OP,$$

$$\therefore \angle A = \angle BOP, \quad \angle ACO = \angle COP,$$

$$\therefore \angle COP = \angle BOP,$$

$$\because PB \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线, } AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径,}$$

$$\therefore \angle OBP = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle POC \text{ 与 } \triangle POB \text{ 中, } \begin{cases} OC=OB \\ \angle COP = \angle BOP, \\ OP=OP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle COP \cong \triangle BOP,$$

$$\therefore \angle OCP = \angle OBP = 90^\circ,$$

$$\therefore PC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线;}$$

$$(2) \text{ 过 O 作 } OD \perp AC \text{ 于 D,}$$

$$\therefore \angle ODC = \angle OCP = 90^\circ, \quad CD = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because \angle DCO = \angle COP,$$

$$\therefore \triangle ODC \sim \triangle PCO,$$

$$\therefore \frac{CD}{OC} = \frac{OC}{PO},$$

$$\therefore CD \cdot OP = OC^2,$$

$$\therefore OP = \frac{3}{2}AC,$$

$$\therefore AC = \frac{2}{3}OP,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{3}OP,$$

$$\therefore \frac{1}{3}OP \cdot OP = OC^2$$

$$\therefore \frac{OC}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \sin \angle CPO = \frac{OC}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

(3) 连接 BC,

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore AC \perp BC,$

$\therefore AC=9, AB=15,$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 12,$$

当 $CM \perp AB$ 时,

$d=AM, f=BM,$

$\therefore d+f=AM+BM=15,$

当 M 与 B 重合时,

$d=9, f=0,$

$\therefore d+f=9,$

$\therefore d+f$ 的取值范围是: $9 \leq d+f \leq 15$.

