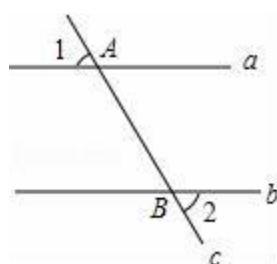


2016 年云南省中考数学试卷

一、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. $|-3| = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 如图，直线 $a \parallel b$ ，直线 c 与直线 a 、 b 分别相交于 A 、 B 两点，若 $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.



3. 因式分解： $x^2 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 若一个多边形的边数为 6，则这个多边形的内角和为 720° .

5. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 有两个相等的实数根，那么实数 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

6. 如果圆柱的侧面展开图是相邻两边长分别为 6， 16π 的长方形，那么这个圆柱的体积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题（本大题共 8 小题，每小题只有一个正确选项，每小题 4 分，满分 32 分）

7. 据《云南省生物物种名录（2016 版）》介绍，在素有“动植物王国”之美称的云南，已经发现的动植物有 25434 种，25434 用科学记数法表示为（ ）

- A. 2.5434×10^3 B. 2.5434×10^4 C. 2.5434×10^{-3} D. 2.5434×10^{-4}

8. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围为（ ）

- A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \neq 2$

9. 若一个几何体的主视图、左视图、俯视图是半径相等的圆，则这个几何体是（ ）

- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 球 D. 正方体

10. 下列计算，正确的是（ ）

- A. $(-2)^{-2} = 4$ B. $\sqrt{(-2)^2} = -2$
C. $4^6 \div (-2)^6 = 64$ D. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{6}$

11. 位于第一象限的点 E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 点 F 在 x 轴的正半轴上, O 是坐标原点. 若 $EO = EF$, $\triangle EOF$ 的面积等于 2, 则 $k =$ ()

- A. 4 B. 2 C. 1 D. -2

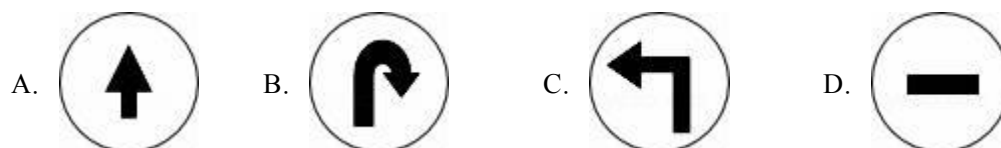
12. 某校随机抽查了 10 名参加 2016 年云南省初中学业水平考试学生的体育成绩, 得到的结果如表:

成绩 (分)	46	47	48	49	50
人数 (人)	1	2	1	2	4

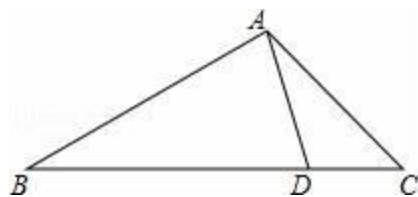
下列说法正确的是 ()

- A. 这 10 名同学的体育成绩的众数为 50
 B. 这 10 名同学的体育成绩的中位数为 48
 C. 这 10 名同学的体育成绩的方差为 50
 D. 这 10 名同学的体育成绩的平均数为 48

13. 下列交通标志中, 是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



14. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, $AB = 4$, $AD = 2$, $\angle DAC = \angle B$. 如果 $\triangle ABD$ 的面积为 15, 那么 $\triangle ACD$ 的面积为 ()

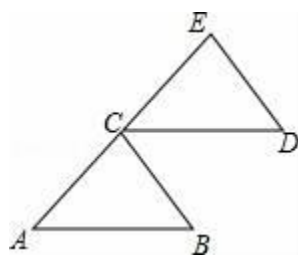


- A. 15 B. 10 C. $\frac{15}{2}$ D. 5

三. 解答题 (共 9 个小题, 共 70 分)

15. 解不等式组 $\begin{cases} 2(x+3) > 10 \\ 2x+1 > x \end{cases}$.

16. 如图：点 C 是 AE 的中点， $\angle A = \angle ECD$ ， $AB = CD$ ，求证： $\angle B = \angle D$.

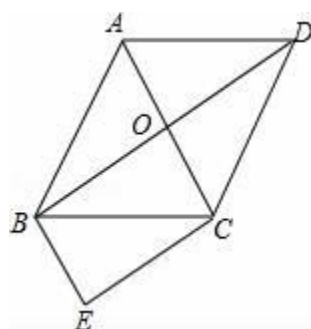


17. 食品安全是关乎民生的重要问题，在食品中添加过量的添加剂对人体健康有害，但适量的添加剂对人体健康无害而且有利于食品的储存和运输. 为提高质量，做进一步研究，某饮料加工厂需生产 A、B 两种饮料共 100 瓶，需加入同种添加剂 270 克，其中 A 饮料每瓶需加添加剂 2 克，B 饮料每瓶需加添加剂 3 克，饮料加工厂生产了 A、B 两种饮料各多少克？

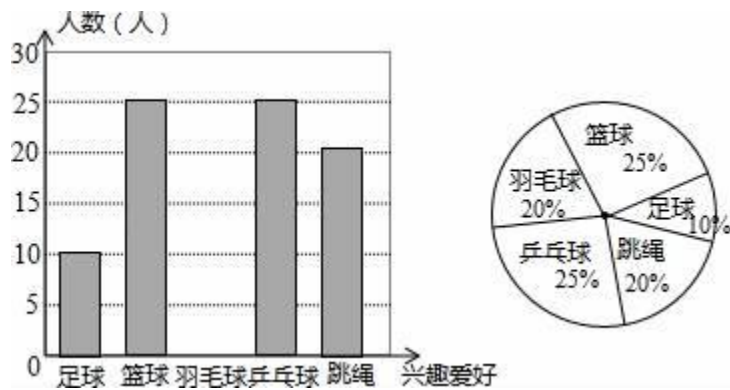
18. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O ， $\angle ABC : \angle BAD = 1 : 2$ ， $BE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$.

(1) 求 $\tan \angle DBC$ 的值；

(2) 求证：四边形 $OBEC$ 是矩形.



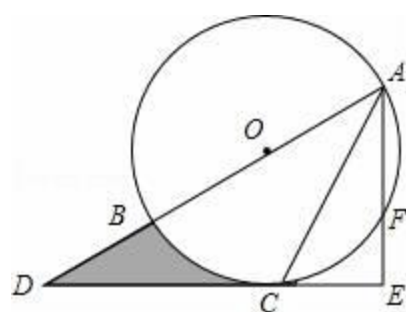
19. 某中学为了丰富学生的校园体育锻炼生活, 决定根据学生的兴趣爱好采购一批体育用品供学生课后锻炼使用, 因此学校随机抽取了部分同学就兴趣爱好进行调查, 将收集的数据整理并绘制成下列两幅统计图, 请根据图中的信息, 完成下列问题:



- (1) 设学校这次调查共抽取了 n 名学生, 直接写出 n 的值;
- (2) 请你补全条形统计图;
- (3) 设该校共有学生 1200 名, 请你估计该校有多少名学生喜欢跳绳?

20. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 过点 C 的直线交 AB 的延长线于点 D , $AE \perp DC$, 垂足为 E , F 是 AE 与 $\odot O$ 的交点, AC 平分 $\angle BAE$.

- (1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AE=6$, $\angle D=30^\circ$, 求图中阴影部分的面积.

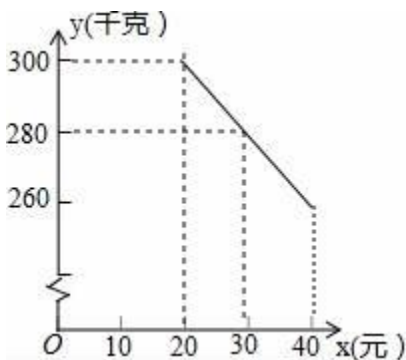


21. 某超市为庆祝开业举办大酬宾抽奖活动，凡在开业当天进店购物的顾客，都能获得一次抽奖的机会，抽奖规则如下：在一个不透明的盒子里装有分别标有数字 1、2、3、4 的 4 个小球，它们的形状、大小、质地完全相同，顾客先从盒子里随机取出一个小球，记下小球上标有的数字，然后把小球放回盒子并搅拌均匀，再从盒子中随机取出一个小球，记下小球上标有的数字，并计算两次记下的数字之和，若两次所得的数字之和为 8，则可获得 50 元代金券一张；若所得的数字之和为 6，则可获得 30 元代金券一张；若所得的数字之和为 5，则可获得 15 元代金券一张；其他情况都不中奖.

- (1) 请用列表或树状图（树状图也称树形图）的方法（选其中一种即可），把抽奖一次可能出现的结果表示出来；
- (2) 假如你参加了该超市开业当天的一次抽奖活动，求能中奖的概率 P .

22. 草莓是云南多地盛产的一种水果，今年某水果销售店在草莓销售旺季，试销售成本为每千克 20 元的草莓，规定试销期间销售单价不低于成本单价，也不高于每千克 40 元，经试销发现，销售量 y （千克）与销售单价 x （元）符合一次函数关系，如图是 y 与 x 的函数关系图象.

- (1) 求 y 与 x 的函数解析式（也称关系式）
- (2) 设该水果销售店试销草莓获得的利润为 W 元，求 W 的最大值.



23. (12 分) (2016•云南) 有一列按一定顺序和规律排列的数:

第一个数是 $\frac{1}{1 \times 2}$;

第二个数是 $\frac{1}{2 \times 3}$;

第三个数是 $\frac{1}{3 \times 4}$;

...

对任何正整数 n , 第 n 个数与第 $(n+1)$ 个数的和等于 $\frac{2}{n \times (n+2)}$.

(1) 经过探究, 我们发现: $\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

设这列数的第 5 个数为 a , 那么 $a > \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$, $a = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$, $a < \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$, 哪个正确?

请你直接写出正确的结论;

(2) 请你观察第 1 个数、第 2 个数、第 3 个数, 猜想这列数的第 n 个数 (即用正整数 n 表示第 n 数), 并且证明你的猜想满足“第 n 个数与第 $(n+1)$ 个数的和等于 $\frac{2}{n \times (n+2)}$ ”;

(3) 设 M 表示 $\frac{1}{1^2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{3^2}, \dots, \frac{1}{2016^2}$, 这 2016 个数的和, 即 $M = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2016^2}$,

求证: $\frac{2016}{2017} < M < \frac{4031}{2016}$.

2016 年云南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. $|-3| = \underline{3}$.

【考点】绝对值.

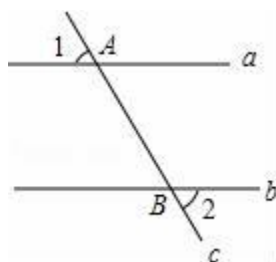
【分析】根据负数的绝对值等于这个数的相反数，即可得出答案.

【解答】解： $|-3|=3$.

故答案为：3.

【点评】此题主要考查了绝对值的性质，正确记忆绝对值的性质是解决问题的关键.

2. 如图，直线 $a \parallel b$ ，直线 c 与直线 a 、 b 分别相交于 A、B 两点，若 $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2 = \underline{60^\circ}$.



【考点】平行线的性质.

【分析】先根据平行线的性质求出 $\angle 3$ 的度数，再由对顶角的定义即可得出结论.

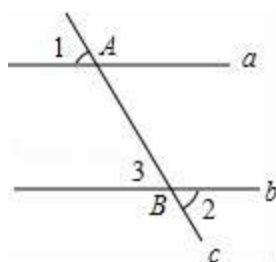
【解答】解： $\because$ 直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 60^\circ.$$

$\because \angle 2$ 与 $\angle 3$ 是对顶角，

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 60^\circ.$$

故答案为： 60° .



【点评】本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等.

3. 因式分解: $x^2 - 1 = \underline{(x+1)(x-1)}$.

【考点】因式分解-运用公式法.

【专题】因式分解.

【分析】方程利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式 = $(x+1)(x-1)$.

故答案为: $(x+1)(x-1)$.

【点评】此题考查了因式分解 - 运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

4. 若一个多边形的边数为 6, 则这个多边形的内角和为 720 度.

【考点】多边形内角与外角.

【分析】根据多边形的内角和公式求解即可.

【解答】解: 根据题意得, $180^\circ (6 - 2) = 720^\circ$

故答案为 720

【点评】此题是多边形的内角和外角, 主要考差了多边形的内角和公式, 解本题的关键是熟记多边形的内角和公式.

5. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 有两个相等的实数根, 那么实数 a 的值为 -1 或 2.

【考点】根的判别式.

【分析】根据方程有两个相等的实数根列出关于 a 的方程, 求出 a 的值即可.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 有两个相等的实数根,

$\therefore \Delta = 0$, 即 $4a^2 - 4(a + 2) = 0$, 解得 $a = -1$ 或 2 .

故答案为: -1 或 2 .

【点评】本题考查的是根的判别式, 熟知一元二次方程的解与判别式之间的关系是解答此题的关键.

6. 如果圆柱的侧面展开图是相邻两边长分别为 6, 16π 的长方形, 那么这个圆柱的体积等于 144 或 384π .

【考点】几何体的展开图.

【分析】分两种情况：①底面周长为 6 高为 16π ；②底面周长为 16π 高为 6；先根据底面周长得到底面半径，再根据圆柱的体积公式计算即可求解.

【解答】解：①底面周长为 6 高为 16π ,

$$\begin{aligned}& \pi \times \left(\frac{6}{2\pi}\right)^2 \times 16\pi \\&= \pi \times \frac{9}{\pi^2} \times 16\pi \\&= 144;\end{aligned}$$

②底面周长为 16π 高为 6,

$$\begin{aligned}& \pi \times \left(\frac{16\pi}{2\pi}\right)^2 \times 6 \\&= \pi \times 64 \times 6 \\&= 384\pi.\end{aligned}$$

答：这个圆柱的体积可以是 144 或 384π .

故答案为：144 或 384π .

【点评】本题考查了展开图折叠成几何体，本题关键是熟练掌握圆柱的体积公式，注意分类思想的运用.

二、选择题（本大题共 8 小题，每小题只有一个正确选项，每小题 4 分，满分 32 分）

7. 据《云南省生物物种名录（2016 版）的》介绍，在素有“动植物王国”之美称的云南，已经发现的动植物有 25434 种，25434 用科学记数法表示为（ ）

A. 2.5434×10^3 B. 2.5434×10^4 C. 2.5434×10^{-3} D. 2.5434×10^{-4}

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：在素有“动植物王国”之美称的云南，已经发现的动植物有 25434 种，25434 用科学记数法表示为 2.5434×10^4 ,

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

8. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围为 ()

A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \neq 2$

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】根据当函数表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零，判断求解即可.

【解答】解：∵ 函数表达式 $y = \frac{1}{x-2}$ 的分母中含有自变量 x ,

∴ 自变量 x 的取值范围为： $x - 2 \neq 0$,

即 $x \neq 2$.

故选 D.

【点评】本题考查了函数自变量取值范围的知识，求自变量的取值范围的关键在于必须使含有自变量的表达式都有意义.

9. 若一个几何体的主视图、左视图、俯视图是半径相等的圆，则这个几何体是 ()

A. 圆柱 B. 圆锥 C. 球 D. 正方体

【考点】由三视图判断几何体.

【分析】利用三视图都是圆，则可得出几何体的形状.

【解答】解：主视图、俯视图和左视图都是圆的几何体是球.

故选 C.

【点评】本题考查了由三视图确定几何体的形状，学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

10. 下列计算，正确的是 ()

A. $(-2)^{-2} = 4$ B. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ C. $4^6 \div (-2)^6 = 64$ D. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{6}$

【考点】二次根式的加减法；有理数的乘方；负整数指数幂；二次根式的性质与化简.

【分析】依次根据负整指数的运算，算术平方根的计算，整式的除法，二次根式的化简和合并进行判断即可.

【解答】解：A、 $(-2)^{-2} = \frac{1}{4}$ ，所以 A 错误，

B、 $\sqrt{(-2)^2} = 2$ ，所以 B 错误，

C、 $4^6 \div (-2)^6 = 2^{12} \div 2^6 = 2^6 = 64$ ，所以 C 正确；

D、 $\sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ ，所以 D 错误，

故选 C

【点评】此题是二次根式的加减法，主要考查了负整指数的运算，算术平方根的计算，整式的除法，二次根式的化简和合并同类二次根式，熟练掌握这些知识点是解本题的关键.

11. 位于第一象限的点 E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，点 F 在 x 轴的正半轴上，O 是坐标原点. 若 $EO = EF$ ， $\triangle EOF$ 的面积等于 2，则 $k =$ ()

A. 4 B. 2 C. 1 D. -2

【考点】反比例函数系数 k 的几何意义.

【分析】此题应先由三角形的面积公式，再求解 k 即可.

【解答】解：因为位于第一象限的点 E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，点 F 在 x 轴的正半轴上，O 是坐标原点. 若 $EO = EF$ ， $\triangle EOF$ 的面积等于 2，

所以 $\frac{1}{2} \times 2xy = 2$,

解得： $xy = 2$,

所以： $k = 2$,

故选： B

【点评】主要考查了反比例函数系数 k 的几何意义问题，关键是由三角形的面积公式，再求解 k.

12. 某校随机抽查了 10 名参加 2016 年云南省初中学业水平考试学生的体育成绩，得到的结果如表：

成绩 (分)	46	47	48	49	50
人数 (人)	1	2	1	2	4

下列说法正确的是 ()

A. 这 10 名同学的体育成绩的众数为 50

B. 这 10 名同学的体育成绩的中位数为 48

C. 这 10 名同学的体育成绩的方差为 50

D. 这 10 名同学的体育成绩的平均数为 48

【考点】方差；加权平均数；中位数；众数.

【分析】结合表格根据众数、平均数、中位数的概念求解即可.

【解答】解：10 名学生的体育成绩中 50 分出现的次数最多，众数为 50；

第 5 和第 6 名同学的成绩的平均值为中位数，中位数为： $\frac{49+49}{2}=49$ ；

平均数= $\frac{46+2 \times 47+48+2 \times 49+4 \times 50}{10}=48.6$ ，

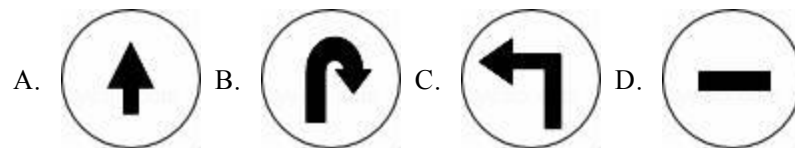
方差= $\frac{1}{10}[(46-48.6)^2+2 \times (47-48.6)^2+(48-48.6)^2+2 \times (49-48.6)^2+4 \times (50-48.6)^2]=50$ ；

∴选项 A 正确，B、C、D 错误；

故选：A.

【点评】本题考查了众数、平均数、中位数的知识，掌握各知识点的概念是解答本题的关键.

13. 下列交通标志中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）



【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，符合题意；

B、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意；

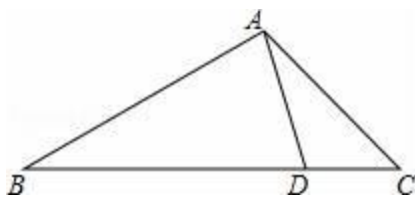
C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形，不符合题意.

故选 A.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义，根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

14. 如图，D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点， $AB=4$ ， $AD=2$ ， $\angle DAC=\angle B$. 如果 $\triangle ABD$ 的面积为 15，那么 $\triangle ACD$ 的面积为（ ）



A. 15 B. 10 C. $\frac{15}{2}$ D. 5

【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】首先证明 $\triangle ACD \sim \triangle BCA$ ，由相似三角形的性质可得： $\triangle ACD$ 的面积： $\triangle ABC$ 的面积为1：4，因为 $\triangle ABD$ 的面积为9，进而求出 $\triangle ACD$ 的面积.

【解答】解： $\because \angle DAC = \angle B, \angle C = \angle C,$

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCA,$

$\because AB=4, AD=2,$

$\therefore \triangle ACD$ 的面积： $\triangle ABC$ 的面积为1：4，

$\therefore \triangle ACD$ 的面积： $\triangle ABD$ 的面积=1：3，

$\because \triangle ABD$ 的面积为15，

$\therefore \triangle ACD$ 的面积 $\therefore \triangle ACD$ 的面积=5.

故选 D.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质：相似三角形的面积比等于相似比的平方，是中考常见题型.

三. 解答题 (共 9 个小题, 共 70 分)

15. 解不等式组
$$\begin{cases} 2(x+3) > 10 \\ 2x+1 > x \end{cases}.$$

【考点】解一元一次不等式组.

【分析】分别解得不等式 $2(x+3) > 10$ 和 $2x+1 > x$ ，然后取得这两个不等式解的公共部分即可得出答案.

【解答】解： $\because \begin{cases} 2(x+3) > 10 \text{ ①} \\ 2x+1 > x \text{ ②} \end{cases},$

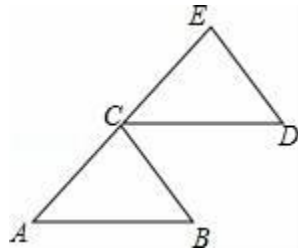
$\therefore$ 解不等式①得： $x > 2,$

解不等式②得： $x > -1,$

$\therefore$ 不等式组的解集为： $x > 2.$

【点评】 本题主要考查了解一元一次不等式组的知识， 要掌握解集的规律： 同大取大； 同小取小； 大小小大中间找； 大大小小找不到.

16. 如图： 点 C 是 AE 的中点， $\angle A = \angle ECD$ ， $AB = CD$ ， 求证： $\angle B = \angle D$.



【考点】 全等三角形的判定与性质.

【专题】 证明题.

【分析】 根据全等三角形的判定方法 SAS， 即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ， 根据全等三角形的性质： 得出结论.

【解答】 证明： $\because$ 点 C 是 AE 的中点，

$$\therefore AC = CE,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle CDE \text{ 中, } \begin{cases} AC = CE \\ \angle A = \angle ECD, \\ AB = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDE,$$

$$\therefore \angle B = \angle D.$$

【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质， 全等三角形的判定方法： SSS， SAS， ASA， AAS， 直角三角形还有 HL.

17. 食品安全是关乎民生的重要问题， 在食品中添加过量的添加剂对人体健康有害， 但适量的添加剂对人体健康无害而且有利于食品的储存和运输. 为提高质量， 做进一步研究， 某饮料加工厂需生产 A、 B 两种饮料共 100 瓶， 需加入同种添加剂 270 克， 其中 A 饮料每瓶需加添加剂 2 克， B 饮料每瓶需加添加剂 3 克， 饮料加工厂生产了 A、 B 两种饮料各多少克？

【考点】 二元一次方程组的应用.

【分析】 设 A 种饮料生产了 x 瓶， B 种饮料生产了 y 瓶， 根据： ①A 种饮料瓶数+B 种饮料瓶数=100， ②A 种饮料添加剂的总质量+B 种饮料的总质量=270， 列出方程组求解可得.

【解答】 解： 设 A 种饮料生产了 x 瓶， B 种饮料生产了 y 瓶，

根据题意，得：
$$\begin{cases} x+y=100 \\ 2x+3y=270 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=30 \\ y=70 \end{cases}$$

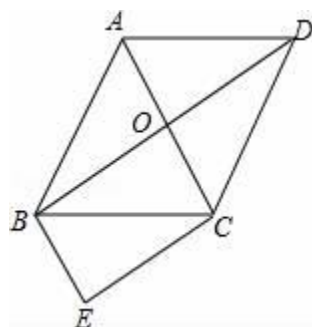
答：A 种饮料生产了 30 瓶，B 种饮料生产了 70 瓶.

【点评】 本题主要考查二元一次方程组的应用能力，在解题时要能根据题意得出等量关系，列出方程组是本题的关键.

18. 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O， $\angle ABC : \angle BAD = 1 : 2$ ， $BE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$.

(1) 求 $\tan \angle DBC$ 的值；

(2) 求证：四边形 OBEC 是矩形.



【考点】 矩形的判定；菱形的性质；解直角三角形.

【专题】 计算题；矩形 菱形 正方形.

【分析】 (1) 由四边形 ABCD 是菱形，得到对边平行，且 BD 为角平分线，利用两直线平行得到一对同旁内角互补，根据已知角之比求出相应度数，进而求出 $\angle BDC$ 度数，即可求出 $\tan \angle DBC$ 的值；

(2) 由四边形 ABCD 是菱形，得到对角线互相垂直，利用两组对边平行的四边形是平行四边形，再利用有一个角为直角的平行四边形是矩形即可得证.

【解答】 (1) 解： $\because$ 四边形 ABCD 是菱形，

$$\therefore AD \parallel BC, \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC : \angle BAD = 1 : 2,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ,$$

则 $\tan \angle DBC = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

(2) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, 即 $\angle BOC = 90^\circ$,

$\because BE \parallel AC$, $CE \parallel BD$,

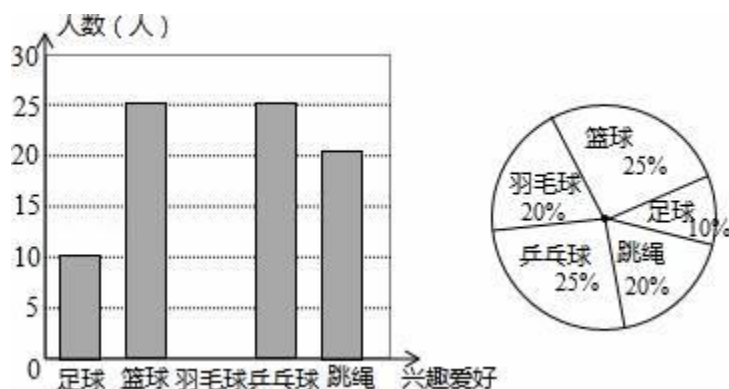
$\therefore BE \parallel OC$, $CE \parallel OB$,

$\therefore$ 四边形 OBEC 是平行四边形,

则四边形 OBEC 是矩形.

【点评】 此题考查了矩形的判定, 菱形的性质, 以及解直角三角形, 熟练掌握判定与性质是解本题的关键.

19. 某中学为了丰富学生的校园体育锻炼生活, 决定根据学生的兴趣爱好采购一批体育用品供学生课后锻炼使用, 因此学校随机抽取了部分同学就兴趣爱好进行调查, 将收集的数据整理并绘制成下列两幅统计图, 请根据图中的信息, 完成下列问题:



(1) 设学校这次调查共抽取了 n 名学生, 直接写出 n 的值;

(2) 请你补全条形统计图;

(3) 设该校共有学生 1200 名, 请你估计该校有多少名学生喜欢跳绳?

【考点】 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

【分析】 (1) 根据喜欢篮球的人数有 25 人, 占总人数的 25% 即可得出总人数;

(2) 根据总人数求出喜欢羽毛球的人数, 补全条形统计图即可;

(3) 求出喜欢跳绳的人数占总人数的 20% 即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 喜欢篮球的人数有 25 人, 占总人数的 25%,

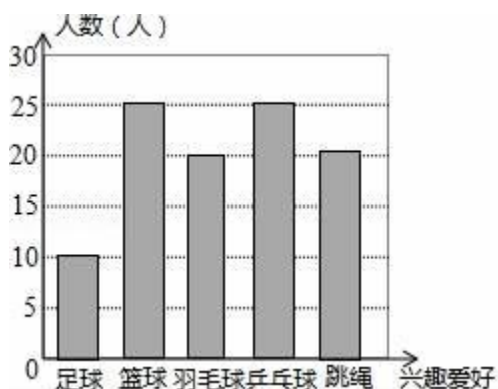
$$\therefore \frac{25}{25\%} = 100 \text{ (人)};$$

(2) $\because$ 喜欢羽毛球的人数 $= 100 \times 20\% = 20$ 人,

$\therefore$ 条形统计图如图;

(3) 由已知得, $1200 \times 20\% = 240$ (人) .

答: 该校约有 240 人喜欢跳绳.

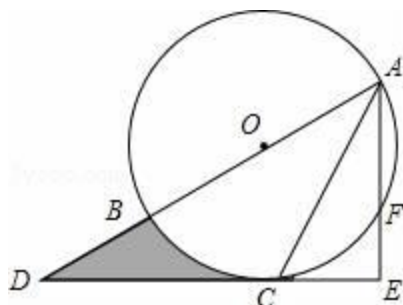


【点评】 本题考查的是条形统计图, 熟知从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较是解答此题的关键.

20. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 过点 C 的直线交 AB 的延长线于点 D , $AE \perp DC$, 垂足为 E , F 是 AE 与 $\odot O$ 的交点, AC 平分 $\angle BAE$.

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AE=6$, $\angle D=30^\circ$, 求图中阴影部分的面积.



【考点】 切线的判定; 扇形面积的计算.

【分析】 (1) 连接 OC , 先证明 $\angle OAC = \angle OCA$, 进而得到 $OC \parallel AE$, 于是得到 $OC \perp CD$, 进而证明 DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 分别求出 $\triangle OCD$ 的面积和扇形 OBC 的面积, 利用 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle OCD} - S_{\text{扇形} OBC}$ 即可得到答案.

【解答】解：（1）连接 OC，

$$\because OA=OC,$$

$$\therefore \angle OAC=\angle OCA,$$

$$\because AC \text{ 平分 } \angle BAE,$$

$$\therefore \angle OAC=\angle CAE,$$

$$\therefore \angle OCA=\angle CAE,$$

$$\therefore OC \parallel AE,$$

$$\therefore \angle OCD=\angle E,$$

$$\because AE \perp DE,$$

$$\therefore \angle E=90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCD=90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp CD,$$

$$\because \text{点 } C \text{ 在圆 } O \text{ 上, } OC \text{ 为圆 } O \text{ 的半径,}$$

$$\therefore CD \text{ 是圆 } O \text{ 的切线;}$$

（2）在 $Rt\triangle AED$ 中，

$$\because \angle D=30^\circ, AE=6,$$

$$\therefore AD=2AE=12,$$

在 $Rt\triangle OCD$ 中， $\because \angle D=30^\circ$ ，

$$\therefore DO=2OC=DB+OB=DB+OC,$$

$$\therefore DB=OB=OC=\frac{1}{3}AD=4, DO=8,$$

$$\therefore CD=\sqrt{DO^2-OC^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle OCD}=\frac{CD \cdot OC}{2}=\frac{4\sqrt{3} \times 4}{2}=8\sqrt{3},$$

$$\because \angle D=30^\circ, \angle OCD=90^\circ,$$

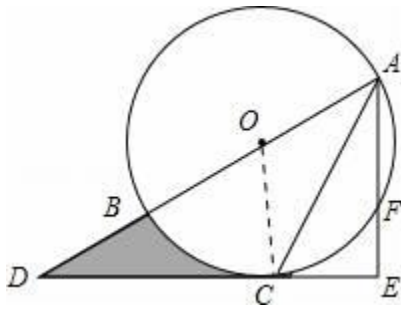
$$\therefore \angle DOC=60^\circ,$$

$$\therefore S_{\text{扇形 } OBC}=\frac{1}{6} \times \pi \times OC^2=\frac{8}{3} \pi,$$

$$\because S_{\text{阴影}}=S_{\triangle COD}-S_{\text{扇形 } OBC}$$

$$\therefore S_{\text{阴影}}=8\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3},$$

∴ 阴影部分的面积为 $8\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}$.



【点评】 本题主要考查了切线的判定以及扇形的面积计算，解（1）的关键是证明 $OC \perp DE$ ，解（2）的关键是求出扇形 OBC 的面积，此题难度一般.

21. 某超市为庆祝开业举办大酬宾抽奖活动，凡在开业当天进店购物的顾客，都能获得一次抽奖的机会，抽奖规则如下：在一个不透明的盒子里装有分别标有数字 1、2、3、4 的 4 个小球，它们的形状、大小、质地完全相同，顾客先从盒子里随机取出一个小球，记下小球上标有的数字，然后把小球放回盒子并搅拌均匀，再从盒子中随机取出一个小球，记下小球上标有的数字，并计算两次记下的数字之和，若两次所得的数字之和为 8，则可获得 50 元代金券一张；若所得的数字之和为 6，则可获得 30 元代金券一张；若所得的数字之和为 5，则可获得 15 元代金券一张；其他情况都不中奖.

（1）请用列表或树状图（树状图也称树形图）的方法（选其中一种即可），把抽奖一次可能出现的结果表示出来；

（2）假如你参加了该超市开业当天的一次抽奖活动，求能中奖的概率 P .

【考点】 列表法与树状图法.

【分析】 （1）首先根据题意画出表格，然后由表格求得所有等可能的结果；

（2）根据概率公式进行解答即可.

【解答】 解：（1）列表得：

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

(2) 由列表可知, 所有可能出现的结果一共有 16 种, 这些结果出现的可能性相同, 其中两次所得数字之和为 8、6、5 的结果有 8 种, 所以抽奖一次中奖的概率为: $P = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

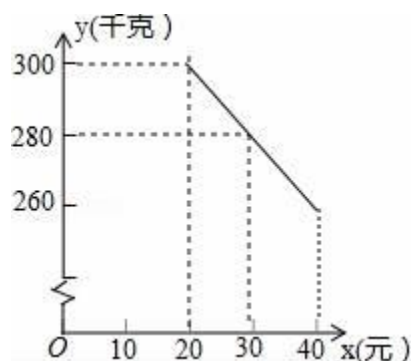
答: 抽奖一次能中奖的概率为 $\frac{1}{2}$.

【点评】 此题考查的是用列表法或树状图法求概率与不等式的性质. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

22. 草莓是云南多地盛产的一种水果, 今年某水果销售店在草莓销售旺季, 试销售成本为每千克 20 元的草莓, 规定试销期间销售单价不低于成本单价, 也不高于每千克 40 元, 经试销发现, 销售量 y (千克) 与销售单价 x (元) 符合一次函数关系, 如图是 y 与 x 的函数关系图象.

(1) 求 y 与 x 的函数解析式 (也称关系式)

(2) 设该水果销售店试销草莓获得的利润为 W 元, 求 W 的最大值.



【考点】 二次函数的应用.

【分析】 (1) 待定系数法求解可得;

(2) 根据: 总利润=每千克利润×销售量, 列出函数关系式, 配方后根据 x 的取值范围可得 W 的最大值.

【解答】 解: (1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$,

根据题意, 得:
$$\begin{cases} 20k+b=300 \\ 30k+b=280 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} k=-2 \\ b=340 \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 的函数解析式为 $y=-2x+340$, ($20 \leq x \leq 40$).

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 由已知得: } W &= (x-20)(-2x+340) \\
 &= -2x^2+380x-6800 \\
 &= -2(x-95)^2+11250, \\
 \because -2 &< 0, \\
 \therefore \text{当 } x \leq 95 \text{ 时, } W &\text{ 随 } x \text{ 的增大而增大,} \\
 \because 20 \leq x &\leq 40, \\
 \therefore \text{当 } x=40 \text{ 时, } W &\text{ 最大, 最大值为 } -2(40-95)^2+11250=5200 \text{ 元.}
 \end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查待定系数法求一次函数解析式与二次函数的应用, 根据相等关系列出函数解析式, 并由二次函数的性质确定其最值是解题的关键.

23. (12 分) (2016·云南) 有一列按一定顺序和规律排列的数:

$$\text{第一个数是 } \frac{1}{1 \times 2};$$

$$\text{第二个数是 } \frac{1}{2 \times 3};$$

$$\text{第三个数是 } \frac{1}{3 \times 4};$$

...

对任何正整数 n , 第 n 个数与第 $(n+1)$ 个数的和等于 $\frac{2}{n \times (n+2)}$.

$$(1) \text{ 经过探究, 我们发现: } \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

设这列数的第 5 个数为 a , 那么 $a > \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$, $a = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$, $a < \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$, 哪个正确?

请你直接写出正确的结论;

(2) 请你观察第 1 个数、第 2 个数、第 3 个数, 猜想这列数的第 n 个数 (即用正整数 n 表示第 n 数), 并且证明你的猜想满足“第 n 个数与第 $(n+1)$ 个数的和等于 $\frac{2}{n \times (n+2)}$ ”;

$$(3) \text{ 设 } M \text{ 表示 } \frac{1}{1^2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{3^2}, \dots, \frac{1}{2016^2} \text{ 这 2016 个数的和, 即 } M = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2016^2},$$

$$\text{求证: } \frac{2016}{2017} < M < \frac{4031}{2016}.$$

【考点】 分式的混合运算; 规律型: 数字的变化类.

【分析】 (1) 由已知规律可得;

(2) 先根据已知规律写出第 n 、 $n+1$ 个数, 再根据分式的运算化简可得;

(3) 将每个分式根据 $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$, 展开后再全部相加可得结论.

【解答】解: (1) 由题意知第 5 个数 $a = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$;

$$\begin{aligned} (2) \because \text{第 } n \text{ 个数为 } \frac{1}{n(n+1)}, \text{ 第 } (n+1) \text{ 个数为 } \frac{1}{(n+1)(n+2)}, \\ \therefore \frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} &= \frac{1}{n+1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+2} \right) \\ &= \frac{1}{n+1} \times \frac{n+2+n}{n(n+2)} \\ &= \frac{1}{n+1} \times \frac{2(n+1)}{n(n+2)} \\ &= \frac{2}{n(n+2)}, \end{aligned}$$

即第 n 个数与第 $(n+1)$ 个数的和等于 $\frac{2}{n \times (n+2)}$;

$$\begin{aligned} (3) \because 1 - \frac{1}{2} &= \frac{1}{1 \times 2} < \frac{1}{1^2} = 1, \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{3} &= \frac{1}{2 \times 3} < \frac{1}{2^2} < \frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{4} &= \frac{1}{3 \times 4} < \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \\ &\dots \\ \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016} &= \frac{1}{2015 \times 2016} < \frac{1}{2015^2} < \frac{1}{2014 \times 2015} = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2016}, \\ \frac{1}{2016} - \frac{1}{2017} &= \frac{1}{2016 \times 2017} < \frac{1}{2016^2} < \frac{1}{2015 \times 2016} = \frac{1}{2015} - \frac{1}{2017}, \\ \therefore 1 - \frac{1}{2017} &< \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2015^2} + \frac{1}{2016^2} < 2 - \frac{1}{2016}, \\ \text{即 } \frac{2016}{2017} &< \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2015^2} + \frac{1}{2016^2} < \frac{4031}{2016}, \\ \therefore \frac{2016}{2017} &< M < \frac{4031}{2016}. \end{aligned}$$

【点评】本题主要考查分式的混合运算及数字的变化规律, 根据已知规律 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

得到 $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$ 是解题的关键.