

2015 年云南省昆明市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

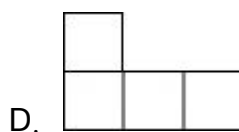
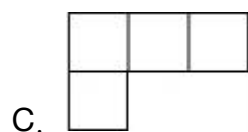
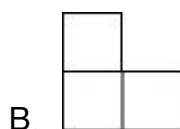
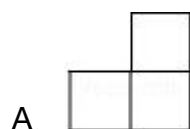
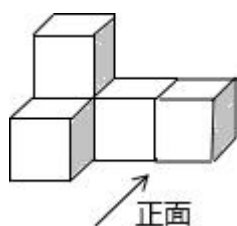
1. (3 分) -5 的绝对值是 ()

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. ± 5

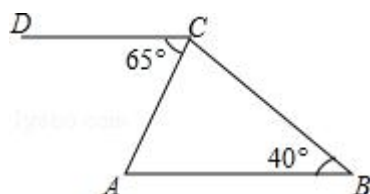
2. (3 分) 某校组织了“讲文明、守秩序、迎南博”知识竞赛活动，从中抽取了 7 名同学的参赛成绩如下（单位：分）：80，90，70，100，60，80，80. 则这组数据的中位数和众数分别是 ()

- A. 90，80 B. 70，80 C. 80，80 D. 100，80

3. (3 分) 由 5 个完全相同的正方体组成的立体图形如图所示，则它的俯视图是 ()



4. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=40^\circ$ ，过点 C 作 $CD \parallel AB$ ， $\angle ACD=65^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



- A. 60° B. 65° C. 70° D. 75°

5. (3分) 下列运算正确的是 ()

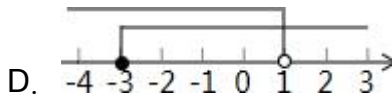
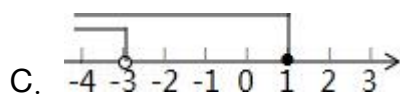
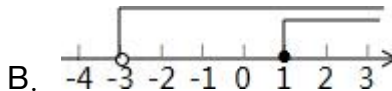
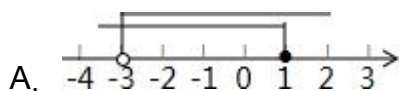
A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$

B. $a^2 \cdot a^4 = a^6$

C. $(2a^2)^3 = 2a^6$

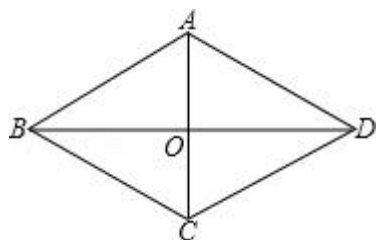
D. $(a+2)^2 = a^2 + 4$

6. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x \leq 1 \\ \frac{x-1}{2} < x+1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



7. (3分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 下列结论:

① $AC \perp BD$; ② $OA = OB$; ③ $\angle ADB = \angle CDB$; ④ $\triangle ABC$ 是等边三角形, 其中一定成立的是 ()



A. ①②

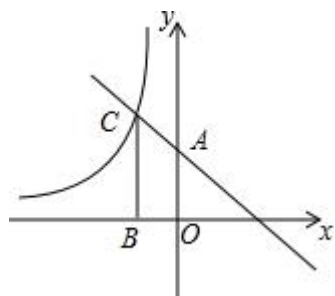
B. ③④

C. ②③

D. ①③

8. (3分) 如图, 直线 $y = -x + 3$ 与 y 轴交于点 A , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

的图象交于点 C , 过点 C 作 $CB \perp x$ 轴于点 B , $AO = 3BO$, 则反比例函数的解析式为 ()



A. $y = \frac{4}{x}$

B. $y = -\frac{4}{x}$

C. $y = \frac{2}{x}$

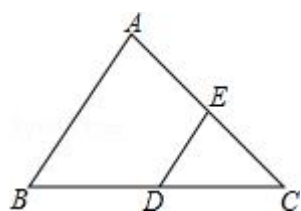
D. $y = -\frac{2}{x}$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

9. (3 分) 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

10. (3 分) 据统计, 截止 2014 年 12 月 28 日, 中国高铁运营总里程超过 16000 千米, 稳居世界高铁里程榜首, 将 16000 千米用科学记数法表示为_____千米.

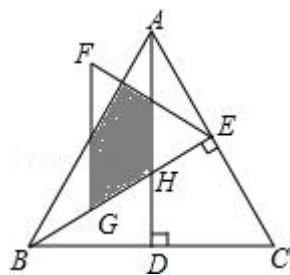
11. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, 点 D 、 E 分别是 BC 、 CA 的中点, 连接 DE , 则 $DE=$ _____.



12. (3 分) 计算: $\frac{3a+2b}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2-b^2} =$ _____.

13. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 4x + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值为_____.

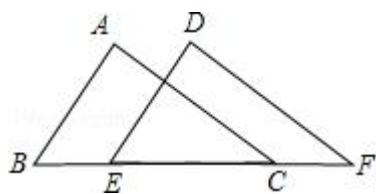
14. (3 分) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 高 AD 、 BE 相交于点 H , $BC=4\sqrt{3}$, 在 BE 上截取 $BG=2$, 以 GE 为边作等边三角形 GEF , 则 $\triangle ABH$ 与 $\triangle GEF$ 重叠 (阴影) 部分的面积为_____.



三、解答题 (共 9 小题, 满分 58 分)

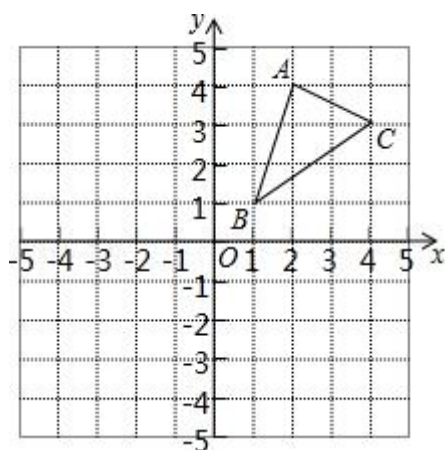
15. (5 分) 计算: $\sqrt{9} + (-1)^{2015} + (6-\pi)^0 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

16. (5 分) 如图, 点 B、E、C、F 在同一条直线上, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle DEF$, $BE = CF$. 求证: $AC = DF$.



17. (6 分) 如图, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 A (2, 4), B (1, 1), C (4, 3).

- (1) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 A_1 的坐标;
- (2) 请画出 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2BC_2$;
- (3) 求出 (2) 中 C 点旋转到 C_2 点所经过的路径长 (结果保留根号和 π).

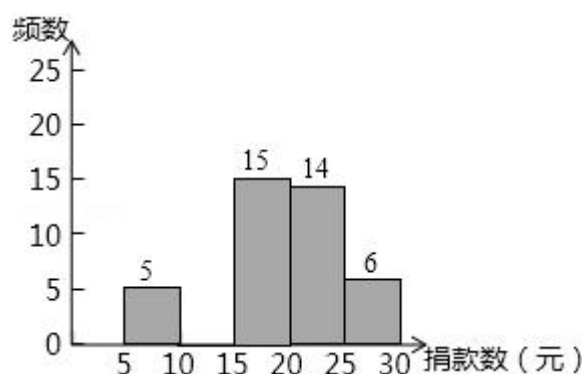


18. (6 分) 2015 年 4 月 25 日，尼泊尔发生了里氏 8.1 级地震，某中学组织了献爱心捐款活动，该校教学兴趣小组对本校学生献爱心捐款额做了一次随机抽样调查，并绘制了不完整的频数分布表和频数分布直方图（每组含前一个边界值，不含后一个边界值）. 如图所示：

捐款额（元）	频数	百分比
$0 \leq x < 5$	5	10%
$10 \leq x < 15$	a	20%
$15 \leq x < 20$	15	30%
$20 \leq x < 25$	14	b
$25 \leq x < 30$	6	12%
总计		100%

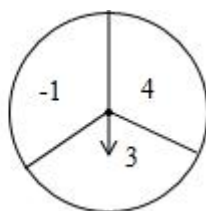
- (1) 填空：a=_____，b=_____；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 该校共有 1600 名学生，估计这次活动中爱心捐款额不低于 20 元的学生有

多少人?

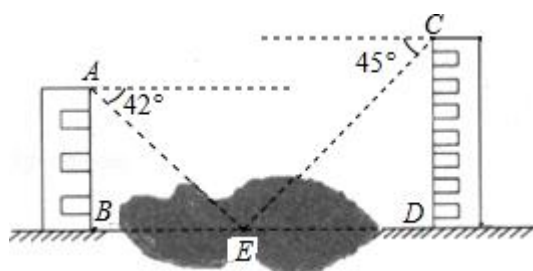


19. (6分) 小云玩抽卡片和旋转盘游戏, 有两张正面分别标有数字 1, 2 的不透明卡片, 背面完全相同; 转盘被平均分成 3 个相等的扇形, 并分别标有数字 -1, 3, 4 (如图所示), 小云把卡片背面朝上洗匀后从中随机抽出一张, 记下卡片上的数字; 然后转动转盘, 转盘停止后, 记下指针所在区域的数字 (若指针在分格线上, 则重转一次, 直到指针指向某一区域为止).

- (1) 请用列表或树状图的方法 (只选其中一种), 表示出两次所得数字可能出现的所有结果;
- (2) 求出两个数字之积为负数的概率.



20. (6 分) 如图, 两幢建筑物 AB 和 CD , $AB \perp BD$, $CD \perp BD$, $AB=15\text{m}$, $CD=20\text{m}$, AB 和 CD 之间有一景观池, 小南在 A 点测得池中喷泉处 E 点的俯角为 42° , 在 C 点测得 E 点的俯角为 45° (点 B 、 E 、 D 在同一直线上), 求两幢建筑物之间的距离 BD (结果精确到 0.1m). (参考数据: $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\cos 42^\circ \approx 0.74$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$)



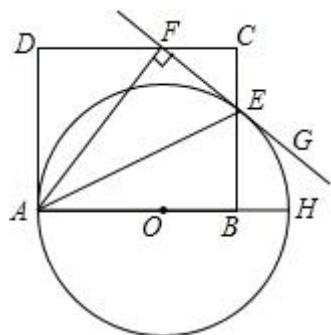
21. (7 分) 某部队将在指定山区进行军事演习, 为了使道路便于部队重型车辆通过, 部队工兵连接到抢修一段长 3600 米道路的任务, 按原计划完成总任务的 $\frac{1}{3}$ 后, 为了让道路尽快投入使用, 工兵连将工作效率提高了 50% , 一共用了 10 小时完成任务.

- (1) 按原计划完成总任务的 $\frac{1}{3}$ 时, 已抢修道路_____米;
- (2) 求原计划每小时抢修道路多少米?

22. (8分) 如图, AH 是 $\odot O$ 的直径, AE 平分 $\angle FAH$, 交 $\odot O$ 于点 E , 过点 E 的直线 $FG \perp AF$, 垂足为 F , B 为半径 OH 上一点, 点 E 、 F 分别在矩形 $ABCD$ 的边 BC 和 CD 上.

(1) 求证: 直线 FG 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $CD=10$, $EB=5$, 求 $\odot O$ 的直径.



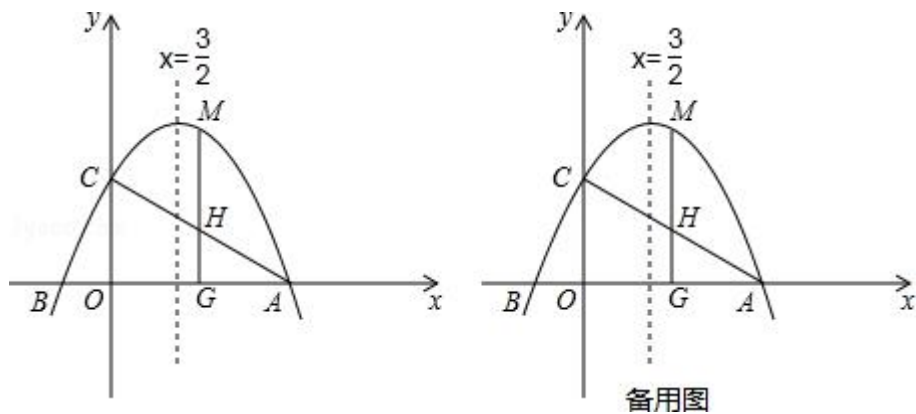
23. (9分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+\frac{3}{2}x+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的右侧), 与 y 轴交于点 C , 点 A 的坐标为 $(4, 0)$, 抛物线的对称轴是直线 $x=\frac{3}{2}$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) M 为第一象限内的抛物线上的一个点, 过点 M 作 $MG \perp x$ 轴于点 G , 交 AC 于点 H , 当线段 $CM=CH$ 时, 求点 M 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 将线段 MG 绕点 G 顺时针旋转一个角 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$),

在旋转过程中，设线段 MG 与抛物线交于点 N ，在线段 GA 上是否存在点 P ，使得以 P 、 N 、 G 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似？如果存在，请求出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由。



2015 年云南省昆明市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) -5 的绝对值是 ()

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. ± 5

【考点】15: 绝对值.

【分析】根据绝对值的含义和求法，可得 -5 的绝对值是： $|-5|=5$ ，据此解答即可.

【解答】解： -5 的绝对值是： $|-5|=5$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了绝对值的含义和求法的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①互为相反数的两个数绝对值相等；②绝对值等于一个正数的数有两个，绝对值等于 0 的数有一个，没有绝对值等于负数的数. ③有理数的绝对值都是非负数.

2. (3 分) 某校组织了“讲文明、守秩序、迎南博”知识竞赛活动，从中抽取了 7 名同学的参赛成绩如下（单位：分）：80，90，70，100，60，80，80. 则这组数据的中位数和众数分别是 ()

- A. 90，80 B. 70，80 C. 80，80 D. 100，80

【考点】W4: 中位数；W5: 众数.

【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数（或两个数的平均数）为中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数据，可得答案.

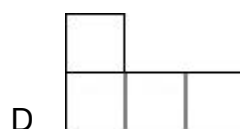
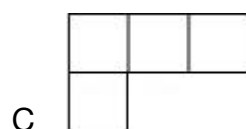
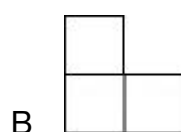
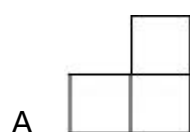
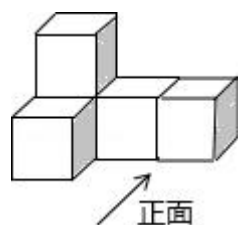
【解答】解：在这一组数据中 80 是出现次数最多的，故众数是 80；

排序后处于中间位置的那个数是 **80**，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是 **80**；

故选：C.

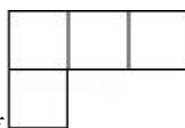
【点评】 本题为统计题，考查极差、众数与中位数的意义．中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数．如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错．

3. (3 分) 由 5 个完全相同的正方体组成的立体图形如图所示，则它的俯视图是 ()



【考点】 U2：简单组合体的三视图．

【分析】 几何体的俯视图有 3 列，每行小正方形数目分别为 1，3，且第一行的一个在第二行的最左边，由此得出答案即可．

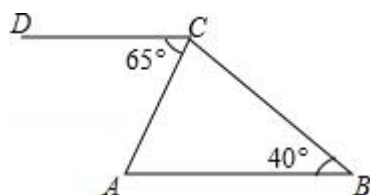


【解答】 解：它的俯视图是 ．

故选：C.

【点评】 此题考查了三视图的作图，注意掌握看所得到的图形的形状、数量与位置．

4. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=40^\circ$, 过点C作 $CD\parallel AB$, $\angle ACD=65^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



- A. 60° B. 65° C. 70° D. 75°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】首先根据 $CD\parallel AB$, 可得 $\angle A=\angle ACD=65^\circ$; 然后在 $\triangle ABC$ 中, 根据三角形的内角和定理, 求出 $\angle ACB$ 的度数为多少即可.

【解答】解: $\because CD\parallel AB$,

$$\therefore \angle A=\angle ACD=65^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB=180^\circ-\angle A-\angle B$$

$$=180^\circ-65^\circ-40^\circ$$

$$=75^\circ$$

即 $\angle ACB$ 的度数为 75° .

故选: D.

【点评】(1) 此题主要考查了平行线的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: (1) 定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等. (2) 定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补. (3) 定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

(2) 此题还考查了三角形的内角和定理, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明

确：三角形的内角和是 180° .

5. (3分) 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$

B. $a^2 \cdot a^4 = a^6$

C. $(2a^2)^3 = 2a^6$

D. $(a+2)^2 = a^2 + 4$

【考点】22：算术平方根；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；

4C：完全平方公式.

【分析】根据同底数幂的乘法的性质，积的乘方的性质，二次根式的性质，完全平方公式，对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、 $\sqrt{(-3)^2} = 3$ ，故错误；

B、正确；

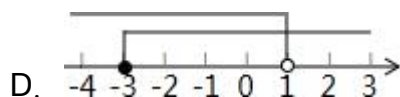
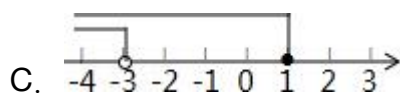
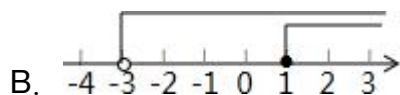
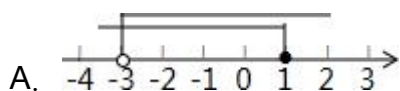
C、 $(2a^2)^3 = 8a^6$ ，故正确；

D、 $(a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$ ，故错误；

故选：B.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方，理清指数的变化是解题的关键.

6. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x \leq 1 \\ \frac{x-1}{2} < x+1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

【分析】解不等式组，求出不等式组的解集，即可解答.

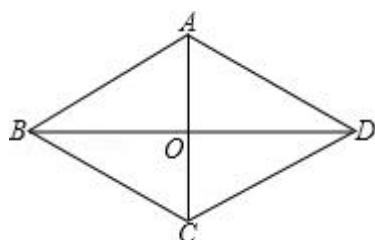
【解答】解：不等式组 $\begin{cases} x \leq 1 \\ \frac{x-1}{2} < x+1 \end{cases}$ 的解集为： $-3 < x \leq 1$,

故选：A.

【点评】本题考查了在数轴上表示不等式的解集，把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

7. (3分) 如图，在菱形ABCD中，对角线AC、BD相交于点O，下列结论：

①AC $\perp$ BD；②OA=OB；③ $\angle ADB = \angle CDB$ ；④ $\triangle ABC$ 是等边三角形，其中一定成立的是（ ）



A. ①②

B. ③④

C. ②③

D. ①③

【考点】L8：菱形的性质.

【分析】根据菱形的性质即可直接作出判断.

【解答】解：根据菱形的对角线互相垂直平分可得：①正确；②错误；

根据菱形的对角线平分一组内角可得③正确.

④错误.

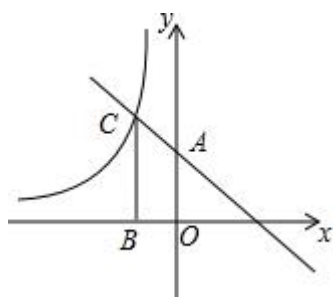
故选：D.

【点评】本题考查了菱形的性质，正确记忆性质的基本内容是关键.

8. (3分) 如图，直线 $y = -x + 3$ 与 y 轴交于点A，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

的图象交于点C，过点C作 $CB \perp x$ 轴于点B， $AO = 3BO$ ，则反比例函数的解

析式为 ()



A. $y = \frac{4}{x}$

B. $y = -\frac{4}{x}$

C. $y = \frac{2}{x}$

D. $y = -\frac{2}{x}$

【考点】G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【专题】16: 压轴题.

【分析】先求出点 A 的坐标, 然后表示出 AO、BO 的长度, 根据 $AO=3BO$, 求出点 C 的横坐标, 代入直线解析式求出纵坐标, 用待定系数法求出反比例函数解析式.

【解答】解: $\because$ 直线 $y = -x+3$ 与 y 轴交于点 A,

$\therefore A(0, 3)$, 即 $OA=3$,

$\because AO=3BO$,

$\therefore OB=1$,

$\therefore$ 点 C 的横坐标为 -1 ,

$\because$ 点 C 在直线 $y = -x+3$ 上,

$\therefore$ 点 C $(-1, 4)$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为: $y = -\frac{4}{x}$.

故选: B.

【点评】本题考查的是反比例函数与一次函数的交点问题, 根据题意确定点 C 的横坐标并求出纵坐标是解题的关键.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

9. (3分) 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq 1$.

【考点】72: 二次根式有意义的条件.

【分析】根据二次根式的性质可知, 被开方数大于等于 0, 列出不等式即可求出 x 的取值范围.

【解答】解: 根据二次根式有意义的条件, $x-1 \geq 0$,

$\therefore x \geq 1$.

故答案为: $x \geq 1$.

【点评】此题考查了二次根式有意义的条件, 只要保证被开方数为非负数即可.

10. (3分) 据统计, 截止 2014 年 12 月 28 日, 中国高铁运营总里程超过 16000 千米, 稳居世界高铁里程榜首, 将 16000 千米用科学记数法表示为 1.6×10^4 千米.

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

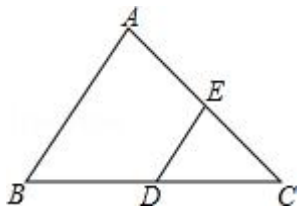
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 16000 用科学记数法表示为: 1.6×10^4 .

故答案为: 1.6×10^4 .

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, 点 D 、 E 分别是 BC 、 CA 的中点, 连接 DE , 则 $DE=$ 4.



【考点】KX: 三角形中位线定理.

【分析】根据三角形的中位线等于第三边的一半即可得出 $DE = \frac{1}{2}AB = 4$.

【解答】解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别是 BC、CA 的中点, $AB=8$,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

故答案为 4.

【点评】本题考查了三角形中位线定理, 掌握三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半是解题的关键.

12. (3 分) 计算: $\frac{3a+2b}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2-b^2} = \frac{2}{a-b}$.

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】根据同分母分式加减法法则: 同分母的分式相加减, 分母不变, 把分子相加减, 求解即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \frac{3a+2b-a}{a^2-b^2} \\ &= \frac{2(a+b)}{(a+b)(a-b)} \\ &= \frac{2}{a-b}. \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{2}{a-b}$.

【点评】本题考查了分式的加减法, 解答本题的关键是掌握同分母分式加减法法则: 同分母的分式相加减, 分母不变, 把分子相加减.

13. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 4x + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值为 3.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据题意可知 $\Delta=0$ ，即 $4^2-4\times 2\times (m-1)=0$ ，解得 $m=3$ ，

【解答】解： $\because$ 方程有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta=0$ ，

即 $4^2-4\times 2\times (m-1)=0$ ，

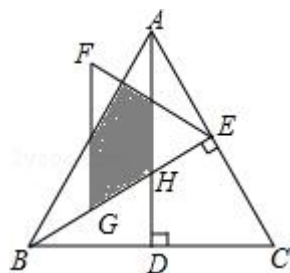
解得 $m=3$ ，

故答案为：3.

【点评】本题考查了根的判别式，解题的关键是注意 $\Delta=0\Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根.

14. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形，高 AD 、 BE 相交于点 H ， $BC=4\sqrt{3}$ ，

在 BE 上截取 $BG=2$ ，以 GE 为边作等边三角形 GEF ，则 $\triangle ABH$ 与 $\triangle GEF$ 重叠（阴影）部分的面积为 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

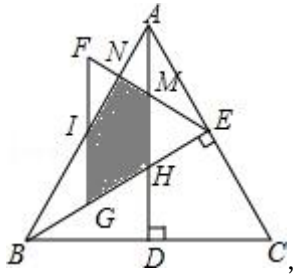


【考点】K5：三角形的重心；KM：等边三角形的判定与性质；KX：三角形中位线定理.

【专题】16：压轴题.

【分析】根据等边三角形的性质，可得 AD 的长， $\angle ABG=\angle HBD=30^\circ$ ，根据等边三角形的判定，可得 $\triangle MEH$ 的形状，根据直角三角形的判定，可得 $\triangle FIN$ 的形状，根据面积的和差，可得答案.

【解答】解：如图所示：



由 $\triangle ABC$ 是等边三角形，高 AD 、 BE 相交于点 H ， $BC=4\sqrt{3}$ ，得
 $AD=BE=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=6$ ， $\angle ABG=\angle HBD=30^\circ$ 。

由直角三角形的性质，得 $\angle BHD=90^\circ - \angle HBD=60^\circ$ 。

由对顶角相等，得 $\angle MHE=\angle BHD=60^\circ$

由 $BG=2$ ，得 $EG=BE - BG=6 - 2=4$ 。

由 GE 为边作等边三角形 GEF ，得

$FG=EG=4$ ， $\angle EGF=\angle GEF=60^\circ$ ，

$\triangle MHE$ 是等边三角形；

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC \cdot BE=\frac{1}{2}AC \times EH \times 3$$

$$EH=\frac{1}{3}BE=\frac{1}{3} \times 6=2.$$

由三角形外角的性质，得 $\angle BIG=\angle FGE - \angle IBG=60^\circ - 30^\circ=30^\circ$ ，

由 $\angle IBG=\angle BIG=30^\circ$ ，得 $IG=BG=2$ ，

由线段的和差，得 $IF=FG - IG=4 - 2=2$ ，

由对顶角相等，得 $\angle FIN=\angle BIG=30^\circ$ ，

由 $\angle FIN+\angle F=90^\circ$ ，得 $\angle FNI=90^\circ$ ，

由锐角三角函数，得 $FN=1$ ， $IN=\sqrt{3}$ 。

$$S_{\text{五边形 NIGHM}}=S_{\triangle EFG} - S_{\triangle EMH} - S_{\triangle FIN}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1=\frac{5\sqrt{3}}{2},$$

故答案为: $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

【点评】本题考查了等边三角形的判定与性质, 利用了等边三角形的判定与性质, 直角三角形的判定, 利用图形的割补法是求面积的关键.

三、解答题 (共 9 小题, 满分 58 分)

15. (5 分) 计算: $\sqrt{9} + (-1)^{2015} + (6 - \pi)^0 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【专题】11: 计算题.

【分析】原式第一项利用算术平方根定义计算, 第二项利用乘方的意义计算, 第三项利用零指数幂法则计算, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果.

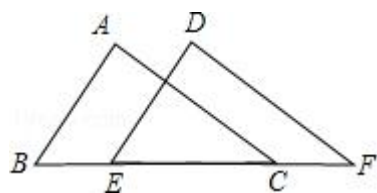
【解答】解: 原式 $= 3 - 1 + 1 - 4$

$= -1$.

【点评】此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算是解本题的关键.

16. (5 分) 如图, 点 B、E、C、F 在同一条直线上, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle DEF$,

$BE = CF$. 求证: $AC = DF$.



【考点】KD: 全等三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】根据 $BE = CF$, 求出 $BC = EF$, 根据 AAS 推出 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 根据全等三角形的性质推出即可.

【解答】证明: $\because BE = CF$ (已知),

$\therefore BE + EC = EC + CF$,

即 $BC=EF$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle DEF, \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (AAS),

$\therefore AC=DF$ (全等三角形对应边相等).

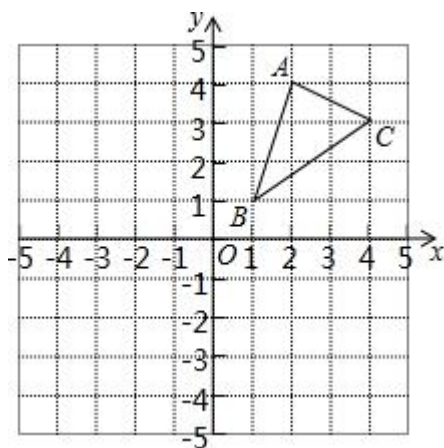
【点评】 本题考查了全等三角形的性质和判定的应用, 解此题的关键是推出 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 注意: 全等三角形的对应边相等.

17. (6分) 如图, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(2, 4)$, $B(1, 1)$, $C(4, 3)$.

(1) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 A_1 的坐标;

(2) 请画出 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2BC_2$;

(3) 求出 (2) 中 C 点旋转到 C_2 点所经过的路径长 (结果保留根号和 π).



【考点】 MN: 弧长的计算; P7: 作图 – 轴对称变换; R8: 作图 – 旋转变换.

【专题】 13: 作图题.

【分析】 (1) 利用关于 x 轴对称点的横坐标相等, 纵坐标化为相反数可先找出点

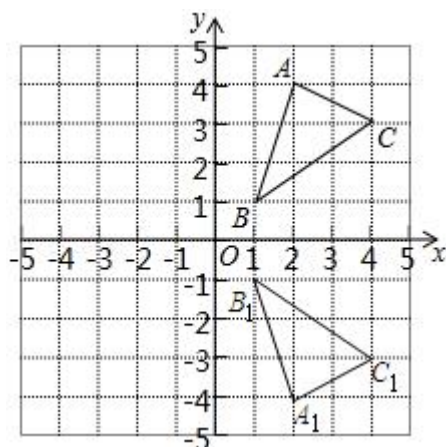
A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标, 然后画出图形即可;

(2) 利用旋转的性质可确定出点 A_2 、 C_2 的坐标；

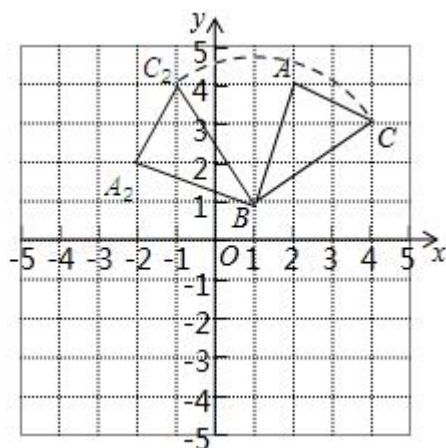
(3) 利用弧长公式进行计算即可．

【解答】解：（1）根据关于 x 轴对称点的坐标特点可知： A_1 (2, -4), B_1 (1, -1), C_1 (4, -3),

如图下图：连接 A_1 、 B_1 、 C_1 即可得到 $\triangle A_1B_1C_1$.



(2) 如图：



(3) 由两点间的距离公式可知： $BC = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$,

$\therefore$ 点 C 旋转到 C_2 点的路径长 $= \frac{90\pi \cdot \sqrt{13}}{180} = \frac{\sqrt{13}\pi}{2}$.

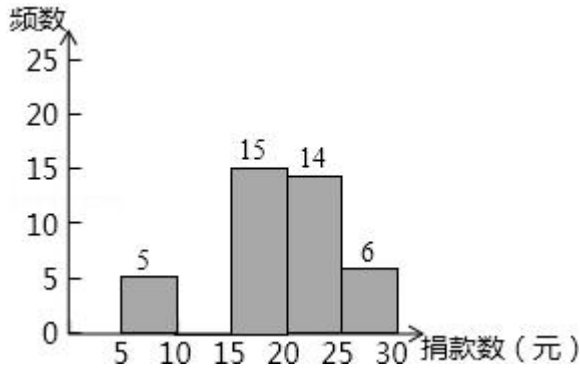
【点评】 本题主要考查的是图形的对称、图形的旋转以及扇形的弧长公式，掌握相关性质是解题的关键．

18. (6 分) 2015 年 4 月 25 日，尼泊尔发生了里氏 8.1 级地震，某中学组织了献爱心捐款活动，该校教学兴趣小组对本校学生献爱心捐款额做了一次随机

抽样调查，并绘制了不完整的频数分布表和频数分布直方图（每组含前一个边界值，不含后一个边界值）。如图所示：

捐款额（元）	频数	百分比
$0 \leq x < 5$	5	10%
$10 \leq x < 15$	a	20%
$15 \leq x < 20$	15	30%
$20 \leq x < 25$	14	b
$25 \leq x < 30$	6	12%
总计		100%

- (1) 填空：a= 10，b= 28%；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 该校共有 1600 名学生，估计这次活动中爱心捐款额不低于 20 元的学生有多少人？



【考点】 V5：用样本估计总体；V7：频数（率）分布表；V8：频数（率）分布直方图.

【专题】 31：数形结合.

【分析】 (1) 先利用第一组的频数与频率计算出样本容量，再利用样本容量乘以 20% 即可得到 a 的值，用 14 除以样本容量得到 b 的值；

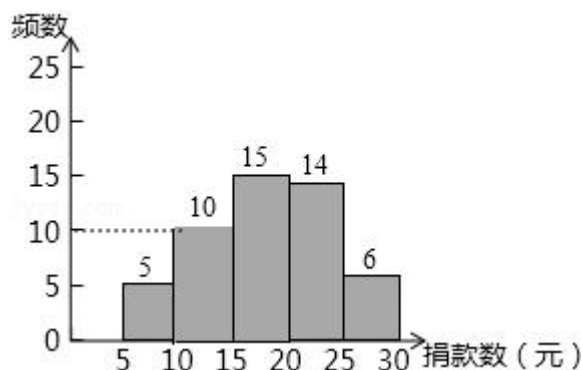
(2) 第二组的频数为 10，则可补全频数统计图；

(3) 根据样本可得爱心捐款额不低于 20 元的百分比为 $28\%+12\%=40\%$ ，然后用总人数乘以 40% 即可估计出爱心捐款额不低于 20 元的学生数.

【解答】 解：(1) $5 \div 10\% = 50$,

$$a = 50 \times 20 = 10; \quad b = \frac{14}{50} \times \% = 28\%;$$

(2) 如图,



(3) $1600 \times (28\%+12\%) = 640$ (人).

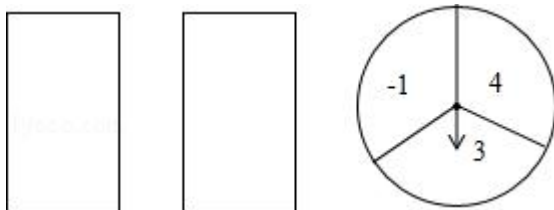
答：估计这次活动中爱心捐款额不低于 20 元的学生有 640 人.

【点评】 本题考查了频数（率）分布直方图：频率分布表列出的是在各个不同区间内取值的频率，频率分布直方图是用小长方形面积的大小来表示在各个区间内取值的频率. 频数分布表列出的是在各个不同区间内数据的个数. 也考查了样本估计总体.

19. (6 分) 小云玩抽卡片和旋转盘游戏，有两张正面分别标有数字 1, 2 的不透明卡片，背面完全相同；转盘被平均分成 3 个相等的扇形，并分别标有数字 -1, 3, 4 (如图所示)，小云把卡片背面朝上洗匀后从中随机抽出一张，记下卡片上的数字；然后转动转盘，转盘停止后，记下指针所在区域的数字 (若指针在分格线上，则重转一次，直到指针指向某一区域为止).

(1) 请用列表或树状图的方法 (只选其中一种)，表示出两次所得数字可能出现的所有结果；

(2) 求出两个数字之积为负数的概率.



【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 (1) 首先根据题意列出图表, 然后由图表求得所有可能的结果;

(2) 由 (1) 列出的图表可得出所有出现的结果, 再根据概率公式即可求出答案.

【解答】 解: (1) 列表如下:

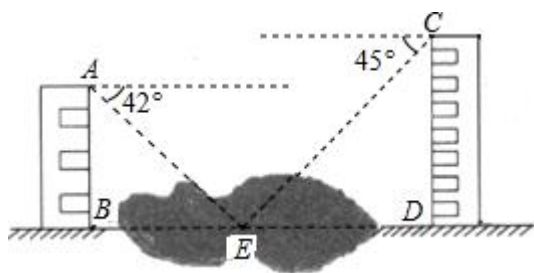
	- 1	3	4
1	1, - 1	1, 3	1, 4
2	2, - 1	2, 3	2, 4

(2) $\because$ 两数之积为负数的情况共有 2 种可能: (1, - 1), (2, - 1),

$$\therefore P(\text{两数之积为负数}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

【点评】 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

20. (6 分) 如图, 两幢建筑物 AB 和 CD, $AB \perp BD$, $CD \perp BD$, $AB=15\text{m}$, $CD=20\text{m}$, AB 和 CD 之间有一景观池, 小南在 A 点测得池中喷泉处 E 点的俯角为 42° , 在 C 点测得 E 点的俯角为 45° (点 B、E、D 在同一直线上), 求两幢建筑物之间的距离 BD (结果精确到 0.1m). (参考数据: $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\cos 42^\circ \approx 0.74$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$)



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】在 $RT\triangle ABE$ 中, 根据正切函数可求得 BE , 在 $RT\triangle DEC$ 中, 根据等腰直角三角形的性质求得 ED , 然后根据 $BD=BE+ED$ 求解即可.

【解答】解: 由题意得: $\angle AEB=42^\circ$, $\angle DEC=45^\circ$,

$\therefore AB \perp BD$, $CD \perp BD$,

$\therefore$ 在 $RT\triangle ABE$ 中, $\angle ABE=90^\circ$, $AB=15$, $\angle AEB=42^\circ$,

$$\therefore \tan \angle AEB = \frac{AB}{BE},$$

$$\therefore BE = \frac{15}{\tan 42^\circ} \approx 15 \div 0.90 = \frac{50}{3},$$

在 $RT\triangle DEC$ 中, $\angle CDE=90^\circ$, $\angle DEC=\angle DCE=45^\circ$, $CD=20$,

$\therefore ED=CD=20$,

$$\therefore BD=BE+ED=\frac{50}{3}+20 \approx 36.7 \text{ (m)}.$$

答: 两幢建筑物之间的距离 BD 约为 36.7m .

【点评】本题考查了解直角三角形的应用, 要求学生借助俯角关系构造直角三角形, 并结合图形利用三角函数解直角三角形.

21. (7 分) 某部队将在指定山区进行军事演习, 为了使道路便于部队重型车辆通过, 部队工兵连接到抢修一段长 3600 米道路的任务, 按原计划完成总任务的 $\frac{1}{3}$ 后, 为了让道路尽快投入使用, 工兵连将工作效率提高了 50% , 一共用了 10 小时完成任务.

(1) 按原计划完成总任务的 $\frac{1}{3}$ 时, 已抢修道路 1200 米;

(2) 求原计划每小时抢修道路多少米?

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 (1) 按原计划完成总任务的 $\frac{1}{3}$ 时, 列式计算即可;

(2) 设原计划每天修道路 x 米. 根据原计划工作效率用的时间+实际工作效率用的时间=10 等量关系列出方程.

【解答】 解: (1) 按原计划完成总任务的 $\frac{1}{3}$ 时, 已抢修道路 $3600 \times \frac{1}{3} = 1200$ 米,
故答案为: 1200 米;

(2) 设原计划每小时抢修道路 x 米,

根据题意得: $\frac{1200}{x} + \frac{3600-1200}{(1+50\%)x} = 10$,

解得: $x=280$,

经检验: $x=280$ 是原方程的解.

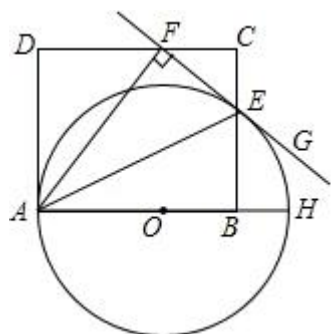
答: 原计划每小时抢修道路 280 米.

【点评】 本题考查了分式方程的应用. 分析题意, 找到合适的等量关系是解决问题的关键. 本题应用的等量关系为: 工作时间=工作总量÷工效.

22. (8 分) 如图, AH 是 $\odot O$ 的直径, AE 平分 $\angle FAH$, 交 $\odot O$ 于点 E , 过点 E 的直线 $FG \perp AF$, 垂足为 F , B 为半径 OH 上一点, 点 E 、 F 分别在矩形 $ABCD$ 的边 BC 和 CD 上.

(1) 求证: 直线 FG 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $CD=10$, $EB=5$, 求 $\odot O$ 的直径.



【考点】MD：切线的判定；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 连接 OE，证明 FG 是 $\odot O$ 的切线，只要证明 $\angle OEF=90^\circ$ 即可；

(2) 设 $OA=OE=x$ ，则 $OB=10-x$ ，在 $Rt\triangle OBE$ 中， $\angle OBE=90^\circ$ ， $BE=5$ ，由勾股定理得： $OB^2+BE^2=OE^2$ ，即 $(10-x)^2+5^2=x^2$ ，求出 x 的值，即可解答.

【解答】解：(1) 如图 1，连接 OE，

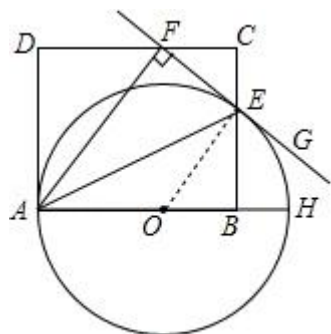


图1

$$\therefore OA=OE,$$

$$\therefore \angle EAO=\angle AEO,$$

$$\therefore AE \text{ 平分 } \angle FAH,$$

$$\therefore \angle EAO=\angle FAE,$$

$$\therefore \angle FAE=\angle AEO,$$

$$\therefore AF \parallel OE,$$

$$\therefore \angle AFE+\angle OEF=180^\circ,$$

$$\therefore AF \perp GF,$$

$$\therefore \angle AFE=\angle OEF=90^\circ,$$

∴ $OE \perp GF$,

∵ 点 E 在圆上, OE 是半径,

∴ GF 是 $\odot O$ 的切线.

(2) ∵ 四边形 ABCD 是矩形, $CD=10$,

∴ $AB=CD=10$, $\angle ABE=90^\circ$,

设 $OA=OE=x$, 则 $OB=10-x$,

在 $Rt\triangle OBE$ 中, $\angle OBE=90^\circ$, $BE=5$,

由勾股定理得: $OB^2+BE^2=OE^2$,

∴ $(10-x)^2+5^2=x^2$,

∴ $x=\frac{25}{4}$,

$AH=2 \times \frac{25}{4}=\frac{25}{2}$,

∴ $\odot O$ 的直径为 $\frac{25}{2}$.

【点评】 本题考查的是切线的判定, 解决本题的关键是要证某线是圆的切线, 已知此线过圆上某点, 连接圆心和这点 (即为半径), 再证垂直即可.

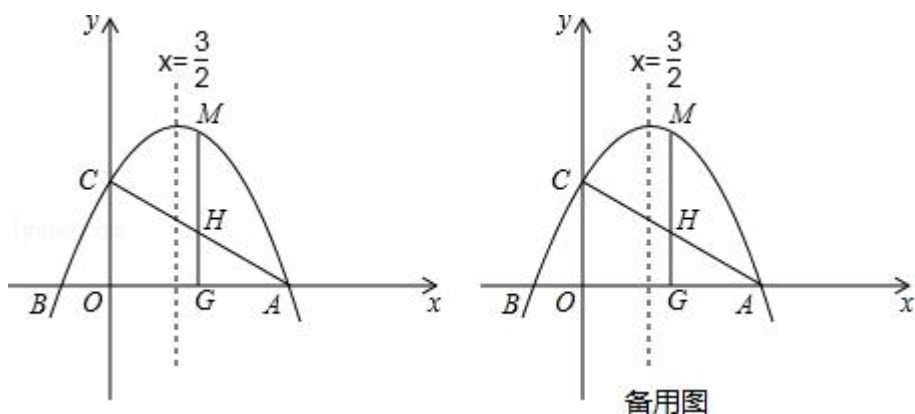
23. (9 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+\frac{3}{2}x+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 的右侧), 与 y 轴交于点 C, 点 A 的坐标为 (4, 0), 抛物线的对称轴是直线 $x=\frac{3}{2}$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) M 为第一象限内的抛物线上的一个点, 过点 M 作 $MG \perp x$ 轴于点 G, 交 AC 于点 H, 当线段 $CM=CH$ 时, 求点 M 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 将线段 MG 绕点 G 顺时针旋转一个角 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 在旋转过程中, 设线段 MG 与抛物线交于点 N, 在线段 GA 上是否存在点 P, 使得以 P、N、G 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 如果存在, 请求出点 P 的

坐标；如果不存在，请说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16：压轴题；31：数形结合.

【分析】(1) 首先利用对称轴公式求出 a 的值，然后把点 A 的坐标与 a 的值代入抛物线的解析式，求出 c 的值，即可确定出抛物线的解析式.

(2) 首先根据抛物线的解析式确定出点 C 的坐标，再根据待定系数法，确定出直线 AC 解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ ；然后设点 M 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$ ， $H(m, -\frac{1}{2}m + 2)$ ，求出 MH 的值是多少，再根据 $CM = CH$ ， $OC = GE = 2$ ，可得 $MH = 2EH$ ，据此求出 m 的值是多少，再把 m 的值代入抛物线的解析式，求出 y 的值，即可确定点 M 的坐标.

(3) 首先判断出 $\triangle ABC$ 为直角三角形，然后分两种情况：①当 $\frac{N_1P_1}{AC} = \frac{P_1G}{CB}$ 时；②当 $\frac{N_2P_2}{BC} = \frac{P_2G}{CA}$ 时；根据相似三角形的性质，判断出是否存在点 P ，使得以 P 、 N 、 G 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似即可.

【解答】解：(1) $\because x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$, $b = \frac{3}{2}$,

$$\therefore a = -\frac{1}{2},$$

把 $A(4, 0)$, $a = -\frac{1}{2}$ 代入 $y = ax^2 + \frac{3}{2}x + c$,

$$\text{可得 } (-\frac{1}{2}) \times 4^2 + \frac{3}{2} \times 4 + c = 0,$$

解得 $c=2$,

则抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$.

(2) 如图 1, 连接 CM , 过 C 点作 $CE \perp MH$ 于点 E ,

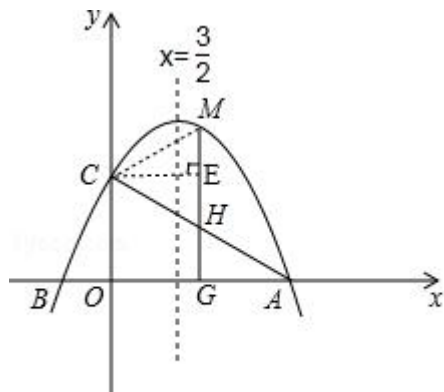


图1

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2,$$

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, $y=2$,

$\therefore C$ 点的坐标是 $(0, 2)$,

设直线 AC 解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

把 $A(4, 0)$ 、 $C(0, 2)$ 代入 $y=kx+b$,

$$\text{可得} \begin{cases} 4k+b=0 \\ b=2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AC 解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$,

$\therefore$ 点 M 在抛物线上, 点 H 在 AC 上, $MG \perp x$ 轴,

$\therefore$ 设点 M 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$, $H(m, -\frac{1}{2}m + 2)$,

$$\therefore MH = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 - (-\frac{1}{2}m + 2) = -\frac{1}{2}m^2 + 2m,$$

$\therefore CM=CH$, $OC=GE=2$,

$$\therefore MH=2EH=2 \times [2 - (-\frac{1}{2}m+2)] = m,$$

$$\text{又} \because MH = -\frac{1}{2}m^2 + 2m,$$

$$\therefore -\frac{1}{2}m^2 + 2m = m,$$

$$\text{即 } m(m-2) = 0,$$

解得 $m=2$ 或 $m=0$ (不符合题意, 舍去),

$$\therefore m=2,$$

当 $m=2$ 时,

$$y = -\frac{1}{2} \times 2^2 + \frac{3}{2} \times 2 + 2 = 3,$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 (2, 3).

(3) 存在点 P, 使以 P, N, G 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 理由为:

$\because$ 抛物线与 x 轴交于 A、B 两点, A (4, 0), A、B 两点关于直线 $x=\frac{3}{2}$ 成轴对称,

$$\therefore B(-1, 0),$$

$$\therefore AC = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, \quad BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}, \quad AB = 5,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 25, \quad AB^2 = 5^2 = 25,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2 = 25,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

线段 MG 绕 G 点旋转过程中, 与抛物线交于点 N, 当 $NP \perp x$ 轴时, $\angle NPG = 90^\circ$,

设 P 点坐标为 (n, 0),

$$\text{则 N 点坐标为 } (n, -\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 2),$$

①如图 2,

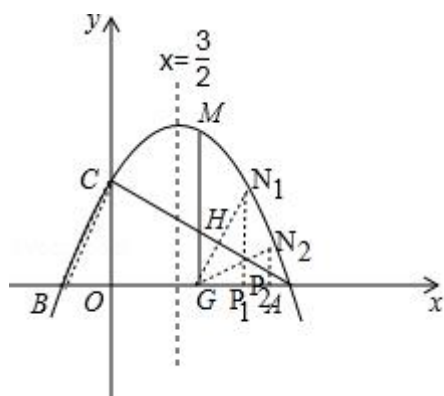


图2

$$\text{当} \frac{N_1P_1}{AC} = \frac{P_1G}{CB} \text{时},$$

$$\therefore \angle N_1P_1G = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle N_1P_1G \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 2}{2\sqrt{5}} = \frac{n-2}{\sqrt{5}},$$

解得: $n_1=3$, $n_2=-4$ (不符合题意, 舍去),

$\therefore P$ 的坐标为 $(3, 0)$.

$$\text{②当} \frac{N_2P_2}{BC} = \frac{P_2G}{CA} \text{时},$$

$$\therefore \angle N_2P_2G = \angle BCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle N_2P_2G \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 2}{\sqrt{5}} = \frac{n-2}{2\sqrt{5}},$$

解得: $n_1=1+\sqrt{7}$, $n_2=1-\sqrt{7}$ (不符合题意, 舍去),

$\therefore P$ 的坐标为 $(1+\sqrt{7}, 0)$.

$\therefore$ 存在点 $P(3, 0)$ 或 $(1+\sqrt{7}, 0)$, 使以 P, N, G 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.

【点评】 (1) 此题主要考查了二次函数综合题, 考查了分析推理能力, 考查了分类讨论思想的应用, 考查了数形结合思想的应用, 考查了从已知函数图象中

获取信息，并能利用获取的信息解答相应的问题的能力.

(2) 此题还考查了待定系数法求函数解析式的方法，要熟练掌握.

(3) 此题还考查了相似三角形的性质和应用，以及直角三角形的性质和应用，要熟练掌握.