

机密★

2015 年云南省初中学业水平考试

数学 试题卷

(全卷三个大题, 共 23 个小题, 共 8 页; 满分 100 分, 考试用时 120 分钟)

注意事项:

1. 本卷为试题卷。考生必须在答题卡上解题作答。答案应书写在答题卡的相应位置上, 在试题卷、草稿纸上作答无效。
2. 考试结束后, 请将试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题 (本大题共 8 个小题, 每小题只有一个正确选项, 每小题 3 分, 满分 24 分)

1. -2 的相反数是

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 不等式 $2x - 6 > 0$ 的解集是

- A. $x > 1$ B. $x < -3$ C. $x > 3$ D. $x < 3$

3. 若一个几何体的主视图、左视图、俯视图都是正方形, 则这个几何体是

- A. 正方体 B. 圆锥 C. 圆柱 D. 球

4. 2011 年国家启动实施农村义务教育学生营养改善计划, 截至 2014 年 4 月, 我省开展营养改善试点中小学达 17580 所. 17580 这个数用科学记数法可表示为

- A. 17.58×10^3 B. 175.8×10^4 C. 1.758×10^5 D. 1.758×10^4

5. 下列运算正确的是

- A. $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$ B. $(\pi - 3.14)^0 = 0$
- C. $\sqrt{45} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$ D. $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

6. 下列一元二次方程中, 没有实数根的是

- A. $4x^2 - 5x + 2 = 0$ B. $x^2 - 6x + 9 = 0$
- C. $5x^2 - 4x - 1 = 0$ D. $3x^2 - 4x + 1 = 0$

7. 为加快新农村试点示范建设, 我省开展了“美丽乡村”的评选活动, 下表是我省六个州(市)推荐候选的“美丽乡村”个数统计结果:

州(市)	A	B	C	D	E	F
推荐数(个)	36	27	31	56	48	54

在上表统计的数据中, 平均数和中位数分别为

- A. 42, 43.5 B. 42, 42 C. 31, 42 D. 36, 54

8. 若扇形的面积为 3π ，圆心角为 60° ，则该扇形的半径为

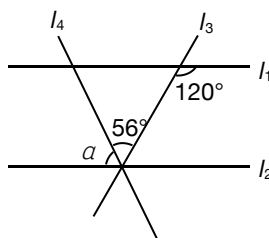
- A. 3 B. 9 C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分)

9. 分解因式: $3x^2 - 12 =$ _____.

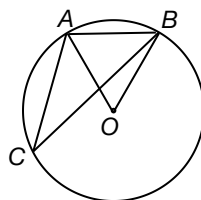
10. 函数 $y = \sqrt{x-7}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

11. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，并且被直线 l_3 、 l_4 所截，则 $\angle \alpha =$ _____.



12. 一台电视机原价是 2500 元，现按原价的 8 折出售，则购买 a 台这样的电视机需要 _____ 元.

13. 如图，点 A 、 B 、 C 是 $\odot O$ 上的点， $OA = AB$ ，则 $\angle C$ 的度数为_____.



14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 1$ ，点 P_1 、 M_1 分别是 AB 、 AC 边的中点，点 P_2 、 M_2 分别是 AP_1 、 AM_1 的中点，点 P_3 、 M_3 分别是 AP_2 、 AM_2 的中点，按这样的规律下去， $P_n M_n$ 的长为 (n 为正整数) .

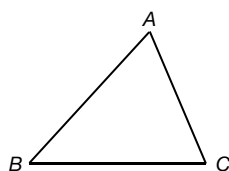


图 1

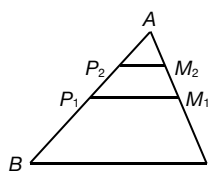
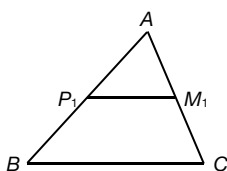


图 2

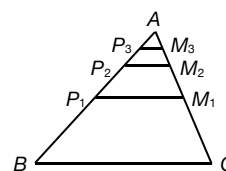
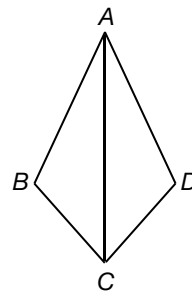


图 3

三、解答题 (本大题共 9 个小题，满分 58 分)

15. (本小题 5 分) 化简求值: $\left[\frac{x+2}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1} \right] \cdot \frac{x}{x-1}$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

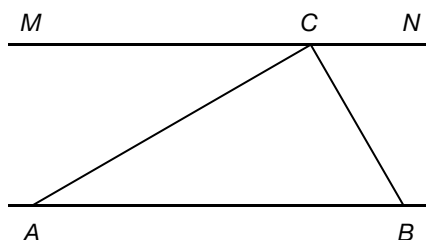
16. (本小题 5 分) 如图, $\angle B = \angle D$, 请添加一个条件 (不得添加辅助线), 使得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 并说明理由.



17. (本小题 7 分) 为有效开展阳光体育活动, 云洱中学利用课外活动时间进行班级篮球比赛, 每场比赛都要决出胜负, 每队胜一场得 2 分, 负一场得 1 分. 已知九年级一班在 8 场比赛中得到 13 分, 问九年级一班胜、负场数分别是多少?

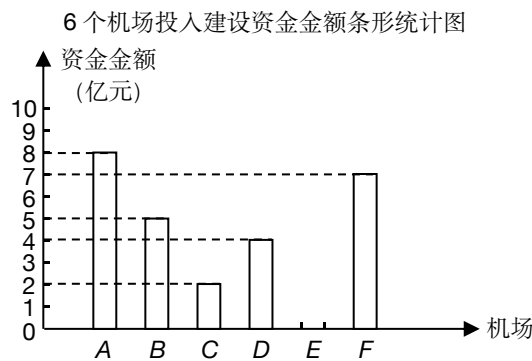
18. (本小题 5 分) 已知 A 、 B 两地相距 200 千米, 一辆汽车以每小时 60 千米的速度从 A 地匀速驶往 B 地, 到达 B 地后不再行驶. 设汽车行驶的时间为 x 小时, 汽车与 B 地的距离为 y 千米.
- (1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (2) 当汽车行驶了 2 小时时, 求汽车距 B 地有多少千米?

19. (本小题 6 分) 为解决江北学校学生上学过河难的问题, 乡政府决定修建一座桥. 建桥过程中需测量河的宽度 (即两平行河岸 AB 与 MN 之间的距离). 在测量时, 选定河对岸 MN 上的点 C 处为桥的一端, 在河岸点 A 处, 测得 $\angle CAB = 30^\circ$, 沿河岸 AB 前行 30 米后到达 B 处, 在 B 处测得 $\angle CBA = 60^\circ$. 请你根据以上测量数据求出河的宽度. (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$; 结果保留整数)

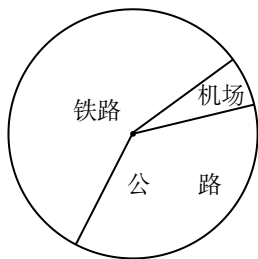


20. (本小题 7 分) 现有一个六面分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 且质地均匀的正方体骰子, 另有三张正面分别标有数字 1, 2, 3 的卡片 (卡片除数字外, 其它都相同). 先由小明投骰子一次, 记下骰子向上一面出现的数字, 然后由小王从三张背面朝上放置在桌面上的卡片中随机抽取一张, 记下卡片上的数字.
- (1) 请用列表或画树形图 (树状图) 的方法, 求出骰子向上一面出现的数字与卡片上的数字之积为 6 的概率;
- (2) 小明和小王做游戏, 约定游戏规则如下: 若骰子向上一面出现的数字与卡片上的数字之积大于 7, 则小明赢; 若骰子向上一面出现的数字与卡片上的数字之积小于 7, 则小王赢. 问小明和小王谁赢的可能性更大? 请说明理由.
21. (本小题 7 分) 2015 年某省为加快建设综合交通体系, 对铁路、公路、机场三个重大项目加大了建设资金的投入.

- (1) 机场建设项目中所有 6 个机场投入的建设资金金额统计如下图，已知机场 E 投入的建设资金金额是机场 C 、 D 所投入建设资金金额之和的三分之二，求机场 E 投入的建设资金金额是多少亿元？并补全条形统计图。



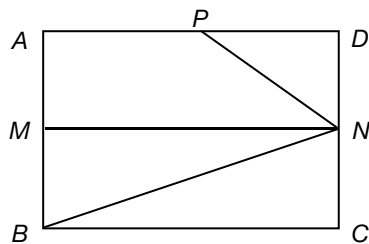
- (2) 将铁路、公路、机场三项建设所投入的资金金额绘制成如下扇形统计图以及统计表，根据扇形统计图及统计表中的信息，求得 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $d = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（请直接填写计算结果）



	铁路	公路	机场	铁路、公路、机场三项投入建设资金总金额 (亿元)
投入资金 (亿元)	300	a	b	m
所占百分比	c	34%	6%	
所占圆心角	216°	d	21.6°	

22. (本小题 7 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 6$ 。 M 、 N 分别是 AB 、 CD 边的中点， P 是 AD 上的点，且 $\angle PNB = 3\angle CBN$ 。

- (1) 求证： $\angle PNM = 2\angle CBN$ ；
 (2) 求线段 AP 的长。

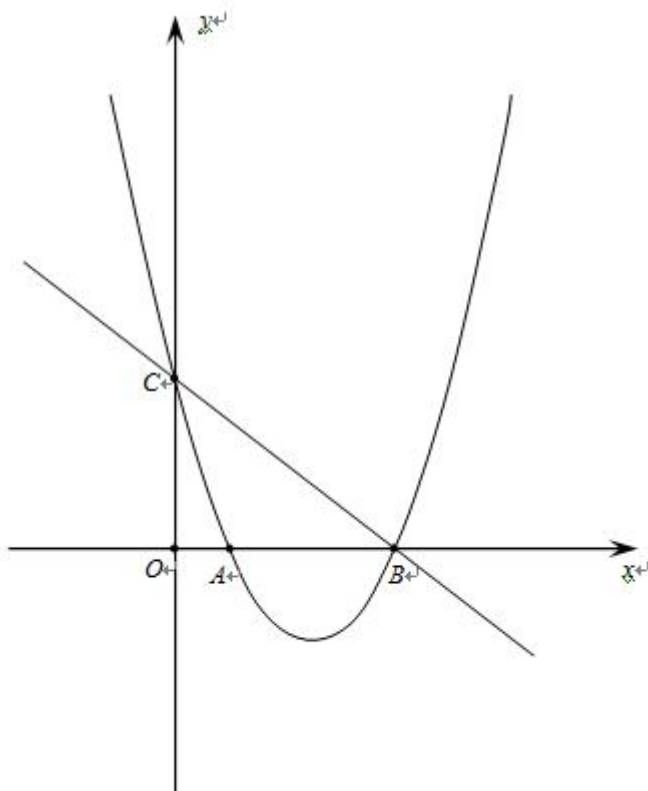


23. (本小题 9 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴相交于 A 、 B 两点, 与 y 轴相交于点 C , 直线 $y = kx + n$ ($k \neq 0$) 经过 B 、 C 两点. 已知 $A(1, 0)$, $C(0, 3)$, 且 $BC = 5$.

(1) 分别求直线 BC 和抛物线的解析式 (关系式);

(2) 在抛物线的对称轴上是否存在点 P , 使得以 B 、 C 、 P 三点为顶点的三角形是直角三角形?

若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年云南省中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题只有一个正确选项，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2015•云南) -2 的相反数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

考点： 相反数.

分析： 根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号，求解即可.

解答： 解： -2 的相反数是： $-(-2)=2$,

故选 B.

点评： 本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0. 不要把相反数的意义与倒数的意义混淆.

2. (3 分) (2015•云南) 不等式 $2x-6>0$ 的解集是 ()

- A. $x>1$ B. $x<-3$ C. $x>3$ D. $x<3$

考点： 解一元一次不等式.

分析： 利用不等式的基本性质：移项，系数化 1 来解答.

解答： 解：移项得， $2x>6$,

两边同时除以 2 得， $x>3$.

故选 C.

点评： 本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错.

解不等式要依据不等式的基本性质，在不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

3. (3 分) (2015•云南) 若一个几何体的主视图、左视图、俯视图都是正方形，则这个几何体是 ()

- A. 正方体 B. 圆锥 C. 圆柱 D. 球

考点： 由三视图判断几何体.

分析： 找到从正面、左面和上面看得到的图形是正方形的几何体即可.

解答： 解： $\because$ 主视图和左视图都是正方形，

$\therefore$ 此几何体为柱体，

$\because$ 俯视图是一个正方形，

$\therefore$ 此几何体为正方体.

故选 A.

点评： 此题考查三视图，关键是根据：三视图里有两个相同可确定该几何体是柱体，锥体还是球体，由另一个视图确定其具体形状.

4. (3 分) (2015•云南) 2011 年国家启动实施农村义务教育学生营养改善计划，截至 2014 年 4 月，我省开展营养改善试点中小学达 17580 所，17580 这个数用科学记数法可表示为 ()

- A. 17.58×10^3 B. 175.8×10^4 C. 1.758×10^5 D. 1.758×10^4

考点： 科学记数法—表示较大的数．

分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

解答： 解：将 17580 用科学记数法表示为 1.758×10^4 ．

故选 D．

点评： 本题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

5. (3 分) (2015•云南) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$ B. $(\pi - 3.14)^0 = 0$ C. $\sqrt{45} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

考点： 二次根式的加减法；同底数幂的乘法；完全平方公式；零指数幂．

分析： 根据同底数幂的乘法、零指数幂、二次根式的加减和完全平方公式计算判断即可．

解答： 解：A、 $a^2 \cdot a^5 = a^7$ ，错误；

B、 $(\pi - 3.14)^0 = 1$ ，错误；

C、 $\sqrt{45} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$ ，正确；

D、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，错误；

故选 C．

点评： 此题考查同底数幂的乘法、零指数幂、二次根式的加减和完全平方公式，关键是根据法则进行计算．

6. (3 分) (2015•云南) 下列一元二次方程中，没有实数根的是 ()

- A. $4x^2 - 5x + 2 = 0$ B. $x^2 - 6x + 9 = 0$ C. $5x^2 - 4x - 1 = 0$ D. $3x^2 - 4x + 1 = 0$

考点： 根的判别式．

分析： 分别计算出每个方程的判别式即可判断．

解答： 解：A、 $\because \Delta = 25 - 4 \times 2 \times 4 = -7 < 0$ ， $\therefore$ 方程没有实数根，故本选项正确；

B、 $\because \Delta = 36 - 4 \times 1 \times 4 = 0$ ， $\therefore$ 方程有两个相等的实数根，故本选项错误；

C、 $\because \Delta = 16 - 4 \times 5 \times (-1) = 36 > 0$ ， $\therefore$ 方程有两个相等的实数根，故本选项错误；

D、 $\because \Delta = 16 - 4 \times 1 \times 3 = 4 > 0$ ， $\therefore$ 方程有两个相等的实数根，故本选项错误；

故选 A．

点评： 本题考查了根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根．

7. (3 分) (2015•云南) 为加快新农村试点示范建设，我省开展了“美丽乡村”的评选活动，下表是我省六个州（市）推荐候选的“美丽乡村”个数统计结果：

州（市）	A	B	C	D	E	F
推荐数（个）	36	27	31	56	48	54

在上表统计的数据中，平均数和中位数分别为（ ）

- A. 42, 43.5 B. 42, 42 C. 31, 42 D. 36, 54

考点： 中位数；加权平均数.

分析： 根据平均数的公式求得上表统计的数据中的平均数，将其按从小到大的顺序排列中间的那个是中位数.

解答： 解： $P = \frac{1}{6} (36 + 27 + 31 + 56 + 48 + 54) = 42$,

把这几个数据按从小到大顺序排列为：27, 31, 36, 48, 54, 56,

中位数 $W = \frac{1}{2} (36 + 48) = 42$.

故选 B.

点评： 本题考查了平均数和中位数的知识，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握平均数和中位数的定义.

8. (3分) (2015•云南) 若扇形面积为 3π ，圆心角为 60° ，则该扇形的半径为（ ）

- A. 3 B. 9 C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

考点： 扇形面积的计算.

分析： 已知了扇形的圆心角和面积，可直接根据扇形的面积公式求半径长.

解答： 解： 扇形的面积 $= \frac{60\pi r^2}{360} = 3\pi$.

解得： $r = 3\sqrt{2}$.

故选 D.

点评： 本题主要考查了扇形的面积公式 $= \frac{n\pi r^2}{360}$. 熟练将公式变形是解题关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分)

9. (3分) (2015•云南) 分解因式： $3x^2 - 12 = \underline{3(x-2)(x+2)}$.

考点： 提公因式法与公式法的综合运用.

分析： 原式提取 3，再利用平方差公式分解即可.

解答： 解： 原式 $= 3(x^2 - 4)$

$= 3(x+2)(x-2)$.

故答案为： $3(x+2)(x-2)$.

点评： 本题考查因式分解. 因式分解的步骤为：一提公因式；二看公式. 公式包括平方差公式与完全平方公式，要能用公式法分解必须有平方项，如果是平方差就用平方差公式来分解，如果是平方和需要看还有没有两数乘积的 2 倍，如果没有两数乘积的 2 倍还不能分解. 解答这类题时一些学生往往因分解因式的步骤、方法掌握不熟练，对一些乘法公式的特点记不准确而误选其它选项. 要求灵活使用各种方法对多项式进行因式分解，一般来说，如果可以提取公因式的要先提取公因式.

10. (3分) (2015•云南) 函数 $y = \sqrt{x-7}$ 的自变量 x 的取值范围是 $\underline{x \geq 7}$.

考点： 函数自变量的取值范围．

分析： 函数关系中主要有二次根式．根据二次根式的意义，被开方数是非负数．

解答： 解：根据题意得： $x-7 \geq 0$ ，

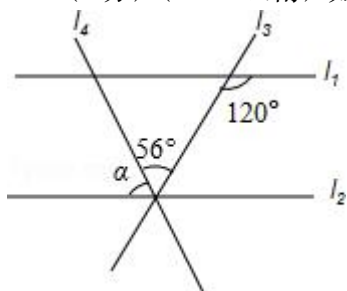
解得 $x \geq 7$ ，

故答案为 $x \geq 7$ ．

点评： 本题考查了函数自变量的取值范围问题，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数．

11. (3 分) (2015•云南) 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，并且被直线 l_3, l_4 所截，则 $\angle \alpha = \underline{64^\circ}$ ．



考点： 平行线的性质．

分析： 首先根据三角形外角的性质，求出 $\angle 1$ 的度数是多少；然后根据直线 $l_1 \parallel l_2$ ，可得 $\angle \alpha = \angle 1$ ，据此求出 $\angle \alpha$ 的度数是多少即可．

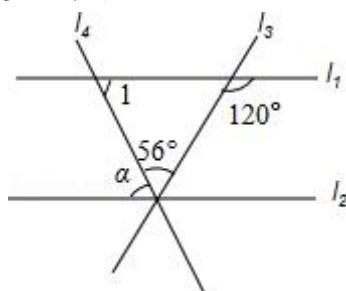


图1

解答： 解：如图 1，

$$\therefore \angle 1 + 56^\circ = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 120^\circ - 56^\circ = 64^\circ,$$

又 $\because$ 直线 $l_1 \parallel l_2$ ，

$$\therefore \angle \alpha = \angle 1 = 64^\circ.$$

故答案为： 64° ．

点评： 此题主要考查了平行线的性质，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：(1) 定理 1：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等．简单说成：两直线平行，同位角相等．(2) 定理 2：两条平行线被地三条直线所截，同旁内角互补．简单说成：两直线平行，同旁内角互补．(3) 定理 3：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等．简单说成：两直线平行，内错角相等．

12. (3 分) (2015•云南) 一台电视机原价是 2500 元，现按原价的 8 折出售，则购买 a 台这样的电视机需要 $\underline{2000a}$ 元．

考点： 列代数式．

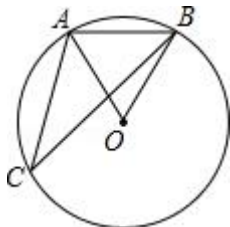
分析： 现在以 8 折出售，就是现价占原价的 80%，把原价看作单位“1”，根据一个数乘百分数的意义，用乘法解答．

解答： 解： $2500a \times 80\% = 2000a$ （元）．

故答案为 $2000a$ 元．

点评： 本题考查了列代数式，解题的关键是理解打折问题在实际问题中的应用．

13. (3 分) (2015•云南) 如图，点 A, B, C 是 $\odot O$ 上的点， $OA=AB$ ，则 $\angle C$ 的度数为 30° ．



考点： 圆周角定理；等边三角形的判定与性质．

分析： 由 $OA=AB$ ， $OA=OB$ ，可得 $\triangle OAB$ 是等边三角形，即可得 $\angle AOB=60^\circ$ ，又由在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半，即可求得 $\angle C$ 的度数．

解答： 解： $\because OA=AB$ ， $OA=OB$ ，

$\therefore OA=OB=AB$ ，

即 $\triangle OAB$ 是等边三角形，

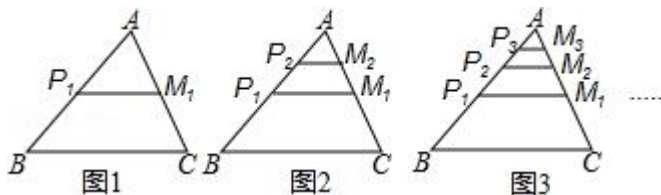
$\therefore \angle AOB=60^\circ$ ，

$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$ ．

故答案为 30° ．

点评： 此题考查了圆周角定理与等边三角形的判定与性质．此题比较简单，注意掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半定理的应用．

14. (3 分) (2015•云南) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=1$ ，点 P_1 , M_1 分别是 AB , AC 边的中点，点 P_2 , M_2 分别是 AP_1 , AM_1 的中点，点 P_3 , M_3 分别是 AP_2 , AM_2 的中点，按这样的规律下去， $P_n M_n$ 的长为 $\frac{1}{2^n}$ (n 为正整数)．



考点： 三角形中位线定理．

专题： 规律型．

分析： 根据中位线的定理得出规律解答即可．

解答： 解： 在 $\triangle ABC$ 中， $BC=1$ ，点 P_1 , M_1 分别是 AB , AC 边的中点，点 P_2 , M_2 分别是 AP_1 , AM_1 的中点，点 P_3 , M_3 分别是 AP_2 , AM_2 的中点，

可得： $P_1 M_1 = \frac{1}{2}$ ， $P_2 M_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ，故 $P_n M_n = \frac{1}{2^n}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2^n}$

点评： 此题考查三角形中位线定理，关键是根据中位线得出规律进行解答．

三、解答题（本大题共9小题，满分58分）

15. (5分) (2015•云南) 化简求值： $[\frac{x+2}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1}] \cdot \frac{x}{x-1}$ ，其中 $x=\sqrt{2}+1$ ．

考点： 分式的化简求值．

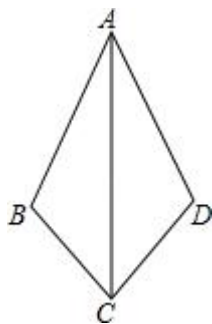
分析： 首先将中括号内的部分进行通分，然后按照同分母分式的减法法则进行计算，再按照分式的乘法法则计算、化简，最后再代数求值即可．

$$\begin{aligned}\text{解答： 解：原式} &= [\frac{x+2}{x(x-1)} - \frac{x}{x(x-1)}] \cdot \frac{x}{x-1} \\ &= \frac{2}{x(x-1)} \cdot \frac{x}{x-1} \\ &= \frac{2}{(x-1)^2},\end{aligned}$$

$$\text{将 } x=\sqrt{2}+1 \text{ 代入得：原式} = \frac{2}{(\sqrt{2}+1-1)^2} = \frac{2}{(\sqrt{2})^2} = \frac{2}{2} = 1.$$

点评： 本题主要考查的是分式的化简以及二次根式的运算，掌握分式的通分、加减、乘除等运算法则是解题的关键．

16. (5分) (2015•云南) 如图， $\angle B = \angle D$ ，请添加一个条件（不得添加辅助线），使得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，并说明理由．



考点： 全等三角形的判定．

专题： 开放型．

分析： 已知这两个三角形的一个边与一个角相等，所以再添加一个对应角相等即可．

解答： 解：添加 $\angle BAC = \angle DAC$ ．理由如下：

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle BAC = \angle DAC, \\ AC = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (AAS)．

点评： 本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

17. (7 分) (2015•云南) 为有效开展阳光体育活动，云洱中学利用课外活动时间进行班级篮球比赛，每场比赛都要决出胜负，每队胜一场得 2 分，负一场得 1 分. 已知九年级一班在 8 场比赛中得到 13 分，问九年级一班胜、负场数分别是多少？

考点： 一元一次方程的应用.

分析： 设胜了 x 场，那么负了 $(8-x)$ 场，根据得分为 13 分可列方程求解.

解答： 解：设胜了 x 场，那么负了 $(8-x)$ 场，根据题意得：

$$2x+1 \cdot (8-x)=13,$$

$$x=5,$$

$$13-5=8.$$

答：九年级一班胜、负场数分别是 5 和 8.

点评： 本题考查了一元一次方程的应用，还考查了学生的理解题意能力，关键设出胜的场数，以总分数做为等量关系列方程求解.

18. (5 分) (2015•云南) 已知 A、B 两地相距 200 千米，一辆汽车以每小时 60 千米的速度从 A 地匀速驶往 B 地，到达 B 地后不再行驶，设汽车行驶的时间为 x 小时，汽车与 B 地的距离为 y 千米.

(1) 求 y 与 x 的函数关系，并写出自变量 x 的取值范围；

(2) 当汽车行驶了 2 小时时，求汽车距 B 地有多少千米？

考点： 一次函数的应用.

分析： (1) 根据剩余的路程=两地的距离-行驶的距离即可得到 y 与 x 的函数关系式，然后再求得汽车行驶 200 千米所需要的时间即可求得 x 的取值范围.

(2) 将 $x=2$ 代入函数关系式，求得 y 值即可.

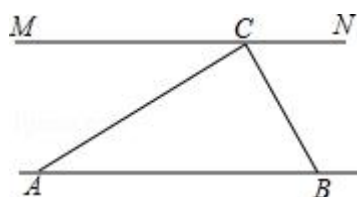
解答： 解：(1) $y=200-60x$ ($0 \leq x \leq \frac{10}{3}$);

(2) 将 $x=2$ 代入函数关系式得： $y=200-60 \times 2=80$ 千米.

答：汽车距离 B 地 80 千米.

点评： 本题主要考查的是列函数关系式，读懂题意，明确剩余的路程=两地的距离-行驶的距离是解答本题的关键.

19. (6 分) (2015•云南) 为解决江北学校学生上学过河难的问题，乡政府决定修建一座桥，建桥过程中需测量河的宽度（即两平行河岸 AB 与 MN 之间的距离）. 在测量时，选定河对岸 MN 上的点 C 处为桥的一端，在河岸点 A 处，测得 $\angle CAB=30^\circ$ ，沿河岸 AB 前行 30 米后到达 B 处，在 B 处测得 $\angle CBA=60^\circ$ ，请你根据以上测量数据求出河的宽度.（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ，结果保留整数）



考点： 解直角三角形的应用．

分析： 如图，过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D，通过解直角 $\triangle ACD$ 和直角 $\triangle BCD$ 来求 CD 的长度．

解答： 解：如图，过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D，

设 $CD=x$ ．

$\because$ 在直角 $\triangle ACD$ 中， $\angle CAD=30^\circ$ ，

$$\therefore AD = \frac{CD}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x.$$

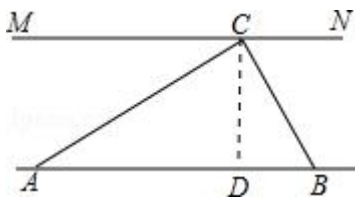
$$\text{同理，在直角 } \triangle BCD \text{ 中，} BD = \frac{CD}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}x.$$

又 $\because AB=30$ 米，

$$\therefore AD+BD=30 \text{ 米，即 } \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x = 30.$$

解得 $x=13$ ．

答：河的宽度的 13 米．



点评： 本题考查了解直角三角形的应用．关键把实际问题转化为数学问题加以计算．

20. (7 分) (2015•云南) 现有一个六面分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 且质地均匀的正方形骰子，另有三张正面分别标有数字 1, 2, 3 的卡片（卡片除数字外，其他都相同），先由小明投骰子一次，记下骰子向上一面出现的数字，然后由小王从三张背面朝上放置在桌面上的卡片中随机抽取一张，记下卡片上的数字．

(1) 请用列表或画树形图（树状图）的方法，求出骰子向上一面出现的数字与卡片上的数字之积为 6 的概率；

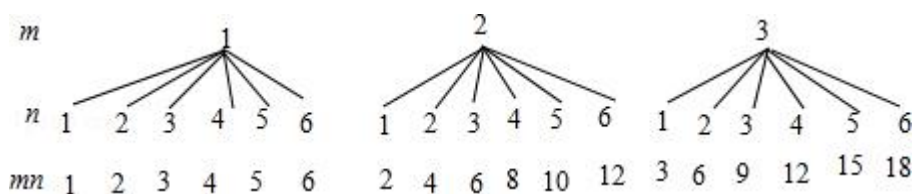
(2) 小明和小王做游戏，约定游戏规则如下：若骰子向上一面出现的数字与卡片上的数字之积大于 7，则小明赢；若骰子向上一面出现的数字与卡片上的数字之积小于 7，则小王赢，问小明和小王谁赢的可能性更大？请说明理由．

考点： 游戏公平性；列表法与树状图法．

分析： (1) 列举出所有情况，看向上一面出现的数字与卡片上的数字之积为 6 的情况数占总情况数的多少即可．

(2) 概率问题中的公平性问题，解题的关键是计算出各种情况的概率，然后比较即可．

解答： 解：(1) 如图所示：



共 18 种情况，数字之积为 6 的情况数有 3 种， $P_{(\text{数字之积为 } 6)} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$ ．

(2) 由上表可知，该游戏所有可能的结果共 18 种，其中骰子向上一面出现的数字与卡片上的数字之积大于 7 的有 7 种，骰子向上一面出现的数字与卡片上的数字之积小于 7 的有 11 种，所以小明赢的概率 = $\frac{7}{18}$ ，小王赢的概率 = $\frac{11}{18}$ ，故小王赢的可能性更大。

点评： 本题考查的是游戏公平性的判断．判断游戏公平性就要计算每个参与者取胜的概率，概率相等就公平，否则就不公平．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

21. (7 分) (2015•云南) 2015 年某省为加快建设综合交通体系，对铁路、公路、机场三个重大项目加大了建设资金的投入．

6 个机场投入建设资金金额条形统计图

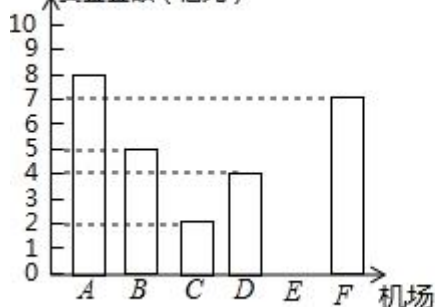


图1

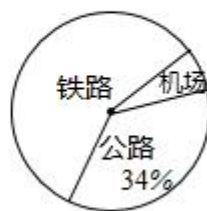


图2

(1) 机场建设项目中所有 6 个机场投入的建设资金金额统计如图 1，已知机场 E 投入的建设资金金额是机场 C，D 所投入建设资金金额之和的三分之二，求机场 E 投入的建设资金金额是多少亿元？并补全条形统计图；

(2) 将铁路、公路机场三项建设所投入的资金金额绘制成了如图 2 扇形统计图以及统计表，根据扇形统计图及统计表中信息，求得 a = 170，b = 30，c = 60%，d = 122.4°，m = 500．(请直接填写计算结果)

	铁路	公路	机场	铁路、公路、机场三项投入建设资金总金额 (亿元)
投入资金 (亿元)	300	a	b	m
所占百分比	c	34%	6%	
所占圆心角	216°	d	21.6°	

考点： 条形统计图；统计表；扇形统计图．

分析： (1) 由机场 E 投入的建设资金金额是机场 C，D 所投入建设资金金额之和的三分之二，即可得到结果；

(2) 根据扇形统计图及统计表中提供的信息，列式计算即可得到结果．

解答： 解：(1) $(2+4) \times \frac{2}{3} = 4$ ，答：机场 E 投入的建设资金金额是 4 亿元，

如图所示：

(2) $c = 1 - 34\% - 6\% = 60\%$ ， $300 \div (1 - 34\% - 6\%) = 500$ (亿)

$a = 500 \times 34\% = 170$ (亿)，

$b = 500 \times 6\% = 30$ (亿)，

$d = 360^\circ - 216^\circ - 21.6^\circ = 122.4^\circ$ ，

$m = 300 + 170 + 30 = 500$ (亿)．

故答案为：170，30，60%，122.4°，500.

6个机场投入建设资金金额条形统计图

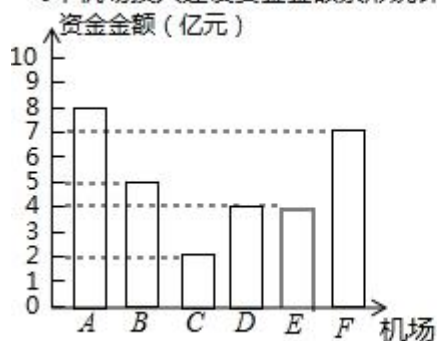


图1

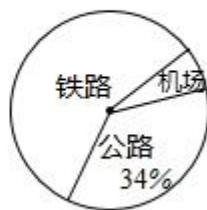


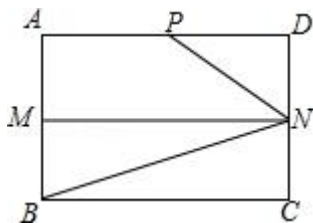
图2

点评： 本题主要考查了条形统计图与扇形统计图的应用，根据图象得出正确的信息是解题关键.

22. (7分) (2015•云南) 如图，在矩形ABCD中，AB=4，AD=6，M，N分别是AB，CD的中点，P是AD上的点，且 $\angle PNB=3\angle CBN$.

(1) 求证： $\angle PNM=2\angle CBN$;

(2) 求线段AP的长.



考点： 矩形的性质；全等三角形的判定与性质；角平分线的性质.

专题： 计算题.

分析： (1) 由 $MN \parallel BC$ ，易得 $\angle CBN = \angle MNB$ ，由已知 $\angle PNB = 3\angle CBN$ ，根据角的和差不难得出结论；

(2) 连接AN，根据矩形的轴对称性，可知 $\angle PAN = \angle CBN$ ，由(1)知 $\angle PNM = 2\angle CBN = 2\angle PAN$ ，由 $AD \parallel MN$ ，可知 $\angle PAN = \angle ANM$ ，所以 $\angle PAN = \angle PNA$ ，根据等角对等边得到 $AP = PN$ ，再用勾股定理列方程求出AP.

解答： 解：(1) $\because$ 四边形ABCD是矩形，M，N分别是AB，CD的中点，

$\therefore MN \parallel BC$,

$\therefore \angle CBN = \angle MNB$,

$\because \angle PNB = 3\angle CBN$,

$\therefore \angle PNM = 2\angle CBN$;

(2) 连接AN，

根据矩形的轴对称性，可知 $\angle PAN = \angle CBN$,

$\because MN \parallel AD$,

$\therefore \angle PAN = \angle ANM$,

由(1)知 $\angle PNM = 2\angle CBN$,

$\therefore \angle PAN = \angle PNA$,

$\therefore AP = PN$,

$\because AB = CD = 4$ ，M，N分别为AB，CD的中点，

$\therefore DN=2$,

设 $AP=x$, 则 $PD=6-x$,

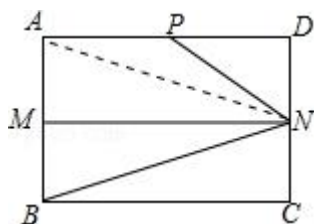
在 $Rt\triangle PDN$ 中

$$PD^2+DN^2=PN^2,$$

$$\therefore (6-x)^2+2^2=x^2,$$

$$\text{解得: } x=\frac{10}{3}$$

$$\text{所以 } AP=\frac{10}{3}.$$

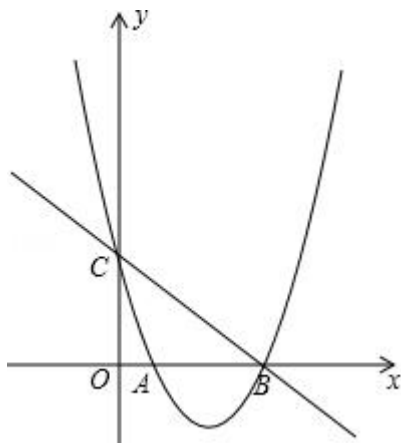


点评: 本题主要考查了矩形的性质、平行线的性质、等腰三角形的判定与性质、勾股定理的综合运用, 难度不大, 根据角的倍差关系得到 $\angle PAN=\angle PNA$, 发现 $AP=PN$ 是解决问题的关键.

23. (9分) (2015·云南) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 与 x 轴相交于 A , B 两点, 与 y 轴相交于点 C , 直线 $y=kx+n$ ($k\neq 0$) 经过 B , C 两点, 已知 $A(1, 0)$, $C(0, 3)$, 且 $BC=5$.

(1) 分别求直线 BC 和抛物线的解析式 (关系式);

(2) 在抛物线的对称轴上是否存在点 P , 使得以 B , C , P 三点为顶点的三角形是直角三角形? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 由 C 的坐标确定出 OC 的长, 在直角三角形 BOC 中, 利用勾股定理求出 OB 的长, 确定出点 B 坐标, 把 B 与 C 坐标代入直线解析式求出 k 与 n 的值, 确定出直线 BC 解析式, 把 A 与 B 坐标代入抛物线解析式求出 a 的值, 确定出抛物线解析式即可;

(2) 在抛物线的对称轴上不存在点 P , 使得以 B , C , P 三点为顶点的三角形是直角三角形, 如图所示, 分两种情况考虑: 当 $PC\perp CB$ 时, $\triangle PBC$ 为直角三角形; 当 $P'B\perp BC$ 时, $\triangle BCP'$ 为直角三角形, 分别求出 P 的坐标即可.

解答： 解：(1) $\because C(0, 3)$ ，即 $OC=3$ ， $BC=5$ ，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle BOC$ 中，根据勾股定理得： $OB=\sqrt{BC^2-OC^2}=4$ ，即 $B(4, 0)$ ，

把 B 与 C 坐标代入 $y=kx+n$ 中，得：
$$\begin{cases} 4k+n=0 \\ n=3 \end{cases}$$

解得： $k=-\frac{3}{4}$ ， $n=3$ ，

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y=-\frac{3}{4}x+3$ ；

由 $A(1, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，设抛物线解析式为 $y=a(x-1)(x-4)=ax^2-5ax+4a$ ，

把 $C(0, 3)$ 代入得： $a=\frac{3}{4}$ ，

则抛物线解析式为 $y=\frac{3}{4}x^2-\frac{15}{4}x+3$ ；

(2) 存在.

如图所示，分两种情况考虑：

$\because$ 抛物线解析式为 $y=\frac{3}{4}x^2-\frac{15}{4}x+3$ ，

$\therefore$ 其对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-\frac{15}{4}}{2\times\frac{3}{4}}=\frac{5}{2}$ 。

当 $PC \perp CB$ 时， $\triangle PBC$ 为直角三角形，

$\therefore$ 直线 BC 的斜率为 $-\frac{3}{4}$ ，

$\therefore$ 直线 PC 斜率为 $\frac{4}{3}$ ，

$\therefore$ 直线 PC 解析式为 $y-3=\frac{4}{3}x$ ，即 $y=\frac{4}{3}x+3$ ，

与抛物线对称轴方程联立得
$$\begin{cases} y=\frac{4}{3}x+3 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases}$$
，

解得：
$$\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{19}{3} \end{cases}$$
，

此时 $P(\frac{5}{2}, \frac{19}{3})$ ；

当 $P'B \perp BC$ 时， $\triangle BCP'$ 为直角三角形，

同理得到直线 $P'B$ 的斜率为 $\frac{4}{3}$ ，

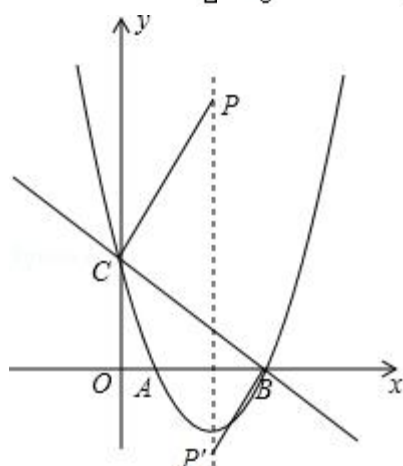
∴ 直线 $P'B$ 方程为 $y = \frac{4}{3}(x-4) = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$,

与抛物线对称轴方程联立得:
$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3} \\ x = \frac{5}{2} \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -2 \end{cases},$$

此时 $P'(\frac{5}{2}, -2)$.

综上所述, $P(\frac{5}{2}, \frac{19}{3})$ 或 $P'(\frac{5}{2}, -2)$.



点评: 此题考查的是二次函数综合题, 涉及的知识有: 坐标与图形性质, 待定系数法确定函数解析式, 二次函数的性质, 以及两直线垂直时斜率的关系, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.