

云南省昆明市 2013 年中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的。）

1. (3 分) -6 的绝对值是 ()

- A. -6 B. 6 C. ± 6 D. $-\frac{1}{6}$

2. (3 分) (2013•昆明) 下面几何体的左视图是 ()



A.



B.



C.



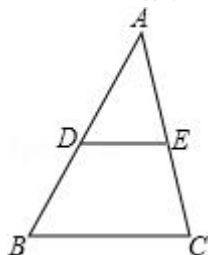
D.



3. (3 分) (2013•昆明) 下列运算正确的是 ()

- A. $x^6 + x^2 = x^3$ B. $\sqrt[3]{-8} = 2$
C. $(x+2y)^2 = x^2 + 2xy + 4y^2$ D. $\sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{2}$

4. (3 分) (2013•昆明) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别是 AB, AC 的中点， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle ADE = 60^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为 ()



- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

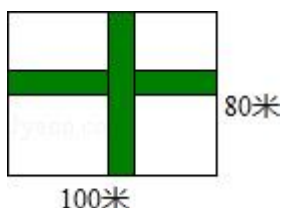
5. (3 分) (2013•昆明) 为了了解 2013 年昆明市九年级学生学业水平考试的数学成绩，从中随机抽取了 1000 名学生的数学成绩，下列说法正确的是 ()

- A. 2013 年昆明市九年级学生是总体
B. 每一名九年级学生是个体
C. 1000 名九年级学生是总体的一个样本
D. 样本容量是 1000

6. (3 分) (2013•昆明) 一元二次方程 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法确定

7. (3 分) (2013•昆明) 如图，在长为 100 米，宽为 80 米的矩形场地上修建两条宽度相等且互相垂直的道路，剩余部分进行绿化，要使绿化面积为 7644 米²，则道路的宽应为多少米？设道路的宽为 x 米，则可列方程为 ()

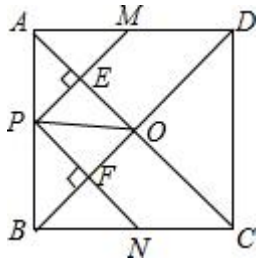


- A. $100 \times 80 - 100x - 80x = 7644$ B. $(100 - x)(80 - x) + x^2 = 7644$
C. $(100 - x)(80 - x) = 7644$ D. $100x + 80x = 356$

8. (3分) (2013•昆明) 如图, 在正方形 ABCD 中, 点 P 是 AB 上一动点 (不与 A, B 重合), 对角线 AC, BD 相交于点 O, 过点 P 分别作 AC, BD 的垂线, 分别交 AC, BD 于点 E, F, 交 AD, BC 于点 M, N. 下列结论:

① $\triangle APE \cong \triangle AME$; ② $PM + PN = AC$; ③ $PE^2 + PF^2 = PO^2$; ④ $\triangle POF \sim \triangle BNF$; ⑤ 当 $\triangle PMN \sim \triangle AMP$ 时, 点 P 是 AB 的中点.

其中正确的结论有 ()



- A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

二、填空题 (每小题 3 分, 满分 18 分)

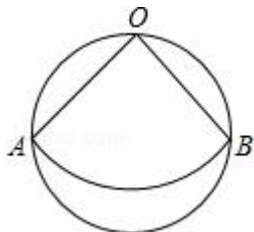
9. (3分) (2013•昆明) 据报道, 2013 年一季度昆明市共接待游客约为 12340000 人, 将 12340000 人用科学记数法表示为_____人.

10. (3分) (2013•昆明) 已知正比例函数 $y=kx$ 的图象经过点 A (-1, 2), 则正比例函数的解析式为_____.

11. (3分) (2013•昆明) 求 9 的平方根的值为_____.

12. (3分) (2013•昆明) 化简: $\frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x} =$ _____.

13. (3分) (2013•昆明) 如图, 从直径为 4cm 的圆形纸片中, 剪出一个圆心角为 90° 的扇形 OAB, 且点 O、A、B 在圆周上, 把它围成一个圆锥, 则圆锥的底面圆的半径是_____cm.

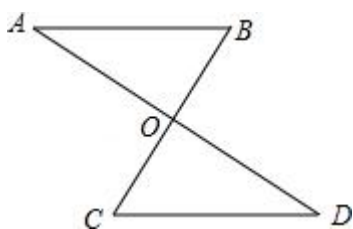


14. (3分) (2013•昆明) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 A (2, 3), 在坐标轴上找一点 P, 使得 $\triangle AOP$ 是等腰三角形, 则这样的点 P 共有_____个.

三、解答题 (共 9 题, 满分 58 分. 请考生用黑色碳素笔在答题卡相应的题号后答题区域内作答, 必须写出运算步骤、推理过程或文字说明, 超出答题区域的作答无效. 特别注意: 作图时, 必须使用黑色碳素笔在答题卡上作图))

15. (5分) (2013•昆明) 计算: $(\sqrt{2}-1)^0 + (-1)^{2013} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 2\sin 30^\circ$.

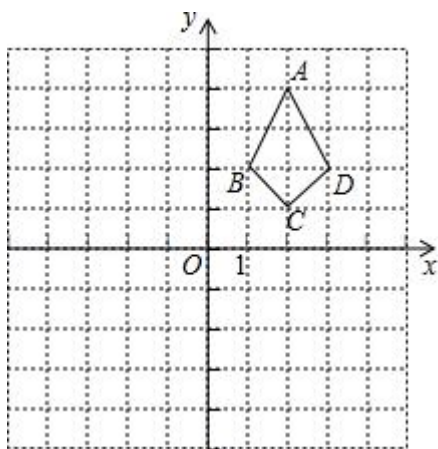
16. (5分) (2013•昆明) 已知: 如图, AD, BC 相交于点 O, $OA=OD$, $AB \parallel CD$. 求证: $AB=CD$.



17. (5 分) (2013•昆明) 在平面直角坐标系中, 四边形 ABCD 的位置如图所示, 解答下列问题:

(1) 将四边形 ABCD 先向左平移 4 个单位, 再向下平移 6 个单位, 得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$, 画出平移后的四边形 $A_1B_1C_1D_1$;

(2) 将四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 绕点 A_1 逆时针旋转 90° , 得到四边形 $A_1B_2C_2D_2$, 画出旋转后的四边形 $A_1B_2C_2D_2$, 并写出点 C_2 的坐标.



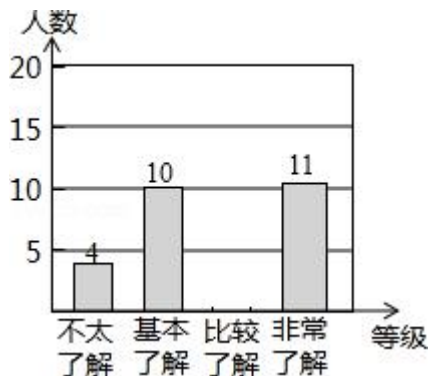
18. (5 分) (2013•昆明) 2013 年 6 月 6 日第一届南亚博览会在昆明举行. 某校对七年级学生开展了“南博会知多少?”的调查活动, 采取随机抽样的方法进行问卷调查, 问卷调查的结果分为“不太了解”、“基本了解”、“比较了解”、“非常了解”四个等级, 对调查结果进行统计后, 绘制了如下不完整的条形统计图:

根据以上统计图提供的信息, 回答下列问题:

(1) 若“基本了解”的人数占抽样调查人数的 25%, 此次调查抽取了____学生;

(2) 补全条形统计图;

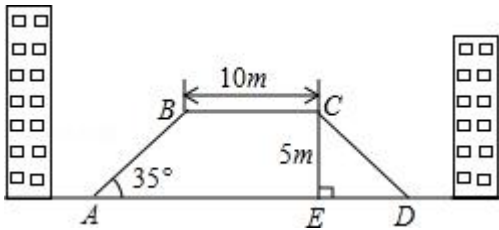
(3) 若该校七年级有 600 名学生, 请估计“比较了解”和“非常了解”的学生共有多少人?



19. (6 分) (2013•昆明) 有三张正面分别标有数字: -1 , 1 , 2 的卡片, 它们除数字不同外其余全部相同, 现将它们背面朝上, 洗匀后从中抽出一张记下数字, 放回洗匀后再从中随机抽出一张记下数字.

- (1) 请用列表或画树形图的方法（只选其中一种），表示两次抽出卡片上的数字的所有结果；
- (2) 将第一次抽出的数字作为点的横坐标 x ，第二次抽出的数字作为点的纵坐标 y ，求点 (x, y) 落在双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 上的概率.

20. (7 分) (2013•昆明) 如图，为了缓解交通拥堵，方便行人，在某街道计划修建一座横断面为梯形 $ABCD$ 的过街天桥，若天桥斜坡 AB 的坡角 $\angle BAD$ 为 35° ，斜坡 CD 的坡度为 $i=1:1.2$ （垂直高度 CE 与水平宽度 DE 的比），上底 $BC=10m$ ，天桥高度 $CE=5m$ ，求天桥下底 AD 的长度？（结果精确到 $0.1m$ ，参考数据： $\sin 35^\circ \approx 0.57$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.82$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.70$ ）

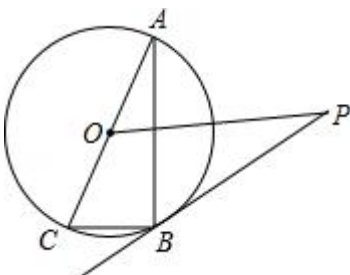


21. (8 分) (2013•昆明) 某校七年级准备购买一批笔记本奖励优秀学生，在购买时发现，每本笔记本可以打九折，用 360 元钱购买的笔记本，打折后购买的数量比打折前多 10 本.

- (1) 求打折前每本笔记本的售价是多少元？
- (2) 由于考虑学生的需求不同，学校决定购买笔记本和笔袋共 90 件，笔袋每个原售价为 6 元，两种物品都打九折，若购买总金额不低于 360 元，且不超过 365 元，问有哪几种购买方案？

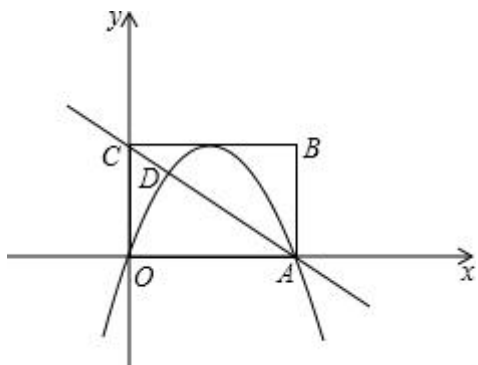
22. (8 分) (2013•昆明) 已知：如图， AC 是 $\odot O$ 的直径， BC 是 $\odot O$ 的弦，点 P 是 $\odot O$ 外一点， $\angle PBA = \angle C$.

- (1) 求证： PB 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $OP \parallel BC$ ，且 $OP=8$ ， $BC=2$. 求 $\odot O$ 的半径.



23. (9 分) (2013•昆明) 如图，矩形 $OABC$ 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在 x 轴的正半轴上，点 C 在 y 轴的正半轴上， $OA=4$ ， $OC=3$ ，若抛物线的顶点在 BC 边上，且抛物线经过 O ， A 两点，直线 AC 交抛物线于点 D .

- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 求点 D 的坐标；
- (3) 若点 M 在抛物线上，点 N 在 x 轴上，是否存在以 A, D, M, N 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由.



云南省昆明市 2013 年中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的。）

1. (3 分)

考点：绝对值.

专题：计算题.

分析：根据绝对值的性质，当 a 是负有理数时， a 的绝对值是它的相反数 $-a$ ，解答即可；

解答：解：根据绝对值的性质，

$$|-6|=6.$$

故选 B.

点评: 本题考查了绝对值的性质, 熟记: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分)

考点: 简单几何体的三视图.

分析: 根据左视图是从图形的左面看到的图形求解即可.

解答: 解: 从左面看, 是一个等腰三角形.

故选 A.

点评: 本题考查了三视图的知识, 左视图是从物体的左面看得到的视图.

3. (3 分)

考点: 完全平方公式; 立方根; 合并同类项; 二次根式的加减法

分析: A、本选项不能合并, 错误;

B、利用立方根的定义化简得到结果, 即可做出判断;

C、利用完全平方公式展开得到结果, 即可做出判断;

D、利用二次根式的化简公式化简, 合并得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: A、本选项不能合并, 错误;

B、 $\sqrt[3]{-8} = -2$, 本选项错误;

C、 $(x+2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$, 本选项错误;

D、 $\sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$, 本选项正确.

故选 D

点评: 此题考查了完全平方公式, 合并同类项, 以及负指数幂, 幂的乘方, 熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

4. (3 分)

考点: 三角形中位线定理; 平行线的性质; 三角形内角和定理.

分析: 在 $\triangle ADE$ 中利用内角和定理求出 $\angle AED$, 然后判断 $DE \parallel BC$, 利用平行线的性质可得出 $\angle C$.

解答: 解: 由题意得, $\angle AED = 180^\circ - \angle A - \angle ADE = 70^\circ$,

$\because$ 点 D, E 分别是 AB, AC 的中点,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore DE \parallel BC$,

$\therefore \angle C = \angle AED = 70^\circ$.

故选 C.

点评: 本题考查了三角形的中位线定理, 解答本题的关键是掌握三角形中位线定理的内容: 三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

5. (3 分)

考点: 总体、个体、样本、样本容量.

分析: 根据总体、个体、样本、样本容量的概念结合选项选出正确答案即可.

解答: 解: A、2013 年昆明市九年级学生的数学成绩是总体, 原说法错误, 故本选项错误;

B、每一名九年级学生的数学成绩是个体, 原说法错误, 故本选项错误;

C、1000 名九年级学生的数学成绩是总体的一个样本, 原说法错误, 故本选项错误;

D、样本容量是 1000, 该说法正确, 故本选项正确.

故选 D.

点评: 本题考查了总体、个体、样本、样本容量的知识, 解题要分清具体问题中的总体、个体与样本, 关键是明确考查的对象. 总体、个体与样本的考查对象是相同的, 所不同的是范围的大小. 样本容量是样本中包含的个体的数目, 不能带单位.

6. (3 分)

考点：根的判别式.

分析：求出根的判别式 Δ ，然后选择答案即可.

解答：解： $\because \Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 25 - 8 = 17 > 0$,
 $\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选 A.

点评：总结：一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

7. (3 分)

考点：由实际问题抽象出一元二次方程.

专题：几何图形问题.

分析：把所修的两条道路分别平移到矩形的最上边和最左边，则剩下的草坪是一个长方形，根据长方形的面积公式列方程.

解答：解：设道路的宽应为 x 米，由题意有

$$(100 - x)(80 - x) = 7644,$$

故选 C.

点评：此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，把中间修建的两条道路分别平移到矩形地面的最上边和最左边是做本题的关键.

8. (3 分)

考点：相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；勾股定理；正方形的性质

分析：依据正方形的性质以及勾股定理、矩形的判定方法即可判断 $\triangle APM$ 和 $\triangle BPN$ 以及 $\triangle APE$ 、 $\triangle BPF$ 都是等腰直角三角形，四边形 PEOF 是矩形，从而作出判断.

解答：解： $\because$ 四边形 ABCD 是正方形，

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 45^\circ.$$

$\because$ 在 $\triangle APE$ 和 $\triangle AME$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle DAC \\ AE = AE \\ \angle AEP = \angle AEM \end{cases},$$

$\therefore \triangle APE \cong \triangle AME$ ，故①正确；

$$\therefore PE = EM = \frac{1}{2}PM,$$

$$\text{同理，} FP = FN = \frac{1}{2}NP.$$

$\because$ 正方形 ABCD 中 $AC \perp BD$,

又 $\because PE \perp AC$, $PF \perp BD$,

$\therefore \angle PEO = \angle EOF = \angle PFO = 90^\circ$ ，且 $\triangle APE$ 中 $AE = PE$

$\therefore$ 四边形 PEOF 是矩形.

$$\therefore PF = OE,$$

$$\therefore PE + PF = OA,$$

$$\text{又} \because PE = EM = \frac{1}{2}PM, FP = FN = \frac{1}{2}NP, OA = \frac{1}{2}AC,$$

$\therefore PM + PN = AC$ ，故②正确；

$\because$ 四边形 PEOF 是矩形，

$$\therefore PE = OF,$$

在直角 $\triangle OPF$ 中， $OF^2 + PF^2 = PO^2$,

$\therefore PE^2 + PF^2 = PO^2$, 故③正确.

$\because \triangle BNF$ 是等腰直角三角形, 而 $\triangle POF$ 不一定是, 故④错误;

$\because \triangle AMP$ 是等腰直角三角形, 当 $\triangle PMN \sim \triangle AMP$ 时, $\triangle PMN$ 是等腰直角三角形.

$\therefore PM = PN$,

又 $\because \triangle AMP$ 和 $\triangle BPN$ 都是等腰直角三角形,

$\therefore AP = BP$, 即 P 是 AB 的中点. 故⑤正确.

故选 B.

点评: 本题是正方形的性质、矩形的判定、勾股定理得综合应用, 认识 $\triangle APM$ 和 $\triangle BPN$ 以及 $\triangle APE$ 、 $\triangle BPF$ 都是等腰直角三角形, 四边形 $PEOF$ 是矩形是关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 满分 18 分)

9. (3 分)

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 12340000 用科学记数法表示为 1.234×10^7 .

故答案为: 1.234×10^7 .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

10. (3 分)

考点: 待定系数法求正比例函数解析式.

分析: 把点 A 的坐标代入函数解析式求出 k 值即可得解.

解答: 解: $\because$ 正比例函数 $y = kx$ 的图象经过点 $A(-1, 2)$,

$\therefore -k = 2$,

解得 $k = -2$,

$\therefore$ 正比例函数的解析式为 $y = -2x$.

故答案为: $y = -2x$.

点评: 本题考查了待定系数法求正比例函数解析式, 把点的坐标代入函数解析式计算即可, 比较简单.

11. (3 分)

考点: 平方根.

分析: 根据平方根的定义解答.

解答: 解: $\because (\pm 3)^2 = 9$,

$\therefore 9$ 的平方根的值 ± 3 .

故答案为: ± 3 .

点评: 本题考查了平方根的定义, 是基础题, 熟记概念是解题的关键.

12. (3 分)

考点: 分式的加减法.

专题: 计算题.

分析: 先转化为同分母 $(x-2)$ 的分式相加减, 然后约分即可得解.

解答:

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x} \\ &= \frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{x-2}\end{aligned}$$

$$= \frac{(x+2)(x-2)}{x-2}$$

$$=x+2.$$

故答案为: $x+2$.

点评: 本题考查了分式的加减法, 把互为相反数的分母化为同分母是解题的关键.

13. (3 分)

考点: 圆锥的计算.

专题: 计算题.

分析: 设圆锥的底面圆的半径为 r , 由于 $\angle AOB=90^\circ$ 得到 AB 为 $\odot O$ 的直径, 则 $OB=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=2\sqrt{2}\text{cm}$, 根

据弧长公式计算出扇形 OAB 的弧 AB 的长, 然后根据圆锥的侧面展开图为扇形, 扇形的弧长等于圆锥底面圆的周长进行计算.

解答: 解: 设圆锥的底面圆的半径为 r ,

连结 AB , 如图,

$\because$ 扇形 OAB 的圆心角为 90° ,

$\therefore \angle AOB=90^\circ$,

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore AB=4\text{cm}$,

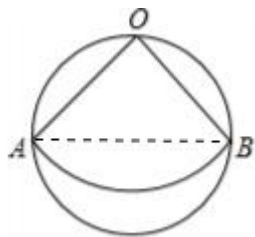
$\therefore OB=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=2\sqrt{2}\text{cm}$,

$\therefore$ 扇形 OAB 的弧 AB 的长 $=\frac{90 \cdot \pi \cdot 2\sqrt{2}}{180}=\sqrt{2}\pi$,

$\therefore 2\pi r=\sqrt{2}\pi$,

$\therefore r=\frac{\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$.

故答案为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



点评: 本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为扇形, 扇形的弧长等于圆锥底面圆的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长. 也考查了圆周角定理和弧长公式.

14. (3 分)

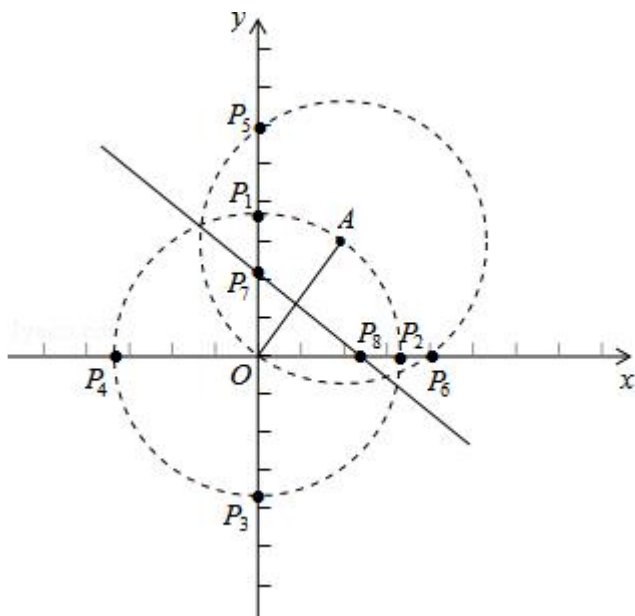
考点: 等腰三角形的判定; 坐标与图形性质.

专题: 数形结合.

分析: 建立网格平面直角坐标系, 然后作出符合等腰三角形的点 P 的位置, 即可得解.

解答: 解: 如图所示, 使得 $\triangle AOP$ 是等腰三角形的点 P 共有 8 个.

故答案为: 8.



点评： 本题考查了等腰三角形的判定，作出图形，利用数形结合的思想求解更形象直观.

三、解答题（共 9 题，满分 58 分。请考生用黑色碳素笔在答题卡相应的题号后答题区域内作答，必须写出运算步骤、推理过程或文字说明，超出答题区域的作答无效。特别注意：作图时，必须使用黑色碳素笔在答题卡上作图）

15. (5 分)

考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

分析： 分别进行零指数幂、负整数指数幂的运算，再代入特殊角的三角函数值，合并即可得出答案.

解答： 解：原式 $=1 - 1 + 3 - 2 \times \frac{1}{2} = 2$.

点评： 本题考查了实数的运算，涉及了零指数幂、负整数指数幂及特殊角的三角函数值，属于基础题.

16. (5 分)

考点： 全等三角形的判定与性质.

专题： 证明题.

分析： 首先根据 $AB \parallel CD$ ，可得 $\angle B = \angle C$ ， $\angle A = \angle D$ ，结合 $OA = OD$ ，可知证明出 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ ，即可得到 $AB = CD$.

解答： 证明： $\because AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle B = \angle C$ ， $\angle A = \angle D$ ，
 $\because$ 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle A = \angle D, \\ OA = OD \end{cases}$$

 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (SSA)，
 $\therefore AB = CD$.

点评： 此题主要考查了全等三角形的判定与性质的知识，解答本题的关键是熟练掌握判定定理以及平行线的性质，此题基础题，比较简单.

17. (5 分)

考点： 作图-旋转变换；作图-平移变换.

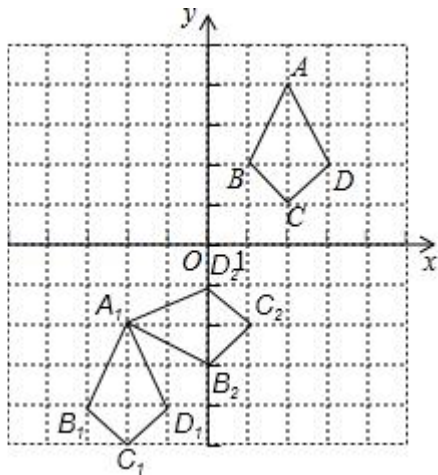
专题： 作图题.

分析： (1) 根据网格结构找出点 A、B、C、D 平移后的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 的位置，然后顺次连接即可；

(2) 根据网格结构找出 B_1 、 C_1 、 D_1 绕点 A_1 逆时针旋转 90° 的对应点 B_2 、 C_2 、 D_2 的位置，然后顺次连接即可，再根据平面直角坐标系写出点 C_2 的坐标.

解答：解：(1) 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 如图所示；

(2) 四边形 $A_1B_2C_2D_2$ 如图所示，
 C_2 (1, -2).



点评：本题考查了利用旋转变换作图，利用平移变换作图，熟练掌握网格结构，准确找出对应点的位置是解题的关键.

18. (5 分)

考点：条形统计图；用样本估计总体.

专题：计算题.

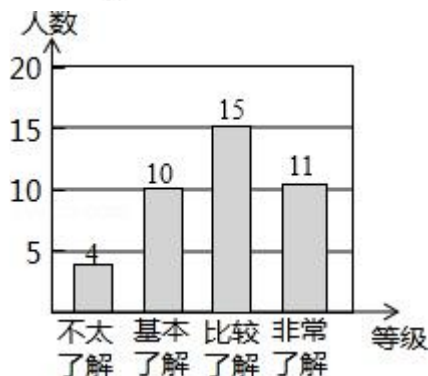
分析：(1) 由“基本了解”的人数除以所占的百分比即可得到调查的学生数；
 (2) 根据学生总数求出“比较了解”的学生数，补全条形统计图即可；
 (3) 求出“比较了解”和“非常了解”的学生在样本中所占的百分比，乘以 600 即可得到结果.

解答：解：(1) 根据题意得： $10 \div 25\% = 40$ (名)，则此次调查的学生为 40 名；

(2) 根据题意得：“比较了解”的学生为 $40 - (4 + 10 + 11) = 15$ (名)，
 补全统计图，如图所示；

(3) 根据题意估计“比较了解”和“非常了解”的学生共有

$$600 \times \frac{15+11}{40} = 390 \text{ (名)}.$$



点评：此题考查了条形统计图，以及用样本估计总体，弄清题意是解本题的关键.

19. (6 分)

考点：列表法与树状图法；反比例函数图象上点的坐标特征.

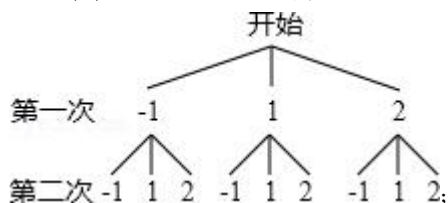
专题：图表型.

分析：(1) 画出树状图即可得解；

(2) 根据反比例函数图象上点的坐标特征判断出在双曲线上 $y=\frac{2}{x}$ 上的情况数, 然后根据概率公式

列式计算即可得解.

解答: 解: (1) 根据题意画出树状图如下:



(2) 当 $x=-1$ 时, $y=\frac{2}{-1}=-2$,

当 $x=1$ 时, $y=\frac{2}{1}=2$,

当 $x=2$ 时, $y=\frac{2}{2}=1$,

一共有 9 种等可能的情况, 点 (x, y) 落在双曲线上 $y=\frac{2}{x}$ 上的有 2 种情况,

所以, $P=\frac{2}{9}$.

点评: 本题考查了列表法与树状图法, 反比例函数图象上点的坐标特征, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

20. (7 分)

考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

分析: 过 B 作 $BF \perp AD$ 于 F, 可得四边形 BCEF 为矩形, $BF=CE$, 在 $Rt\triangle ABF$ 和 $Rt\triangle CDE$ 中, 分别解直角三角形求出 AF, ED 的长度, 继而可求得 AD 的长度.

解答: 解: 过 B 作 $BF \perp AD$ 于 F, 则四边形 BCEF 为矩形,

则 $BF=CE=5m$, $BC=EF=10m$,

在 $Rt\triangle ABF$ 中, $\frac{BF}{AF}=\tan 35^\circ$,

则 $AF=\frac{5}{0.7} \approx 7.1m$,

在 $Rt\triangle CDE$ 中,

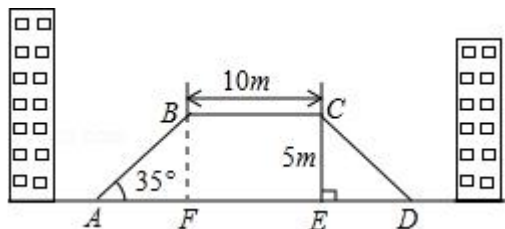
$\because CD$ 的坡度为 $i=1: 1.2$,

$\therefore \frac{CE}{ED}=1: 1.2$,

则 $ED=6m$,

$\therefore AD=AF+EF+ED=7.1+10+6=23.1 (m)$.

答: 天桥下底 AD 的长度为 23.1m.



点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是根据坡度和坡角构造直角三角形, 分别用解直

角三角形的知识求出 AF、ED 的长度，难度一般.

21. (8 分)

考点: 分式方程的应用; 一元一次不等式组的应用.

专题: 应用题.

分析: (1) 设打折前售价为 x , 则打折后售价为 $0.9x$, 表示出打折前购买的数量及打折后购买的数量, 再由打折后购买的数量比打折前多 10 本, 可得出方程, 解出即可;

(2) 设购买笔记本 y 件, 则购买笔袋 $(90 - y)$ 件, 根据购买总金额不低于 360 元, 且不超过 365 元, 可得出不等式组, 解出即可.

解答: 解: (1) 设打折前售价为 x , 则打折后售价为 $0.9x$,

$$\text{由题意得, } \frac{360}{x} + 10 = \frac{360}{0.9x},$$

解得: $x=4$,

经检验得: $x=4$ 是原方程的根,

答: 打折前每本笔记本的售价为 4 元.

(2) 设购买笔记本 y 件, 则购买笔袋 $(90 - y)$ 件,

由题意得, $360 \leq 4 \times 0.9 \times y + 6 \times 0.9 \times (90 - y) \leq 365$,

$$\text{解得: } 67\frac{2}{9} \leq y \leq 70,$$

$\because x$ 为正整数,

$\therefore x$ 可取 68, 69, 70,

故有三种购买方案:

方案一: 购买笔记本 68 本, 购买笔袋 22 个;

方案二: 购买笔记本 69 本, 购买笔袋 21 个;

方案三: 购买笔记本 70 本, 购买笔袋 20 个;

点评: 本题考查了分式方程的应用、一元一次不等式组的应用, 解答此类应用类题目, 一定要先仔细审题, 有时需要读上几遍, 找到解题需要的等量关系或不等关系.

22. (8 分)

考点: 切线的判定; 全等三角形的判定与性质

分析: (1) 连接 OB, 求出 $\angle ABC=90^\circ$, $\angle PBA=\angle OBC=\angle OCB$, 推出 $\angle PBO=90^\circ$, 根据切线的判定推出即可;

(2) 证 $\triangle PBO$ 和 $\triangle ABC$ 相似, 得出比例式, 代入求出即可.

解答: (1) 证明: 连接 OB,

$\because AC$ 是 $\odot O$ 直径,

$\therefore \angle ABC=90^\circ$,

$\because OC=OB$,

$\therefore \angle OBC=\angle ACB$,

$\because \angle PBA=\angle ACB$,

$\therefore \angle PBA=\angle OBC$,

即 $\angle PBA + \angle OBA = \angle OBC + \angle ABO = \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore OB \perp PB$,

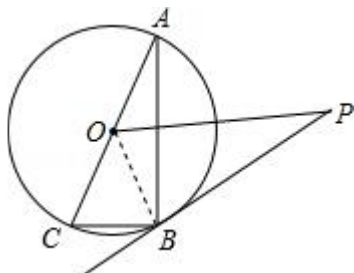
$\because OB$ 为半径,

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $AC=2r$, $OB=r$,

$\because OP \parallel BC$, $\angle OBC=\angle OCB$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle POB = \angle OBC = \angle OCB, \\
&\therefore \angle PBO = \angle ABC = 90^\circ, \\
&\therefore \triangle PBO \sim \triangle ABC, \\
&\therefore \frac{OP}{AC} = \frac{OB}{BC}, \\
&\therefore \frac{8}{2r} = \frac{r}{2}, \\
&r = 2\sqrt{2}, \\
&\text{即 } \odot O \text{ 的半径为 } 2\sqrt{2}.
\end{aligned}$$



点评: 本题考查了等腰三角形性质, 平行线性, 相似三角形的性质和判定, 切线的判定等知识点的应用, 主要考查学生的推理能力, 用了方程思想.

23. (9 分)

考点: 二次函数综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 由 OA 的长度确定出 A 的坐标, 再利用对称性得到顶点坐标, 设出抛物线的顶点形式 $y = a(x - 2)^2 + 3$, 将 A 的坐标代入求出 a 的值, 即可确定出抛物线解析式;

(2) 设直线 AC 解析式为 $y = kx + b$, 将 A 与 C 坐标代入求出 k 与 b 的值, 确定出直线 AC 解析式, 与抛物线解析式联立即可求出 D 的坐标;

(3) 存在, 分两种情况考虑: 如图所示, 当四边形 ADMN 为平行四边形时, $DM \parallel AN$, $DM = AN$, 由对称性得到 $M(3, \frac{9}{4})$, 即 $DM = 2$, 故 $AN = 2$, 根据 $OA + AN$ 求出 ON 的长, 即可确定出 N 的坐标;

当四边形 $ADM'N'$ 为平行四边形, 可得三角形 ADQ 全等于三角形 $N'M'P$, $M'P = DQ = \frac{9}{4}$,

$N'P = AQ = 3$, 将 $y = -\frac{9}{4}$ 代入得: $-\frac{9}{4} = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$, 求出 x 的值, 确定出 OP 的长, 由 $OP + PN'$ 求出 ON' 的长即可确定出 N' 坐标.

解答: 解: (1) 设抛物线顶点为 E, 根据题意 $OA = 4$, $OC = 3$, 得: $E(2, 3)$,

设抛物线解析式为 $y = a(x - 2)^2 + 3$,

将 A(4, 0) 坐标代入得: $0 = 4a + 3$, 即 $a = -\frac{3}{4}$,

则抛物线解析式为 $y = -\frac{3}{4}(x - 2)^2 + 3 = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$;

(2) 设直线 AC 解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

将 A(4, 0) 与 C(0, 3) 代入得: $\begin{cases} 4k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases}$,

故直线 AC 解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 3$,

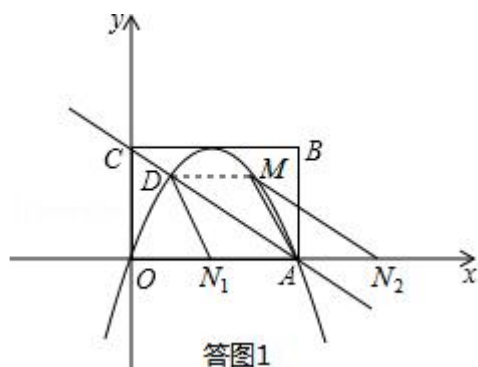
与抛物线解析式联立得:
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 3 \\ y = -\frac{3}{4}x^2 + 3x \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{9}{4} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$,

则点 D 坐标为 $(1, \frac{9}{4})$;

(3) 存在, 分两种情况考虑:

①当点 M 在 x 轴上方时, 如答图 1 所示:

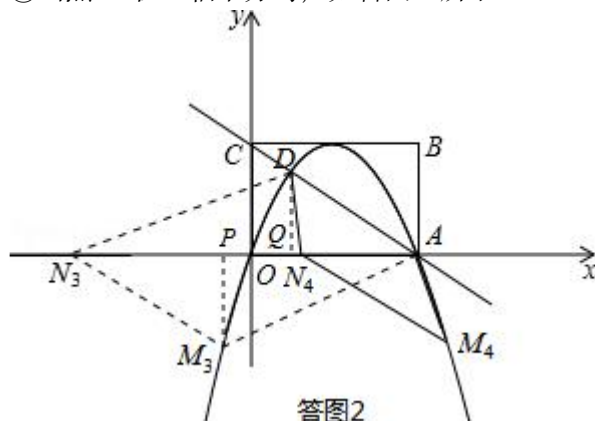


四边形 ADMN 为平行四边形, $DM \parallel AN$, $DM = AN$,

由对称性得到 $M(3, \frac{9}{4})$, 即 $DM = 2$, 故 $AN = 2$,

$\therefore N_1(2, 0)$, $N_2(6, 0)$;

②当点 M 在 x 轴下方时, 如答图 2 所示:



过点 D 作 $DQ \perp x$ 轴于点 Q, 过点 M 作 $MP \perp x$ 轴于点 P, 可得 $\triangle ADQ \cong \triangle NMP$,

$\therefore MP = DQ = \frac{9}{4}$, $NP = AQ = 3$,

将 $y_M = -\frac{9}{4}$ 代入抛物线解析式得: $-\frac{9}{4} = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$,

解得: $x_M = 2 - \sqrt{7}$ 或 $x_M = 2 + \sqrt{7}$,

$\therefore x_N = x_M - 3 = -\sqrt{7} - 1$ 或 $\sqrt{7} - 1$,

$\therefore N_3(-\sqrt{7} - 1, 0)$, $N_4(\sqrt{7} - 1, 0)$.

综上所述，满足条件的点 N 有四个： $N_1 (2, 0)$ ， $N_2 (6, 0)$ ， $N_3 (-\sqrt{7}-1, 0)$ ， $N_4 (\sqrt{7}-1, 0)$.

点评： 此题考查了二次函数综合题，涉及的知识有：待定系数法确定抛物线解析式，一次函数与二次函数的交点，平行四边形的性质，以及坐标与图形性质，是一道多知识点的探究型试题.