

数学试卷

1. 考试时间 120 分钟；
2. 全卷共三道大题，总分 120 分；
3. 请将答案填写在答题卡的指定位置.

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 剪纸艺术是中国古老的民间艺术之一，下面剪纸图案中，是中心对称图形的是（ ）



2. 下列运算正确的是（ ）

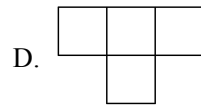
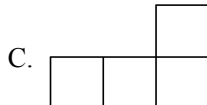
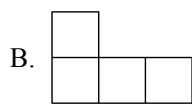
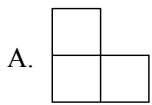
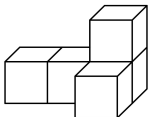
A. $x^5 \cdot x^2 = x^{10}$

B. $m^2 + m^2 = 2m^4$

C. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

D. $(-2a)^3 = -8a^3$

3. 如图，一个由若干大小相同的小正方体搭成的几何体，它的左视图是（ ）



4. 在“体重管理年”的活动中，某校对学生的体重进行监测，下面是其中的一组数据（单位：kg）：47，49，56，52，56. 这组数据的众数和平均数分别是（ ）

A. 52，52

B. 56，52

C. 56，50

D. 52，56

5. 深耕黑土地，守护大粮仓. 某水稻生产基地 2023 年平均每公顷产 7000 kg 水稻，到 2025 年平均每公顷产 8470 kg 水稻，设水稻每公顷产量的年平均增长率为 x ，可列方程为（ ）

A. $7000(1+2x) = 8470$

B. $7000(1+x)^2 = 8470$

C. $7000 + 7000(1+x) + 7000(1+x)^2 = 8470$

D. $7000 \times 2(1+x) = 8470$

6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{4-k}{x-2} - \frac{2k}{2-x} = 1$ 的解为正数，则 k 的取值范围为 ()

A. $k > -6$

B. $k < -6$

C. $k > -6$ 且 $k \neq -4$

D. $k < -6$ 且 $k \neq -4$

7. 在第 25 届米兰冬奥会上，我国冰雪健儿取得了骄人的成绩。为了弘扬中华体育精神，某中学开展“冰雪运动进校园”活动。学校计划用 300 元购买笔记本和钢笔两种奖品，笔记本 20 元/个，钢笔 15 元/个。所有资金恰好用完，则购买方案有 ()

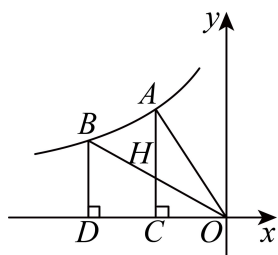
A. 3 种

B. 4 种

C. 5 种

D. 6 种

8. 如图，在平面直角坐标系中，双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 上有 A, B 两点， $AC \perp x$ 轴于点 C ， $BD \perp x$ 轴于点 D ， H 为 OB 的中点， $S_{\triangle AHO} = 6$ ，则 k 的值为 ()



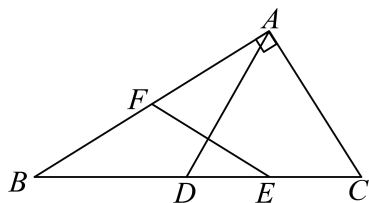
A. 8

B. -8

C. 16

D. -16

9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， D 为 BC 上一点，且 $AC = AD$ ， E, F 分别是 CD, AB 的中点，连接 EF ，若 $AC = 2$ ，则 EF 的长为 ()



A. $2\sqrt{3}$

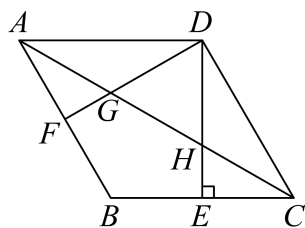
B. $\sqrt{3}$

C. 1

D. 0.5

10. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， DE 垂直平分 BC ， $\angle EDF = \frac{1}{2}\angle ADC$ ， DF, DE 分别交对角线 AC 于 G, H 两点，下列结论：①连接 EF ，则 $\triangle DEF$ 为等边三角形；②过点 G 作 $GN \perp AD$ 于点 N ，则 $GN = GF$ ；③ $AG = GH = CH = \frac{2}{3}EF$ ；④ M 为边 AB 上任意一点，连接 MD 和 ME ，若 $S_{\triangle BME} : S_{\triangle DEC} = 4 : 5$ ，则有 $S_{\triangle DAM} : S_{\text{菱形}ABCD} = 1 : 10$ ；⑤逆时针旋转 $\angle FDE$ ，使射线 DF 与边 AB 交于点 P ，射线 DE 与边 BC 交

于点 Q ，若 $CQ = \sqrt{2}$ ， $AP = 2\sqrt{2}$ ，则 $PQ = \sqrt{10}$ ；其中正确的是（ ）



A. ①③④

B. ②④⑤

C. ①②③④

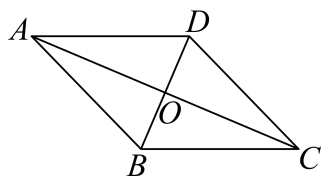
D. ①②③⑤

二、填空题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

11. 2026 年 5 月 19 日，哈尔滨市举行万人徒步活动，约有 12000 人参加．将数据 12000 用科学记数法表示为_____．

12. 在函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____．

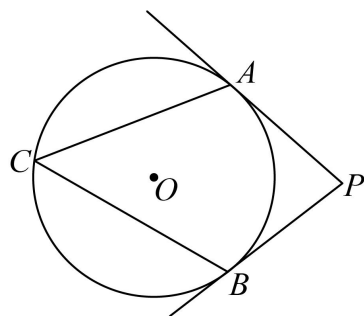
13. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，且 $OA = OC$ ，请添加一个条件_____，使四边形 $ABCD$ 是平行四边形．



14. “七八个星天外，两三点雨山前”，数词在这句诗词中出现的概率为_____．（标点不计）

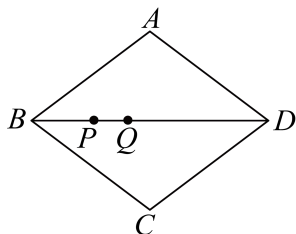
15. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a > 1 \\ 1+x \leq 3 \end{cases}$ 只有 3 个整数解，则 a 的取值范围是_____．

16. 如图， PA ， PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A ， B 两点， $\angle P = 80^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____．



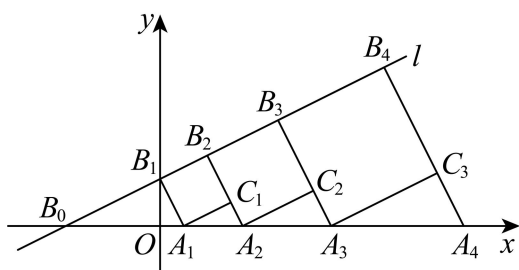
17. 王芳用一个圆心角为 120° ，半径为 4 的扇形卡纸，围成一个圆锥的侧面，则这个圆锥底面圆的半径为_____．

18. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 10，对角线 $BD = 16$ ， P ， Q 为 BD 上两个动点，且 $PQ = 2$ ，则 $AP + AQ$ 的最小值为_____．



19. 在综合与实践课上，老师带领同学们以“直角三角形的折叠”为主题开展探究活动，同学们用一张直角三角形纸片进行折叠. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AC = 2$ ，在 AC 边上找一点 D ，将纸片沿 BD 折叠，使点 A 落在 A' 处，当 $\triangle A'BD$ 的某一边与 AC 边垂直时， $A'D =$ _____.

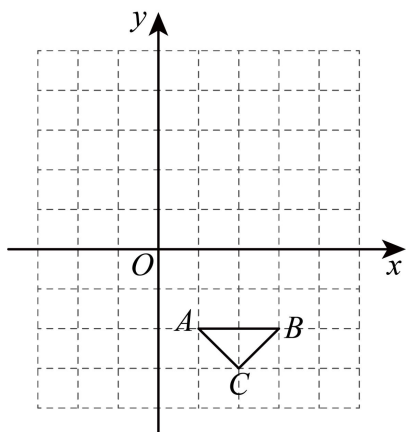
20. 如图， B_1 是直线 $l: y = \frac{1}{2}x + 2$ 与 y 轴的交点，过点 B_1 作 $A_1B_1 \perp l$ 交 x 轴于点 A_1 ，以 A_1B_1 为边，向右作正方形 $A_1B_1B_2C_1$ ，延长 B_2C_1 交 x 轴于点 A_2 ；以 A_2B_2 为边，向右作正方形 $A_2B_2B_3C_2$ ，延长 B_3C_2 交 x 轴于点 A_3 ；以 A_3B_3 为边，向右作正方形 $A_3B_3B_4C_3$ ，延长 B_4C_3 交 x 轴于点 A_4 ； $\cdots$ ，按照这个规律进行下去，则点 C_n 的纵坐标为_____.



三、解答题（本大题共 8 道题，满分 60 分）

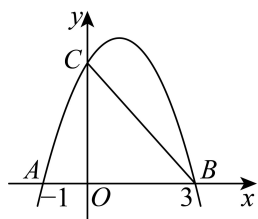
21. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{1}{x+3}\right) \div \frac{x^2-4}{x^2+6x+9}$ ，其中 $x = 4\cos 60^\circ + 1$.

22. 如图，在平面直角坐标系中，每个小正方形的边长均为 1， $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1, -2)$ ， $B(3, -2)$ ， $C(2, -3)$.



- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出 A_1 的坐标；
- (2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 逆时针旋转 90° 得到的 $\triangle A_1B_2C_2$ ，并写出 C_2 的坐标；
- (3) 求出 (2) 中线段 A_1C_1 所扫过的图形面积. (结果保留 π)

23. 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ 两点，交 y 轴于点 C .

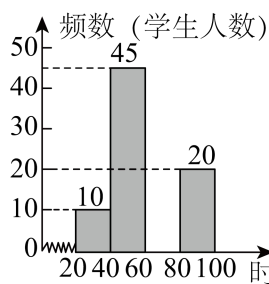


- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 作射线 BD 交 y 轴于点 D ，使 $\angle CBD = 15^\circ$ ，则 CD 的长为_____.

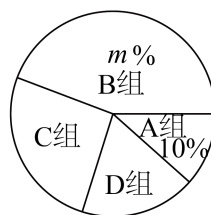
24. 为了传承东北抗联精神，某中学举行“红色经典”主题阅读活动. 该校采用简单随机抽样的方法，对本校学生一周的阅读时间（单位：min）进行了抽样调查，把所得的数据分组整理，并绘制成如下两幅不完整的统计图.

抽取的学生一周阅读时间的频数分布直方图

抽取的学生一周阅读时间的扇形统计图



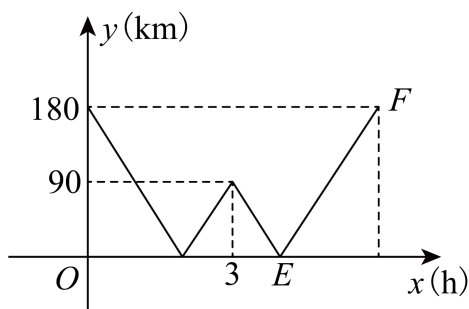
A组: $20 \leq x < 40$
 B组: $40 \leq x < 60$
 C组: $60 \leq x < 80$
 D组: $80 \leq x \leq 100$



请根据相关信息，解答下列问题：

- (1) $m =$ _____， C 组对应的频数 _____，并补全直方图；
- (2) 调查所得数据的中位数落在 _____ 组（填组别）；
- (3) 该校共有 1500 名学生，根据抽样调查结果，估计该校学生一周阅读时间不少于 60min 的学生人数.

25. 一条公路上依次有 A ， B ， C 三地，甲车从 A 地出发去 C 地，途经 B 地，到达 C 地后，立即按原路原速返回 A 地；乙车在甲车出发 0.1 小时后从 A 地去 B 地，到达 B 地停留 2 小时，立即按原路原速返回，结果比甲车提前 0.3 小时到达 A 地，两车均按各自速度匀速行驶. 如图是甲车行驶过程中距离 B 地的路程 y (km) 与甲车行驶时间 x (h) 的函数图象，结合图象回答下列问题：

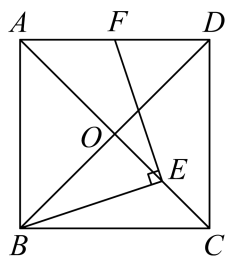


(1) A, C 两地之间的距离为_____ km, 乙车的速度为_____ km/h;

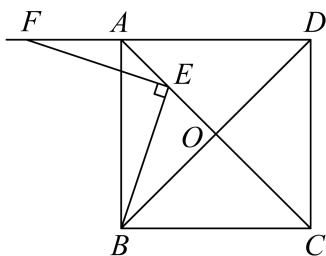
(2) 求线段 EF 的函数解析式;

(3) 请直接写出乙车返回 A 地前, 甲车行驶多少小时, 甲乙两车相距 10km.

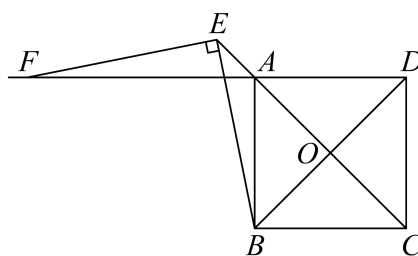
26. 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , E 为直线 AC 上一点, 连接 BE , 过 E 点作 $EF \perp BE$, 交 AD 边所在的直线于点 F .



图①



图②



图③

(1) 如图①, 当点 E 在 OC 上时, 求证: $AB + AF = \sqrt{2}AE$;

(2) 如图②, 当点 E 在 OA 上时; 如图③, 当点 E 在 CA 的延长线上时, 请分别写出线段 AB, AF, AE 之间的数量关系, 不需要证明.

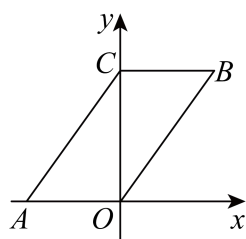
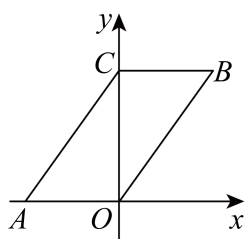
27. “节能减排, 倡导绿色出行”. 某新能源汽车生产厂家推出特惠 A, B 两种型号的新能源汽车, 已知销售 2 台 A 型汽车和 1 台 B 型汽车总售价为 21 万元, 销售 3 台 A 型汽车和 2 台 B 型汽车总售价为 34 万元. 已知 A 型汽车的成本为每台 7 万元, B 型汽车的成本为每台 4.5 万元.

(1) 求 A 型汽车和 B 型汽车每台售价分别为多少万元?

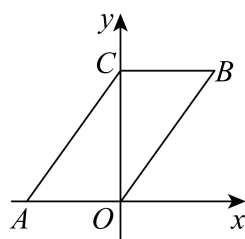
(2) 若汽车厂家售出 A, B 两种型号的汽车共 50 台, 售出 A 型汽车的数量不超过 30 台, 并且投入的总成本不低于 295 万元, 求有哪几种销售方案?

(3) 在 (2) 的条件下, 全部售出, 哪种销售方案获得的利润最大? 最大利润为多少万元?

28. 如图, 在平面直角坐标系中, $\square AOB C$ 的 AO 边与 x 轴重合, 点 A 在 x 轴负半轴上, 点 C 在 y 轴正半轴上, OA, OC 的长是一元二次方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两个根 ($OA < OC$).



(备用图1)



(备用图2)

- (1) 求点 A 和点 C 坐标;
- (2) 在 OB 边上有一动点 P 从点 O 出发, 以每秒1个单位长度的速度沿 OB 方向匀速运动, 动点 Q 从点 A 出发, 以每秒1.6个单位长度的速度沿折线 $A-C-B$ 匀速运动. 已知 P, Q 两点同时出发, 当点 Q 运动到点 B 时, P, Q 两点都停止运动, 设运动时间为 t 秒, 求 $\triangle APQ$ 的面积 S 关于运动时间 t 的函数解析式;
- (3) 在 x 轴上有一点 $R(1,0)$, 在 y 轴上有一动点 M , 在第一象限内是否存在一点 N , 使得以 M, N, R, B 四点为顶点的四边形是矩形? 若存在, 请直接写出 N 点坐标; 若不存在, 请说明理由.