

二〇二六年绥化市初中学业水平考试

数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟

2. 本试题共三道大题，28 个小题，总分 120 分

3. 所有答案都必须写在答题卡上所对应的题号后的指定区域内

一、单项选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的方框涂黑

1. 下列有理数中，没有倒数的是（ ）

- A. -2027 B. 1 C. 0 D. -1

2. 下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 正六边形 B. 矩形 C. 正方形 D. 等边三角形

3. 若分式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义，则 x 满足的条件是（ ）

- A. x 为任意实数 B. $x \neq 1$ C. $x \neq 0$ D. $x > 1$

4. 下列计算中，结果正确的是（ ）

- A. $|-3| = -3$ B. $a^2 + 2a^2 = 3a^4$ C. $\sqrt{4} = \pm 2$ D. $2^{-1} = \frac{1}{2}$

5. 某校为了了解学生使用电子产品情况，随机抽查了某班 A、B 两组学生一周使用电子产品的时间（单位：小时），数据如下表所示：

A 组	6	7	8	8	8	9	10
B 组	4	7	9	9	9	11	14

下列说法正确的是（ ）

A. 两组数据的众数相等

B. A 组数据的平均数大于 B 组数据的平均数

C. A 组数据的方差小于 B 组数据的方差

D. A 组数据的中位数大于 B 组数据的中位数

6. 已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 + 2x - 9 = 0$ 的两个根，则 $x_1 + x_2 - 2x_1x_2$ 的值为（ ）

- A. 16 B. -16 C. 20 D. -20

7. 下列命题正确的是 ()

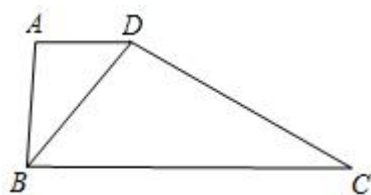
A. 正五边形的外角和是 540°

B. 对角线互相垂直的四边形一定是菱形

C. 三角形两边的和大于第三边

D. 一组对角相等的四边形一定是平行四边形

8. 如图, $AD \parallel BC$, $\angle C = 30^\circ$, $\angle ADB : \angle BDC = 1 : 2$, 则 $\angle DBC$ 的度数是()



A. 30°

B. 36°

C. 45°

D. 50°

9. 《孙子算经》是我国古代数学经典著作, 书中记载了这样一道题目: 今有三人共车, 二车空; 二人共车, 九人步. 问人有几? 意思是: 今有 3 个人坐一辆车, 有 2 辆车是空的; 2 个人坐一辆车, 有 9 个人需要步行. 问共有多少人? 设共有 x 人, 可列方程为 ()

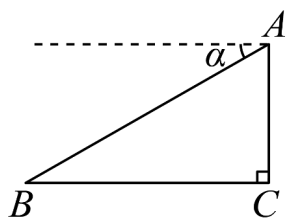
A. $\frac{x+2}{3} = \frac{x}{2} - 9$

B. $\frac{x}{3} + 2 = \frac{x-9}{2}$

C. $\frac{x}{3} - 2 = \frac{x+9}{2}$

D. $\frac{x-2}{3} = \frac{x}{2} + 9$

10. 如图, 有一小型科学探测器在空中 A 处探测到地平面目标 B , 此时从探测器上看目标 B 的俯角 $\alpha = 30^\circ$, 探测器飞行的高度 $AC = 60\sqrt{3}$ m, 则探测器到目标 B 的距离 AB 约为 () (其中 $\sqrt{3} \approx 1.732$, 计算结果精确到 0.1)



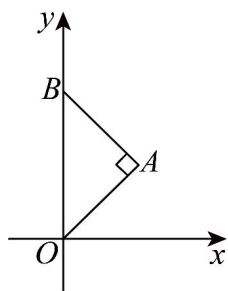
A. 207.8 m

B. 207.9 m

C. 208.8 m

D. 208.9 m

11. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形, $\angle A = 90^\circ$, $OB = 2\sqrt{2}$, 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 45° 后, 得到 $\triangle OA'B'$, 点 A , B 的对应点分别是点 A' , B' , 以原点为位似中心, 将 $\triangle OA'B'$ 放大为原来的 3 倍后, 得到 $\triangle OA''B''$, 顶点 B 在第一象限对应点 B'' 的坐标是 ()



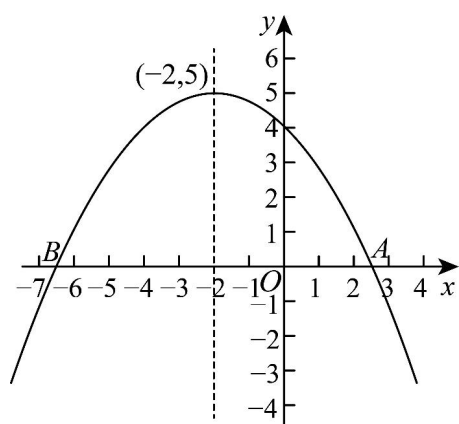
A. $(6,6)$

B. $(6,2)$

C. $(6,6\sqrt{2})$

D. $(6\sqrt{2},6)$

12. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，顶点坐标为 $(-2,5)$ ，与 x 轴交于 $A(m,0)$ ， B 两点，其中 $2 < m < 3$ ．则下列结论：



① $\frac{b}{ac} < 0$ ② $b + 4a = 0$ ③ $a - b + 3c > 0$ ④ $-\frac{5}{16} < a < -\frac{1}{5}$ ⑤ 方程 $ax^2 + (b + k^2)x + c + k^2 = 0$ (k 为常数)

有实数根.

其中正确的个数有 ()

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

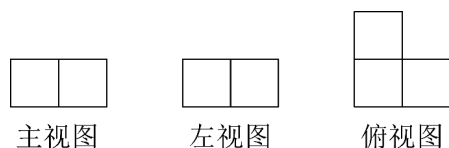
D. 1 个

二、填空题 (本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分) 请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

13. 海水淡化，利国利民. 2026 年 6 月，我国自然资源部发布，我国海水淡化日产能突破 300 万吨. 把 300 万用科学记数法表示为_____.

14. 分解因式: $a^3b - ab =$ _____.

15. 某几何体是由棱长为 1 cm 的小正方体组合而成，下图是这个几何体的三视图，则这个几何体的表面积是_____ cm^2 .

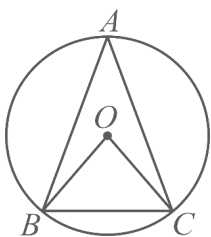


16. 如图，有一个亭子，它的地基是边长为 4 m 的正六边形，则这个正六边形地基的面积是_____ m^2 (计算结果保留根号).

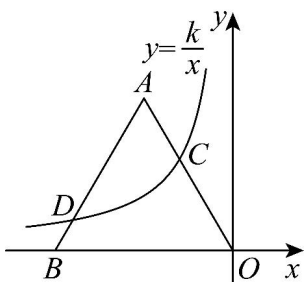


17. 计算: $\frac{x^2 - 4y^2}{x^2 + 4x + 4} \div \frac{x + 2y}{x + 2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

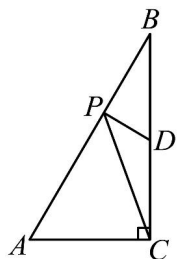
18. 如图, 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\angle ABC = 70^\circ$, 则 $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}.$



19. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与边长为 10 的等边三角形 OAB 相交于 C , D 两点, 边 OB 与 x 轴重合, $BD:OC = 1:3$, 则 k 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$



20. 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 2$, 点 P , D 分别在边 AB , BC 上运动, 连接 PC , PD . 则 $PC + PD$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

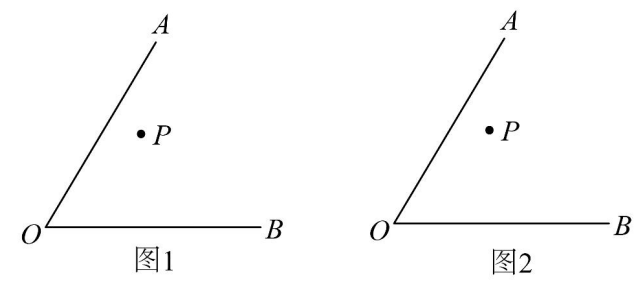


21. 按一定规律排列的数据依次为 2, 7, 14, 23, 34, 47, $\dots$. 若按此规律继续排列下去, 则第 n 个数可以表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果用含 n 的代数式表示).

22. 已知 $\triangle ABC$ 是腰长为 4 的等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AC 的中点, 连接 BD , 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 旋转, 得到 $\triangle BEF$, 点 E , F 的对应点分别是点 C , D , 连接 CF . 当 $CF \parallel AB$ 时, 则 CF 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题（本题共 6 个小题，共 54 分）请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

23. 尺规作图：如图，在 $\angle AOB$ 的内部有一点 P .

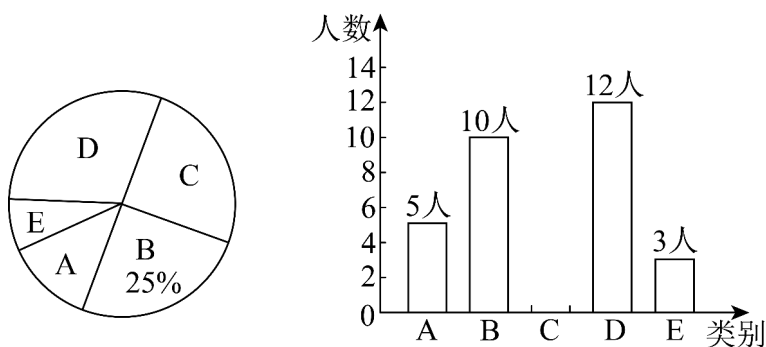


(1) 【初步探索】如图 1，利用无刻度的直尺和圆规作一个等腰三角形 OMN ，并使等腰三角形的底边 MN 经过点 P ，点 M ，点 N 分别在射线 OA ，射线 OB 上.（温馨提示：本小题作图不写作法，但需保留作图痕迹）

(2) 【拓展探究】如图 2，若 $\angle AOB = 58^\circ$ ，连接 OP ， $OP = 3$. 以 O 为圆心， OP 为半径画圆，交射线 OA ，射线 OB 于 C ， D 两点，则劣弧 $\widehat{CD}$ 的长度为_____。（本小题无需在答题卡上作图，只需写出用含 π 的代数式表示的结果）

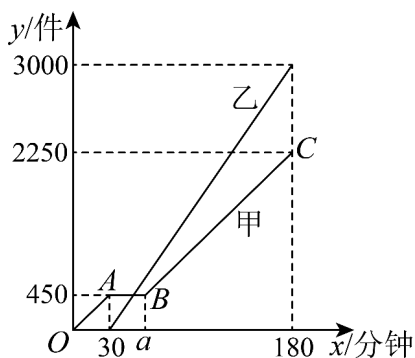
24. 为深入实施科教兴国战略，加快提升广大青少年科技素养，培养学生动手实践能力，某校开展“科技小发明”创新实践活动，随机调查了八年级部分同学平均每周参与“科技小发明”创新实践活动的时间（单位：小时），按照时长分成五个不同类别，并绘制如下不完整的统计图. 根据图表中信息回答下列问题：

类别	参与创新实践活动的时间 x （单位：小时）
A	$0 \leq x < 0.5$
B	$0.5 \leq x < 1$
C	$1 \leq x < 1.5$
D	$1.5 \leq x < 2$
E	$x \geq 2$



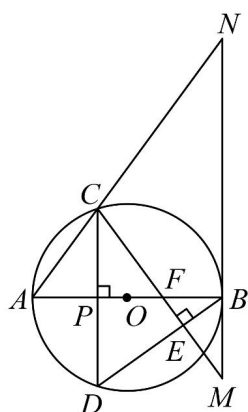
- (1) 本次随机调查的学生共有_____人，补全条形统计图.
- (2) 若该校八年级学生共有 320 人，请估计该校八年级平均每周参与创新实践活动的时间在 1.5 小时及以上的学生人数.
- (3) 已知 E 类学生中恰好有 2 名女生和 1 名男生，现从中抽取两名同学做“科技小发明”展示交流，请用列表法或画树状图法，求出所抽取的两名学生恰好是一男一女的概率.

25. 我国人工智能发展迅速，能替代人类完成很多工作. 某快递公司准备购进 A, B 两种型号的快递智能分拣机械手（以下 A 型快递智能分拣机械手简称 A 型机械手，B 型快递智能分拣机械手简称 B 型机械手），已知 A 型机械手的单价比 B 型机械手的单价高 2 万元，用 120 万元购进 A 型机械手的数量和用 80 万元购进 B 型机械手的数量相等.



- (1) 求 A, B 两种型号机械手的单价分别是多少万元?
- (2) 快递公司计划购买 A, B 两种型号的机械手共 30 台，且 A 型的数量不少于 B 型数量的 2 倍. 如何购买这两种机械手使其总费用最少，最少费用是多少万元?
- (3) 该快递公司使用甲、乙两台不同型号的机械手进行快递分拣工作，它们工作时各自的速度保持不变. 某天甲机械手先开始工作，工作一段时间后，因发生故障停工检修，同时乙机械手开始工作，甲机械手修好后又以原速度继续工作，完成分拣后两台机械手同时停止工作. 甲、乙两台机械手分拣快递的数量 y (件) 与甲机械手工作时间 x (分钟) 之间的函数关系如图所示.
 - ①乙机械手的工作速度为_____件/分钟， $a =$ _____.
 - ②直接写出 BC 所在直线的函数表达式：_____.
 - ③当乙机械手工作_____分钟时，甲、乙两台机械手分拣快递的数量相同.

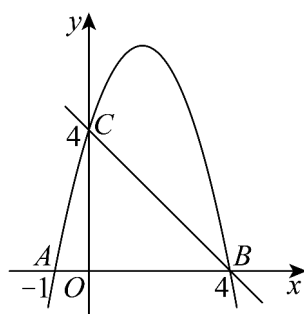
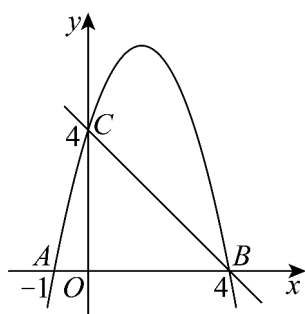
26. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 P , 连接 BD , 过点 C 作 BD 的垂线, 垂足为 E , 交直径 AB 于点 F , 交过点 B 的直线于点 M , 连接 AC 并延长, 交 MB 于点 N , 且 $CN = CM$.



(1) 求证: BM 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $PD = 2\sqrt{7}$, $OF = 4$, 求线段 CE 的长.

27. 综合与探究, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 O 为坐标原点, 作直线 BC .



备用图

(1) 求该抛物线的解析式.

(2) 在抛物线上有两个动点 P , Q , 点 P 在第一象限, 横坐标为 m , 过点 P 作 x 轴的垂线, 垂足为 N , 交 BC 于点 M , 点 Q 的横坐标为 $m - \frac{3}{2}$. 若 $\triangle MCN$ 的面积记作 S_1 , $\triangle PMQ$ 的面积记作 S_2 , 当 $S = S_1 + S_2$

有最大值时, 求点 P 的坐标. (自行完成作图并解答)

(3) 把抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 沿射线 BC 方向平移, 平移后, 新抛物线 y' 过点 C , 点 E 是新抛物线 y' 对称轴与 x 轴的交点, 点 F 是新抛物线 y' 对称轴上的动点, 连接 FC , FO . 若 FO 平分 $\angle CFE$, 请直接写出符合条件的点 F 坐标. (自行完成作图并作答)

28. 综合与实践

【问题情境】在数学活动课上, 老师让学生以“矩形”为主题, 开展动点问题的研究. 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E , F 分别是边 AD , BC 上的动点.

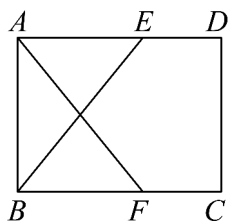


图1

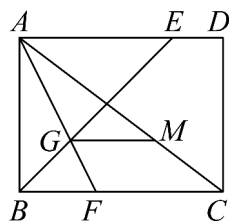


图2

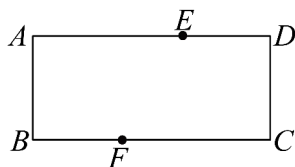


图3

- (1) 【观察感知】如图 1，当点 E ， F 运动到 $AE = BF$ 时，连接 AF ， BE ．求证： $\triangle ABE \cong \triangle BAF$ ．
- (2) 【探索发现】如图 2，连接 AC ，点 M 是 AC 上的一点， $CM : AM = 1 : 2$ ，连接 AF ， BE ， AF 与 BE 相交于点 G ，连接 GM ．当 BE 平分 $\angle ABC$ ， AF 平分 $\angle BAC$ 时，且 $AB + AC = 2BC$ ，试求出 GM 与 FC 的数量关系，并说明你的理由．
- (3) 【问题拓展】如图 3，当 $AB = 2\sqrt{3}$ ， $BC = 8$ 时，作直线 EF ，若直线 EF 将矩形 $ABCD$ 分成周长相等的两部分，过点 D 作 $DH \perp EF$ 于点 H ，连接 AH ．当矩形的边 AD 与直线 EF 的夹角成 60° 时，请你直接写出 $\angle DAH$ 的正切值．（自行完成作图并作答）