

黑龙江省龙东地区 2025 年初中学业水平考试

数学试题

考生注意:

1. 考试时间 120 分钟;

本考场试卷序号 (由监考填写)

2. 全卷共三道大题, 总分 120 分;

3. 请将答案填写在答题卡的指定位置.

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下列运算正确的是 ()

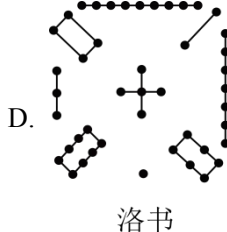
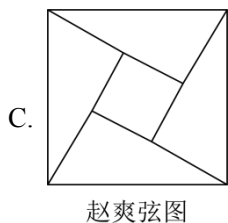
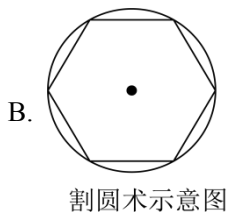
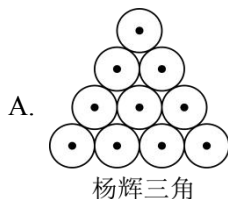
A. $a^4 \cdot a^3 = a^6$

B. $2a + 3b = 6ab$

C. $(-2a^2b^3)^3 = -8a^6b^9$

D. $(-a+b)(a+b) = a^2 - b^2$

2. 我国古代有很多关于数学的伟大发现, 其中包括很多美丽的图案, 下列图形既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. 2025 年 2 月 7 日至 2 月 14 日第九届亚冬会在哈尔滨市举办, 本届亚冬会的吉祥物是一对可爱的东北虎 “滨滨” 和 “妮妮”. 某专卖店 “滨滨” 和 “妮妮” 套盒纪念品连续六天的销售量 (单位: 套) 分别为: 136, 140, 129, 180, 136, 154, 这组数据的众数和中位数分别是 ()

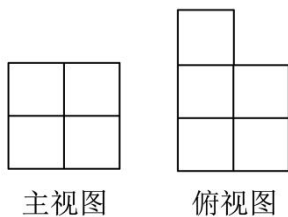
A. 136, 136

B. 138, 136

C. 136, 129

D. 136, 138

4. 一个由若干大小相同的小正方体搭成的几何体, 它的主视图和俯视图如图所示, 那么组成该几何体所需小正方体的个数最少是 ()



A. 7

B. 8

C. 6

D. 5

5. 随着“低碳生活，绿色出行”理念的普及，新能源汽车已经逐渐成为人们喜爱的交通工具. 某品牌新能源汽车的月销售量由一月份的 8000 辆增加到三月份的 12000 辆，设该汽车一月至三月销售量平均每月增长率为 x ，则可列方程为（ ）

A. $8000(1+2x)=1200$

B. $8000(1+x)^2=12000$

C. $8000+8000(1+x)+8000(1+x)^2=12000$

D. $8000 \times 2(1+x)=12000$

6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x+k}{x-4} - \frac{2k}{4-x} = 3$ 解为负数，则 k 的值为（ ）

A. $k < -4$

B. $k > -4$

C. $k < -4$ 且 $k \neq -\frac{4}{3}$

D. $k > -4$ 且 $k \neq -\frac{4}{3}$

7. 为促进学生德智体美劳全面发展，某校计划用 1200 元购买足球和篮球用于课外活动，其中足球 80 元/个，篮球 120 元/个，共有多少种购买方案（ ）

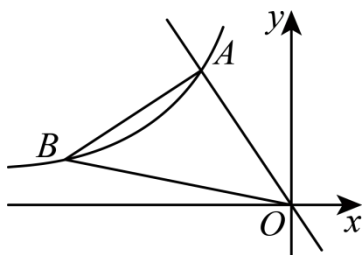
A. 6

B. 7

C. 4

D. 5

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 、点 B 都在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上，且点 A 在点 B 的右侧，点 A 的横坐标为 -1 ， $\angle AOB = \angle ABO = 45^\circ$ ，则 k 的值为（ ）



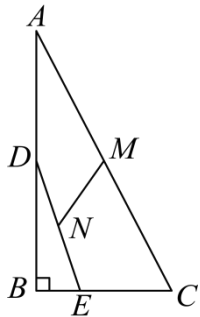
A. $\sqrt{2}$

B. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

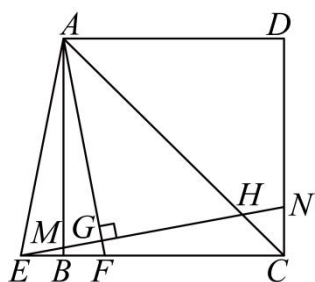
D. $-\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 和 BC 上，且 $AD = 4$ ， $CE = 3$ ，连接 DE ，点 M 、 N 分别是 AC 、 DE 的中点，连接 MN ，则 MN 的长度为（ ）



- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{12}{5}$ C. 2 D. $\frac{13}{5}$

10. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 F 在 BC 边上 (不与点 B 、 C 重合), 点 E 在 CB 的延长线上, 且 $BE = BF$, 连接 AC 、 AE 、 AF , 过点 E 作 $EG \perp AF$ 于点 G , 分别交 AB 、 AC 、 DC 于点 M 、 H 、 N . 则下列结论: ① $MN = AF$; ② $\angle EAH = \angle EHA$; ③ $EN \cdot BF = EC \cdot HN$; ④若 $BF : FC = 3 : 4$, 则 $\tan \angle FAC = \frac{2}{5}$; ⑤图中共有 5 个等腰三角形. 其中正确的结论是 ()



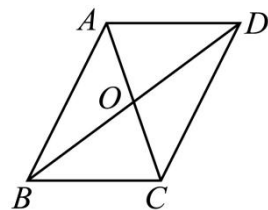
- A. ①②③⑤ B. ①②④⑤ C. ①②③④ D. ①③④⑤

二、填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

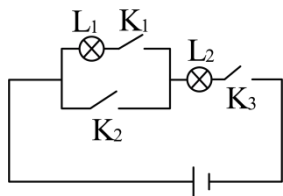
11. 电影《哪吒之魔童闹海》自上映以来, 好评如潮, 截至 2025 年 4 月 22 日, 总票房已超 157 亿元, 再次刷新中国电影票房纪录. 将数据 157 亿用科学记数法表示为_____.

12. 在函数 $y = \frac{1}{x+3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 请添加一个条件_____, 使平行四边形 $ABCD$ 为菱形.

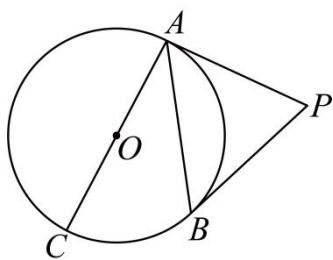


14. 如图, 随机闭合开关 K_1 、 K_2 、 K_3 中的两个, 能让两盏灯泡 L_1 、 L_2 同时发光的概率为_____.



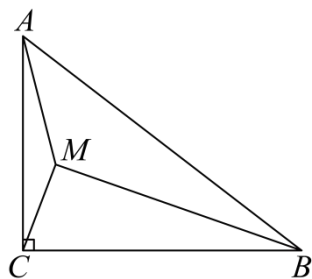
15. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

16. 如图, PA 、 PB 是圆 O 的切线, A 、 B 为切点, AC 是直径, $\angle BAC = 35^\circ$, $\angle P =$ _____.

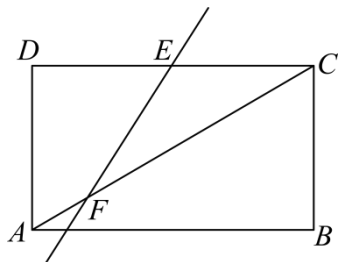


17. 若圆锥的底面半径为 3，高为 4，则圆锥侧面展开图的面积为_____.

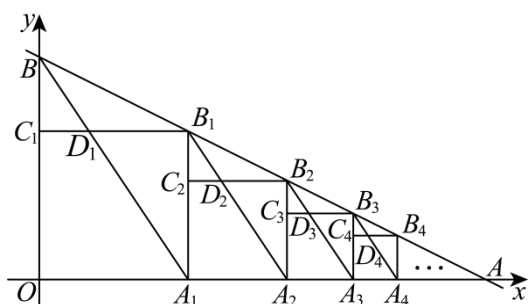
18. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 7$ ， $BC = 9$ ，点 M 是 $\triangle ABC$ 内部一点，连接 AM 、 BM 、 CM ，若 $CM = 3$ ，则 $AM + \frac{1}{3}BM$ 的最小值为_____.



19. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD = 6$ ， $\angle CAD = 60^\circ$ ，点 E 是边 CD 的中点，点 F 是对角线 AC 上一动点，作点 C 关于直线 EF 的对称点 P ，若 $PE \perp AC$ ，则 CF 的长为_____.



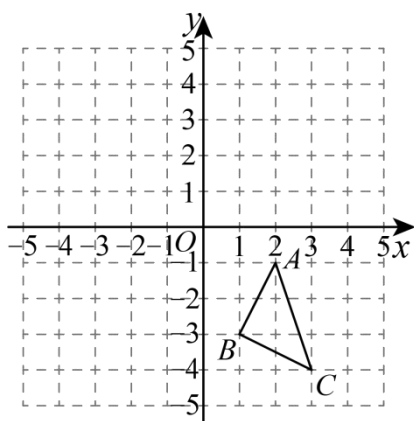
20. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 交 x 轴于点 A ，交 y 轴于点 B . 四边形 $OA_1B_1C_1$ ， $A_1A_2B_2C_2$ ， $A_2A_3B_3C_3$ ， $A_3A_4B_4C_4$ ，... 都是正方形，顶点 A_1 ， A_2 ， A_3 ， A_4 ，... 都在 x 轴上，顶点 B_1 ， B_2 ， B_3 ， B_4 ，... 都在直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 上，连接 BA_1 ， B_1A_2 ， B_2A_3 ， B_3A_4 ，... 分别交 C_1B_1 ， C_2B_2 ， C_3B_3 ， C_4B_4 ，... 于点 D_1 ， D_2 ， D_3 ， D_4 ，... 设 $\triangle BB_1D_1$ ， $\triangle B_1B_2D_2$ ， $\triangle B_2B_3D_3$ ， $\triangle B_3B_4D_4$ ，... 的面积分别为 S_1 ， S_2 ， S_3 ， S_4 ，...，则 $S_{2025} =$ _____.



三、解答题（满分 60 分）

21. 先化简，再求值： $\frac{1}{a^2-1} \cdot \frac{a^2-2a+1}{a} + \frac{1}{a}$ ，其中 $a = 2\sin 60^\circ - 1$ 。

22. 如图，在正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1 个单位长度，在平面直角坐标系中， ABC 的三个顶点坐标分别为 $A(2, -1)$ ， $B(1, -3)$ ， $C(3, -4)$ 。

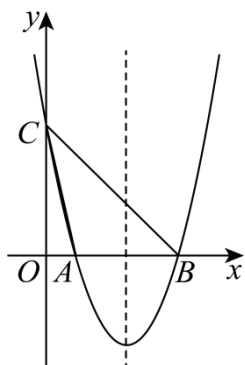


(1) 将 ABC 向上平移 5 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出两次平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点 C_1 的坐标；

(2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕原点 O 逆时针旋转 90° 后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点 C_2 的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下，求点 C_1 旋转到点 C_2 的过程中，所经过的路径长（结果保留 π ）。

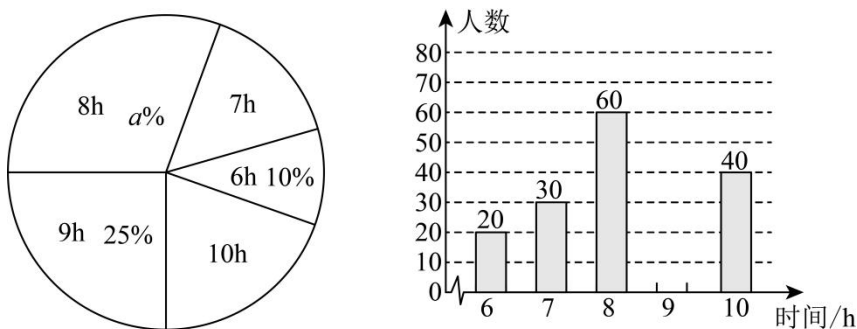
23. 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 交 x 轴于点 A 、点 B ，交 y 轴于点 C ，且点 A 在点 B 的左侧，顶点坐标为 $(3, -4)$ 。



(1) 求 b 与 c 的值.

(2) 在 x 轴上方的抛物线上是否存在点 P , 使 $\triangle PBC$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等. 若存在, 请直接写出点 P 的横坐标; 若不存在, 请说明理由.

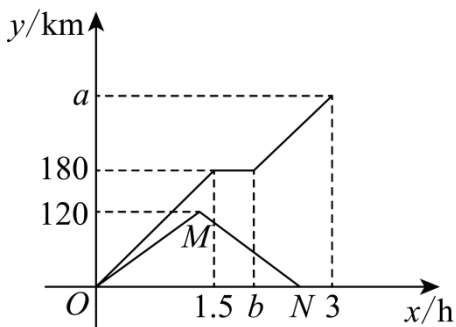
24. 2025 年 6 月 5 日是中国的第 11 个环境日, 育华中学八年级学生积极参加公益活动, 为了解活动时间 (单位: h), 张老师随机抽取了该校八年级 m 名学生进行问卷调查, 用得到的数据绘制出如下两幅不完整的统计图.



请根据相关信息, 解答下列问题:

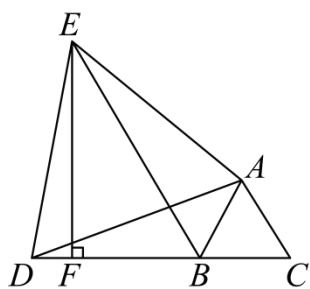
- (1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$. 扇形统计图中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$. 并补全条形统计图;
- (2) 在扇形统计图中, 求参加公益活动时间为 7h 所对应扇形圆心角的度数;
- (3) 若育华中学八年级共有学生 1200 人, 请根据样本数据, 估计育华中学八年级参加公益活动的时间是 10h 的学生有多少人?

25. 一条公路上依次有 A 、 B 、 C 三地, 一辆轿车从 A 地出发途经 B 地接人, 停留一段时间后原速驶往 C 地; 一辆货车从 C 地出发, 送货到达 B 地后立即原路原速返回 C 地 (卸货时间忽略不计). 两车同时出发, 轿车比货车晚 $\frac{1}{3}$ h 到达终点, 两车均按各自速度匀速行驶. 如图是轿车和货车距各自出发地的距离 y (单位: km) 与轿车的行驶时间 x (单位: h) 之间的函数图象, 结合图象回答下列问题:

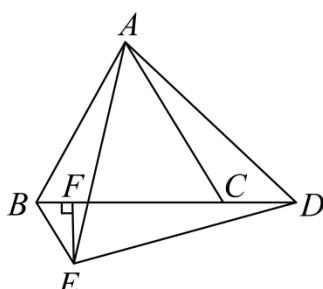


- (1) 图中 a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$, b 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 在货车从 B 地返回 C 地的过程中, 求货车距出发地的距离 y (单位: km) 与行驶时间 x (单位: h) 之间的函数解析式;
- (3) 直接写出轿车出发多长时间与货车相距 40 km.

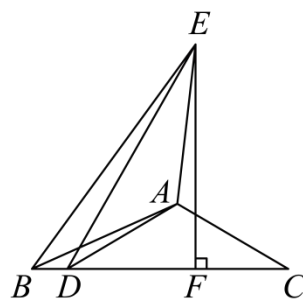
26. 已知: 如图, ABC 中, $AB = AC$, 设 $\angle BAC = \alpha$, 点 D 是直线 BC 上一动点, 连接 AD , 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 α 至 AE , 连接 DE 、 BE , 过点 E 作 $EF \perp BC$, 交直线 BC 于点 F . 探究如下:



图①



图②



图③

(1) 若 $\alpha = 60^\circ$ 时,

如图①, 点 D 在 CB 延长线上时, 易证: $BF = DF + BC$;

如图②, 点 D 在 BC 延长线上时, 试探究线段 BF 、 DF 、 BC 之间存在怎样的数量关系, 请写出结论, 并说明理由.

(2) 若 $\alpha = 120^\circ$, 点 D 在 CB 延长线上时, 如图③, 猜想线段 BF 、 DF 、 BC 之间又有怎样的数量关系? 请直接写出结论, 不需要证明.

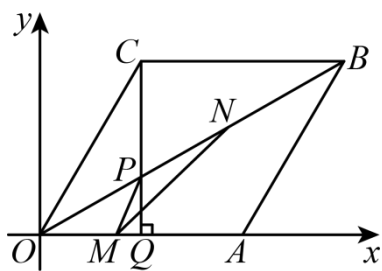
27. 2024 年 8 月 6 日, 第十二届世界运动会口号“运动无限, 气象万千”在京发布, 吉祥物“蜀宝”和“锦仔”亮相. 第一中学为鼓励学生积极参加体育活动, 准备购买“蜀宝”和“锦仔”奖励在活动中表现优秀的学生. 已知购买 3 个“蜀宝”和 1 个“锦仔”共需花费 332 元, 购买 2 个“蜀宝”和 3 个“锦仔”共需 380 元.

(1) 购买一个“蜀宝”和一个“锦仔”分别需要多少元?

(2) 若学校计划购买这两种吉祥物共 30 个, 投入资金不少于 2160 元又不多于 2200 元, 有哪几种购买方案?

(3) 设学校投入资金 W 元, 在 (2) 的条件下, 哪种购买方案需要的资金最少? 最少资金是多少元?

28. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OABC$ 的边 OA 在 x 轴上, $\tan \angle COA = \sqrt{3}$, OA 的长是一元二次方程 $x^2 - 3x - 18 = 0$ 的根, 过点 C 作 $CQ \perp OA$ 交 OA 于点 Q , 交对角线 OB 于点 P . 动点 M 从点 O 以每秒 1 个单位长度的速度沿 OA 向终点 A 运动, 动点 N 从点 B 以每秒 $\sqrt{3}$ 个单位长度的速度沿 BO 向终点 O 运动, M 、 N 两点同时出发, 设运动时间为 t 秒.



- (1) 求点 P 坐标;
- (2) 连接 MN 、 PM ，求 $\triangle PMN$ 的面积 S 关于运动时间 t 的函数解析式;
- (3) 当 $t = 3$ 时，在对角线 OB 上是否存在一点 E ，使得 $\triangle MNE$ 是含 30° 角的等腰三角形. 若存在，请直接写出点 E 的坐标; 若不存在，请说明理由.