

二〇二五年齐齐哈尔市初中学业水平考试

数学试卷

考生注意:

1. 考试时间 120 分钟
2. 全卷共三道大题, 总分 120 分
3. 使用答题卡的考生, 请将答案填写在答题卡的指定位置

一、选择题 (每小题只有一个正确答案, 每小题 3 分, 满分 30 分)

1. 《九章算术》是我国古代著名的数学著作, 在世界数学史上首次正式引入负数. 若收入 10 元记作 +10 元, 则支出 10 元记作 ()

- A. +10 元 B. -10 元 C. 0 元 D. +20 元

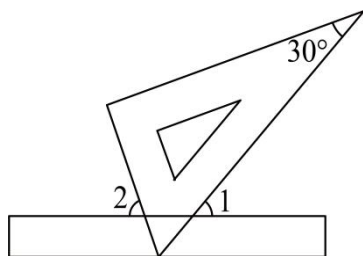
2. 社会规则营造良好的社会秩序, 我们要了解并遵守社会规则. 下列标志是中心对称图形的是 ()



3. 下列计算正确的是 ()

- A. $(3x)^2 = 9x^2$ B. $5x \cdot 2x = 10x$
- C. $x^6 \div x^2 = x^3$ D. $(x-2)^2 = x^2 - 4$

4. 将一个含 30° 角的三角尺和直尺按如图摆放, 若 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()

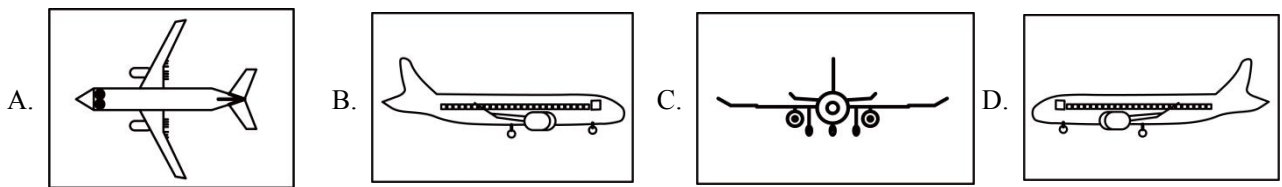


- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

5. 为了全面地反映物体的形状, 生产实践中往往采用多个视图来反映同一物体不同方面的形状. 下图中飞机的俯视图是 ()



主视方向



6. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{mx}{1-x} + \frac{x}{x-1} = 2$ 无解，那么实数 m 的值是 ()

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 1$ 或 $m = -1$ D. $m \neq 1$ 且 $m \neq -1$

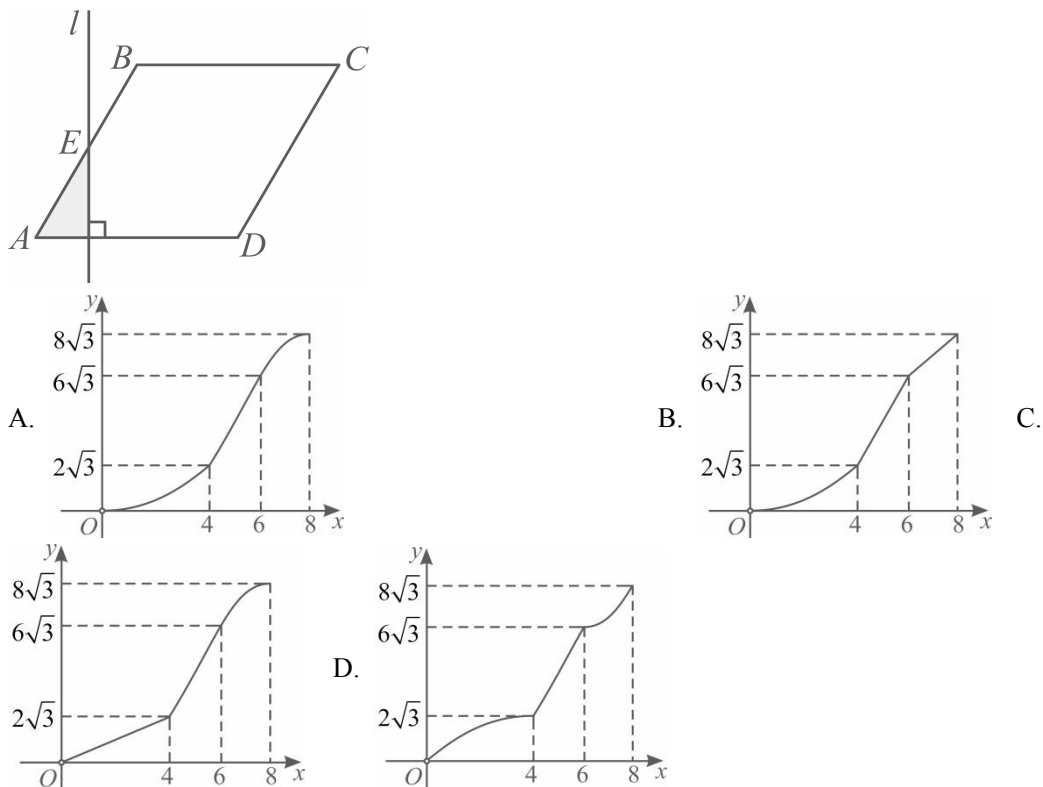
7. 假定鸟卵孵化后，雏鸟为雌鸟与雄鸟的概率相同。如果 2 枚鸟卵全部成功孵化，那么 2 只雏鸟都是雄鸟的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

8. 神舟二十号发射窗口时间恰逢第十个“中国航天日”。为激发青少年探索浩瀚宇宙的兴趣，学校组织 900 名师生乘车前往航空科技馆参观，计划租用 45 座和 60 座两种客车（两种客车都要租），若每名学生都有座位且每辆客车都没有空座位，则租车方案有 ()

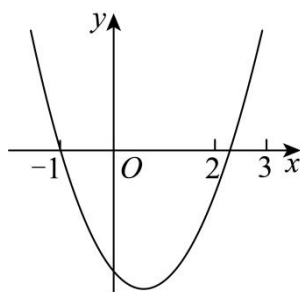
- A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 6 种

9. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 4$ ，动点 E 从点 A 出发沿边 $AB \rightarrow BC$ 匀速运动，运动到点 C 时停止，过点 E 作 AD 的垂线 l ，在点 E 运动过程中，垂线 l 扫过菱形（即阴影部分）的面积为 y ，点 E 运动的路程为 $x(x > 0)$ 。下列图象能反映 y 与 x 之间函数关系的是 ()



10. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象与 x 轴交于两点 $(-1, 0)$ ， $(x_1, 0)$ ，且 $2 < x_1 < 3$ 。下列结

论：① $abc > 0$ ；② $2a + c < 0$ ；③ $4a - b + 2c < 0$ ；④若 m 和 n 是关于 x 的一元二次方程 $a(x+1)(x-x_1) + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根，且 $m < n$ ，则 $m < -1$ ， $n > 2$ ；⑤关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > -\frac{c}{x_1}x + c$ ($a \neq 0$) 的解集为 $0 < x < x_1$ ．其中正确结论的个数是 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

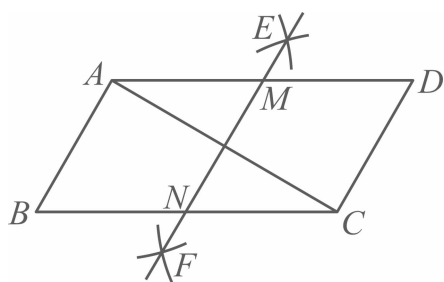
二、填空题 (每小题 3 分，满分 21 分)

11. 中国年水资源总量约为 27500 亿 m^3 ，人均占有水量相当于世界人均的四分之一，居世界第 110 位．将 27500 用科学记数法表示为_____．

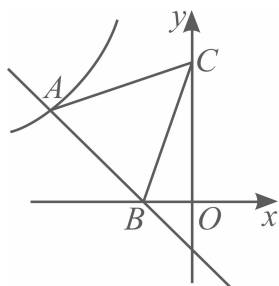
12. 若代数式 $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + (x-2025)^0$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____．

13. 若圆锥的底面半径为 40cm ，母线长为 90cm ，则其侧面展开图的圆心角为_____度．

14. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $BC = 2AB = 8$ ，连接 AC ，分别以点 A ， C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧，两弧交于点 E ， F ，作直线 EF ，交 AD 于点 M ，交 BC 于点 N ，若点 N 恰为 BC 的中点，则 AC 的长为_____．

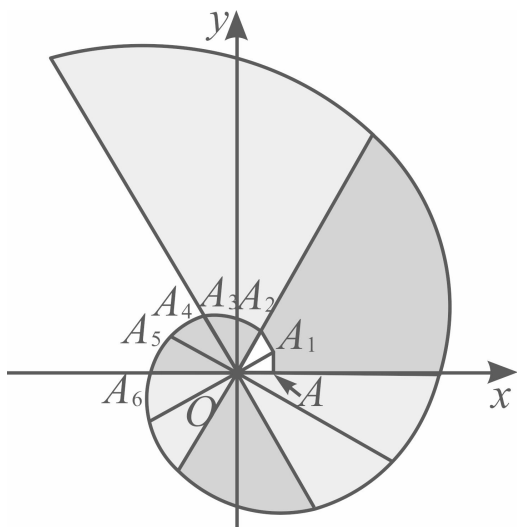


15. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = -x - 1$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象在第二象限内交于点 A ，与 x 轴交于点 B ，点 C 坐标为 $(0, 3)$ ，连接 AC ， BC ，若 $AC = BC$ ，则实数 k 的值为_____．



16. 等腰三角形纸片 ABC 中, $AB = AC$, 将纸片沿直线 l 折叠, 使点 A 与点 B 重合, 直线 l 交 AB 于点 D , 交直线 AC 于点 E , 连接 BE , 若 $AE = 5$, $\tan \angle AED = \frac{3}{4}$, 则 BEC 的面积为_____.

17. 利用几何图形的变化可以制作出形态各异的图案. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(2, 0)$, 以 OA 为边作 $\text{Rt}\triangle OAA_1$, 使 $\angle OAA_1 = 90^\circ$, $\angle AOA_1 = 30^\circ$, 再以 OA_1 为边作 $\text{Rt}\triangle OA_1A_2$, 使 $\angle OA_1A_2 = 90^\circ$, $\angle A_1OA_2 = 30^\circ$, 过点 A, A_1, A_2 作弧 $\widehat{AA_2}$, 记作第 1 条弧; 以 OA_2 为边 $\text{Rt}\triangle OA_2A_3$, 使 $\angle OA_2A_3 = 90^\circ$, $\angle A_2OA_3 = 30^\circ$, 再以 OA_3 为边作 $\text{Rt}\triangle OA_3A_4$, 使 $\angle OA_3A_4 = 90^\circ$, $\angle A_3OA_4 = 30^\circ$, 过点 A_2, A_3, A_4 作弧 $\widehat{A_2A_4}$, 记作第 2 条弧……按此规律, 第 2025 条弧上与原点 O 的距离最小的点的坐标为_____.



三、解答题 (本题共 7 道大题, 共 69 分)

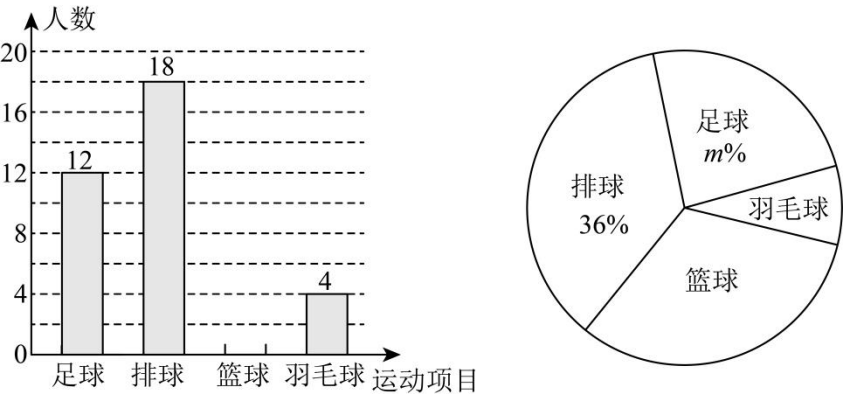
18. (1) 计算: $\sqrt{9} - |1 - \sqrt{2}| + 2\sin 45^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

(2) 分解因式: $2x^3 - 8x$

19. 解方程: $x^2 - 7x = -12$

20. 国家卫生健康委员会宣布将 2025 年定为“体重管理年”, 并实施为期三年的体重管理行动. 某校响应号召, 计划组织全校学生开展系列体育活动, 筹备足球、排球、篮球、羽毛球四个球类运动的体育社团,

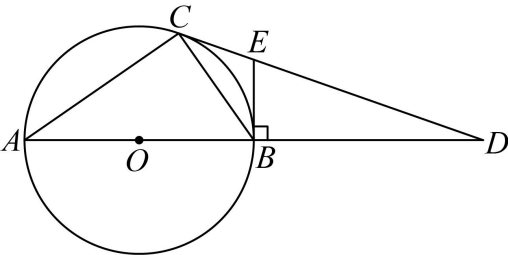
倡导学生全员参加，为了解学生对这四项球类运动的喜爱情况，随机抽取部分学生，对其进行了“我最喜爱的球类运动项目”问卷调查（每名学生在这四项球类运动项目中选择且只能选择一项），将这部分学生的问卷进行整理，依据样本数据绘制了如下两幅不完整的统计图。



根据以上信息，解答下列问题：

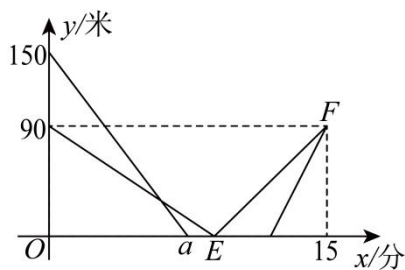
- (1) 填空： $m =$ _____；
- (2) 请补全条形统计图；
- (3) 扇形统计图中，“足球”对应扇形的圆心角为 _____度；
- (4) 若该校有 3000 名学生，请你估计该校最喜爱篮球运动的学生有多少人？

21. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 D 在 AB 的延长线上，连接 CD ， $\angle BCD = \angle A$ ，过点 B 作 $BE \perp AD$ ，交 CD 于点 E 。



- (1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若点 B 是 AD 的中点，且 $BE = 3$ ，求 $\odot O$ 的半径。

22. 2025 年春晚舞台上的机器人表演，充分演绎了科技与民族文化的完美融合。为满足学生的好奇心和求知欲，某校组织科技活动“机器人走进校园”，AI 热情瞬间燃爆。校园里一条笔直的“勤学路”上依次设置了 A ， B ， C 三个互动区，机器人甲、乙分别从 A ， C 两区同时出发开始表演，机器人甲沿“勤学路”以 20 米 / 分的速度匀速向 B 区行进，行至 B 区时停留 4.5 分钟（与师生热情互动）后，继续沿“勤学路”向 C 区匀速行进，机器人乙沿“勤学路”以 10 米 / 分的速度匀速向 B 区行进，行至 B 区时接到指令立即匀速返回，结果两机器人同时到达 C 区。机器人甲、乙距 B 区的距离 y （米）与机器人乙行进的时间 x （分）之间的函数关系如图所示，请结合图象信息解答下列问题：



- (1) A, C 两区相距_____米, $a =$ _____;
- (2) 求线段 EF 所在直线的函数解析式;
- (3) 机器人乙行进的时间为多少分时, 机器人甲、乙相距 30 米? (直接写出答案即可)

23. 综合与实践

在探索几何图形变化的过程中, 通过直观猜想、逻辑推理、归纳总结可以获得典型的几何模型, 运用几何模型能够轻松解决很多问题, 让我们共同体会几何模型的“数学之美”.

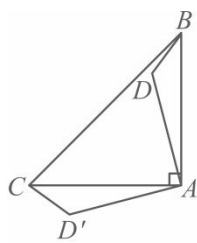


图1

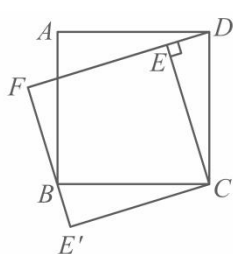


图2

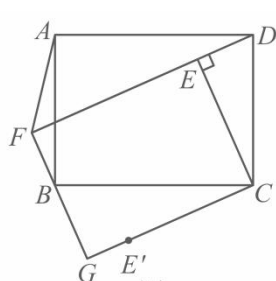
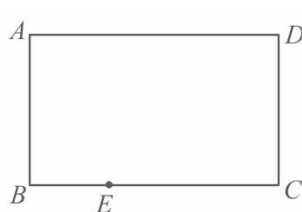


图3



备用图

- (1) 【几何直观】如图 1, ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 在 ABC 内部取一点 D , 连接 AD , 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到线段 AD' , 连接 BD, CD' , 则 CD' 与 BD 的数量关系是_____;
- $\angle AD'C$ 与 $\angle ADB$ 的数量关系是_____;
- (2) 【类比推理】如图 2, 在正方形 $ABCD$ 内部取一点 E , 使 $\angle CED = 90^\circ$, 将线段 CE 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到线段 CE' , 连接 $E'B$, 延长 $E'B$ 交 DE 的延长线于点 F , 求证: 四边形 $CEFE'$ 是正方形;
- (3) 【深度探究】如图 3, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 在其内部取一点 E , 使 $\angle CED = 90^\circ$, 将线段 CE 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到线段 CE' , 延长 CE' 至点 G , 使 $\frac{CG}{CE'} = \frac{4}{3}$, 连接 GB , 延长 GB 交 DE 的延长线于点 F , 连接 AF , 若 $AF = 2$, 则 $BF =$ _____;
- (4) 【拓展延伸】在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 为 BC 边上的一点, 连接 AE , 将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AE' , 连接 DE' , 若 $AD = 3\sqrt{2}$, $AB = \sqrt{6}$, 则 DE' 的最小值为_____.

24. 综合与探究

如图 1, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3 (a < 0)$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $C(6, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 连接 BC .



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 点 P 是直线 BC 下方抛物线上的点, 连接 PB , PC , 当 $S_{\triangle PBC} = 24$ 时, 求点 P 的坐标;
- (3) 点 G 是第四象限内抛物线上的一点, 连接 BG , 若 $\angle CBG = 45^\circ$, 则点 G 的坐标为_____;
- (4) 如图 2, 作点 B 关于 x 轴的对称点 D , 过点 D 作 x 轴的平行线 l , 过点 C 作 $CE \perp l$, 垂足为点 E , 动点 M , N 分别从点 O , E 同时出发, 动点 M 以每秒 1 个单位长度的速度沿射线 OC 方向匀速运动, 动点 N 以每秒 2 个单位长度的速度沿射线 ED 方向匀速运动 (当点 N 到达点 D 时, 点 M , N 都停止运动), 连接 MN , 过点 D 作 MN 的垂线, 垂足为点 F , 连接 CF , 则 CF 的取值范围是_____.