

哈尔滨市 2025 年初中升学考试

数学试卷

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟

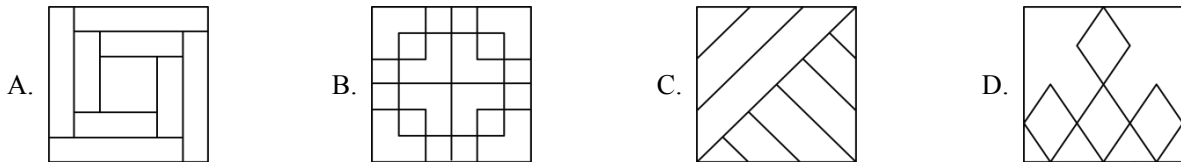
2. 全卷共三道大题，总分 120 分

一、选择题（每小题 3 分，共计 30 分）

1. $\frac{1}{2}$ 的倒数是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. 2

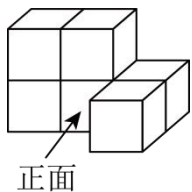
2. 传统建筑中的窗格设计精巧、样式繁多，体现了我国建筑独特的艺术表现力和文化内涵。下列窗格图案中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



3. 黑龙江水系径流资源丰富，水能资源总蕴藏量约 32000000 千瓦，将 32000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 3.2×10^5 B. 3.2×10^6 C. 3.2×10^7 D. 3.2×10^8

4. 六个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，其俯视图是（ ）



5. 方程 $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x}$ 的解为（ ）

- A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = -3$ D. $x = 1$

6. 抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 4$ 的顶点坐标是（ ）

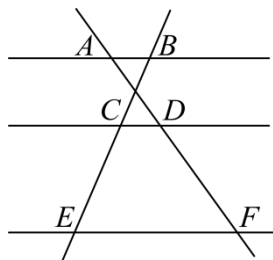
- A. $(3, 4)$ B. $(-3, 4)$ C. $(-3, -4)$ D. $(3, -4)$

7. 如图，用大小相等的小正方形拼大正方形，拼第 1 个正方形需要 4 个小正方形，拼第 2 个正方形需要 9 个小正方形，按照这样的方法拼成的第 6 个正方形需要（ ）个小正方形。



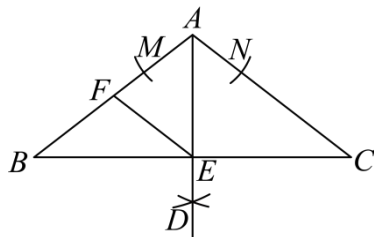
- A. 30 B. 40 C. 49 D. 56

8. 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 若 $BC = 5$, $CE = 8$, 则 $\frac{AD}{DF} =$ ()



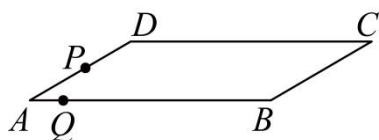
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{8}{2}$ D. $\frac{5}{8}$

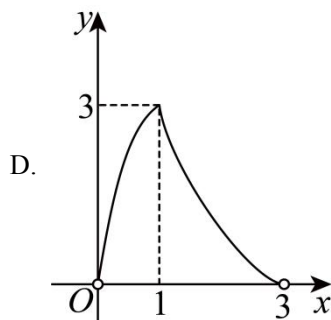
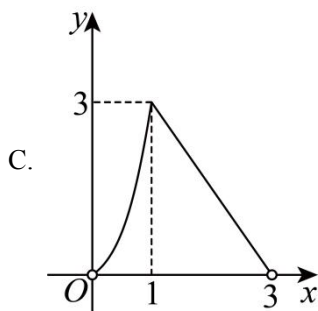
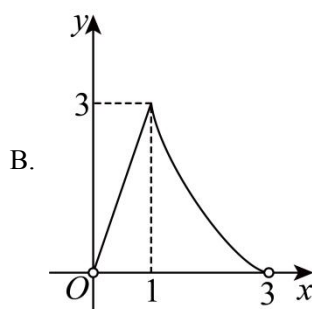
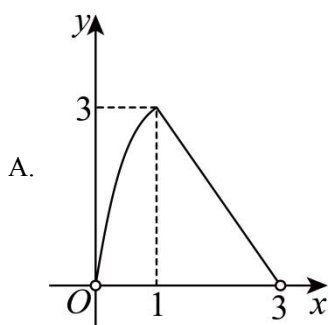
9. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, 点 F 为 AB 的中点, 以点 A 为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交 AB , AC 于点 M , N , 分别以点 M , N 为圆心, 大于 MN 的长的一半为半径画弧, 两弧交于点 D , 画射线 AD 交 BC 于点 E , 连接 EF , 则 EF 的长是 ()



- A. 5 B. $5\sqrt{2}$ C. 8 D. $5\sqrt{3}$

10. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 6$, $AD = 3$. 点 P 从点 A 出发, 以每秒 3 个单位长度的速度沿折线 $AD \rightarrow DC$ 运动, 同时点 Q 从点 A 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿 AB 向点 B 运动, 其中一个动点到达终点时, 另一个动点也随之停止运动. 设 $\triangle BPQ$ 的面积为 y , 运动时间为 x 秒, 则下列图象中大致反映 y 与 x 之间函数关系的是 ()





二、填空题 (每小题 3 分, 共计 30 分)

11. 在函数 $y = \frac{2}{x-7}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

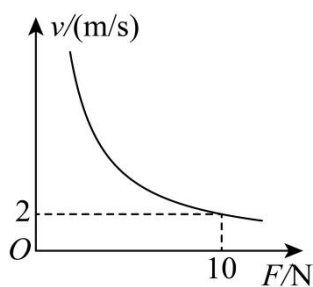
12. 把多项式 $3m^2 - 12$ 分解因式的结果是_____.

13. 桌上倒扣着背面图案相同的 7 张扑克牌, 其中 5 张红桃, 2 张黑桃. 从中随机抽取 1 张, 则抽取的扑克牌的花色是红桃的概率是_____.

14. 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > 5 \\ x-4 < 3 \end{cases}$ 的解集是_____.

15. 一个扇形的弧长是 $\frac{7}{6}\pi\text{cm}$, 半径是 3cm , 则此扇形的圆心角是_____.

16. 某玩具汽车的功率 P (单位: W) 为定值, 行驶速度 v (单位: m/s) 与所受阻力 F (单位: N) 是反比例函数关系, 它的图象如图所示, 则该玩具汽车的功率 $P =$ _____ W .

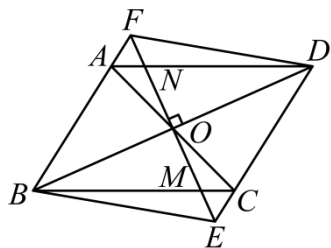


17. 定义新运算: $a \otimes b = 2ab - b^2$, 则 $(3n) \otimes (2n)$ 的运算结果是_____.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, 点 D 在射线 AB 上, $AD = AC$, 连接 CD , $\angle BCD = 10^\circ$, 则 $\angle ABC =$ _____ 度.

19. 抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$ ，与 x 轴交于点 A ， B ，则线段 AB 长是_____.

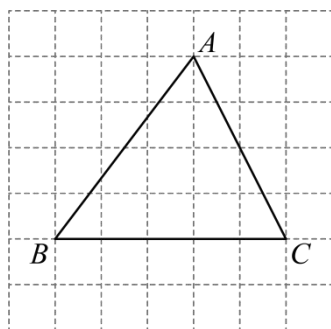
20. 如图， $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 交于点 O ，过点 O 作 BD 的垂线，分别交 BC ， AD 于点 M ， N ，延长 DC 交直线 MN 于点 E ，延长 BA 交直线 MN 于点 F ，分别连接 DF ， BE ，有如下结论：① $OA = OC$ ， $OB = OD$ ；② 四边形 $BEDF$ 是菱形；③ 若 $FA = FN = 1$ ， $AB = 3$ ，则 $OD = \sqrt{39}$ ；④ 若 $FA = 1$ ， $AB = 3$ ， $\angle ABE = 60^\circ$ ，点 P 为 EF 上的一个动点，则 $PA + PB$ 的最小值是 $\sqrt{21}$ 。上述结论中，所有正确结论的序号是_____.



三、解答题（其中 21-22 题各 7 分，23-24 题各 8 分，25-27 题各 10 分，共计 60 分）

21. 先化简，再求代数式 $\left(\frac{1}{a-3} + \frac{3}{a^2-6a+9}\right) \div \frac{a}{a-3}$ 的值，其中 $a = 2\sin 60^\circ + 3\tan 45^\circ$ 。

22. 如图，方格纸中每个小正方形的边长均为 1 个单位长度，每个小正方形的顶点叫格点， $\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上，请用无刻度的直尺按下列要求画图。



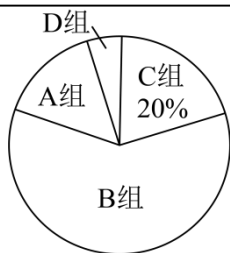
(1) 在方格纸中，画出 $\triangle ACD$ （点 D 在格点上），满足 $\frac{CD}{AC} = \frac{1}{2}$ ，且 $\triangle ACD$ 的面积是 5；

(2) 在 $\triangle ABC$ 的边 BA 上画出点 E ，使线段 BE 的长是 3 个单位长度（保留作图痕迹，体现作图过程），连接 ED ，并直接写出 $\tan \angle EDA$ 的值。

23. 跳绳是一项集健身与娱乐为一体的体育活动，有利于学生的身心健康发展。颖立中学为了解全校学生 60 秒钟的跳绳次数，随机抽取部分学生进行测试，并将测试所得数据整理成不完整的频数分布表和扇形统计图。

A 组学生跳绳次数（单位：次）如下：65 70 73 80 85 95 96 96 98

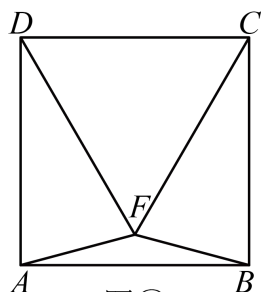
组别	次数 x (单位: 次)	频数
A 组	$60 \leq x < 100$	9
B 组	$100 \leq x < 140$	m
C 组	$140 \leq x < 180$	12
D 组	$180 \leq x < 220$	3



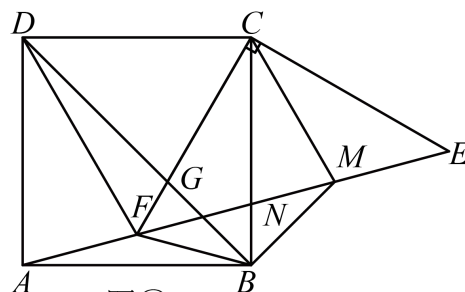
根据以上信息回答下列问题:

- (1) 在这次调查中, 一共抽取了多少名学生?
- (2) A 组学生跳绳次数的中位数是____, m 的值是____;
- (3) 若颖立中学共有 1500 名学生, 估计该中学 60 秒钟的跳绳次数在 $100 \leq x < 140$ 范围的学生有多少名.

24. 已知: 在正方形 $ABCD$ 的内侧作等边三角形 CDF , 连接 AF , BF .



图①



图②

- (1) 如图①, 求证: $\triangle ADF \cong \triangle BCF$;
- (2) 如图②, 过点 C 作 $CE \perp CF$, 交 AF 的延长线于点 E , CM 平分 $\angle BCE$, 交 AE 于点 M , 连接 BM , AE 交 BC 于点 N , 连接 BD 交 CF 于点 G , 在不添加任何辅助线的情况下, 直接写出图②中四条与线段 BF 相等的线段 (线段 AF , BF 除外).

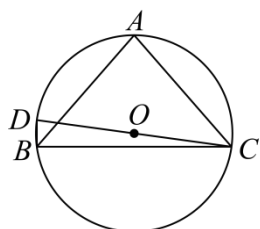
25. 为了节能减排, 晶扬工厂决定将照明灯换成节能灯, 若购买 4 盏甲型节能灯和 5 盏乙型节能灯需要 64 元; 若购买 6 盏甲型节能灯和 2 盏乙型节能灯需要 52 元.

- (1) 求 1 盏甲型节能灯和 1 盏乙型节能灯的售价各是多少元;
- (2) 晶扬工厂决定购买以上两种型号的节能灯共 50 盏, 总费用不超过 360 元, 那么该工厂最少可以购买

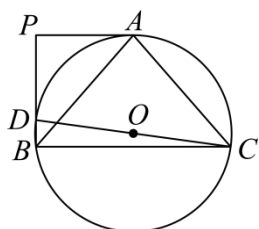
多少盏甲型节能灯？

26. 已知： $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，圆心 O 在 $\triangle ABC$ 的内部， CD 为 $\odot O$ 的直径，连接 BD ，

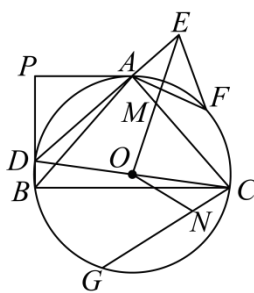
$$\angle BCD + 2\angle ABD = 90^\circ.$$



图①



图②



图③

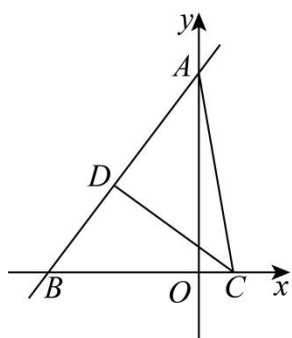
(1) 如图①，求证： $AB = AC$ ；

(2) 如图②，过点 A 作 $\odot O$ 的切线，交 BD 的延长线于点 P ，求证： $BC = 2PA$ ；

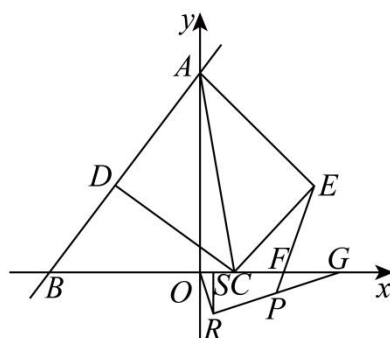
(3) 如图③，在 (2) 的条件下， $PD = 3BD$ ，连接 DA 并延长至点 E ，连接 OE 交 AC 于点 M ， $OE = AB$ ， G 为 $\widehat{BC}$ 上一点， $\widehat{DG} = \widehat{AD}$ ，连接 CG ，点 N 在 CG 上，连接 ON ， $\angle EON = 2\angle EDC$ ， $CN = 7$ ，点 F 为 $\widehat{AC}$ 的中点，连接 EF ， AF ，求 $\triangle AEF$ 的面积。

27. 已知：在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，直线 AB 与 y 轴交于点 A ，与 x 轴交于点 B ，点 A 的坐标

为 $(0, 7)$ ，点 B 的坐标为 $\left(-\frac{21}{4}, 0\right)$ 。



图①



图②

(1) 求直线 AB 的解析式；

(2) 如图①， C 为 x 轴正半轴上一点， $CD \perp AB$ 于点 D ，点 D 在线段 AB 上（点 D 不与点 A 重合），连接 AC ，设点 C 的横坐标为 m ， CD 的长为 d ，求 d 与 m 的函数解析式（不要求写出自变量 m 的取值范围）；

(3) 如图②，在 (2) 的条件下，点 D 横坐标为 $-3m$ ，在第一象限内作直角三角形 AEC ， $\angle AEC = 90^\circ$ ， $\angle OCE = 135^\circ$ ，点 F 在 x 轴上，设点 F 的横坐标为 n ($2 < n < 4$)，点 S 在 OC 上， $OS = -\frac{1}{6}n^2 + \frac{2}{3}n$ ，

在第四象限内作 $SR \perp OC$ ， $SR = \frac{n}{2}$ ，连接 OR ， $RG \perp OR$ ，交 x 轴于点 G ，连接 EF 并延长交 GR 于点 P ， $PG + OR = \frac{5}{3}PR$ ，求点 P 的坐标.