

二〇二四年绥化市初中毕业学业考试

数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟

2. 本试题共三道大题，28 个小题，总分 120 分

3. 所有答案都必须写在答题卡上所对应的题号后的指定区域内

一、单项选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的方框涂黑

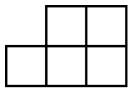
1. 实数 $-\frac{1}{2025}$ 的相反数是（ ）

- A. 2025 B. -2025 C. $-\frac{1}{2025}$ D. $\frac{1}{2025}$

2. 下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 圆 B. 菱形 C. 平行四边形 D. 等腰三角形

3. 某几何体是由完全相同的小正方体组合而成，下图是这个几何体的三视图，那么构成这个几何体的小正方体的个数是（ ）



主视图



左视图



俯视图

- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

4. 若式子 $\sqrt{2m-3}$ 有意义，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m \leq \frac{2}{3}$ B. $m \geq -\frac{3}{2}$ C. $m \geq \frac{3}{2}$ D. $m \leq -\frac{2}{3}$

5. 下列计算中，结果正确的是（ ）

- A. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
C. $\sqrt{9} = \pm 3$ D. $(-x^2y)^3 = x^6y^3$

6. 小影与小冬一起写作业，在解一道一元二次方程时，小影在化简过程中写错了常数项，因而得到方程的两个根是 6 和 1；小冬在化简过程中写错了一次项的系数，因而得到方程的两个根是 -2 和 -5. 则原来的方程是（ ）

- A. $x^2 + 6x + 5 = 0$ B. $x^2 - 7x + 10 = 0$
C. $x^2 - 5x + 2 = 0$ D. $x^2 - 6x - 10 = 0$

7. 某品牌女运动鞋专卖店，老板统计了一周内不同鞋码运动鞋的销售量如表：

鞋码	36	37	38	39	40
平均每天销售量/双	10	12	20	12	12

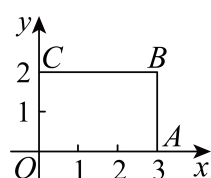
如果每双鞋的利润相同，你认为老板最关注的销售数据是下列统计量中的（ ）

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

8. 一艘货轮在静水中的航速为 40km/h ，它以该航速沿江顺流航行 120km 所用时间，与以该航速沿江逆流航行 80km 所用时间相等，则江水的流速为（ ）

- A. 5km/h B. 6km/h C. 7km/h D. 8km/h

9. 如图，矩形 $OABC$ 各顶点的坐标分别为 $O(0,0)$ ， $A(3,0)$ ， $B(3,2)$ ， $C(0,2)$ ，以原点 O 为位似中心，将这个矩形按相似比 $\frac{1}{3}$ 缩小，则顶点 B 在第一象限对应点的坐标是（ ）

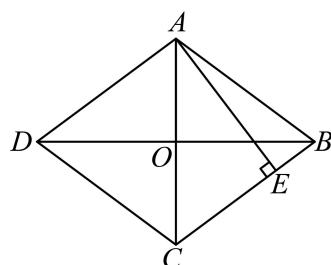


- A. $(9,4)$ B. $(4,9)$ C. $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(1, \frac{2}{3}\right)$

10. 下列叙述正确的是（ ）

- A. 顺次连接平行四边形各边中点一定能得到一个矩形
B. 平分弦的直径垂直于弦
C. 物体在灯泡发出的光照射下形成的影子是中心投影
D. 相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦心距也相等

11. 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $CD=5$ ， $BD=8$ ， $AE \perp BC$ 于点 E ，则 AE 的长是（ ）

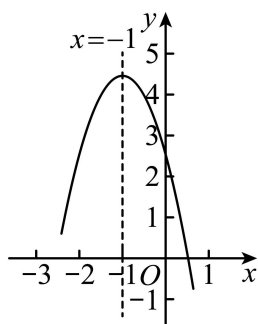


- A. $\frac{24}{5}$ B. 6 C. $\frac{48}{5}$ D. 12

12. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示，对称轴为直线 $x = -1$ ，则下列结论中：

① $\frac{b}{c} > 0$ ② $am^2 + bm \leq a - b$ (m 为任意实数) ③ $3a + c < 1$

④若 $M(x_1, y)$ 、 $N(x_2, y)$ 是抛物线上不同的两个点，则 $x_1 + x_2 \leq -3$ ．其中正确的结论有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

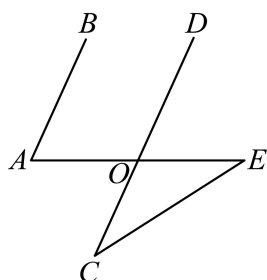
二、填空题 (本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

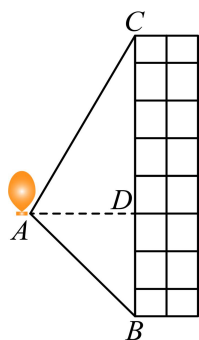
13. 中国的领水面积约为 $370\,000\text{ km}^2$ ，将数 $370\,000$ 用科学记数法表示为: _____.

14. 分解因式: $2mx^2 - 8my^2 =$ _____.

15. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle C = 33^\circ$, $OC = OE$. 则 $\angle A =$ _____ $^\circ$.



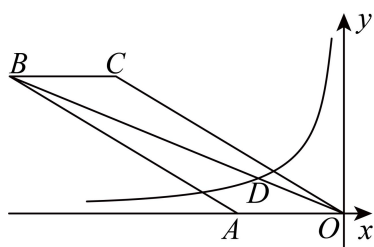
16. 如图, 用热气球的探测器测一栋楼的高度, 从热气球上的点 A 测得该楼顶部点 C 的仰角为 60° , 测得底部点 B 的俯角为 45° , 点 A 与楼 BC 的水平距离 $AD = 50\text{m}$, 则这栋楼的高度为 _____ m (结果保留根号).



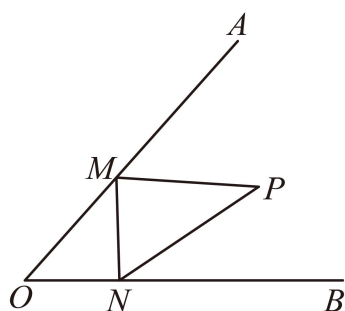
17. 计算: $\frac{x-y}{x} \div \left(x - \frac{2xy-y^2}{x} \right) =$ _____.

18. 用一个圆心角为 126° , 半径为 10cm 的扇形作一个圆锥的侧面, 这个圆锥的底面圆的半径为 _____ cm .

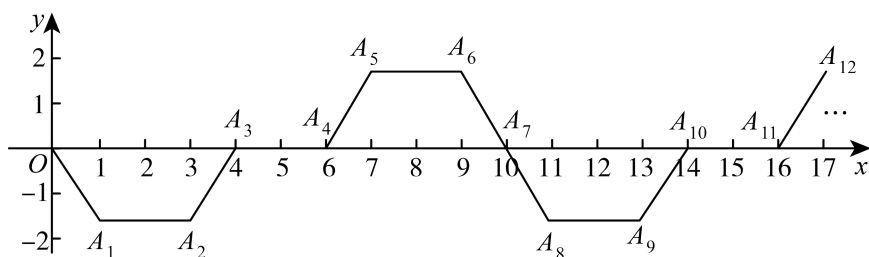
19. 如图, 已知点 $A(-7,0)$, $B(x,10)$, $C(-17,y)$, 在平行四边形 $ABCO$ 中, 它的对角线 OB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象相交于点 D , 且 $OD:OB = 1:4$, 则 $k =$ _____.



20. 如图, 已知 $\angle AOB = 50^\circ$, 点 P 为 $\angle AOB$ 内部一点, 点 M 为射线 OA 、点 N 为射线 OB 上的两个动点, 当 $\triangle PMN$ 的周长最小时, 则 $\angle MPN =$ _____.



21. 如图, 已知 $A_1(1, -\sqrt{3})$, $A_2(3, -\sqrt{3})$, $A_3(4, 0)$, $A_4(6, 0)$, $A_5(7, \sqrt{3})$, $A_6(9, \sqrt{3})$, $A_7(10, 0)$, $A_8(11, -\sqrt{3}) \dots$, 依此规律, 则点 A_{2024} 的坐标为 _____.

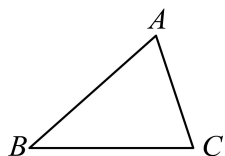


22. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 点 E 在直线 AD 上, 且 $DE = 2\text{cm}$, 则点 E 到矩形对角线所在直线的距离是 _____ cm .

三、解答题 (本题共 6 个小题, 共 54 分)

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

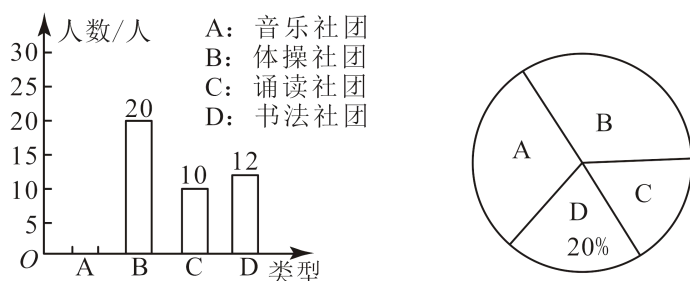
23. 已知: $\triangle ABC$.



- (1) 尺规作图: 画出 $\triangle ABC$ 的重心 G . (保留作图痕迹, 不要求写作法和证明)

(2) 在 (1) 的条件下, 连接 AG , BG . 已知 $\triangle ABG$ 的面积等于 5cm^2 , 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____ cm^2 .

24. 为了落实国家“双减”政策, 某中学在课后服务时间里, 开展了音乐、体操、诵读、书法四项社团活动. 为了了解七年级学生对社团活动的喜爱情况, 该校从七年级全体学生中随机抽取了部分学生进行“你最喜欢哪一项社团活动”的问卷调查, 每人必须选择一项社团活动 (且只能选择一项). 根据调查结果, 绘制成如下两幅统计图.



请根据统计图中的信息, 解答下列问题:

(1) 参加本次问卷调查的学生共有_____人.

(2) 在扇形统计图中, A 组所占的百分比是_____, 并补全条形统计图.

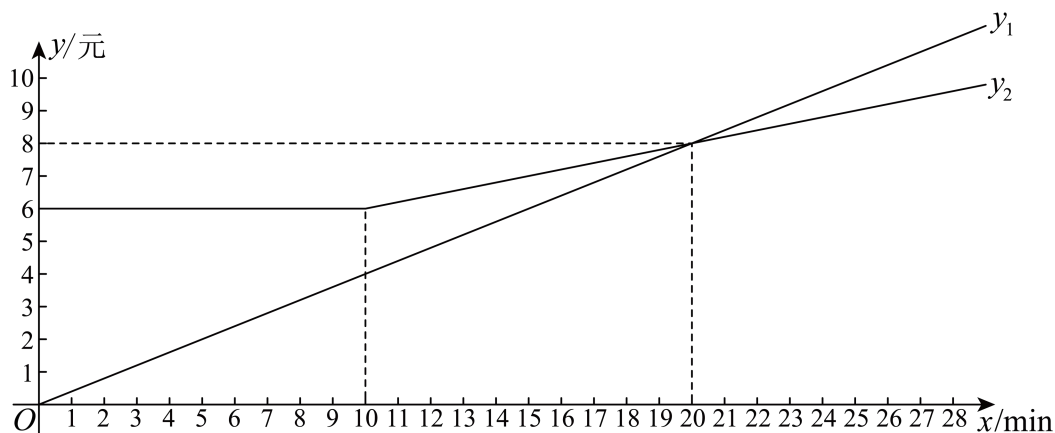
(3) 端午节前夕, 学校计划进行课后服务成果展示, 准备从这 4 个社团中随机抽取 2 个社团汇报展示. 请用树状图法或列表法, 求选中的 2 个社团恰好是 B 和 C 的概率.

25. 为了响应国家提倡的“节能环保”号召, 某共享电动车公司准备投入资金购买 A 、 B 两种电动车. 若购买 A 种电动车 25 辆、 B 种电动车 80 辆, 需投入资金 30.5 万元; 若购买 A 种电动车 60 辆、 B 种电动车 120 辆, 需投入资金 48 万元. 已知这两种电动车的单价不变.

(1) 求 A 、 B 两种电动车的单价分别是多少元?

(2) 为适应共享电动车出行市场需求, 该公司计划购买 A 、 B 两种电动车 200 辆, 其中 A 种电动车的数量不多于 B 种电动车数量的一半. 当购买 A 种电动车多少辆时, 所需的总费用最少, 最少费用是多少元?

(3) 该公司将购买的 A 、 B 两种电动车投放到出行市场后, 发现消费者支付费用 y 元与骑行时间 x min 之间的对应关系如图. 其中 A 种电动车支付费用对应的函数为 y_1 ; B 种电动车支付费用是 10min 之内, 起步价 6 元, 对应的函数为 y_2 . 请根据函数图象信息解决下列问题.



①小刘每天早上需要骑行 A 种电动车或 B 种电动车去公司上班. 已知两种电动车的平均行驶速度均为 $300\text{m}/\text{min}$ (每次骑行均按平均速度行驶, 其它因素忽略不计), 小刘家到公司的距离为 8km , 那么小刘选择_____种电动车更省钱 (填写 A 或 B).

②直接写出两种电动车支付费用相差 4 元时, x 的值_____.

26. 如图 1, O 是正方形 $ABCD$ 对角线上一点, 以 O 为圆心, OC 长为半径的 $\odot O$ 与 AD 相切于点 E , 与 AC 相交于点 F .

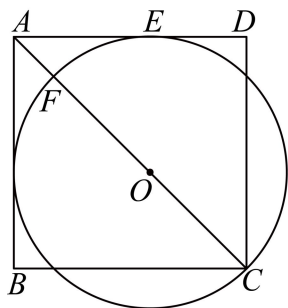


图1

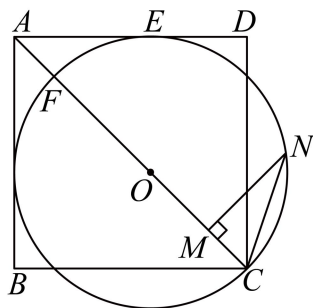


图2

(1) 求证: AB 与 $\odot O$ 相切.

(2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2}+1$, 求 $\odot O$ 的半径.

(3) 如图 2, 在 (2) 的条件下, 若点 M 是半径 OC 上的一个动点, 过点 M 作 $MN \perp OC$ 交 $\widehat{CE}$ 于点 N . 当 $CM:FM=1:4$ 时, 求 CN 的长.

27. 综合与实践

问题情境

在一次综合与实践课上, 老师让同学们以两个全等的等腰直角三角形纸片为操作对象.

纸片 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 满足 $\angle ACB = \angle EDF = 90^\circ$, $AC = BC = DF = DE = 2\text{cm}$.

下面是创新小组的探究过程.

操作发现

(1) 如图 1, 取 AB 的中点 O , 将两张纸片放置在同一平面内, 使点 O 与点 F 重合. 当旋转 $\triangle DEF$ 纸片

交 AC 边于点 H 、交 BC 边于点 G 时, 设 $AH = x (1 < x < 2)$, $BG = y$, 请你探究出 y 与 x 的函数关系式, 并写出解答过程.

问题解决

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下连接 GH , 发现 $\triangle CGH$ 的周长是一个定值. 请你写出这个定值, 并说明理由.

拓展延伸

(3) 如图 3, 当点 F 在 AB 边上运动 (不包括端点 A 、 B), 且始终保持 $\angle AFE = 60^\circ$. 请你直接写出 $\triangle DEF$ 纸片的斜边 EF 与 $\triangle ABC$ 纸片的直角边所夹锐角的正切值_____ (结果保留根号).

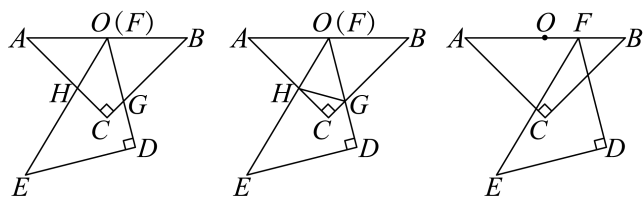


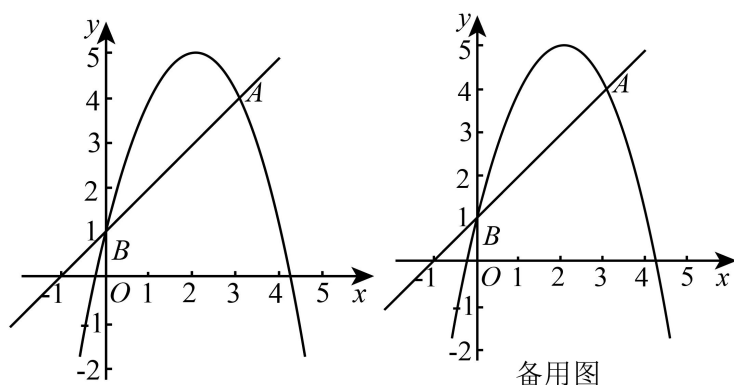
图1

图2

图3

28. 综合与探究

如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线相交于 A 、 B 两点, 其中点 $A(3, 4)$, $B(0, 1)$.



备用图

(1) 求该抛物线的函数解析式.

(2) 过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴交抛物线于点 C , 连接 AC , 在抛物线上是否存在点 P 使

$\tan \angle BCP = \frac{1}{6} \tan \angle ACB$. 若存在, 请求出满足条件的所有点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由. (提示:

依题意补全图形, 并解答)

(3) 将该抛物线向左平移 2 个单位长度得到 $y_1 = a_1x^2 + b_1x + c_1 (a_1 \neq 0)$, 平移后的抛物线与原抛物线相交于点 D , 点 E 为原抛物线对称轴上的一点, F 是平面直角坐标系内的一点, 当以点 B 、 D 、 E 、 F 为顶点的四边形是菱形时, 请直接写出点 F 的坐标.