

2024 大庆数学

一、选择题：本题 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求。

1. 下列各组数中，互为相反数的是（ ）

A. $|-2024|$ 和 -2024

B. 2024 和 $\frac{1}{2024}$

C. $|-2024|$ 和 2024

D. -2024 和 $\frac{1}{2024}$

2. 人体内一种细胞的直径约为 1.56 微米，相当于 0.00000156 米，数字 0.00000156 用科学记数法表示为（ ）

A. 1.56×10^{-3}

B. 0.156×10^{-3}

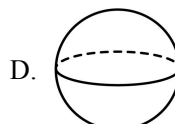
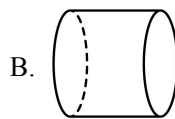
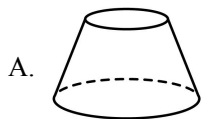
C. 1.56×10^{-6}

D. 15.6×10^{-7}

3. 垃圾分类功在当代利在千秋，下列垃圾分类指引标志图形中，是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



4. 下列常见的几何体中，主视图和左视图不同的是（ ）



5. “铁人王进喜纪念馆”“龙凤湿地公园”“滨水绿道”和“数字大庆中心”是大庆市四个有代表性的旅游景点。若小娜从这四个景点中随机选择两个景点游览，则这两个景点中有“铁人王进喜纪念馆”的概率是（ ）

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

6. 下列说法正确的是（ ）

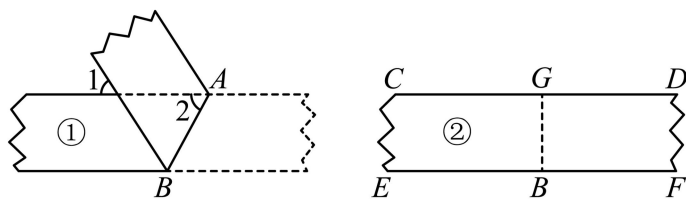
A. 若 $\frac{b}{a} > 2$ ，则 $b > 2a$

B. 一件衣服降价 20% 后又提价 20%，这件衣服的价格不变

C. 一个锐角和一条边分别相等的两个直角三角形全等

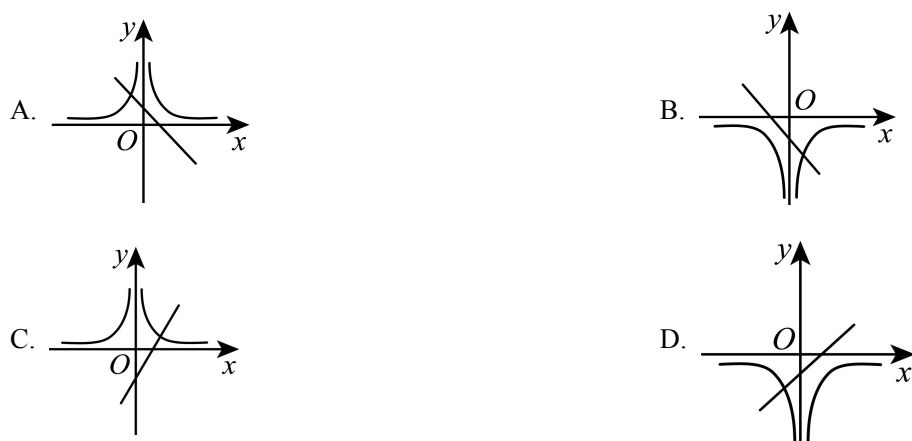
D. 若一个多边形的内角和是外角和的 2 倍，则这个多边形是六边形

7. 如图，在一次综合实践课上，为检验纸带①、②的边线是否平行，小庆和小铁采用了两种不同的方法：
小庆把纸带①沿 AB 折叠，量得 $\angle 1 = \angle 2 = 59^\circ$ ；小铁把纸带②沿 GH 折叠，发现 GD 与 GC 重合， HF 与 HE 重合. 且点 C, G, D 在同一直线上，点 E, H, F 也在同一直线上. 则下列判断正确的是 ()



- A. 纸带①、②的边线都平行
B. 纸带①、②的边线都不平行
C. 纸带①的边线平行，纸带②的边线不平行
D. 纸带①的边线不平行，纸带②的边线平行

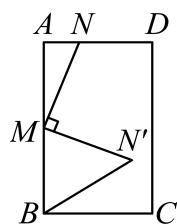
8. 在同一平面直角坐标系中，函数 $y = kx - k$ ($k \neq 0$) 与 $y = \frac{k}{|x|}$ 的大致图象为 ()



9. 小庆、小铁、小娜、小萌四名同学均从1, 2, 3, 4, 5, 6这六个数字中选出四个数字，玩猜数游戏. 下列选项中，能确定该同学选出的四个数字含有1的是 ()

- A. 小庆选出四个数字的方差等于4.25
B. 小铁选出四个数字的方差等于2.5
C. 小娜选出四个数字的平均数等于3.5
D. 小萌选出四个数字的极差等于4

10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 10$ ， $BC = 6$ ，点 M 是 AB 边的中点，点 N 是 AD 边上任意一点，将线段 MN 绕点 M 顺时针旋转 90° ，点 N 旋转到点 N' ，则 $\triangle MBN'$ 周长的最小值为 ()



- A. 15
B. $5 + 5\sqrt{5}$
C. $10 + 5\sqrt{2}$
D. 18

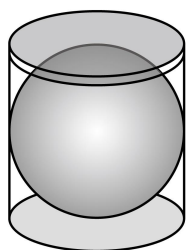
二、填空题：本题 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上．

11. 计算： $\sqrt[3]{-8} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

12. 已知 $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$ ，则 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．

13. 如图所示，一个球恰好放在一个圆柱形盒子里，记球的体积为 V_1 ，圆柱形盒子的容积为 V_2 ，则

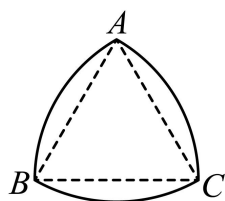
$\frac{V_1}{V_2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．（球体体积公式： $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ，其中 r 为球体半径）



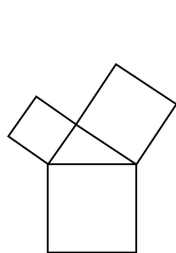
14. 请写出一个过点 $(1,1)$ 且 y 的值随 x 值增大而减小的函数的解析式 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．

15. 不等式组 $\begin{cases} x > \frac{x-2}{2} \\ 5x-3 < 9+x \end{cases}$ 的整数解有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个．

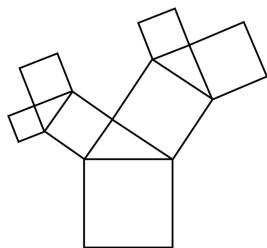
16. 如图所示的曲边三角形也称作“莱洛三角形”，它可以按下述方法作出：作等边三角形 ABC ；分别以点 A, B, C 为圆心，以 AB 的长为半径作 $\widehat{BC}$ ， $\widehat{AC}$ ， $\widehat{AB}$ ．三段弧所围成的图形就是一个曲边三角形．若该“莱洛三角形”的周长为 3π ，则它的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．



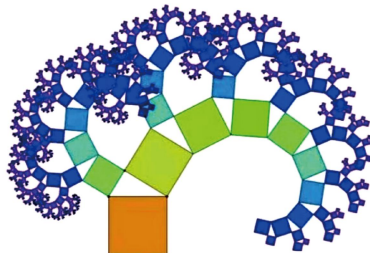
17. 如图①，直角三角形的两个锐角分别是 40° 和 50° ，其三边上分别有一个正方形．执行下面的操作：由两个小正方形向外分别作锐角为 40° 和 50° 的直角三角形，再分别以所得到的直角三角形的直角边为边长作正方形．图②是 1 次操作后的图形．图③是重复上述步骤若干次后得到的图形，人们把它称为“毕达哥拉斯树”．若图①中的直角三角形斜边长为 2，则 10 次操作后图形中所有正方形的面积和为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．



图①



图②



图③

18. 定义：若一个函数图象上存在纵坐标是横坐标 2 倍的点，则把该函数称为“倍值函数”，该点称为“倍值点”。例如：“倍值函数” $y = 3x + 1$ ，其“倍值点”为 $(-1, -2)$ 。下列说法不正确的序号为_____。

①函数 $y = 2x + 4$ 是“倍值函数”；

②函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象上的“倍值点”是 $(2, 4)$ 和 $(-2, -4)$ ；

③若关于 x 的函数 $y = (m-1)x^2 + mx + \frac{1}{4}m$ 的图象上有两个“倍值点”，则 m 的取值范围是 $m < \frac{4}{3}$ ；

④若关于 x 的函数 $y = x^2 + (m-k+2)x + \frac{n}{4} - \frac{k}{2}$ 的图象上存在唯一的“倍值点”，且当 $-1 \leq m \leq 3$ 时， n

的最小值为 k ，则 k 的值为 $\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$ 。

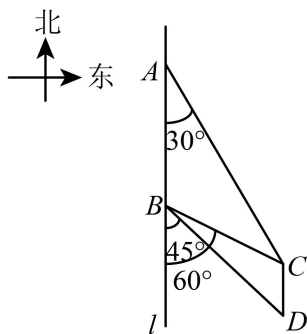
三、解答题：本题 10 小题，共 66 分。请在答题卡指定区域内作答，解答应写出必要的文字说明、计算过程、证明过程。

19. 求值： $|\sqrt{3}-2| - (2024+\pi)^0 + \tan 60^\circ$ 。

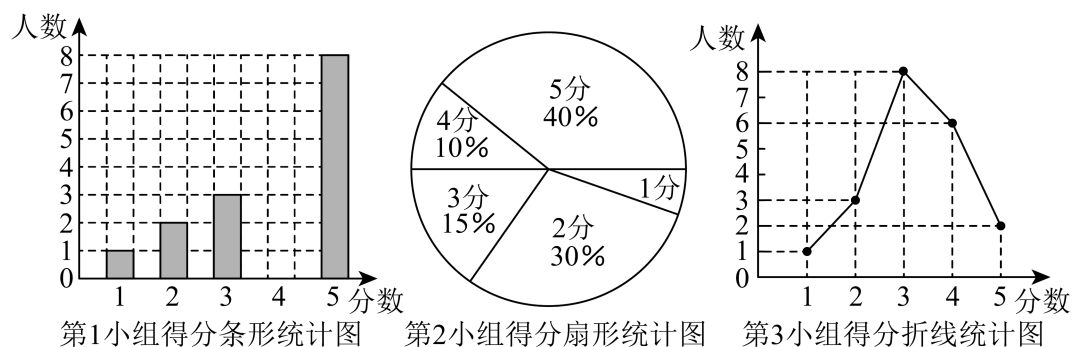
20. 先化简，再求值： $\left(1 + \frac{3}{x-3}\right) \div \frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$ ，其中 $x = -2$ 。

21. 为了健全分时电价机制，引导电动汽车在用电低谷时段充电，某市实施峰谷分时电价制度，用电高峰时段（简称峰时）：7:00—23:00，用电低谷时段（简称谷时）：23:00—次日 7:00，峰时电价比谷时电价高 0.2 元/度。市民小萌的电动汽车用家用充电桩充电，某月的峰时电费为 50 元，谷时电费为 30 元，并且峰时用电量与谷时用电量相等，求该市谷时电价。

22. 如图， CD 是一座南北走向的大桥，一辆汽车在笔直的公路 l 上由北向南行驶，在 A 处测得桥头 C 在南偏东 30° 方向上，继续行驶 1500 米后到达 B 处，测得桥头 C 在南偏东 60° 方向上，桥头 D 在南偏东 45° 方向上，求大桥 CD 的长度。（结果精确到 1 米，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



23. 根据教育部制定的《国防教育进中小学课程教材指南》, 某中学开展了形式多样的国防教育培训活动. 为了解培训效果, 该校组织学生参加了国防知识竞赛, 将学生的百分制成绩(x 分)用5级记分法呈现: “ $x < 60$ ”记为1分, “ $60 \leq x < 70$ ”记为2分, “ $70 \leq x < 80$ ”记为3分, “ $80 \leq x < 90$ ”记为4分, “ $90 \leq x \leq 100$ ”记为5分. 现随机将全校学生以20人为一组进行分组, 并从中随机抽取了3个小组的学生成绩进行整理, 绘制统计图表, 部分信息如下:



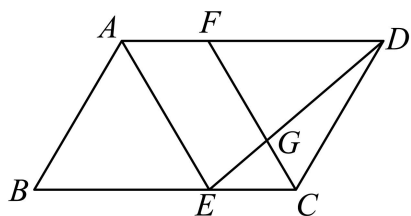
	平均数	中位数	众数
第1小组	3.9	4	a
第2小组	b	3.5	5
第3小组	3.25	c	3

请根据以上信息, 完成下列问题:

- (1) ①第2小组得分扇形统计图中, “得分为1分”这一项所对应的圆心角为_____度;
 ②请补全第1小组得分条形统计图;
- (2) $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____;

(3) 已知该校共有 4200 名学生，以这 3 个小组的学生成绩作为样本，请你估计该校有多少名学生竞赛成绩不低于 90 分？

24. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， AE 、 CF 分别是 $\angle BAD$ ， $\angle BCD$ 的平分线，且 E 、 F 分别在边 BC ， AD 上.



(1) 求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

(2) 若 $\angle ADC = 60^\circ$ ， $DF = 2AF = 2$ ，求 $\triangle GDF$ 的面积.

25. “尔滨”火了，带动了黑龙江省的经济发展，农副产品也随之畅销全国. 某村民在网上直播推销某种农副产品，在试销售的 30 天中，第 x 天 ($1 \leq x \leq 30$ 且 x 为整数) 的售价为 y (元/千克). 当 $1 \leq x \leq 20$ 时，

$y = kx + b$ ；当 $20 < x \leq 30$ 时， $y = 15$. 销量 z (千克) 与 x 的函数关系式为 $z = x + 10$ ，已知该产品第 10 天的售价为 20 元/千克，第 15 天的售价为 15 元/千克，设第 x 天的销售额为 M (元).

(1) $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 写出第 x 天的销售额 M 与 x 之间的函数关系式；

(3) 求在试销售的 30 天中，共有多少天销售额超过 500 元？

26. 如图 1，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，点 A 在 x 轴的正半轴上，点 B, C 在第一象限，四边形 $OABC$ 是平行四边形，点 C 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，点 C 的横坐标为 2，点 B 的纵坐标为 3.

提示：在平面直角坐标系中，若两点分别为 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ ，则 P_1P_2 中点坐标为 $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

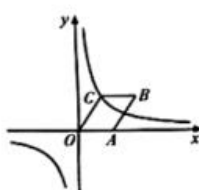


图1

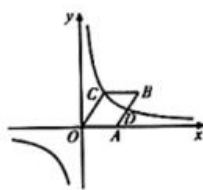


图2

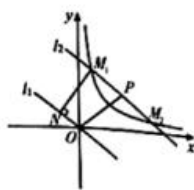


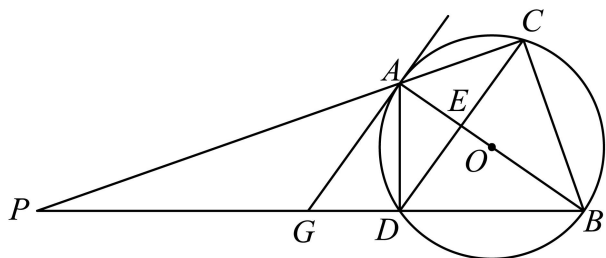
图3

(1) 求反比例函数的表达式；

(2) 如图 2，点 D 是 AB 边的中点，且在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上，求平行四边形 $OABC$ 的面积；

(3) 如图 3, 将直线 $l_1: y = -\frac{3}{4}x$ 向上平移 6 个单位得到直线 l_2 , 直线 l_2 与函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 图象交于 M_1, M_2 两点, 点 P 为 M_1M_2 的中点, 过点 M_1 作 $M_1N \perp l_1$ 于点 N . 请直接写出 P 点坐标和 $\frac{M_1N}{OP}$ 的值.

27. 如图, $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形, AB 为 $\odot O$ 的直径, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 AB 翻折到 $\triangle ABD$, 点 D 在 $\odot O$ 上. 连接 CD , 交 AB 于点 E , 延长 BD, CA , 两线相交于点 P , 过点 A 作 $\odot O$ 的切线交 BP 于点 G .

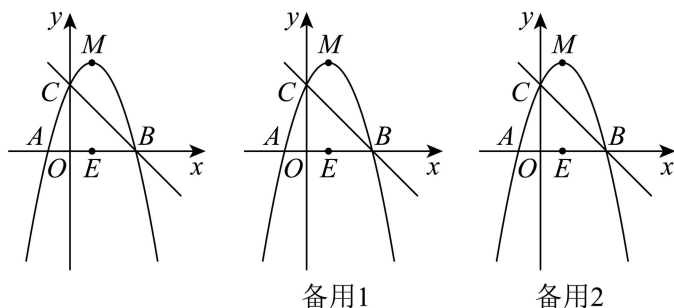


(1) 求证: $AG \parallel CD$;

(2) 求证: $PA^2 = PG \cdot PB$;

(3) 若 $\sin \angle APD = \frac{1}{3}$, $PG = 6$. 求 $\tan \angle AGB$ 的值.

28. 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点. A 点坐标为 $(-1, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$, 点 M 为抛物线顶点, 点 E 为 AB 中点.



(1) 求二次函数的表达式;

(2) 在直线 BC 上方的抛物线上存在点 Q , 使得 $\angle QCB = 2\angle ABC$, 求点 Q 的坐标;

(3) 已知 D, F 为抛物线上不与 A, B 重合的相异两点.

①若点 F 与点 C 重合, $D(m, -12)$, 且 $m > 1$, 求证: D, E, F 三点共线;

②若直线 AD, BF 交于点 P , 则无论 D, F 在抛物线上如何运动, 只要 D, E, F 三点共线, $\triangle AMP$, $\triangle MEP$, $\triangle ABP$ 中必存在面积为定值的三角形. 请直接写出其中面积为定值的三角形及其面积, 不必说明理由.