

二〇二三年齐齐哈尔市初中学业考试
数学试卷

考生注意：

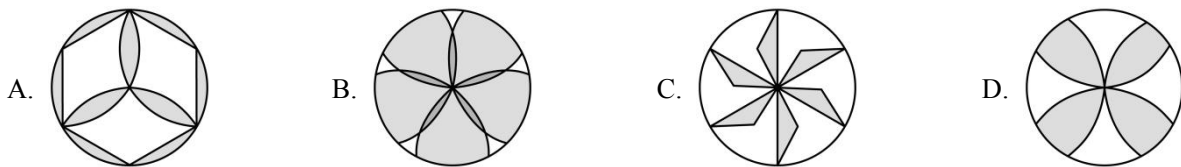
1. 考试时间 120 分钟
2. 全卷共三道大题，总分 120 分
3. 使用答题卡的考生，请将答案填写在答题卡的指定位置

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. -9 的相反数是【 】

- A. 9 B. -9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

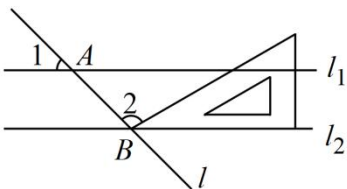
2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



3. 下列计算正确的是（ ）

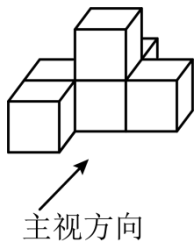
- A. $3b^2 + b^2 = 4b^4$ B. $(a^4)^2 = a^6$ C. $(-x^2)^2 = x^4$ D. $3a \cdot 2a = 6a$

4. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，分别与直线 l 交于点 A ， B ，把一块含 30° 角的三角尺按如图所示的位置摆放，若 $\angle 1 = 45^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）



- A. 135° B. 105° C. 95° D. 75°

5. 如图，若几何体是由六个棱长为 1 的正方体组合而成的，则该几何体左视图的面积是（ ）



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

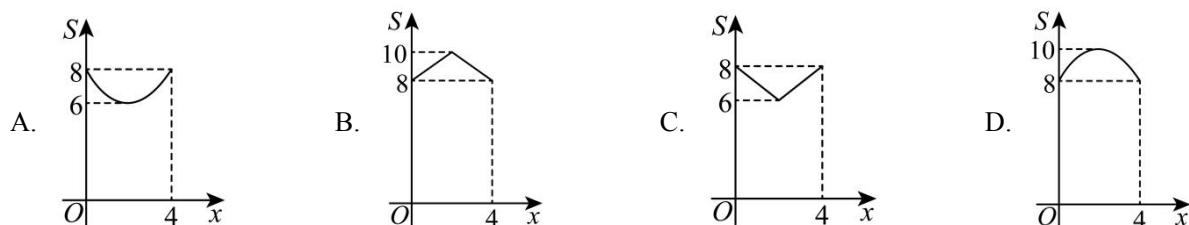
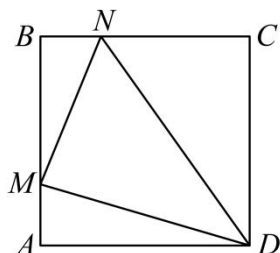
6. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x+1} = 1$ 的解是负数，那么实数 m 的取值范围是（ ）

- A. $m < -1$ B. $m > -1$ 且 $m \neq 0$ C. $m > -1$ D. $m < -1$ 且 $m \neq -2$

7. 某校举办文艺汇演，在主持人选拔环节中，有一名男同学和三名女同学表现优异。若从以上四名同学中随机抽取两名同学担任主持人，则刚好抽中一名男同学和一名女同学的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

8. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ，动点 M, N 分别从点 A, B 同时出发，沿射线 AB ，射线 BC 的方向匀速运动，且速度的大小相等，连接 DM, MN, ND 。设点 M 运动的路程为 x ($0 \leq x \leq 4$)， $\triangle DMN$ 的面积为 S ，下列图像中能反映 S 与 x 之间函数关系的是（ ）

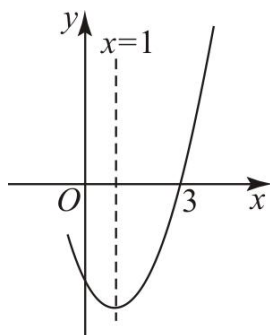


9. 为提高学生学习兴趣，增强动手实践能力，某校为物理兴趣小组的同学购买了一根长度为150cm的导线，将其全部截成10cm和20cm两种长度的导线用于实验操作（每种长度的导线至少一根），则截取方案共有（ ）

- A. 5 种 B. 6 种 C. 7 种 D. 8 种

10. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图像的一部分与 x 轴的一个交点坐标为 $(3, 0)$ ，对称轴为直线 $x = 1$ ，结合图像给出下列结论：

- ① $abc > 0$ ；② $b = 2a$ ；③ $3a + c = 0$ ；
④关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c + k^2 = 0$ ($a \neq 0$) 有两个不相等的实数根；
⑤若点 (m, y_1) ， $(-m+2, y_2)$ 均在该二次函数图像上，则 $y_1 = y_2$ 。其中正确结论的个数是（ ）



A. 4

B. 3

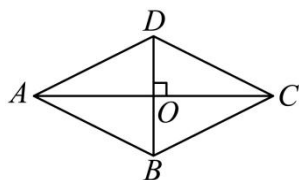
C. 2

D. 1

二、填空题 (每小题 3 分, 满分 21 分)

11. 经文化和旅游部数据中心测算, 今年春节假期全国国内旅游出游 308000000 人次, 同比增长 23.1%, 数据 308000000 用科学记数法表示为_____.

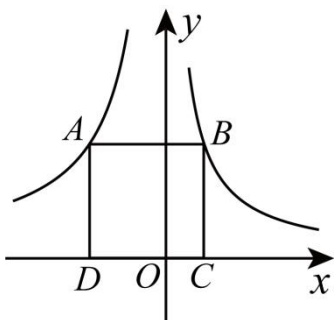
12. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD = BC$, $AC \perp BD$ 于点 O . 请添加一个条件: _____, 使四边形 $ABCD$ 成为菱形.



13. 在函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

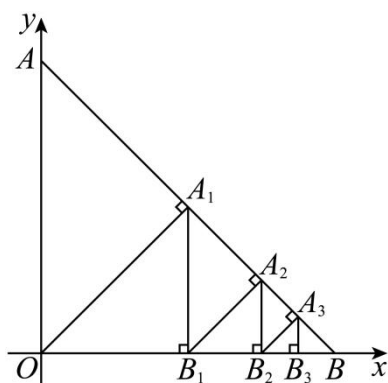
14. 若圆锥的底面半径长 2cm, 母线长 3cm, 则该圆锥的侧面积为_____ cm^2 (结果保留 π).

15. 如图, 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图像的一支上, 点 B 在反比例函数 $y = -\frac{k}{2x}$ 图像的一支上, 点 C, D 在 x 轴上, 若四边形 $ABCD$ 是面积为 9 的正方形, 则实数 k 的值为_____.



16. 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 5$, 点 M 在 AD 边所在的直线上, 且 $DM = 1$, 将矩形纸片 $ABCD$ 折叠, 使点 B 与点 M 重合, 折痕与 AD , BC 分别交于点 E , F , 则线段 EF 的长度为_____.

17. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 在 y 轴上, 点 B 在 x 轴上, $OA = OB = 4$, 连接 AB , 过点 O 作 $OA_1 \perp AB$ 于点 A_1 , 过点 A_1 作 $A_1B_1 \perp x$ 轴于点 B_1 ; 过点 B_1 作 $B_1A_2 \perp AB$ 于点 A_2 , 过点 A_2 作 $A_2B_2 \perp x$ 轴于点 B_2 ; 过点 B_2 作 $B_2A_3 \perp AB$ 于点 A_3 , 过点 A_3 作 $A_3B_3 \perp x$ 轴于点 B_3 ; $\dots$; 按照如此规律操作下去, 则点 A_{2023} 的坐标为_____.



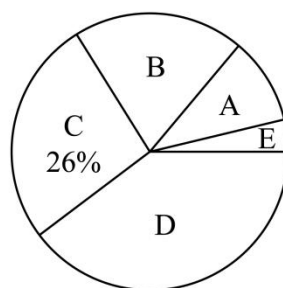
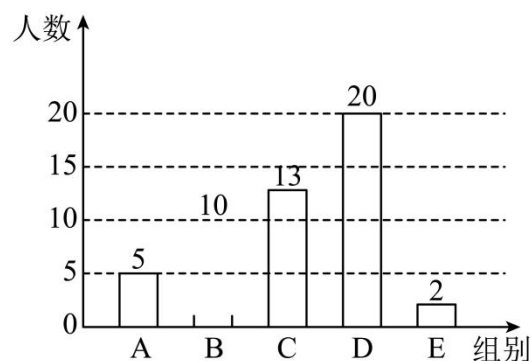
三、解答题 (本题共 7 道大题, 共 69 分)

18. (1) 计算: $|\sqrt{3}-1| - 4\sin 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + (4-\pi)^0$;

(2) 分解因式: $2a^3 - 12a^2 + 18a$.

19. 解方程: $x^2 - 3x + 2 = 0$.

20. 为了解学生完成书面作业所用时间的情况, 进一步优化作业管理, 某中学从全校学生中随机抽取部分学生, 对他们一周平均每天完成书面作业的时间 t (单位: 分钟) 进行调查. 将调查数据进行整理后分为五组: A 组 “ $0 < t \leq 45$ ”; B 组 “ $45 < t \leq 60$ ”; C 组 “ $60 < t \leq 75$ ”; D 组 “ $75 < t \leq 90$ ”; E 组 “ $t > 90$ ”. 现将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图.



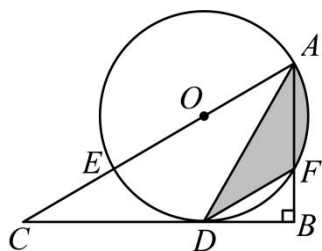
根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 这次调查的样本容量是_____, 请补全条形统计图;

(2) 在扇形统计图中, A 组对应的圆心角的度数是_____, 本次调查数据的中位数落在_____组内;

(3) 若该中学有 2000 名学生, 请你估计该中学一周平均每天完成书面作业不超过 90 分钟的学生有多少人?

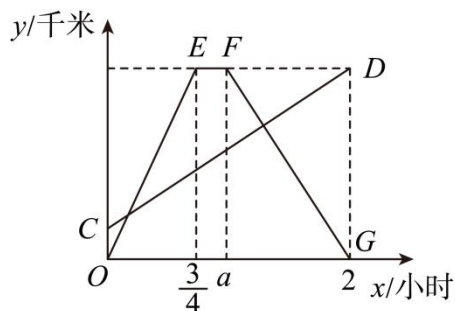
21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , 点 E 是斜边 AC 上一点, 以 AE 为直径的 $\odot O$ 经过点 D , 交 AB 于点 F , 连接 DF .



(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BD = 5$, $\tan \angle ADB = \sqrt{3}$, 求图中阴影部分的面积 (结果保留 π).

22. 一辆巡逻车从 A 地出发沿一条笔直的公路匀速驶向 B 地, $\frac{2}{5}$ 小时后, 一辆货车从 A 地出发, 沿同一路线每小时行驶 80 千米匀速驶向 B 地, 货车到达 B 地填装货物耗时 15 分钟, 然后立即按原路匀速返回 A 地. 巡逻车、货车离 A 地的距离 y (千米) 与货车出发时间 x (小时) 之间的函数关系如图所示, 请结合图象解答下列问题:



(1) A, B 两地之间的距离是_____千米, $a =$ _____;

(2) 求线段 FG 所在直线的函数解析式;

(3) 货车出发多少小时两车相距 15 千米? (直接写出答案即可)

23. 综合与实践

数学模型可以用来解决一类问题, 是数学应用的基本途径. 通过探究图形的变化规律, 再结合其他数学知识的内在联系, 最终可以获得宝贵的数学经验, 并将其运用到更广阔的数学天地.

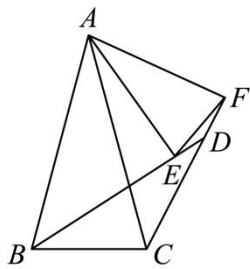


图1

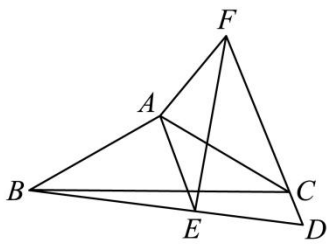


图2

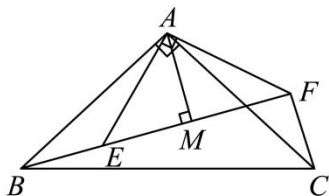
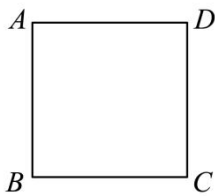


图3



备用图

(1) 发现问题: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 中, $AB = AC$, $AE = AF$, $\angle BAC = \angle EAF = 30^\circ$, 连接 BE , CF , 延长 BE 交 CF 于点 D . 则 BE 与 CF 的数量关系: _____, $\angle BDC =$ _____ $^\circ$;

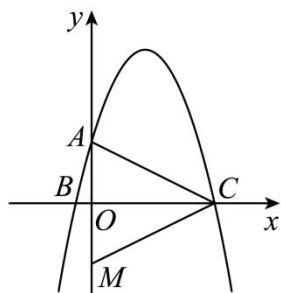
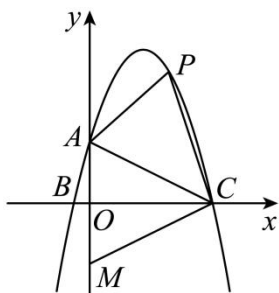
(2) 类比探究: 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 中, $AB = AC$, $AE = AF$, $\angle BAC = \angle EAF = 120^\circ$, 连接 BE , CF , 延长 BE , FC 交于点 D . 请猜想 BE 与 CF 的数量关系及 $\angle BDC$ 的度数, 并说明理由;

(3) 拓展延伸: 如图 3, $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 均为等腰直角三角形, $\angle BAC = \angle EAF = 90^\circ$, 连接 BE , CF , 且点 B , E , F 在一条直线上, 过点 A 作 $AM \perp BF$, 垂足为点 M . 则 BF , CF , AM 之间的数量关系: _____;

(4) 实践应用: 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, 若平面内存在点 P 满足 $\angle BPD = 90^\circ$, $PD = 1$, 则 $S_{\triangle ABP} =$ _____.

24. 综合与探究

如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上的点 A , C 坐标分别为 $(0, 2)$, $(4, 0)$, 抛物线与 x 轴负半轴交于点 B , 点 M 为 y 轴负半轴上一点, 且 $OM = 2$, 连接 AC , CM .



备用图

(1) 求点 M 的坐标及抛物线的解析式;

(2) 点 P 是抛物线位于第一象限图象上的动点, 连接 AP , CP , 当 $S_{\triangle PAC} = S_{\triangle ACM}$ 时, 求点 P 的坐标;

(3) 点 D 是线段 BC (包含点 B , C) 上的动点, 过点 D 作 x 轴的垂线, 交抛物线于点 Q , 交直线 CM 于点 N , 若以点 Q , N , C 为顶点的三角形与 $\triangle COM$ 相似, 请直接写出点 Q 的坐标;

(4) 将抛物线沿 x 轴的负方向平移得到新抛物线, 点 A 的对应点为点 A' , 点 C 的对应点为点 C' , 在抛物线平移过程中, 当 $MA' + MC'$ 的值最小时, 新抛物线的顶点坐标为_____, $MA' + MC'$ 的最小值为_____.

