

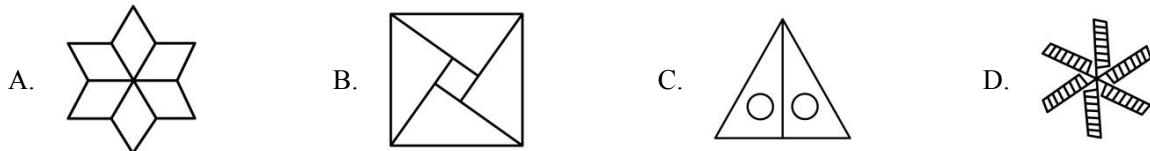
2023 年牡丹江市初中毕业学业考试数学试卷

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟；
2. 全卷共三道大题，总分 120 分；
3. 所有试题请在答题卡上作答，在试卷上答题无效.

一、单项选择题（本题 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. 下列图形中，既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（ ）



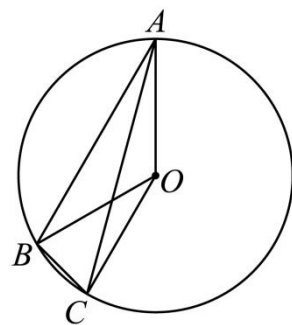
2. 函数 $y = \sqrt{x+1}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \leq 1$ B. $x \geq -1$ C. $x < -1$ D. $x > 1$

3. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ B. $3a^3 - a^3 = 2a$ C. $(ab^2)^3 = a^3b^6$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

4. 如图， A, B, C 为 $\odot O$ 上的三个点， $\angle AOB = 4\angle BOC$ ，若 $\angle ACB = 60^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 的度数是（ ）

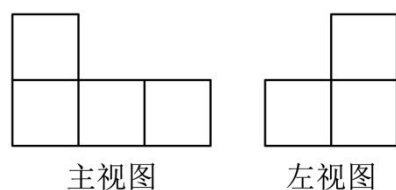


- A. 20° B. 18° C. 15° D. 12°

5. 一组数据 1, x , 5, 7 有唯一众数，且中位数是 6，则平均数是（ ）

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

6. 由若干个完全相同的小正方体搭成的几何体的主视图和左视图如图所示，则搭成该几何体所用的小正方体的个数最多是（ ）



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

7. 观察下面两行数:

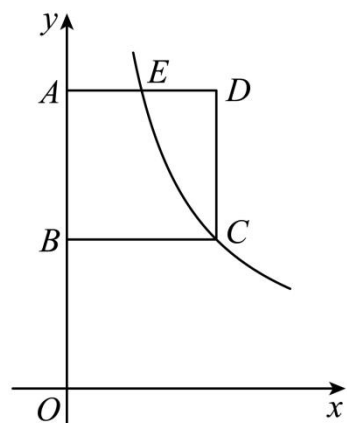
1,5,11,19,29,...

1,3,6,10,15,...取每行数的第7个数, 计算这两个数的和是 ()

- A. 92 B. 87 C. 83 D. 78

8. 如图, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在 y 轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 C 和 AD 的中点 E , 若 $AB = 2$,

则 k 的值是 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

9. 若分式方程 $\frac{a}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ 的解为负数, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a < -1$ 且 $a \neq -2$ B. $a < 0$ 且 $a \neq -2$
C. $a < -2$ 且 $a \neq -3$ D. $a < -1$ 且 $a \neq -3$

10. 用一个圆心角为 90° , 半径为 8 的扇形作一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面直径是 ()

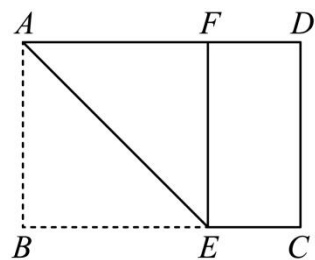
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

11. 在以“矩形的折叠”为主题的数学活动课上, 某位同学进行了如下操作:

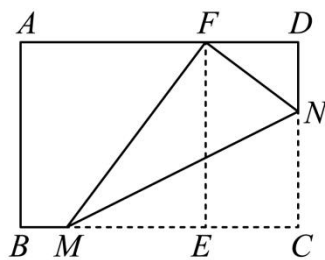
第一步: 将矩形纸片的一端, 利用图①的方法折出一个正方形 $ABEF$, 然后把纸片展平;

第二步: 将图①中的矩形纸片折叠, 使点 C 恰好落在点 F 处, 得到折痕 MN , 如图②.

根据以上的操作, 若 $AB = 8$, $AD = 12$, 则线段 BM 的长是 ()



图①



图②

A. 3

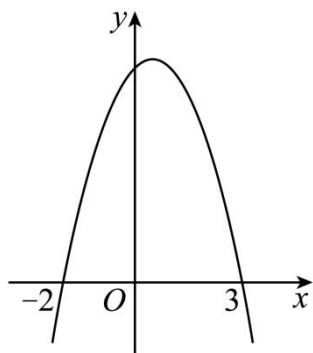
B. $\sqrt{5}$

C. 2

D. 1

12. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(-2, 0)$, $(3, 0)$. 下列结论: ① $\frac{ab}{c} > 0$; ② $c = 2b$; ③若抛物线上有点 $(\frac{5}{2}, y_1)$, $(-3, y_2)$, $(-\frac{1}{2}, y_3)$, 则 $y_2 < y_1 < y_3$; ④方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的解为 $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{3}$,

其中正确的个数是 ()



A. 4

B. 3

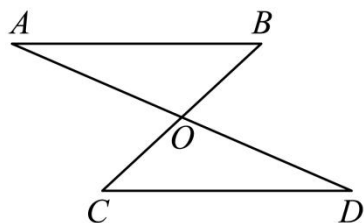
C. 2

D. 1

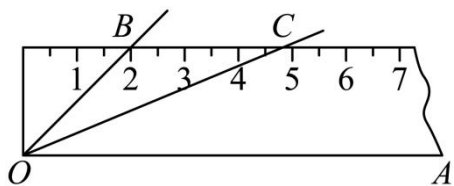
二、填空题 (本题 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

13. 目前, 中国国家版本馆中央总馆入藏版本量共 16000000 余册. 数据 16000000 用科学记数法表示为 _____.

14. 如图, $AB \parallel CD$, AD 与 BC 交于点 O , 请添加一个条件 _____, 使 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$. (只填一种情况即可)



15. 如图, 将 45° 的 $\angle AOB$ 按下面的方式放置在一把刻度尺上: 顶点 O 与尺下沿的端点重合, OA 与尺下沿重合, OB 与尺上沿的交点 B 在尺上的读数恰为 2cm, 若按相同的方式将 22.5° 的 $\angle AOC$ 放置在该刻度尺上, 则 OC 与尺上沿的交点 C 在尺上的读数为 _____ cm.



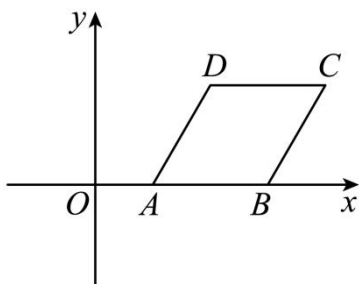
16. 甲, 乙两名同学玩“石头、剪子、布”的游戏, 随机出手一次, 甲获胜的概率是 _____.

17. 张师傅去年开了一家超市, 今年 2 月份开始盈利, 3 月份盈利 5000 元, 5 月份盈利达到 7200 元, 从 3

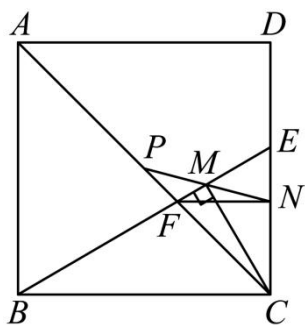
月到5月，每月盈利的平均增长率都相同，则每月盈利的平均增长率是_____.

18. 将抛物线 $y = (x+3)^2$ 向下平移1个单位长度，再向右平移_____个单位长度后，得到的新抛物线经过原点.

19. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在 x 轴上， $AB = 2$ ， $A(1, 0)$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ，将菱形 $ABCD$ 绕点 A 旋转 90° 后，得到菱形 $AB_1C_1D_1$ ，则点 C_1 的坐标是_____.



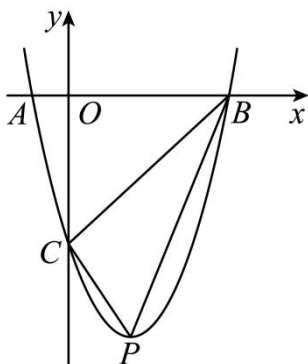
20. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 在边 CD 上， BE 交对角线 AC 于点 F ， $CM \perp BE$ 于 M ， $\angle CME$ 的平分线所在直线分别交 CD, AC 于点 N, P ，连接 FN 。下列结论：① $S_{\triangle NPF} : S_{\triangle NPC} = FM : MC$ ；② $CM = PN$ ；③ $EN \cdot CD = EC \cdot CF$ ；④ 若 $EM = 1$ ， $MB = 4$ ，则 $PM = \sqrt{2}$ ，其中正确的是_____.



三、解答题 (共 60 分)

21. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{2}{x-1}\right) \div \frac{x-3}{x^2-1}$ ，其中 $x = \sin 30^\circ$.

22. 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，与 y 轴交于点 C .



(1) 求抛物线对应的函数解析式，并直接写出顶点 P 的坐标；

(2) 求 $\triangle BCP$ 的面积.

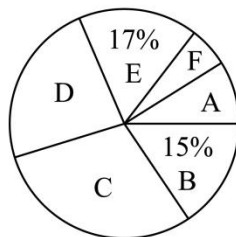
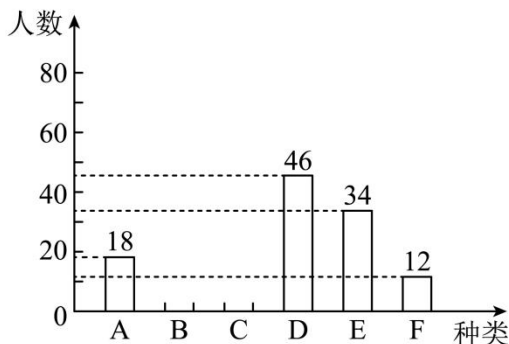
注: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 顶点坐标是 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$.

23. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $BC = 2$, D 为 AB 的中点, 以 CD 为直角边作含 30° 角的 $\text{Rt}\triangle CDE$, $\angle DCE = 90^\circ$, 且点 E 与点 A 在 CD 的同侧, 请用尺规或三角板作出符合条件的图形, 并直接写出线段 AE 的长.

24. 第二十二届中国绿色食品博览会上, 我省采用多种形式, 全方位展示“寒地黑土”“绿色有机”金字招牌, 大力推介以下绿色优质农产品: A . “龙江奶”; B . “龙江肉”; C . “龙江米”; D . “龙江杂粮”; E . “龙江菜”; F . “龙江山珍”等, 为了更好地了解某社区对以上六类绿色优质农产品的关注程度, 某校学生对社区居民进行了抽样调查 (每位居民只选最关注的一项), 根据调查统计结果, 绘制了如图所示的不完整统计图. 请根据两幅统计图中的信息, 解答下列问题:

关注绿色优质农产品人数的条形统计图

关注绿色优质农产品人数的扇形统计图

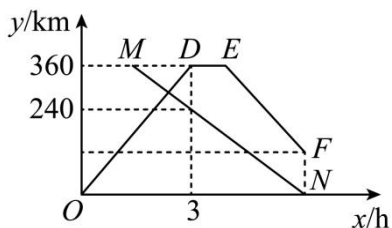


(1) 本次参与调查的居民有多少人?

(2) 补全条形统计图, 在扇形统计图中 C 类的百分比是_____;

(3) 如果该社区有 4000 人, 估计关注“龙江杂粮”的居民有多少人?

25. 在一条高速公路上依次有 A , B , C 三地, 甲车从 A 地出发匀速驶向 C 地, 到达 C 地休息 1h 后调头 (调头时间忽略不计) 按原路原速驶向 B 地, 甲车从 A 地出发 1.5h 后, 乙车从 C 地出发匀速驶向 A 地, 两车同时到达目的地. 两车距 A 地路程 y km 与甲车行驶时间 x h 之间的函数关系如图所示. 请结合图象信息, 解答下列问题:

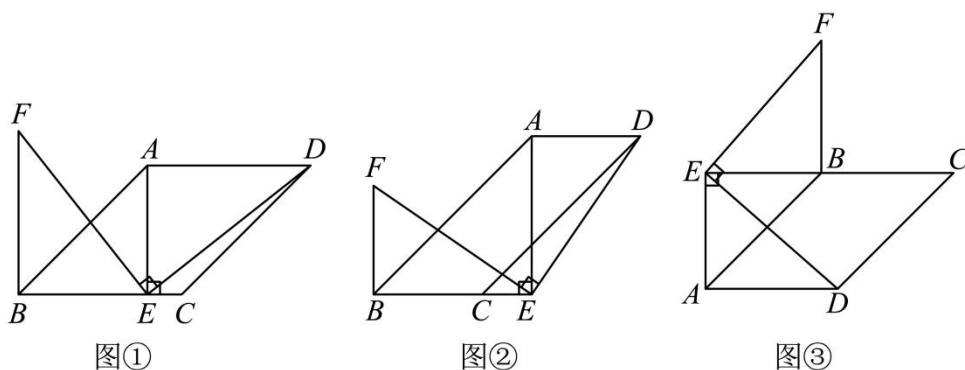


(1) 甲车行驶的速度是_____ km/h, 乙车行驶的速度是_____ km/h.

(2) 求图中线段 MN 所表示的 y 与 x 之间的函数解析式, 并直接写出自变量 x 的取值范围;

(3) 乙车出发多少小时，两车距各自出发地路程的差是160km？请直接写出答案.

26. $ABCD$ 中, $AE \perp BC$, 垂足为 E , 连接 DE , 将 ED 绕点 E 逆时针旋转 90° , 得到 EF , 连接 BF .



(1) 当点 E 在线段 BC 上, $\angle ABC=45^\circ$ 时, 如图①, 求证: $AE + EC = BF$;

(2) 当点 E 在线段 BC 延长线上, $\angle ABC=45^\circ$ 时, 如图②: 当点 E 在线段 CB 延长线上, $\angle ABC = 135^\circ$ 时, 如图③, 请猜想并直接写出线段 AE , EC , BF 的数量关系;

(3) 在 (1)、(2) 的条件下, 若 $BE = 3$, $DE = 5$, 则 $CE = \underline{\hspace{2cm}}$.

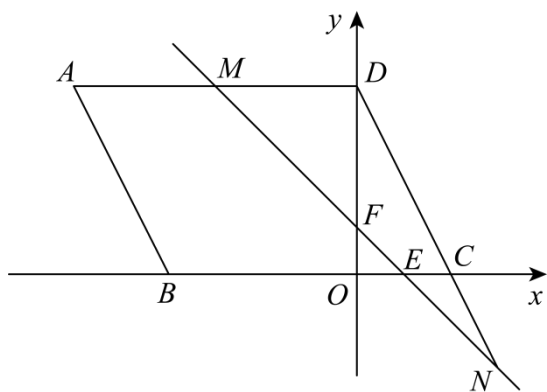
27. 某商场欲购进 A 和 B 两种家电, 已知 B 种家电的进价比 A 种家电的进价每件多 100 元, 经计算, 用 1 万元购进 A 种家电的件数与用 1.2 万元购进 B 种家电的件数相同. 请解答下列问题:

(1) 这两种家电每件的进价分别是多少元?

(2) 若该商场欲购进两种家电共 100 件, 总金额不超过 53500 元, 且 A 种家电不超过 67 件, 则该商场有哪几种购买方案?

(3) 在 (2) 的条件下, 若 A 和 B 两种家电的售价分别是每件 600 元和 750 元, 该商场从这 100 件中拿出两种家电共 10 件奖励优秀员工, 其余家电全部售出后仍获利 5050 元, 请直接写出这 10 件家电中 B 种家电的件数.

28. 如图, 在平面直角坐标系中, $ABCD$ 的顶点 B , C 在 x 轴上, D 在 y 轴上, OB , OC 的长是方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的两个根 ($OB > OC$). 请解答下列问题:



(1) 求点 B 的坐标;

(2) 若 $OD:OC = 2:1$, 直线 $y = -x + b$ 分别交 x 轴、 y 轴、 AD 于点 E , F , M , 且 M 是 AD 的中点, 直

线 EF 交 DC 延长线于点 N , 求 $\tan \angle MND$ 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 P 在 y 轴上, 在直线 EF 上是否存在点 Q , 使 $\triangle NPQ$ 是腰长为 5 的等腰三角形? 若存在, 请直接写出等腰三角形的个数和其中两个点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

