

黑龙江省龙东地区 2022 年初中毕业学业统一考试数学试题

一、选择题（每题 3 分，满分 30 分）

1. 下列运算中，计算正确的是（ ）

A. $(b-a)^2 = b^2 - a^2$

B. $3a \cdot 2a = 6a$

C. $(-x^2)^2 = x^4$

D. $a^6 \div a^2 = a^3$

2. 下列图形是汽车的标识，其中是中心对称图形但不是轴对称图形的是（ ）



3. 学校举办跳绳比赛，九年（2）班参加比赛的 6 名同学每分钟跳绳次数分别是 172，169，180，182，175，176，这 6 个数据的中位数是（ ）

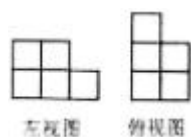
A. 181

B. 175

C. 176

D. 175.5

4. 如图是由若干个小正方体搭成的一个几何体的左视图和俯视图，则所需的小正方体的个数最多是（ ）



A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

5. 2022 年北京冬奥会女子冰壶比赛有若干支队伍参加了单循环比赛，单循环比赛共进行了 45 场，共有多少支队伍参加比赛？（ ）

A. 8

B. 10

C. 7

D. 9

6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x-1} - \frac{3}{1-x} = 1$ 的解是正数，则 m 的取值范围是（ ）

A. $m > 4$

B. $m < 4$

C. $m > 4$ 且 $m \neq 5$

D. $m < 4$ 且 $m \neq 1$

7. 国家“双减”政策实施后，某校开展了丰富多彩的社团活动。某班同学报名参加书法和围棋两个社团，班长为参加社团的同学去商场购买毛笔和围棋（两种都购买）共花费 360 元。其中毛笔每支 15 元，围棋每副 20 元，共有多少种购买方案？（ ）

A. 5

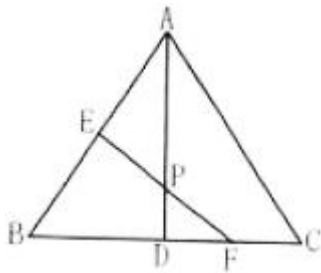
B. 6

C. 7

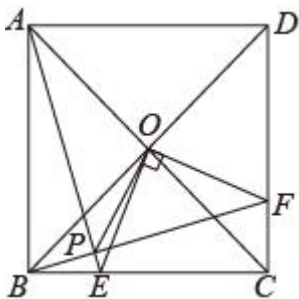
D. 8

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，平行四边形 $OBAD$ 的顶点 B 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象

9. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$ 与 BC 相交于点 D , 点 E 是 AB 的中点, 点 F 是 DC 的中点, 连接 EF 交 AD 于点 P . 若 $\triangle ABC$ 的面积是 24, $PD = 1.5$, 则 PE 的长是 ()



10. 如图, 正方形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 F 是 CD 上一点, $OE \perp OF$ 交 BC 于点 E , 连接 AE , BF 交于点 P , 连接 OP . 则下列结论: ① $AE \perp BF$; ② $\angle OPA = 45^\circ$; ③ $AP - BP = \sqrt{2}OP$; ④ 若 $BE:CE = 2:3$, 则 $\tan \angle CAE = \frac{4}{7}$; ⑤ 四边形 $OECF$ 的面积是正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$. 其中正确的结论是 ()



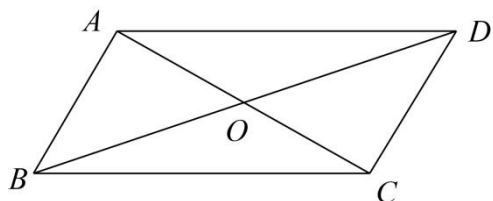
- A. ①②④⑤ B. ①②③⑤ C. ①②③④ D. ①③④⑤

二、填空题（每题3分，满分30分）

11. 我国南水北调东线北延工程 2021-2022 年度供水任务顺利完成，共向黄河以北调水 1.89 亿立方米，将数据 1.89 亿用科学记数法表示为_____.

12. 函数 $y = \sqrt{2x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

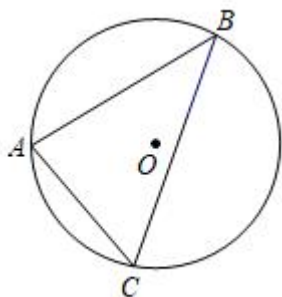
13. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC , BD 相交于点 O , $OA = OC$, 请你添加一个条件_____, 使 $\triangle AOB \cong \triangle COD$.



14. 在一个不透明的口袋中，有 2 个红球和 4 个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个球，摸到红球的概率是_____.

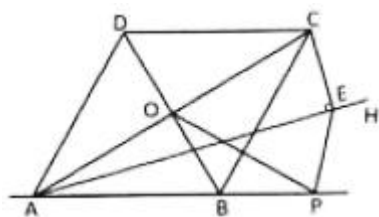
15. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ x-a < 0 \end{cases}$ 的解集为 $x < 2$, 则 a 的取值范围是_____.

16. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是 $\odot O$ 的弦， $\odot O$ 的半径为 3cm, C 为 $\odot O$ 上一点， $\angle ACB = 60^\circ$, 则 AB 的长为_____cm.



17. 若一个圆锥的母线长为 5cm, 它的侧面展开图的圆心角为 120° , 则这个圆锥的底面半径为_____cm.

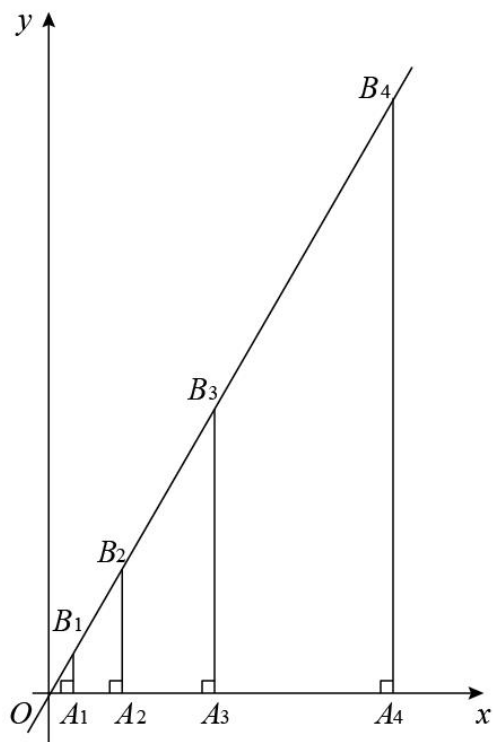
18. 如图，菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC , BD 相交于点 O , $\angle BAD = 60^\circ$, $AD = 3$, AH 是 $\angle BAC$ 的平分线， $CE \perp AH$ 于点 E , 点 P 是直线 AB 上的一个动点，则 $OP + PE$ 的最小值是_____.



19. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 9$, $AD = 12$, 点 E 在边 CD 上，且 $CE = 4$, 点 P 是直线 BC 上的一个动点. 若

APE 是直角三角形, 则 BP 的长为_____.

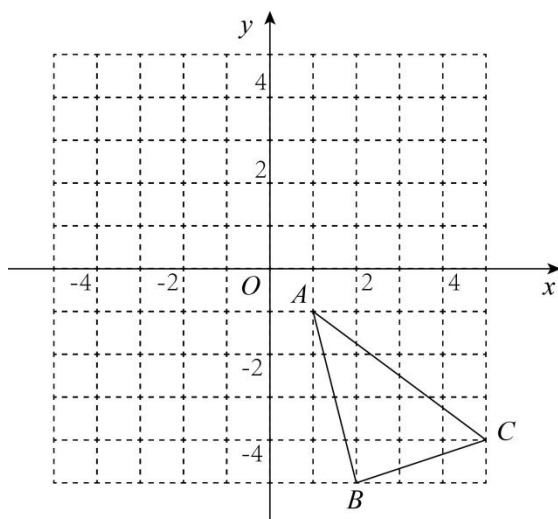
20. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ 在 x 轴上且 $OA_1 = 1, OA_2 = 2OA_1, OA_3 = 2OA_2, OA_4 = 2OA_3, \dots$ 按此规律, 过点 $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ 作 x 轴的垂线分别与直线 $y = \sqrt{3}x$ 交于点 $B_1, B_2, B_3, B_4, \dots$ 记 $\triangle OA_1B_1, \triangle OA_2B_2, \triangle OA_3B_3, \triangle OA_4B_4, \dots$ 的面积分别为 $S_1, S_2, S_3, S_4, \dots$, 则 $S_{2022} =$ _____.



三、解答题 (满分 60 分)

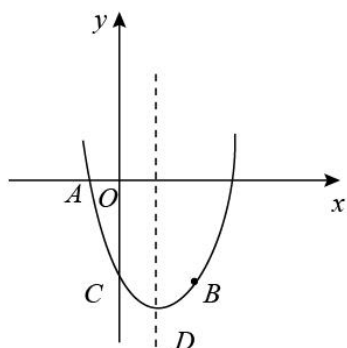
21. 先化简, 再求值: $\left(\frac{a^2 - 2a}{a^2 - 1} - 1\right) \div \frac{2a - 1}{a + 1}$, 其中 $a = 2\cos 30^\circ + 1$.

22. 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长都是一个单位长度, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1, -1), B(2, -5), C(5, -4)$.

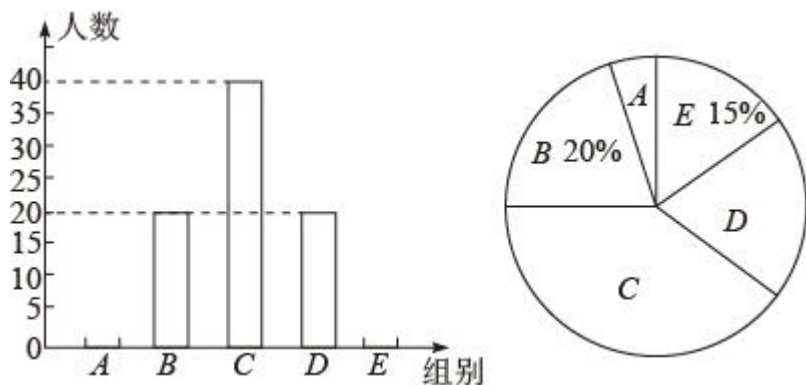


- (1) 将 $\triangle ABC$ 先向左平移 6 个单位，再向上平移 4 个单位，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出两次平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点 A_1 的坐标；
- (2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 C_1 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle A_2B_2C_1$ ，并写出点 A_2 的坐标；
- (3) 在 (2) 的条件下，求点 A_1 旋转到点 A_2 的过程中所经过的路径长（结果保留 π ）。

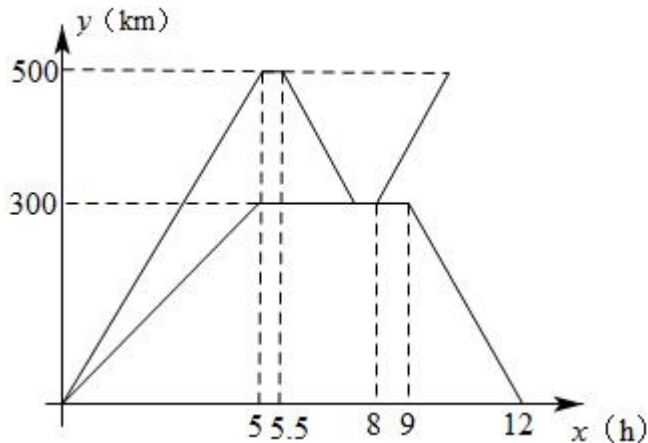
23. 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ ，点 $B(2, -3)$ ，与 y 轴交于点 C ，抛物线的顶点为 D 。



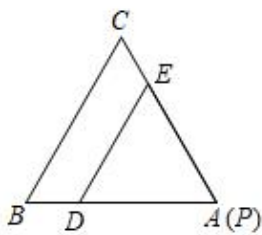
- (1) 求抛物线的解析式；
 - (2) 抛物线上是否存在点 P ，使 $\triangle PBC$ 的面积是 $\triangle BCD$ 面积的 4 倍，若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。
24. 为进一步开展“睡眠管理”工作，某校对部分学生的睡眠情况进行了问卷调查。设每名学生平均每天的睡眠时间为 x 小时，其中的分组情况是：
- A 组: $x < 8.5$ B 组: $8.5 \leq x < 9$ C 组: $9 \leq x < 9.5$ D 组: $9.5 \leq x < 10$ E 组: $x \geq 10$
- 根据调查结果绘制成两幅不完整的统计图，请根据图中提供的信息，解答下列问题：



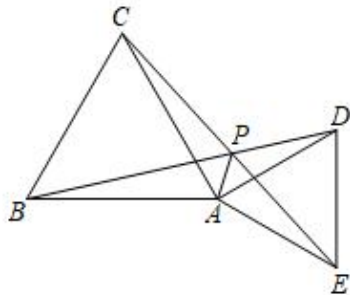
- (1) 本次共调查了_____名学生;
 - (2) 补全条形统计图;
 - (3) 在扇形统计图中, 求 D 组所对应的扇形圆心角的度数;
 - (4) 若该校有 1500 名学生, 请估计该校睡眠时间不足 9 小时的学生有多少人?
25. 为抗击疫情, 支援 B 市, A 市某蔬菜公司紧急调运两车蔬菜运往 B 市. 甲、乙两辆货车从 A 市出发前往 B 市, 乙车行驶途中发生故障原地维修, 此时甲车刚好到达 B 市. 甲车卸载蔬菜后立即原路原速返回接应乙车, 把乙车的蔬菜装上甲车后立即原路原速又运往 B 市. 乙车维修完毕后立即返回 A 市. 两车离 A 市的距离 y (km) 与乙车所用时间 x (h) 之间的函数图象如图所示.



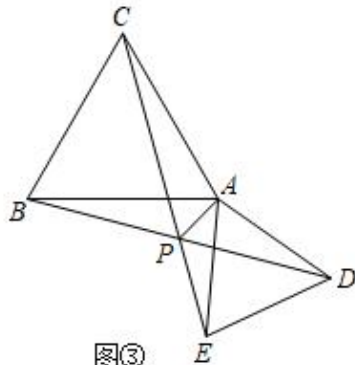
- (1) 甲车速度是_____km/h, 乙车出发时速度是_____km/h;
 - (2) 求乙车返回过程中, 乙车离 A 市的距离 y (km) 与乙车所用时间 x (h) 的函数解析式 (不要求写出自变量的取值范围);
 - (3) 乙车出发多少小时, 两车之间的距离是 120km? 请直接写出答案.
26. $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形.



图①



图②



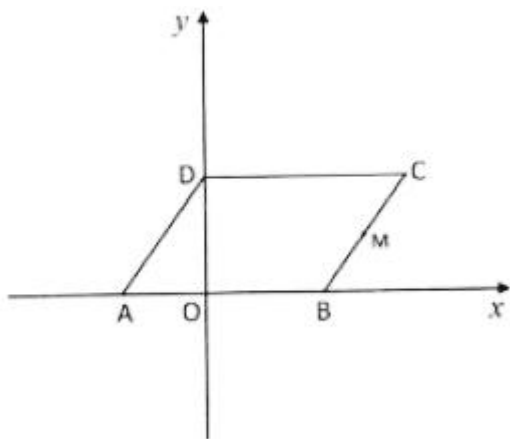
图③

- (1) 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图①的位置时, 连接 BD , CE 并延长相交于点 P (点 P 与点 A 重合), 有 $PA + PB = PC$ (或 $PA + PC = PB$) 成立; 请证明.
- (2) 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图②的位置时, 连接 BD , CE 相交于点 P , 连接 PA , 猜想线段 PA 、 PB 、 PC 之间有怎样的数量关系? 并加以证明;
- (3) 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图③的位置时, 连接 BD , CE 相交于点 P , 连接 PA , 猜想线段 PA 、 PB 、 PC 之间有怎样的数量关系? 直接写出结论, 不需要证明.

27. 学校开展大课间活动, 某班需要购买 A 、 B 两种跳绳. 已知购进 10 根 A 种跳绳和 5 根 B 种跳绳共需 175 元; 购进 15 根 A 种跳绳和 10 根 B 种跳绳共需 300 元.

- (1) 求购进一根 A 种跳绳和一根 B 种跳绳各需多少元?
- (2) 设购买 A 种跳绳 m 根, 若班级计划购买 A 、 B 两种跳绳共 45 根, 所花费用不少于 548 元且不多于 560 元, 则有哪几种购买方案?
- (3) 在 (2) 的条件下, 哪种购买方案需要的总费用最少? 最少费用是多少元?

28. 如图, 在平面直角坐标系中, 平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上, 顶点 D 在 y 轴的正半轴上, M 为 BC 的中点, OA 、 OB 的长分别是一元二次方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两个根 ($OA < OB$), $\tan \angle DAB = \frac{4}{3}$, 动点 P 从点 D 出发以每秒 1 个单位长度的速度沿折线 $DC - CB$ 向点 B 运动, 到达 B 点停止. 设运动时间为 t 秒, $\triangle APC$ 的面积为 S .



- (1) 求点 C 的坐标;
- (2) 求 S 关于 t 的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围;
- (3) 在点 P 的运动过程中, 是否存在点 P , 使 $\triangle CMP$ 是等腰三角形? 若存在, 请直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

