

黑龙江省龙东地区 2021 年初中毕业学业统一考试

数学试题

考生注意:

1.考试时间 120 分钟

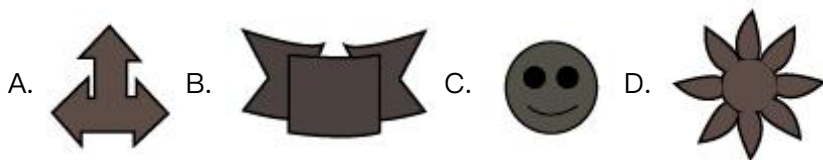
2.全卷共三道大题, 总分 120 分

一、选择题 (每题 3 分, 满分 30 分)

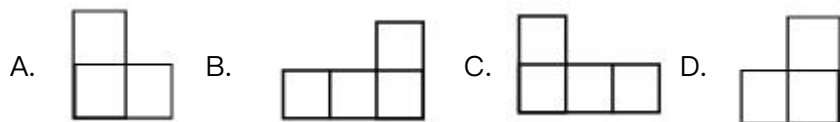
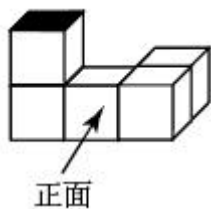
1. 下列运算中, 计算正确的是 ()

A. $m^2 + m^3 = 2m^5$ B. $(-2a^2)^3 = -6a^6$ C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \sqrt{3}$

2. 下列图形中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



3. 如图是由 5 个小正方体组合成的几何体, 则该几何体的主视图是 ()



4. 一组数据: 2, 4, 4, 4, 6, 若去掉一个数据 4, 则下列统计量中发生变化的是 ()

A. 众数 B. 中位数 C. 平均数 D. 方差

5. 有一个人患了流行性感冒, 经过两轮传染后共有 144 人患了流行性感冒, 则每轮传染中平均一个人传染

的人数是 ()

- A. 14 B. 11 C. 10 D. 9

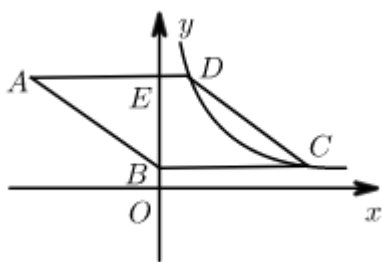
6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m+3}{2x-1} = 1$ 的解为非负数, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq -4$ B. $m \geq -4$ 且 $m \neq -3$ C. $m > -4$ D. $m > -4$ 且 $m \neq -3$

7. 为迎接 2022 年北京冬奥会, 某校开展了以迎冬奥为主题的演讲活动, 计划拿出 180 元钱全部用于购买甲、乙两种奖品 (两种奖品都购买), 奖励表现突出的学生, 已知甲种奖品每件 15 元, 乙种奖品每件 10 元, 则购买方案有 ()

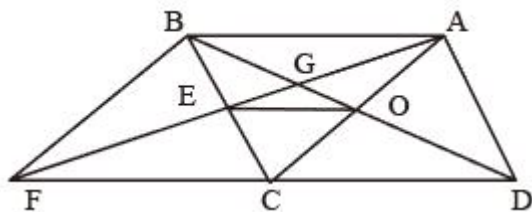
- A. 5 种 B. 6 种 C. 7 种 D. 8 种

8. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $ABCD$ 的边 $AD \perp y$ 轴, 垂足为 E , 顶点 A 在第二象限, 顶点 B 在 y 轴正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的图象同时经过顶点 C 、 D . 若点 C 的横坐标为 5, $BE = 2DE$, 则 k 的值为 ()



- A. $\frac{40}{3}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{20}{3}$

9. 如图, 平行四边形 $ABFC$ 的对角线 AF 、 BC 相交于点 E , 点 O 为 AC 的中点, 连接 BO 并延长, 交 FC 的延长线于点 D , 交 AF 于点 G , 连接 AD 、 OE , 若平行四边形 $ABFC$ 的面积为 48, 则 $S_{\triangle AOG}$ 的面积为 ()

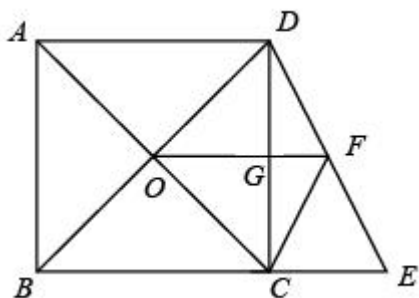


- A. 5.5 B. 5 C. 4 D. 3

10. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 点 E 在 BC 的延长线上, 连接 DE , 点 F 是 DE 的中点, 连接 OF 交 CD 于点 G , 连接 CF , 若 $CE = 4$, $OF = 6$. 则下列结论: ① $GF = 2$;

② $OD = \sqrt{2}OG$; ③ $\tan \angle CDE = \frac{1}{2}$; ④ $\angle ODF = \angle OCF = 90^\circ$; ⑤ 点 D 到 CF 的距离为 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$. 其中正

确的结论是 ()



A. ①②③④

B. ①③④⑤

C. ①②③⑤

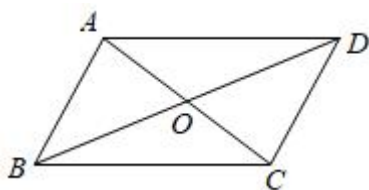
D. ①②④⑤

二、填空题 (每题 3 分, 满分 30 分)

11. 截止到 2020 年 7 月底, 中国铁路营业里程达到 14.14 万公里, 位居世界第二. 将数据 14.14 万用科学记数法表示为_____.

12. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

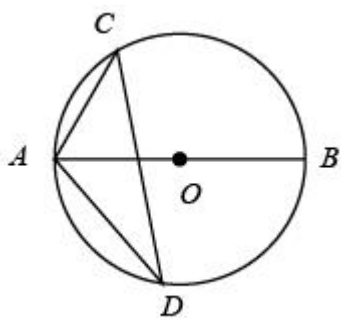
13. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 在不添加任何辅助线的情况下, 请你添加一个条件_____, 使平行四边形 $ABCD$ 是矩形..



14. 一个不透明的口袋中装有标号为 1、2、3 的三个小球, 这些小球除标号外完全相同, 随机摸出 1 个小球, 然后把小球重新放回口袋并摇匀, 再随机摸出 1 个小球, 那么两次摸出小球上的数字之和是偶数的概率是_____.

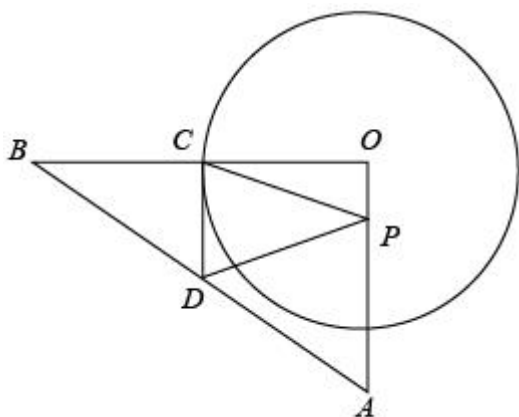
15. 关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x - a > 0 \\ 3x - 4 < 5 \end{cases}$ 有解, 则 a 的取值范围是_____.

16. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, 弦 AC 的长为 5cm, 点 D 在圆上, 且 $\angle ADC = 30^\circ$, 则 $\odot O$ 的半径为_____.



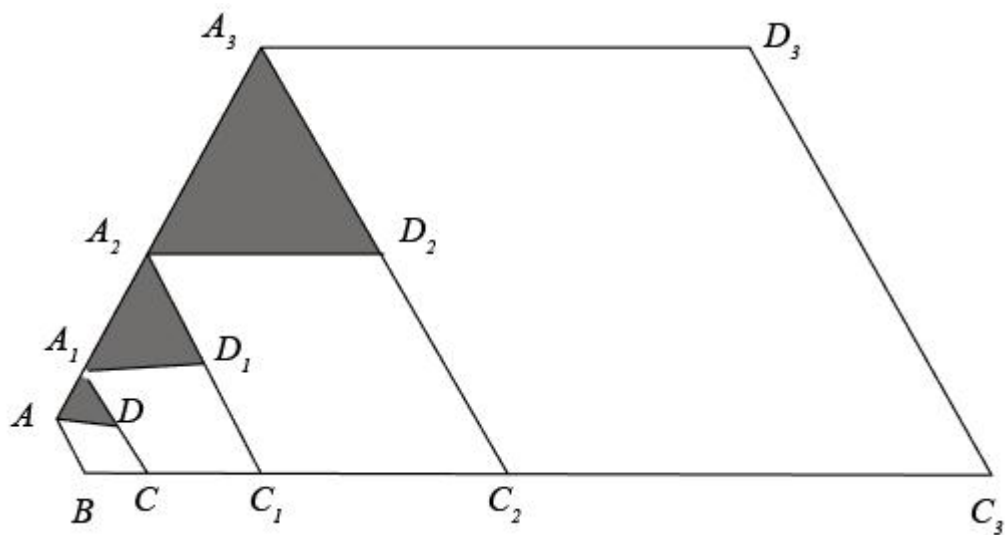
17. 若一个圆锥的底面半径为 1cm，它的侧面展开图的圆心角为 90° ，则这个圆锥的母线长为_____ cm.

18. 如图，在 $Rt\triangle AOB$ 中， $\angle AOB = 90^\circ$ ， $OA = 4$ ， $OB = 6$ ，以点 O 为圆心，3 为半径的 $\odot O$ ，与 OB 交于点 C ，过点 C 作 $CD \perp OB$ 交 AB 于点 D ，点 P 是边 OA 上的点，则 $PC + PD$ 的最小值为_____.



19. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2\text{cm}$ ，将矩形 $ABCD$ 沿某直线折叠，使点 B 与点 D 重合，折痕与直线 AD 交于点 E ，且 $DE = 3\text{cm}$ ，则矩形 $ABCD$ 的面积为_____ cm^2 .

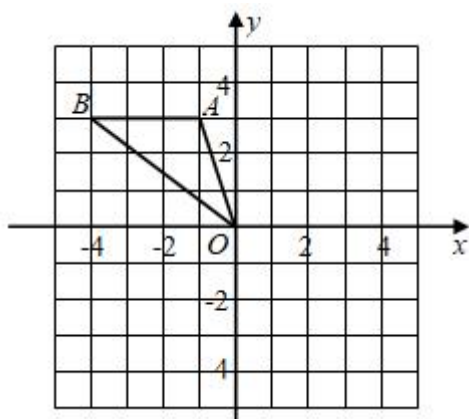
20. 如图，菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $AB = 1$ ，延长 CD 至 A_1 ，使 $DA_1 = CD$ ，以 A_1C 为一边，在 BC 的延长线上作菱形 $A_1CC_1D_1$ ，连接 AA_1 ，得到 $\triangle ADA_1$ ；再延长 C_1D_1 至 A_2 ，使 $D_1A_2 = C_1D_1$ ，以 A_2C_1 为一边，在 CC_1 的延长线上作菱形 $A_2C_1C_2D_2$ ，连接 A_1A_2 ，得到 $\triangle A_1D_1A_2$ 按此规律，得到 $\triangle A_{2020}D_{2020}A_{2021}$ ，记 $\triangle ADA_1$ 的面积为 S_1 ， $\triangle A_1D_1A_2$ 的面积为 S_2 $\triangle A_{2020}D_{2020}A_{2021}$ 的面积为 S_{2021} ，则 $S_{2021} =$ _____.



三、解答题（满分 60 分）

21. 先化简，再求值： $\left(a - \frac{a^2}{a+1}\right) \div \frac{a^2}{a^2-1}$ ，其中 $a = 2\cos 60^\circ + 1$.

22. 如图，正方形网格中，每个小正方形的边长都是一个单位长度，在平面直角坐标系内， $\triangle ABO$ 的三个顶点坐标分别为 $A(-1,3)$, $B(-4,3)$, $O(0,0)$.

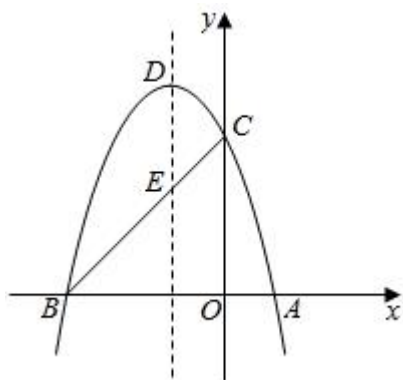


(1) 画出 $\triangle ABO$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1O$ ，并写出点 A_1 的坐标；

(2) 画出 $\triangle ABO$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 后得到的 $\triangle A_2B_2O$ ，并写出点 A_2 的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下，求点 A 旋转到点 A_2 所经过的路径长（结果保留 π ）.

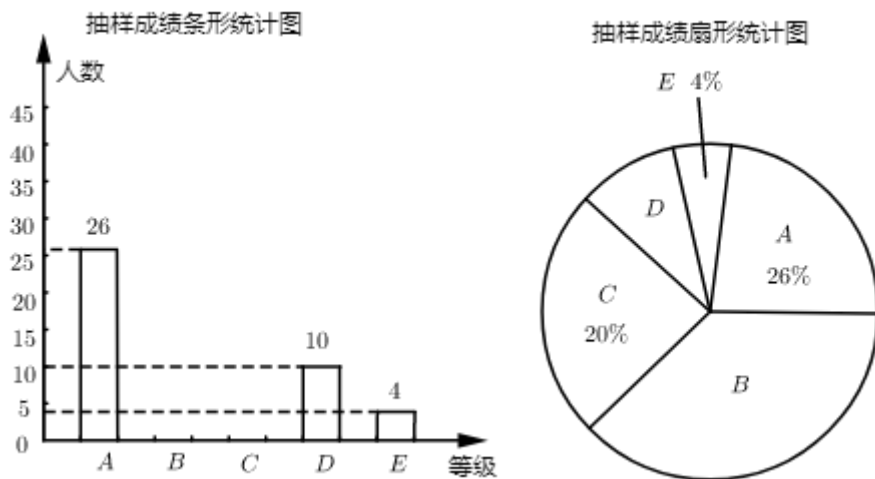
23. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(1,0)$ 和点 $B(-3,0)$ ，与 y 轴交于点 C ，连接 BC ，与抛物线的对称轴交于点 E ，顶点为点 D .



(1) 求抛物线的解析式；

(2) 点 P 是对称轴左侧抛物线上的一个动点，点 Q 在射线 ED 上，若以点 P, Q, E 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似，请直接写出点 P 的坐标。

24. 为庆祝中国共产党建党 100 周年，某中学开展“学史明理、学史增信、学史崇德、学史力行”知识竞赛，现随机抽取部分学生的成绩分成 A, B, C, D, E 五个等级进行统计，并绘制成如下两幅不完整的统计图，请根据图中提供的信息，解答下列问题：



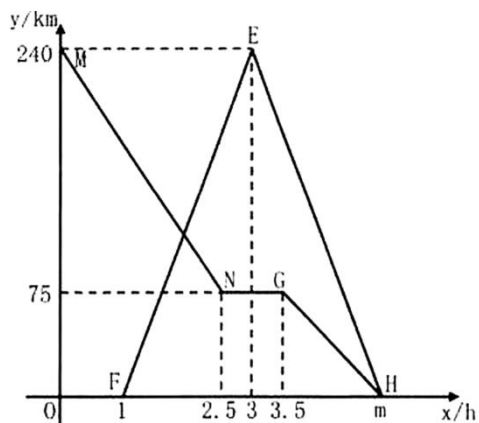
(1) 本次调查中共抽取_____学生；

(2) 补全条形统计图；

(3) 在扇形统计图中，求 B 等级所对应的扇形圆心角的度数；

(4) 若该校有 1200 名学生参加此次竞赛，估计这次竞赛成绩为 A 和 B 等级的学生共有多少名？

25. 已知 A, B 两地相距 240km，一辆货车从 A 地前往 B 地，途中因装载货物停留一段时间。一辆轿车沿同一条公路从 B 地前往 A 地，到达 A 地后（在 A 地停留时间不计）立即原路原速返回。如图是两车距 B 地的距离 $y(\text{km})$ 与货车行驶时间 $x(\text{h})$ 之间的函数图象，结合图象回答下列问题：

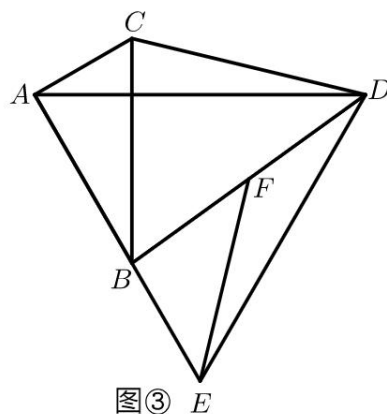
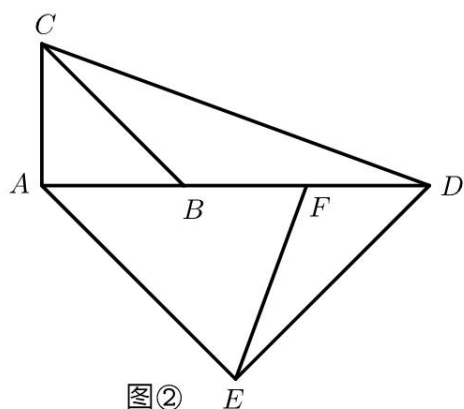
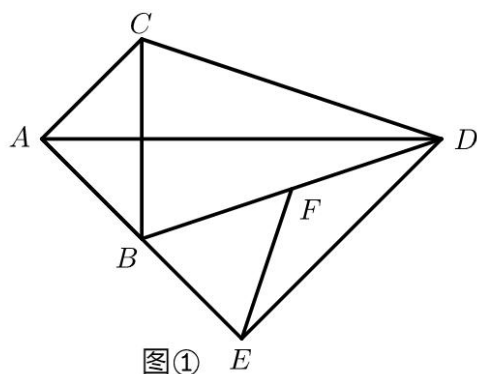


(1) 图中 m 的值是_____；轿车的速度是_____ km/h；

(2) 求货车从 A 地前往 B 地的过程中，货车距 B 地的距离 y (km) 与行驶时间 x (h) 之间的函数关系式；

(3) 直接写出轿车从 B 地到 A 地行驶过程中，轿车出发多长时间与货车相距 12km？

26. 在等腰 $\triangle ADE$ 中， $AE = DE$ ， $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AED$ ，连接 CD 、 BD ，点 F 是 BD 的中点，连接 EF 。



(1) 当 $\angle EAD = 45^\circ$ ，点 B 在边 AE 上时，如图①所示，求证： $EF = \frac{1}{2} CD$ 。

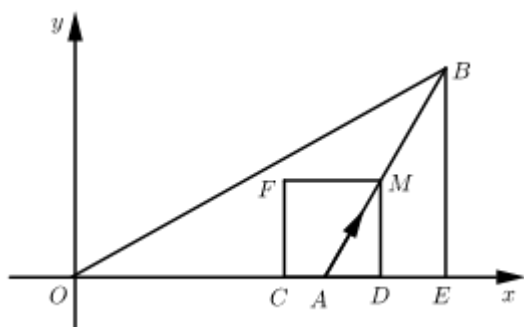
(2) 当 $\angle EAD = 45^\circ$ ，把 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转，顶点 B 落在边 AD 上时，如图②所示，当 $\angle EAD = 60^\circ$ ，

点 B 在边 AE 上时, 如图③所示, 猜想图②、图③中线段 EF 和 CD 又有怎样的数量关系? 请直接写出你的猜想, 不需证明.

27. “中国人的饭碗必须牢牢掌握在咱们自己手中”. 为扩大粮食生产规模, 某粮食生产基地计划投入一笔资金购进甲、乙两种农机具, 已知购进 2 件甲种农机具和 1 件乙种农机具共需 3.5 万元, 购进 1 件甲种农机具和 3 件乙种农机具共需 3 万元.

- (1) 求购进 1 件甲种农机具和 1 件乙种农机具各需多少万元?
- (2) 若该粮食生产基地计划购进甲、乙两种农机具共 10 件, 且投入资金不少于 9.8 万元又不超过 12 万元, 设购进甲种农机具 m 件, 则有哪几种购买方案? 哪种购买方案需要的资金最少, 最少资金是多少?
- (3) 在 (2) 的方案下, 由于国家对农业生产扶持力度加大, 每件甲种农机具降价 0.7 万元, 每件乙种农机具降价 0.2 万元, 该粮食生产基地计划将节省的资金全部用于再次购买甲、乙两种农机具 (可以只购买一种), 请直接写出再次购买农机具的方案有几种?

28. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 的边 OA 在 x 轴上, $OA = AB$, 且线段 OA 的长是方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 的根, 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴, 垂足为 E , $\tan \angle BAE = \frac{4}{3}$, 动点 M 以每秒 1 个单位长度的速度, 从点 A 出发, 沿线段 AB 向点 B 运动, 到达点 B 停止. 过点 M 作 x 轴的垂线, 垂足为 D , 以 MD 为边作正方形 $MDCF$, 点 C 在线段 OA 上, 设正方形 $MDCF$ 与 $\triangle AOB$ 重叠部分的面积为 S , 点 M 的运动时间为 t ($t > 0$) 秒.



- (1) 求点 B 的坐标;
- (2) 求 S 关于 t 的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围;
- (3) 当点 F 落在线段 OB 上时, 坐标平面内是否存在一点 P , 使以 M 、 A 、 O 、 P 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

