

西宁城区 2025 年初中学业水平暨高中招生考试

数学试卷

考生注意：

1. 本试卷满分 120 分，考试时间 120 分钟.
2. 本试卷为试题卷，不允许作为答题卷使用，答题部分请在答题卡上作答，否则无效.
3. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考点、考场、座位号写在答题卡上，同时填写在试卷上.
4. 选择题用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑（如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号）. 非选择题用 0.5 毫米的黑色签字笔答在答题卡相应位置，字体工整，笔迹清楚. 作图必须用 2B 铅笔作答，并请加黑加粗，描写清楚.

第 I 卷（选择题共 24 分）

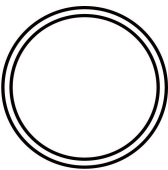
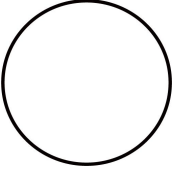
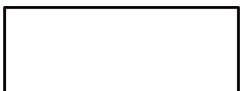
一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的序号填涂在答题卡上）

1. 下列四个实数中，最大的是（ ）

- A. -7 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{30}$

2. 在中国，鼓是精神的象征，舞是力量的表现，先贤孔子曾说过“鼓之舞之”，可见“鼓舞”一词起源之早. 如图所示，鼓的主视图是（ ）



- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

3. 下列说法正确的是（ ）

- A. 概率很大的事件一定会发生 B. “任意画一个三角形，其外角和是 360° ” 是必然事件

C. 两组身高数据的方差分别是 $S_{甲}^2 = 0.1$, $S_{乙}^2 = 0.3$, 则乙组的身高更整齐 D. 某抽奖活动的中奖概率为 $\frac{1}{10}$, 表示抽奖 10 次就有 1 次中奖

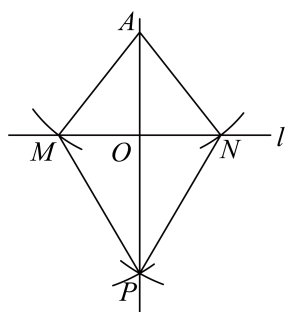
4. 当 $x = 1$ 时, 下列代数式在实数范围内有意义的是 ()

- A. $\frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$ B. $\frac{\sqrt{x-1}}{x}$ C. $\frac{\sqrt{x-2}}{x-1}$ D. $\frac{\sqrt{x-2}}{x}$

5. 下列运算正确的是 ()

- A. $(-3)^{-2} = 9$ B. $2^4 \div 2^0 = 8$
C. $(5 \times 10^3) \times (4 \times 10^2) = 2 \times 10^6$ D. $(-2 \times 10^2)^3 = 8 \times 10^6$

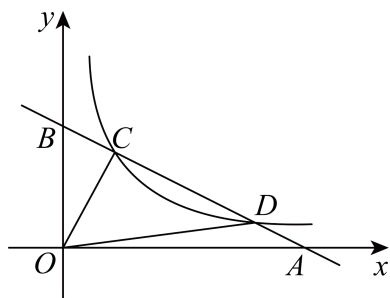
6. 如图, 直线 l 和直线 l 外一点 A , 以点 A 为圆心, 适当的长度为半径画弧, 交直线 l 于点 M , N ; 分别以点 M , N 为圆心, 线段 MN 的长为半径画弧, 两弧交于点 P (点 P 与点 A 在直线 l 的两侧); 作直线 AP 交直线 l 于点 O , 连接 AM , AN , PM , PN . 根据以上作图过程, 有以下结论: ① $\triangle AMN$ 是等边三角形; ② AP 垂直平分线段 MN ; ③ PA 平分 $\angle MPN$; ④ 四边形 $AMPN$ 是菱形; ⑤ $\cos \angle MPN = \frac{1}{2}$. 其中正确结论的个数是 ()



- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

7. 如图, 一次函数 $y_1 = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$) 的图象与两坐标轴分别交于点 A , B , 与反比例函数

$y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0, x > 0$) 的图象交于点 $C(1, 2)$, $D\left(m, \frac{1}{2}\right)$. 下列结论错误的是 ()



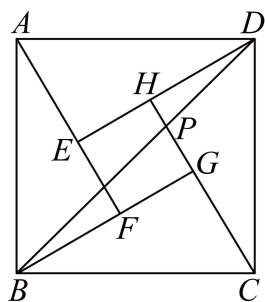
A. $b = \frac{5}{2}$

B. $\triangle BOC$ 与 $\triangle AOD$ 的面积相等

C. $\triangle COD$ 的面积是 $\frac{17}{4}$

D. 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, $y_1 \geq y_2$

8. 如图, 用四个全等的直角三角形拼成“赵爽弦图”, 得到大正方形 $ABCD$ 和小正方形 $EFGH$, 连接 BD 交 CH 于点 P . 若 $BP = BC$, 则 $\tan \angle CBG$ 的值是 ()



A. $\sqrt{2} - 1$

B. $2 - \sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

第 II 卷 (非选择题共 96 分)

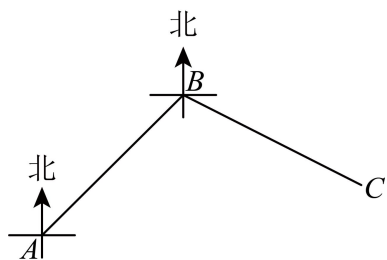
二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 不需写出解答过程, 请把最后结果填在答题卡对应的位置上)

9. 相反数等于它本身的数是_____.

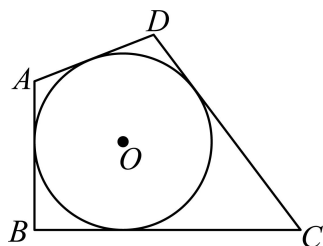
10. 分解因式: $8ab^2 - 2a =$ _____.

11. 等腰三角形的两边长分别为 3 和 7, 则第三边长为_____.

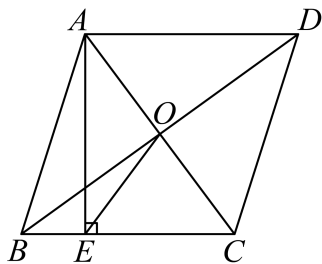
12. 如图, 小明从 A 处沿东北方向走到 B 处, 再从 B 处沿南偏东 63° 方向走到 C 处, 则 $\angle ABC$ 的度数是_____.



13. 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的外切四边形, $AB = 9$, $CD = 15$. 则四边形 $ABCD$ 的周长为_____.

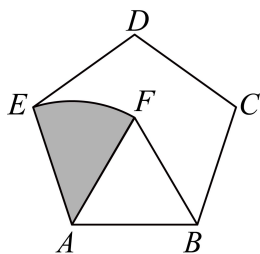


14. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , $AE \perp BC$, 垂足为 E , 连接 OE . 若 $BD = 6$, $OE = \sqrt{5}$, 则菱形 $ABCD$ 的面积是_____.



15. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 请写出一个满足条件的 k 的值_____.

16. 如图, 在正五边形 $ABCDE$ 内, 以 AB 为边作等边 $\triangle ABF$, 再以点 A 为圆心, AE 长为半径画弧. 若 $AB = 3$, 则图中阴影部分的面积是_____.



17. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(4,0)$, 点 P 在过原点的直线 l 上, 且 $AP = OP = 4$, 则直线 l 的解析式是_____.

18. 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 动点 P 从点 A 出发, 沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的路径运动到点 C 停止, 过点 P 作 $PQ \perp AC$, 垂足为 Q . 设点 P 的运动路程为 x , $PQ - AQ$ 的值为 y , y 随 x 变化的函数图象如图 2 所示, 则 BC 的长为_____.

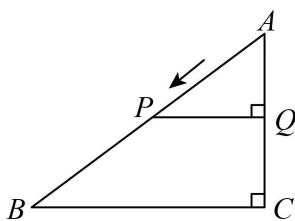


图1

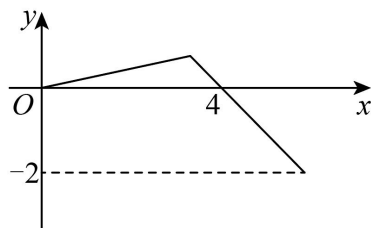


图2

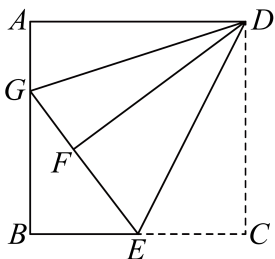
三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 76 分. 解答时将文字说明、证明过程或演算步骤写在答题卡相应的位置上)

19. (1) 计算: $\sqrt[3]{-8} - \sqrt{28} + |2 - \sqrt{7}|$.

(2) 化简: $(2a+b)^2 - (2a+b)(2a-b)$.

20. 先化简，再求值： $\frac{m^2 - m}{m^2 + 2m + 1} \div \left(\frac{2}{m+1} - \frac{1}{m} \right)$ ，其中 m 满足 $m(m+4) = -4$ 。

21. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 BC 的中点，连接 DE ，将 $\triangle EDC$ 沿 DE 所在直线折叠，点 C 落在点 F 处，连接 EF 并延长交 AB 于点 G ，连接 DG 。



(1) 求证： $\triangle ADG \cong \triangle FDG$ ；

(2) 若 $AB = 2\sqrt{5}$ ，求 AG 的长。

22. 近年来，雪豹已成为西宁的城市新名片。某文创店内以“雪豹”为主题的文创产品琳琅满目。数学兴趣小组的同学想要调查全校学生对其中四类文创产品的喜爱情况，设计了调查问卷。

调查问卷

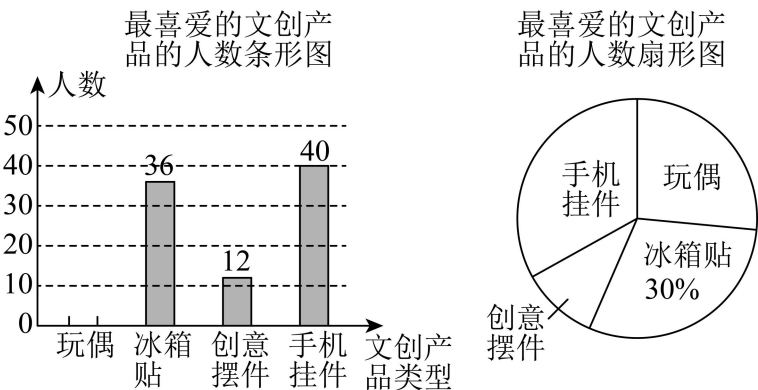
年 月

在下面四类文创产品中，你最喜爱的是() (单选)

A. 玩偶 B. 冰箱贴 C. 创意摆件 D. 手机挂件

【数据的收集与整理】

数学兴趣小组的同学从收集到的调查问卷中随机抽取了部分问卷进行整理，绘制了如下两幅不完整的统计图。根据图中信息，请回答下列问题：



(1) 本次抽样调查的样本容量是_____；

(2) 扇形图中“玩偶”对应扇形的圆心角的度数是_____；

【做出合理估计】

(3)若全校共有 1800 名学生，请你估计全校最喜爱手机挂件的学生人数是多少？

【解决概率问题】

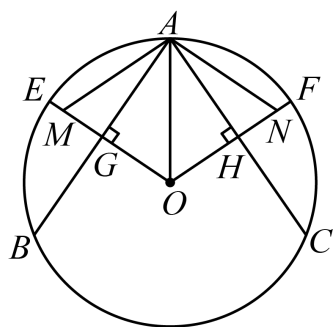
(4)文创店负责人为了宣传以“雪豹”为主题的文创产品，端午节期间设置了抽奖活动：在一个不透明的盒子中装有四个完全相同的小球，它们分别写有 A, B, C, D (A 玩偶、 B 冰箱贴、 C 创意摆件、 D 手机挂件)，摸出哪个小球就获得相应的文创产品。甲随机摸出一个小球后，放回并摇匀，乙再随机摸出一个。请用画树状图或列表的方法求出甲、乙两人恰好获得同一类文创产品的概率。

23. 西宁将丁香定为市花，是这座城市同丁香的精神共鸣——坚韧、顽强、浪漫。某小区物业计划购买白丁香、紫丁香两个品种的丁香，用于美化小区。若购买 12 株白丁香和 7 株紫丁香共 1160 元；购买 9 株白丁香和 14 株紫丁香共 1570 元。

(1) 求白丁香和紫丁香的单价分别是多少？

(2) 该小区物业计划购买白丁香和紫丁香共 45 株，其中紫丁香至少购买 20 株，怎样购买总费用最少？最少费用为多少元？

24. 如图， AB, AC 是 $\odot O$ 的弦， $AB = AC$ ，半径 OE, OF 分别与弦 AB, AC 垂直，垂足分别为 G, H ， $AM \parallel OF$ 交 OE 于点 M ， $AN \parallel OE$ 交 OF 于点 N ，连接 OA 。

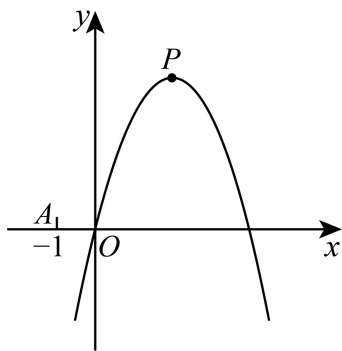


(1) 求证： $\angle AOE = \angle AOF$ ；

(2) 求证：四边形 $AMON$ 是菱形；

(3) 若 $AB = 16$ ， $OA = 10$ ，则 $OM =$ _____。

25. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以 P 为顶点的抛物线的解析式为 $y = ax^2 - 4ax$ ($a < 0$)，点 A 的坐标是 $(-1, 0)$ ，以原点为中心，把点 A 顺时针旋转 90° ，得到点 A' 。



- (1) 直接写出 A' 点的坐标和抛物线的对称轴；
- (2) 当 $3 \leq x \leq 5$ 时， y 有最大值为 $1-2a$ ，求抛物线的解析式；
- (3) 在(2)的条件下，若点 M 在 y 轴上，点 N 在坐标平面内，是否存在以点 A' ， P ， M ， N 为顶点的四边形是矩形？若存在，请直接写出所有符合条件的点 N 的坐标；若不存在，请说明理由。

26. 综合与实践

【问题提出】

原题呈现（人教版九年级下册 85 页第 14 题）

如图 1，在锐角 $\triangle ABC$ 中，探究 $\frac{a}{\sin \angle BAC}$ ， $\frac{b}{\sin \angle ABC}$ ， $\frac{c}{\sin \angle ACB}$ 之间的关系。

【问题探究】

将下列探究过程补充完整：

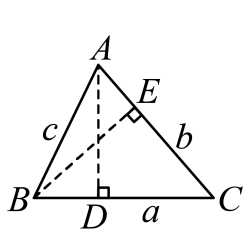


图1

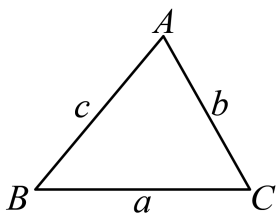


图2

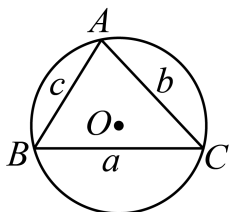


图3

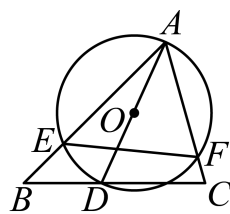


图4

- (1) 如图 1，过点 A 作 $AD \perp BC$ ，垂足为 D ，过点 B 作 $BE \perp AC$ ，垂足为 E 。

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $\sin \angle ABC = \frac{AD}{c}$ ，

$\therefore AD = c \cdot \sin \angle ABC$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\sin \angle ACB = \frac{AD}{b}$ ，

$\therefore AD = b \cdot \sin \angle ACB$ ，

$\therefore c \cdot \sin \angle ABC = b \cdot \sin \angle ACB$ ，即 $\frac{b}{\sin \angle ABC} = \frac{c}{\sin \angle ACB}$ ，

同理，在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中， $BE = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BEC$ 中， $BE = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$$\therefore \frac{a}{\sin \angle BAC} = \frac{c}{\sin \angle ACB},$$

$$\text{即 } \frac{a}{\sin \angle BAC} = \frac{c}{\sin \angle ACB},$$

$$\therefore \frac{a}{\sin \angle BAC} = \frac{b}{\sin \angle ABC} = \frac{c}{\sin \angle ACB};$$

【结论应用】

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2\sqrt{3}$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 50^\circ$. 求 AC , BC 的长. (结果保留小数点后一位; 参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77$, $\sin 70^\circ \approx 0.94$.)

【深度探究】

(3) 如图 3, $\odot O$ 是锐角 $\triangle ABC$ 的外接圆, 半径为 R .

$$\text{求证: } \frac{a}{\sin \angle BAC} = \frac{b}{\sin \angle ABC} = \frac{c}{\sin \angle ACB} = 2R.$$

【拓展应用】

(4) 如图 4, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $AB = 2\sqrt{2}$, D 是线段 BC 上的一个动点, 以 AD 为直径的 $\odot O$ 分别交 AB , AC 于点 E , F , 连接 EF . 则线段 EF 长度的最小值是_____.