

青海省 2025 年初中学业水平考试

数学

(本试卷满分 120 分，考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 本试卷为试题卷，请将答案写在答题卡上，否则无效.

2. 答卷前请将密封线内的项目填写清楚.

一、选择题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求).

1. $-(-2)$ 的值为 ()

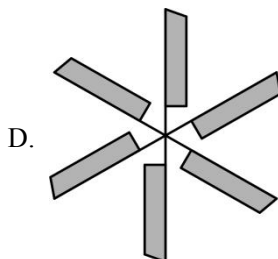
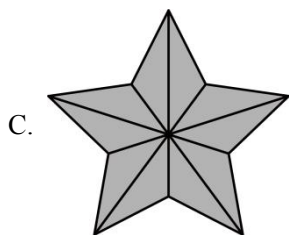
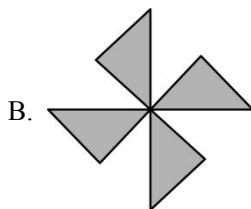
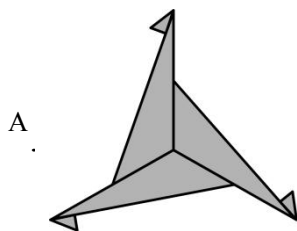
A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. -2

D. $-\frac{1}{2}$

2. 下列图形是轴对称图形的是 ()



3. 2025 年 4 月 19 日，全球首次“人机共跑”半程马拉松在北京开跑. 本次比赛全程约 21 公里，这意味着采用双足步态的人形机器人要完成约 25 万次精密关节运动. 将数据“250000”用科学记数法表示为

()

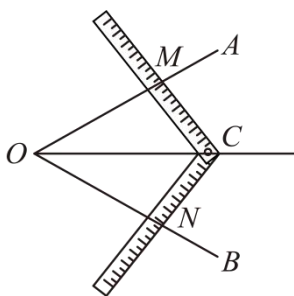
A. 2.5×10^5

B. 2.5×10^4

C. 25×10^4

D. 0.25×10^6

4. 工人师傅常用角尺平分一个任意角. 做法如下: 如图, $\angle AOB$ 是一个任意角, 在边 OA , OB 上分别取 $OM = ON$, 移动角尺, 使角尺两边相同的刻度分别与点 M , N 重合, 即 $CM = CN$, 过角尺顶点 C 的射线 OC 便是 $\angle AOB$ 的平分线, 这种做法的依据是 ()



- A. AAS B. SAS C. SSS D. ASA

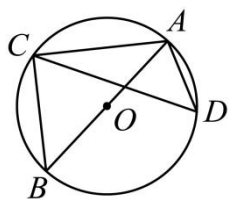
5. 下列计算正确的是 ()

- A. $2x + 3x = 5x^2$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$
C. $(2x)^3 = 6x^3$ D. $x^6 \div x^2 = x^4$

6. 我国明代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“隔墙听得客分银，不知人数不知银，七两分之多四两，九两分之少半斤。试问各位善算者，多少人分多少银？”译文：“隔着墙壁听见客人在分银两，不知道有多少人，多少银两。若每人分7两，则还多4两；若每人分9两，则还差8两。请问：有多少客人？分多少银两？”设客人为 x 人，银两为 y 两。根据题意可列方程组为 ()

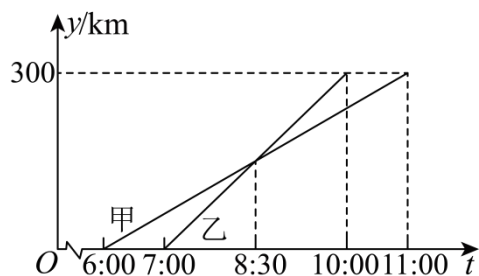
- A. $\begin{cases} y = 7x - 4 \\ y = 9x + 8 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 7x - 4 \\ y = 9x - 8 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y = 7x + 4 \\ y = 9x + 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = 7x + 4 \\ y = 9x - 8 \end{cases}$

7. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $\angle CAB = 40^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的度数是 ()



- A. 80° B. 50° C. 40° D. 25°

8. 如图，甲、乙两车从A地出发前往B地，在整个行程中，汽车离开A地的路程 $y(\text{km})$ 与时刻 t 之间的对应关系如图所示，下列结论错误的是 ()



A. 乙车先到达 B 地

B. A 、 B 两地相距 300km

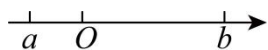
C. 甲车的平均速度为 100km/h

D. 在 8:30 时, 乙车追上甲车

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分).

9. 4 的算术平方根是_____.

10. 实数 a , b 在数轴上对应点的位置如图所示, 则 $a+b$ _____ 0. (填 “>” “=” 或 “<”)

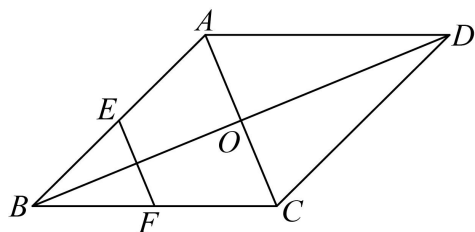


11. 七名同学一分钟排球垫球个数分别为 42, 47, 43, 43, 45, 43, 46, 这组数据的众数是_____.

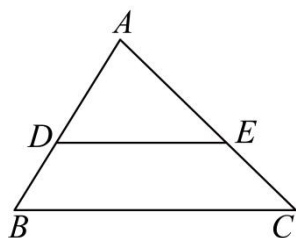
12. 若 $x=1$ 是一元二次方程 $x^2 - 4x + c = 0$ 的一个根, 则 c 的值为_____.

13. 在平面直角坐标系中, 点 $P(a-2, 1+a)$ 在第三象限, 则 a 的取值范围是_____.

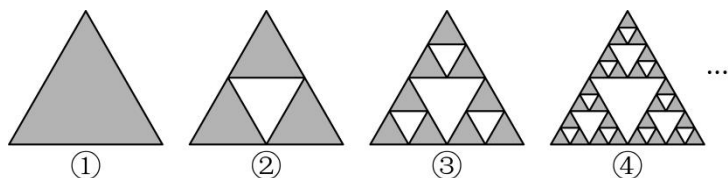
14. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $BD=6$, E , F 分别为 AB , BC 的中点, 且 $EF=2$, 则菱形 $ABCD$ 的面积为_____.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 且 $AD=3$, $DB=2$, 则 $\frac{AE}{AC}$ 的值是_____.



16. 下图是谢尔宾斯基地毯图案的形成过程. 按此规律下去, 第⑥个图形中黑色三角形的个数是_____.

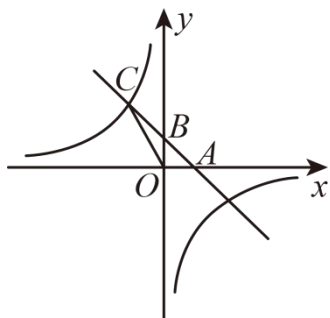


三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 72 分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤).

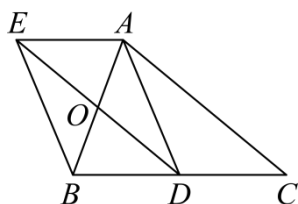
17. 计算: $\sqrt{12} + (1-\sqrt{2})^0 + |-\sqrt{3}| - 2\sin 30^\circ$

18. 先化简 $\left(1 - \frac{a}{a+2}\right) \div \frac{2}{a^2-4}$, 再从 -2 , 0 , 1 中选一个合适的数代入求值.

19. 如图, 直线 $y = -x + b$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ (m 为常数 $m \neq 0$) 的图象在第二象限交于点 $C(-1, a)$.



- (1) 求反比例函数的解析式;
 - (2) 求 $\triangle BOC$ 的面积.
20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O, D 分别是边 AB, BC 的中点, 过点 A 作 $AE \parallel BC$ 交 DO 的延长线于点 E , 连接 AD, BE .



- (1) 求证: 四边形 $AEBD$ 是平行四边形;
- (2) 若 $AB = AC$, 试判断四边形 $AEBD$ 的形状, 并证明.

21. 数学实践

【问题背景】

中国传统农业智慧遇上现代数学模型. “豇豆不上架, 产量少一半”的农谚流传至今, 现代科学揭示了其秘密: 当支架与地面形成 65° 夹角时, 既能在早春聚热防冻害, 又能在盛夏分散强光, 就像给豇豆装了智能遮阳篷.

【问题呈现】

用两根竹竿交叉, 斜插入地面, 交叉点在何处会使支架与地面形成 65° 夹角?

【模型建立】

环节一: 数据收集

两根竹竿长度均为 1.8 米, 插入地下的部分为 0.3 米, 竹竿与地面接触点间距为 0.6 米且与地面所形成的夹角均为 65° .

环节二: 数学抽象

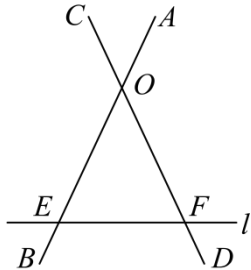
如图: 已知线段 AB 与 CD 交于点 O , AB, CD 与直线 l 分别交于点 E, F , $AB = CD = 1.8$ m,

$BE = DF = 0.3 \text{ m}$, $\angle AEF = \angle CFE = 65^\circ$, $EF = 0.6 \text{ m}$, 求 OE 的长度. (结果精确到 0.1, 参考数据: $\sin 65^\circ \approx 0.91$, $\cos 65^\circ \approx 0.42$, $\tan 65^\circ \approx 2.14$)

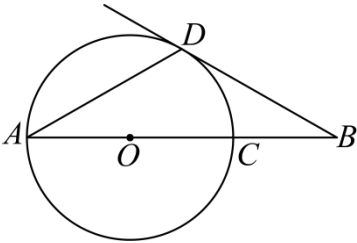
【模型求解】

【问题总结】

交叉点 O 距顶端 A 的长度即 OA 为 _____ m 时, 支架与地面形成 65° 夹角, 这样更贴合作物的生长规律.

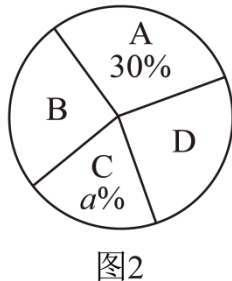
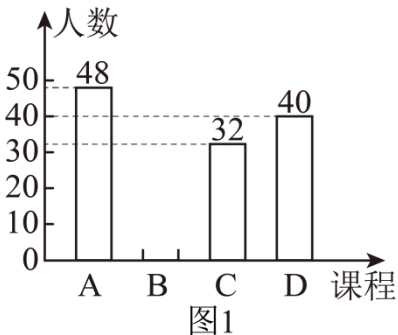


22. 如图, 线段 AB 经过圆心 O , 交 $\odot O$ 于点 A , C , AD 为 $\odot O$ 的弦, 连接 BD , $\angle A = \angle B = 30^\circ$.



- (1) 求证: 直线 BD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 已知 $BC = 2$, 求 $\widehat{DC}$ 的长 (结果保留 π).

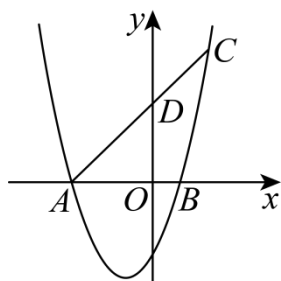
23. 为了让学生体验青海民俗文化, 某学校开设了特色艺术实践课程, 课程分别是: A. 五谷画, B. 彩陶, C. 剪纸, D. 排灯. 现学校要了解学生最感兴趣的课程情况, 从全校学生中随机抽取部分学生进行调查 (每位学生必选且只能选一个课程), 根据调查结果, 绘制了如下两幅不完整的统计图: 根据提供的信息, 解答下列问题:



- (1) 此次被调查的学生总人数为 _____; 扇形统计图中 $a =$ _____;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 该校有 1600 人, 请你估计该校对课程 D 感兴趣的学生有多少名?

(4) 甲、乙两名同学从 A、B、C、D 四个课程中任选一个，用树状图或列表法求两人恰好选到同一个课程的概率.

24. 在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx - 3 (a \neq 0)$ 与 x 轴交于 A、B 两点，点 B 的坐标为 $(1, 0)$ ，点 $C(2, 5)$ 在抛物线上.



(1) 求抛物线的解析式;

(2) ①求点 A 的坐标;

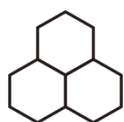
②当 $y < 0$ 时，根据图象直接写出 x 的取值范围_____;

(3) 连接 AC 交 y 轴于点 D，在 y 轴上是否存在点 P，使 $\triangle ACP$ 是以 AC 为直角边的直角三角形，若存在，请直接写出所有符合条件的点 P 坐标，若不存在，请说明理由.

25. 活动与探究

解码蜜蜂的“家”——为什么蜂房是正六边形的?

蜜蜂的“集体宿舍”是由多个正六边形密铺在一起的，这些密铺的正六边形使得蜂房之间没有空隙，一点儿也不浪费空间. 这是数学中的密铺（或镶嵌）问题. 平面图形的密铺（或镶嵌）是指用形状、大小完全相同的一种或多种平面图形进行拼接，使彼此之间不留空隙、不重叠地铺成一片.



探究一：若只用一种正多边形，哪些正多边形可以密铺？

平面图 形	每个内角度 数	能否整除	能否密铺
正三角	60°	$360^\circ \div 60^\circ = 6$	能

形			
正方形	①_____	②_____	能
正五边形	108°	$360^\circ \div 108^\circ = \frac{10}{3}$	不能
正六边形	120°	$360^\circ \div 120^\circ = 3$	能
正七边形	$\frac{900^\circ}{7}$	$360^\circ \div \frac{900^\circ}{7} = \frac{14}{5}$	不能
正八边形	135°	③_____	④_____
...	...	...	...

(1) 请补全上述表格①_____；②_____；③_____；④_____.

探究二：在能密铺的正多边形中，哪种形状最省材料？

数学视角：蜜蜂的身体可近似看成圆柱，若圆柱底面半径为 1，当蜂房恰好容纳一只蜜蜂即正多边形的内切圆半径均为 1 时，比较正三角形，正方形和正六边形周长的大小.

观察图 1，发现 $\odot O$ 是正三角形 ABC 的内切圆，与 AC 切于点 D ， $OD \perp AD$ ， $\angle OAD = 30^\circ$ ， $OD = 1$ ，在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 中， $AD = \sqrt{3}$ ，则 ABC 的周长为 $6\sqrt{3}$.

(2) 如图 2，正方形 $ABCD$ 的周长为_____；

(3) 如图 3，求出正六边形的周长（写出求解过程）.

探究三：在能密铺的正多边形中，哪种形状可以使蜜蜂的活动空间最大？

数学视角：假设蜜蜂建造蜂房的材料总量即周长一定，比较正三角形、正方形和正六边形面积的大小.

(4) 若正多边形的周长都为 12，则正三角形的面积为_____；正方形的面积为_____；正六边形的面积为_____.

【得出结论】

综上所述：在相同条件下，正六边形结构最省材料，能使蜜蜂的活动空间最大，是建造蜂房的最优方案.

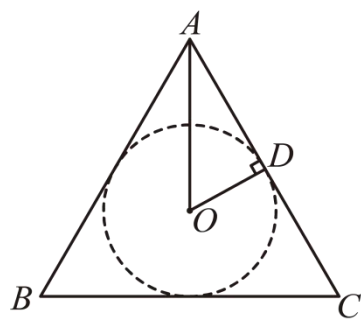


图1

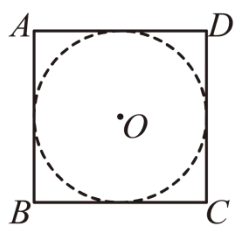


图2

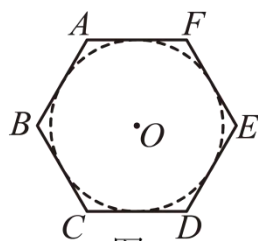


图3