

西宁市城区 2023 年初中学业水平暨高中招生考试数学试卷

考生注意：

1. 本试卷满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本试卷为试题卷，不允许作为答题卷使用，答题部分请在答题卡上作答，否则无效。
3. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考点、考场、座位号写在答题卡上，同时填写在试卷上。
4. 选择题用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑（如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号）。非选择题用 0.5 毫米的黑色签字笔答在答题卡相应位置，字体工整，笔迹清楚。作图必须用 2B 铅笔作答，并请加黑加粗，描写清楚。

第 I 卷（选择题 共 24 分）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的序号填涂在答题卡上）

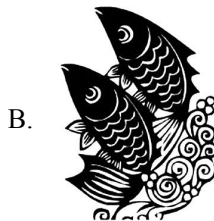
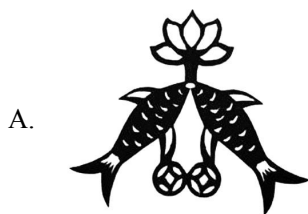
1. -2023 的相反数是（ ）

- A. -2023 B. 2023 C. $\frac{1}{2023}$ D. $-\frac{1}{2023}$

2. 算式 $-3\square 1$ 的值最小时， $\square$ 中填入的运算符号是（ ）

- A. $+$ B. $-$ C. $\times$ D. $\div$

3. 河湟剪纸被列入青海省第三批省级非物质文化遗产名录，是青海劳动人民结合河湟文化，创造出独具高原特色的剪纸。以下剪纸图案既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



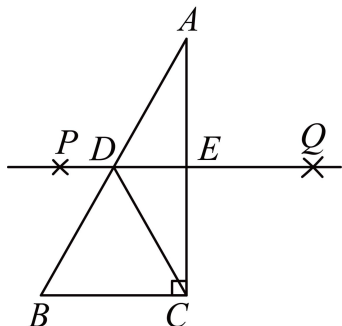
4. 下列说法正确的是（ ）

- A. 检测“神州十六号”载人飞船零件的质量，应采用抽样调查
- B. 任意画一个三角形，其外角和是 180° 是必然事件
- C. 数据 4, 9, 5, 7 的中位数是 6
- D. 甲、乙两组数据的方差分别是 $s_{\text{甲}}^2 = 0.4$, $s_{\text{乙}}^2 = 2$ ，则乙组数据比甲组数据稳定

5. 下列运算正确的是（ ）

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{(-5)^2} = -5$ C. $(3 - \sqrt{2})^2 = 11 - 6\sqrt{2}$ D. $6 \div \frac{2}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = 3$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，分别以点 A 和点 C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧，两弧相交于 P, Q 两点，作直线 PQ 交 AB, AC 于点 D, E ，连接 CD 。下列说法错误的是（ ）



- A. 直线 PQ 是 AC 的垂直平分线 B. $CD = \frac{1}{2}AB$
- C. $DE = \frac{1}{2}BC$ D. $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形}DBCE} = 1:4$

7. 《孙子算经》中有一道题，原文是：今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺。木长几何？意思是：用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺；将绳子对折再量长木，长木还剩余 1 尺。问木长多少尺？设木长 x 尺，绳长 y 尺，根据题意列方程组得（ ）

A. $\begin{cases} y - x = 4.5 \\ \frac{1}{2}y = x - 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - y = 4.5 \\ \frac{1}{2}y = x - 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y - x = 4.5 \\ \frac{1}{2}y = x + 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - y = 4.5 \\ \frac{1}{2}y = x + 1 \end{cases}$

8. 直线 $y_1 = ax + b$ 和抛物线 $y_2 = ax^2 + bx$ (a, b 是常数，且 $a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中，直线 $y_1 = ax + b$ 经过点 $(-4, 0)$ 。下列结论：

- ① 抛物线 $y_2 = ax^2 + bx$ 的对称轴是直线 $x = -2$
- ② 抛物线 $y_2 = ax^2 + bx$ 与 x 轴一定有两个交点
- ③ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx = ax + b$ 有两个根 $x_1 = -4, x_2 = 1$
- ④ 若 $a > 0$ ，当 $x < -4$ 或 $x > 1$ 时， $y_1 > y_2$

其中正确的结论是（ ）

- A. ①②③④ B. ①②③ C. ②③ D. ①④

第Ⅱ卷 (非选择题 共 96 分)

二、填空题 (本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。不需写出解答过程，请把最后结果填在答题卡对应的位置上)

9. 如果温度上升 3°C ，记作 $+3^{\circ}\text{C}$ ，那么温度下降 2°C 记作_____ $^{\circ}\text{C}$ 。

10. 从党的二十大报告中了解到，我国互联网上网人数达 10300000000。将 10300000000 用科学记数法表示为_____。

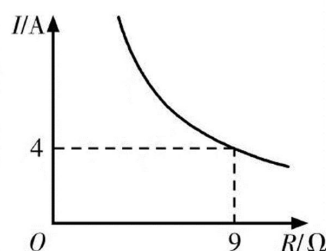
11. 计算： $3a^2b \cdot (-a)^2 =$ _____。

12. 有五张看上去无差别的卡片，正面分别写着 $\frac{22}{7}$ ， $\sqrt{6}$ ， -0.5 ， π ， 0 。背面朝上混合后随机抽取一张，取出的卡片正面的数字是无理数的概率是_____。

13. 象征吉祥富贵的丁香花是西宁市市花。为美化丁香大道，园林局准备购买某种规格的丁香花，若每棵 6 元，总费用不超过 5000 元，则最多可以购买_____棵。

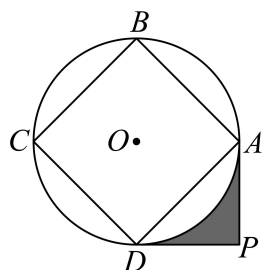
14. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^{\circ}$ ， $AB = 12$ ， $\angle A = 42^{\circ}$ ，则 BC 的长约为_____。（结果精确到 0.1。参考数据： $\sin 42^{\circ} \approx 0.67$ ， $\cos 42^{\circ} \approx 0.74$ ， $\tan 42^{\circ} \approx 0.90$ ）

15. 已知蓄电池的电压恒定，使用蓄电池时，电流 I （单位：A）与电阻 R （单位： Ω ）是反比例函数关系，它的图象如图所示，如果以此蓄电池为电源的用电器，流过的电流是 2A，那么此用电器的电阻是_____ Ω 。

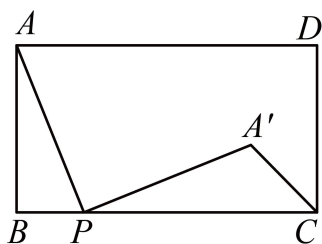


16. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 100^{\circ}$ ，点 D 在 BC 边上，连接 AD ，若 $\triangle ABD$ 为直角三角形，则 $\angle ADB$ 的度数是_____。

17. 如图，边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，分别过点 A ， D 作 $\odot O$ 的切线，两条切线交于点 P ，则图中阴影部分的面积是_____。



18. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 P 在 BC 边上，连接 PA ，将 PA 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到 PA' ，连接 CA' 。若 $AD = 9$ ， $AB = 5$ ， $CA' = 2\sqrt{2}$ ，则 $BP =$ _____。



三、解答题（本大题共 9 小题，第 19、20、21、22 题每小题 7 分，第 23、24 题每小题 8 分，第 25、26 题每小题 10 分，第 27 题 12 分，共 76 分．解答时将文字说明、证明过程或演算步骤写在答题卡相应的位置上）

19. 计算： $-1^4 + |1 - \sqrt{2}| - (\pi - 3.14)^0$.

20. 计算： $(2a - 3)^2 - (a + 5)(a - 5)$.

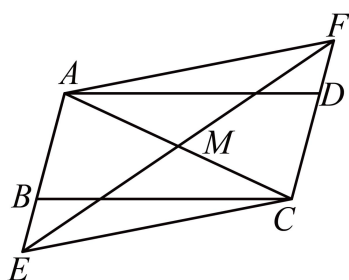
21. 先化简，再求值： $\left(\frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a + b} \right) \div \frac{1}{a^2 - ab}$ ，其中 a ， b 是方程 $x^2 + x - 6 = 0$ 的两个根.

22. 藏毯作为青海省非物质文化遗产项目之一，与波斯毯、东方毯并称为世界三大名毯．西宁作为藏毯之都，生产的藏毯已成为青海名副其实的特色产品，更是一张通往世界的“金名片”．

(1) 为了调查一批藏毯的质量，质检人员从中随机抽取了 100 件产品进行检测．本次抽样调查的样本容量是_____；

(2) 6 月 10 日是我国文化和自然遗产日．某校举办非遗文化进校园活动，决定从 A ， B ， C ， D 四名同学中随机抽取两人作为“小小宣传员”，为大家介绍青海藏毯文化．请用画树状图或列表的方法求出 A ， B 两人同时被选中的概率，并列出所有等可能的结果．

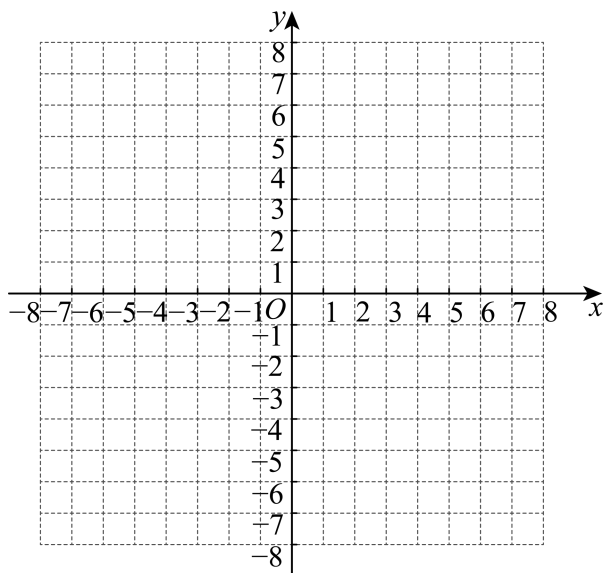
23. 如图，在 $ABCD$ 中，点 E ， F 分别在 AB ， CD 的延长线上，且 $BE = DF$ ，连接 EF 与 AC 交于点 M ，连接 AF ， CE ．



(1) 求证： $\triangle AEM \cong \triangle CFM$ ；

(2) 若 $AC \perp EF$ ， $AF = 3\sqrt{2}$ ，求四边形 $AECF$ 的周长．

24. 一次函数 $y = 2x - 4$ 的图象与 x 轴交于点 A ，且经过点 $B(m, 4)$ ．

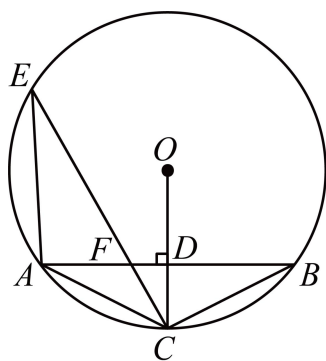


(1) 求点 A 和点 B 的坐标;

(2) 直接在上图的平面直角坐标系中画一次函数 $y = 2x - 4$ 的图象;

(3) 点 P 在 x 轴的正半轴上, 若 $\triangle ABP$ 是以 AB 为腰的等腰三角形, 请直接写出所有符合条件的 P 点坐标.

25. 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, 半径 $OC \perp AB$, 垂足为 D, 弦 CE 与 AB 交于点 F, 连接 AE, AC, BC.



(1) 求证: $\angle BAC = \angle E$;

(2) 若 $AB = 8$, $DC = 2$, $CE = 3\sqrt{10}$, 求 CF 的长.

26. 折叠问题是我们常见的数学问题, 它是利用图形变化的轴对称性质解决的相关问题. 数学活动课上, 同学们以“矩形的折叠”为主题开展了数学活动.

【操作】如图 1, 在矩形 ABCD 中, 点 M 在边 AD 上, 将矩形纸片 ABCD 沿 MC 所在的直线折叠, 使点 D 落在点 D' 处, MD' 与 BC 交于点 N.

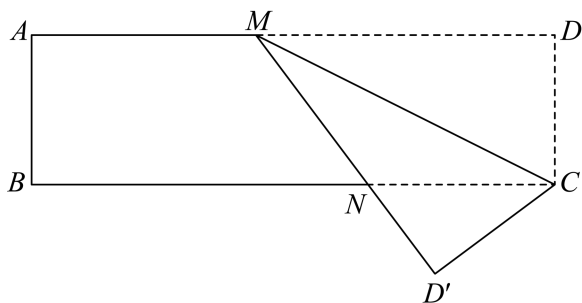


图1

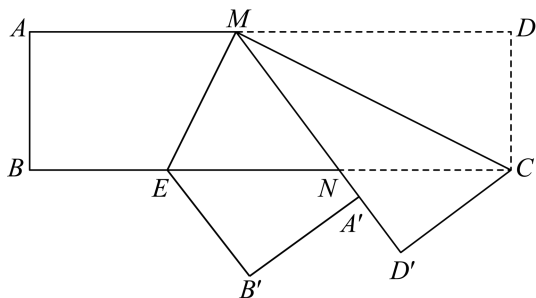


图2

【猜想】 $MN = CN$

【验证】 请将下列证明过程补充完整:

$\because$ 矩形纸片 $ABCD$ 沿 MC 所在的直线折叠

$\therefore \angle CMD = \underline{\hspace{2cm}}$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形

$\therefore AD \parallel BC$ (矩形的对边平行)

$\therefore \angle CMD = \underline{\hspace{2cm}}$ ($\underline{\hspace{2cm}}$)

$\therefore \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (等量代换)

$\therefore MN = CN$ ($\underline{\hspace{2cm}}$)

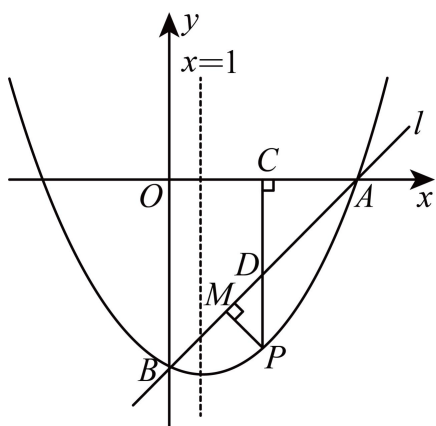
【应用】

如图 2, 继续将矩形纸片 $ABCD$ 折叠, 使 AM 恰好落在直线 MD' 上, 点 A 落在点 A' 处, 点 B 落在点 B' 处, 折痕为 ME .

(1) 猜想 MN 与 EC 的数量关系, 并说明理由;

(2) 若 $CD = 2$, $MD = 4$, 求 EC 的长.

27. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 l 与 x 轴交于点 $A(6, 0)$, 与 y 轴交于点 $B(0, -6)$, 抛物线经过点 A , B , 且对称轴是直线 $x = 1$.



- (1) 求直线 l 的解析式;
- (2) 求抛物线的解析式;
- (3) 点 P 是直线 l 下方抛物线上的一动点, 过点 P 作 $PC \perp x$ 轴, 垂足为 C , 交直线 l 于点 D , 过点 P 作 $PM \perp l$, 垂足为 M . 求 PM 的最大值及此时 P 点的坐标.

