

# 重庆市 2022 年初中学业水平暨高中招生考试

## 数学试卷 (B 卷)

(全卷共四个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 试题的答案书写在答题卡上, 不得在试题卷上直接作答;
2. 作答前认真阅读答题卡的注意事项;
3. 作图 (包括作辅助线) 请一律用黑色 2B 铅笔完成;

参考公式: 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的顶点坐标为  $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ , 对称

轴为  $x = -\frac{b}{2a}$ .

一、选择题 (共 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分) 在每个小题的下面, 都给出了序号为 A、B、C、D 的四个选项, 其中只有一个正确的, 请将答题卡上题号右侧的正确答案所对应的方框涂黑.

1. -2 的相反数是 ( )

A. -2

B. 2

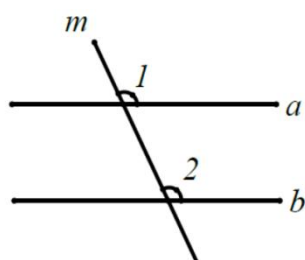
C.  $\frac{1}{2}$

D.  $-\frac{1}{2}$

2. 下列北京冬奥会运动标识图案是轴对称图形的是 ( )



3. 如图, 直线  $a \parallel b$ , 直线  $m$  与  $a, b$  相交, 若  $\angle 1 = 115^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为 ( )



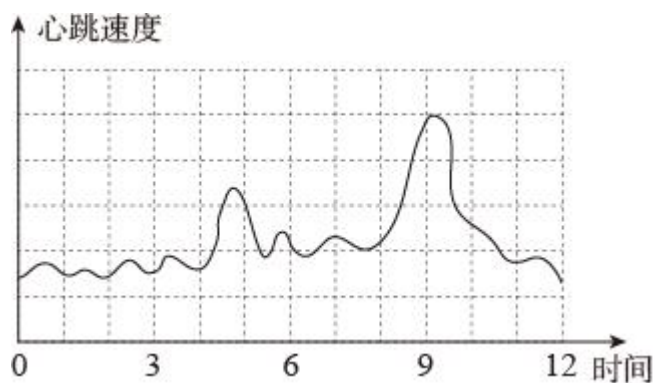
A.  $115^\circ$

B.  $105^\circ$

C.  $75^\circ$

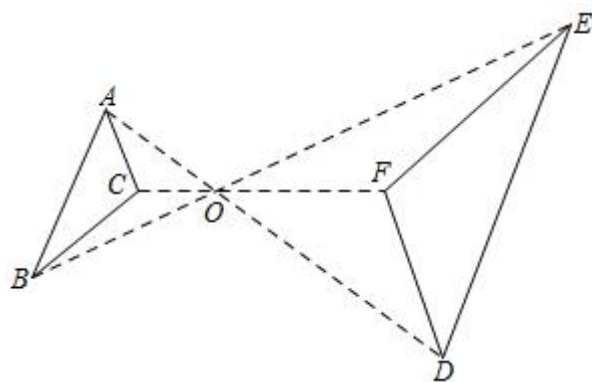
D.  $65^\circ$

4. 如图是小颖 0 到 12 时的心跳速度变化图, 在这一时段内心跳速度最快的时刻约为 ( )



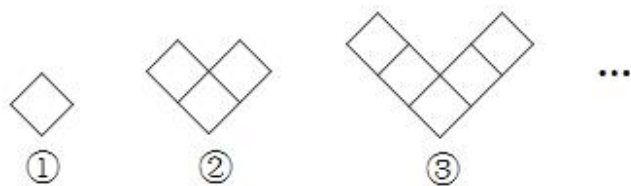
- A. 3 时                      B. 6 时                      C. 9 时                      D. 12 时

5. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  位似, 点  $O$  是它们的位似中心, 且位似比为  $1:2$ , 则  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  的周长之比是 ( )



- A.  $1:2$                       B.  $1:4$                       C.  $1:3$                       D.  $1:9$

6. 把菱形按照如图所示的规律拼图案, 其中第①个图案中有 1 个菱形, 第②个图案中有 3 个菱形, 第③个图案中有 5 个菱形,  $\dots$ , 按此规律排列下去, 则第⑥个图案中菱形的个数为 ( )



- A. 15                      B. 13                      C. 11                      D. 9

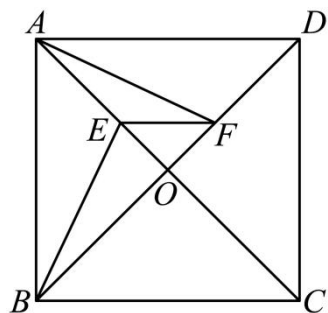
7. 估计  $\sqrt{54} - 4$  的值在 ( )

- A. 6 到 7 之间                      B. 5 到 6 之间                      C. 4 到 5 之间                      D. 3 到 4 之间

8. 学校连续三年组织学生参加义务植树, 第一年共植树 400 棵, 第三年共植树 625 棵. 设该校植树棵数的年平均增长率为  $x$ , 根据题意, 下列方程正确的是 ( )

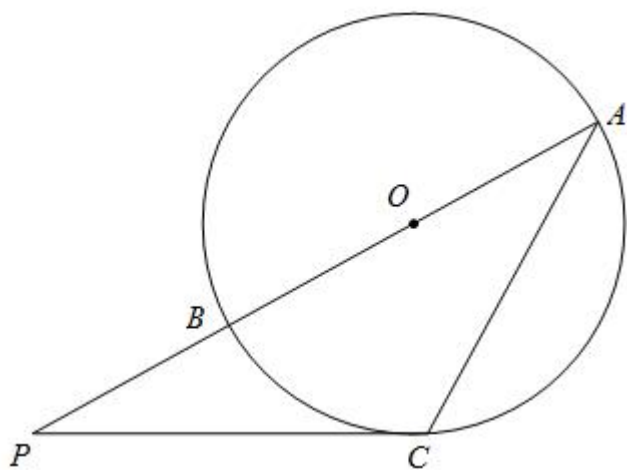
- A.  $625(1-x)^2 = 400$                       B.  $400(1+x)^2 = 625$   
C.  $625x^2 = 400$                       D.  $400x^2 = 625$

9. 如图，在正方形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ 。  $E$ 、 $F$  分别为  $AC$ 、 $BD$  上一点，且  $OE = OF$ ，连接  $AF$ ， $BE$ ， $EF$ 。若  $\angle AFE = 25^\circ$ ，则  $\angle CBE$  的度数为 ( )



- A.  $50^\circ$                       B.  $55^\circ$                       C.  $65^\circ$                       D.  $70^\circ$

10. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $C$  为  $\odot O$  上一点，过点  $C$  的切线与  $AB$  的延长线交于点  $P$ ，若  $AC = PC = 3\sqrt{3}$ ，则  $PB$  的长为 ( )



- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\frac{3}{2}$                       C.  $2\sqrt{3}$                       D. 3

11. 关于  $x$  的分式方程  $\frac{3x-a}{x-3} + \frac{x+1}{3-x} = 1$  的解为正数，且关于  $y$  的不等式组

$$\begin{cases} y+9 \leq 2(y+2) \\ \frac{2y-a}{3} > 1 \end{cases} \text{ 的解集为 } y \geq 5, \text{ 则所有满足条件的整数 } a \text{ 的值之和是 ( )}$$

- A. 13                      B. 15                      C. 18                      D. 20

12. 对多项式  $x - y - z - m - n$  任意加括号后仍然只含减法运算并将所得式子化简，称之为“加算操作”，例如： $(x - y) - (z - m - n) = x - y - z + m + n$ ，

$x - y - (z - m) - n = x - y - z + m - n$ ， $\cdots$ ，给出下列说法：

- ①至少存在一种“加算操作”，使其结果与原多项式相等；  
②不存在任何“加算操作”，使其结果与原多项式之和为 0；

③所有的“加算操作”共有 8 种不同的结果.

以上说法中正确的个数为 ( )

A. 0

B. 1

C. 2

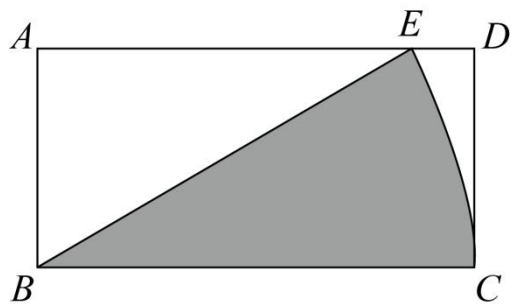
D. 3

二、填空题 (共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

13.  $|-2| + (3 - \sqrt{5})^0 =$  \_\_\_\_\_.

14. 不透明的袋子中装有 2 个红球和 1 个白球, 除颜色外无其他差别, 随机摸出一个球后, 放回并摇匀, 再随机摸出一个, 两次都摸到红球的概率是\_\_\_\_\_.

15. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 1$ ,  $BC = 2$ , 以  $B$  为圆心,  $BC$  的长为半径画弧, 交  $AD$  于点  $E$ . 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_ (结果保留  $\pi$ )



16. 特产专卖店销售桃片、米花糖、麻花三种特产, 其中每包桃片的成本是麻花的 2 倍, 每包桃片、米花糖、麻花的售价分别比其成本高 20%、30%、20%. 该店五月份销售桃片、米花糖、麻花的数量之比为 1 : 3 : 2, 三种特产的总利润是总成本的 25%, 则每包米花糖与每包麻花的成本之比为\_\_\_\_\_.

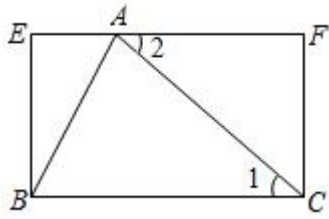
三、解答题 (共 2 个小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

17. 计算:

(1)  $(x + y)(x - y) + y(y - 2)$ ;

(2)  $\left(1 - \frac{m}{m+2}\right) \div \frac{m^2 - 4m + 4}{m^2 - 4}$ .

18. 我们知道, 矩形的面积等于这个矩形的长乘宽, 小明想用其验证一个底为  $a$ , 高为  $h$  的三角形的面积公式为  $S = \frac{1}{2}ah$ . 想法是: 以  $BC$  为边作矩形  $BCFE$ , 点  $A$  在边  $FE$  上, 再过点  $A$  作  $BC$  的垂线, 将其转化为证三角形全等, 由全等图形面积相等来得到验证. 按以上思路完成下面的作图与填空: 证明: 用直尺和圆规过点  $A$  作  $BC$  的垂线  $AD$  交  $BC$  于点  $D$ . (只保留作图痕迹)



在  $\triangle ADC$  和  $\triangle CFA$  中,

$\because AD \perp BC$ ,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ .

$\because \angle F = 90^\circ$ ,

$\therefore$  ①.

$\because EF \parallel BC$ ,

$\therefore$  ②.

又  $\because$  ③.

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CFA$  (AAS).

同理可得: ④.

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形} ADCF} + \frac{1}{2} S_{\text{矩形} AEBD} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形} BCFE} = \frac{1}{2} ah.$$

### 三、解答题 (共 7 个小题, 每小题 10 分, 共 70 分)

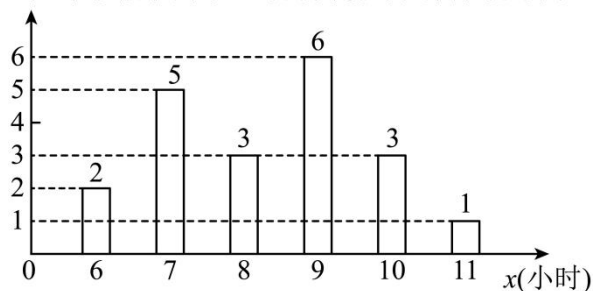
19. 在“世界读书日”到来之际, 学校开展了课外阅读主题周活动, 活动结束后, 经初步统计, 所有学生的课外阅读时长都不低于 6 小时, 但不足 12 小时, 从七, 八年级中各随机抽取了 20 名学生, 对他们在活动期间课外阅读时长 (单位: 小时) 进行整理、描述和分析 (阅读时长记为  $x$ ,  $6 \leq x < 7$ , 记为 6;  $7 \leq x < 8$ , 记为 7;  $8 \leq x < 9$ , 记为 8;  $\cdots$  以此类推), 下面分别给出了抽取的学生课外阅读时长的部分信息,

七年级抽取的学生课外阅读时长:

6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 11,

| 七、八年级抽取的学生课外阅读时长统计表 |     |     |
|---------------------|-----|-----|
| 年级                  | 七年级 | 八年级 |
| 平均数                 | 8.3 | 8.3 |
| 众数                  | $a$ | 9   |
| 中位数                 | 8   | $b$ |
| 8 小时及以上所占百分比        | 75% | $c$ |

八年级抽取的学生课外阅读时长条形统计图



根据以上信息，解答下列问题：

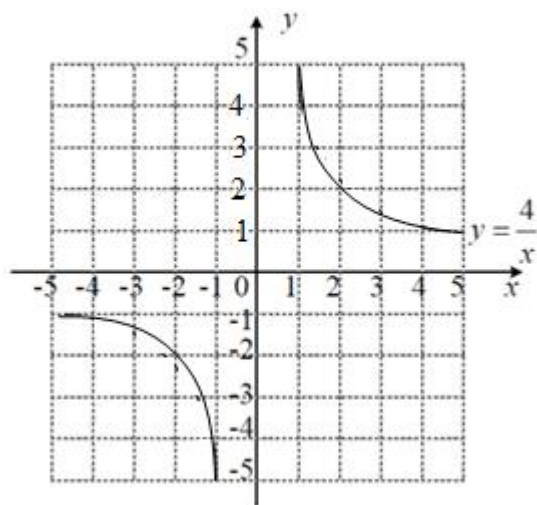
(1) 填空：  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_,  $c =$  \_\_\_\_\_.

(2) 该校七年级有 400 名学生，估计七年级在主题周活动期间课外阅读时长在 9 小时及以上的学生人数.

(3) 根据以上数据，你认为该校七，八年级学生在主题周活动中，哪个年级学生的阅读积极性更高？请说明理由，（写出一条理由即可）

20. 反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象如图所示，一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与  $y = \frac{4}{x}$  的图

象交于  $A(m, 4)$ ,  $B(-2, n)$  两点，



(1) 求一次函数的表达式，并在所给的平面直角坐标系中面出该函数的图象；

(2) 观察图象，直接写出不等式  $kx + b < \frac{4}{x}$  的解集；

(3) 一次函数  $y = kx + b$  的图象与  $x$  轴交于点  $C$ ，连接  $OA$ ，求  $\triangle OAC$  的面积.

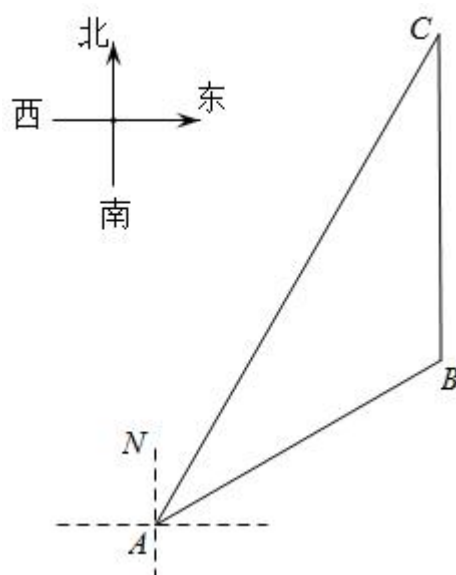
21. 为保障蔬菜基地种植用水，需要修建灌溉水渠.

(1) 计划修建灌溉水渠 600 米，甲施工队施工 5 天后，增加施工人员，每天比原来多修建 20 米，再施工 2 天完成任务，求甲施工队增加人员后每天修建灌溉水渠多少米？

(2) 因基地面积扩大，现还需修建另一条灌溉水渠 1800 米，为早日完成任务，决定派乙施工队与甲施工队同时开工合作修建这条水渠，直至完工. 甲施工队按 (1) 中增加人员后的

修建速度进行施工. 乙施工队修建 360 米后, 通过技术更新, 每天比原来多修建 20%, 灌溉水渠完工时, 两施工队修建的长度恰好相同. 求乙施工队原来每天修建灌溉水渠多少米?

22. 湖中小岛上码头  $C$  处一名游客突发疾病, 需要救援. 位于湖面  $B$  点处的快艇和湖岸  $A$  处的救援船接到通知后立刻同时出发前往救援. 计划由快艇赶到码头  $C$  接该游客, 再沿  $CA$  方向行驶, 与救援船相遇后将该游客转运到救援船上. 已知  $C$  在  $A$  的北偏东  $30^\circ$  方向上,  $B$  在  $A$  的北偏东  $60^\circ$  方向上, 且  $B$  在  $C$  的正南方向 900 米处.



(1) 求湖岸  $A$  与码头  $C$  的距离 (结果精确到 1 米, 参考数据:  $\sqrt{3} = 1.732$ );

(2) 救援船的平均速度为 150 米/分, 快艇的平均速度为 400 米/分, 在接到通知后, 快艇能否在 5 分钟内将该游客送上救援船? 请说明理由. (接送游客上下船的时间忽略不计)

23. 对于一个各数位上的数字均不为 0 的三位自然数  $N$ , 若  $N$  能被它的各数位上的数字之和  $m$  整除, 则称  $N$  是  $m$  的“和倍数”.

例如:  $\because 247 \div (2 + 4 + 7) = 247 \div 13 = 19$ ,  $\therefore 247$  是 13 的“和倍数”.

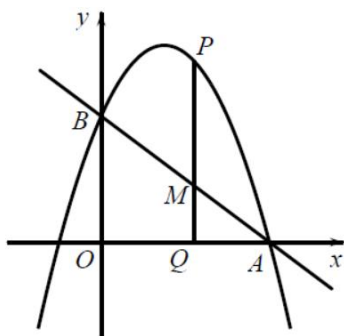
又如:  $\because 214 \div (2 + 1 + 4) = 214 \div 7 = 30 \cdots \cdots 4$ ,  $\therefore 214$  不是“和倍数”.

(1) 判断 357, 441 是否是“和倍数”? 说明理由;

(2) 三位数  $A$  是 12 的“和倍数”,  $a, b, c$  分别是数  $A$  其中一个数位上的数字, 且  $a > b > c$ . 在  $a, b, c$  中任选两个组成两位数, 其中最大的两位数记为  $F(A)$ , 最小的两位数记为  $G(A)$ ,

若  $\frac{F(A) + G(A)}{16}$  为整数, 求出满足条件的所有数  $A$ .

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线  $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $A(4, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $B(0, 3)$ .



(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 点  $P$  为直线  $AB$  上方抛物线上一动点, 过点  $P$  作  $PQ \perp x$  轴于点  $Q$ , 交  $AB$  于点  $M$ ,

求  $PM + \frac{6}{5}AM$  的最大值及此时点  $P$  的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 点  $P'$  与点  $P$  关于抛物线  $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$  的对称轴对称. 将抛物线

$y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$  向右平移, 使新抛物线的对称轴  $l$  经过点  $A$ . 点  $C$  在新抛物线上, 点

$D$  在  $l$  上, 直接写出所有使得以点  $A$ 、 $P'$ 、 $C$ 、 $D$  为顶点的四边形是平行四边形的点  $D$  的坐标, 并把求其中一个点  $D$  的坐标的过程写出来.

25. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC = 2\sqrt{2}$ ,  $D$  为  $BC$  的中点,  $E$ ,  $F$  分别为  $AC$ ,  $AD$  上任意一点, 连接  $EF$ , 将线段  $EF$  绕点  $E$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $EG$ , 连接  $FG$ ,  $AG$ .

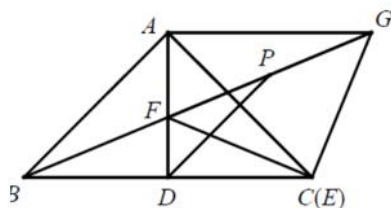


图 1

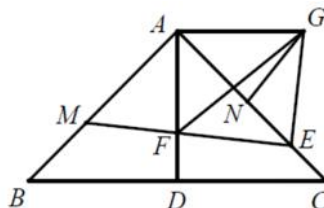


图 2

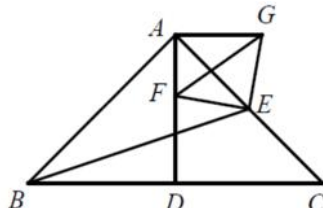


图 3

(1) 如图 1, 点  $E$  与点  $C$  重合, 且  $GF$  的延长线过点  $B$ , 若点  $P$  为  $FG$  的中点, 连接  $PD$ , 求  $PD$  的长;

(2) 如图 2,  $EF$  的延长线交  $AB$  于点  $M$ , 点  $N$  在  $AC$  上,  $\angle AGN = \angle AEG$  且  $GN = MF$ , 求证:  $AM + AF = \sqrt{2}AE$ ;

(3) 如图 3,  $F$  为线段  $AD$  上一动点,  $E$  为  $AC$  的中点, 连接  $BE$ ,  $H$  为直线  $BC$  上一动点, 连接  $EH$ , 将  $\triangle BEH$  沿  $EH$  翻折至  $\triangle ABC$  所在平面内, 得到  $\triangle B'EH$ , 连接  $B'G$ , 直接写出线段  $B'G$  的长度的最小值.