

重庆市 2021 年初中学业水平暨高中招生考试数学试题 (A 卷)

一、选择题: (本大题 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

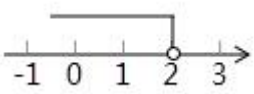
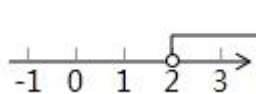
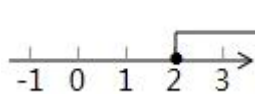
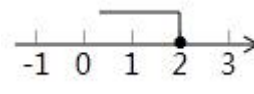
1. 2 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

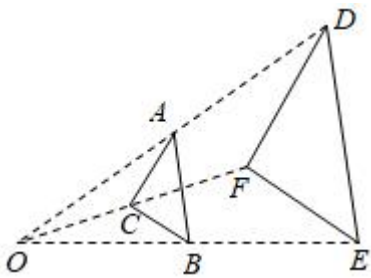
2. 计算 $3a^6 \div a$ 的结果是 ()

- A. $3a^6$ B. $2a^5$ C. $2a^6$ D. $3a^5$

3. 不等式 $x \leq 2$ 在数轴上表示正确的是 ()

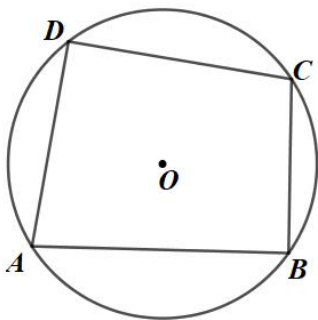
- A.  B.  C.  D. 

4. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似, 点 O 是它们的位似中心, 其中 $OE=2OB$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长之比是 ()



- A. 1: 2 B. 1: 4 C. 1: 3 D. 1: 9

5. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 若 $\angle A=80^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数是 ()

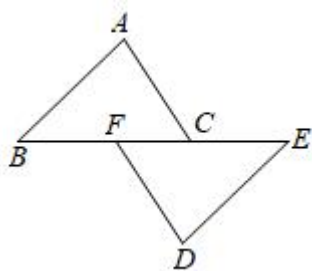


- A. 80° B. 100° C. 110° D. 120°

6. 计算 $\sqrt{14} \times \sqrt{7} - \sqrt{2}$ 的结果是 ()

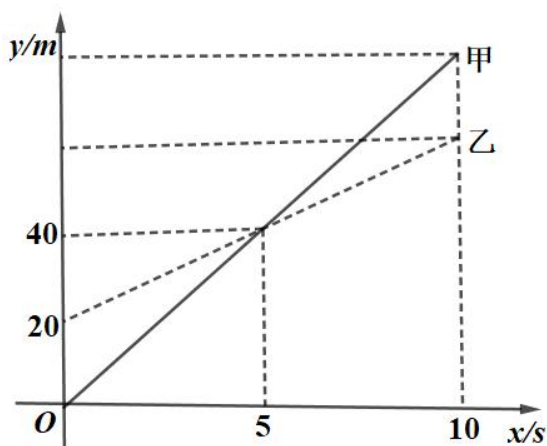
- A. 7 B. $6\sqrt{2}$ C. $7\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{7}$

7. 如图，点 B, F, C, E 共线， $\angle B = \angle E$ ， $BF = EC$ ，添加一个条件，不等判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是 ()

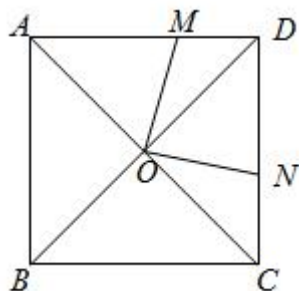


- A. $AB = DE$ B. $\angle A = \angle D$ C. $AC = DF$ D. $AC \parallel FD$

8. 甲无人机从地面起飞，乙无人机从距离地面 $20m$ 高的楼顶起飞，两架无人机同时匀速上升 $10s$ 。甲、乙两架无人机所在的位置距离地面的高度 y (单位: m) 与无人机上升的时间 x (单位: s) 之间的关系如图所示。下列说法正确的是 ()



- A. $5s$ 时，两架无人机都上升了 $40m$
 B. $10s$ 时，两架无人机的高度差为 $20m$
 C. 乙无人机上升的速度为 $8m/s$
 D. $10s$ 时，甲无人机距离地面的高度是 $60m$
9. 如图，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O ， M 是边 AD 上一点，连接 OM ，过点 O 做 $ON \perp OM$ ，交 CD 于点 N 。若四边形 $MOND$ 的面积是 1 ，则 AB 的长为 ()



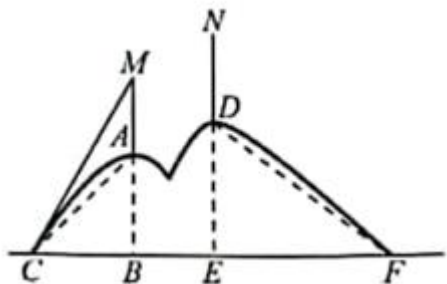
A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. 2

D. $2\sqrt{2}$

10. 如图，相邻两个山坡上，分别有垂直于水平面的通信基站 MA 和 ND 。甲在山脚点 C 处测得通信基站顶端 M 的仰角为 60° ，测得点 C 距离通信基站 MA 的水平距离 CB 为 $30m$ ；乙在另一座山脚点 F 处测得点 F 距离通信基站 ND 的水平距离 FE 为 $50m$ ，测得山坡 DF 的坡度 $i=1:1.25$ 。若 $ND=\frac{5}{8}DE$ ，点 C, B, E, F 在同一水平线上，则两个通信基站顶端 M 与顶端 N 的高度差为 () (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$)

A. $9.0m$ B. $12.8m$ C. $13.1m$ D. $22.7m$

11. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 3x-2 \geq 2(x+2) \\ a-2x < -5 \end{cases}$ 的解集为 $x \geq 6$ ，且关于 y 的分式方程

$\frac{y+2a}{y-1} + \frac{3y-8}{1-y} = 2$ 的解是正整数，则所有满足条件的整数 a 的值之和是 ()

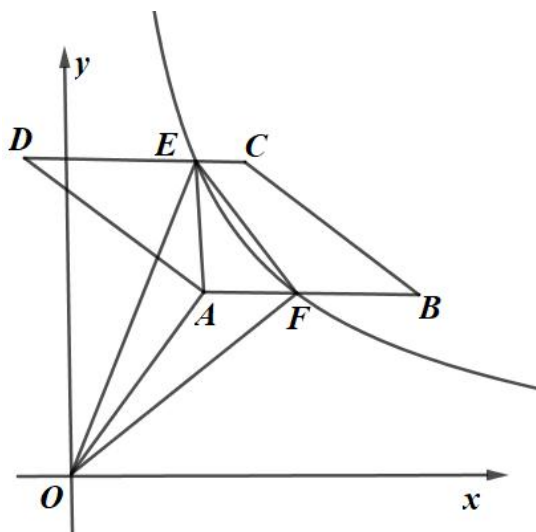
A. 5

B. 8

C. 12

D. 15

12. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $ABCD$ 的顶点 D 在第二象限，其余顶点都在第一象限， $AB \parallel x$ 轴， $AO \perp AD$ ， $AO=AD$ 。过点 A 作 $AE \perp CD$ ，垂足为 E ， $DE=4CE$ 。反比例函数 $y=\frac{k}{x} (x>0)$ 的图象经过点 E ，与边 AB 交于点 F ，连接 OE ， OF ， EF 。若 $S_{\triangle EOF} = \frac{11}{8}$ ，则 k 的值为 ()



A. $\frac{7}{3}$

B. $\frac{21}{4}$

C. 7

D. $\frac{21}{2}$

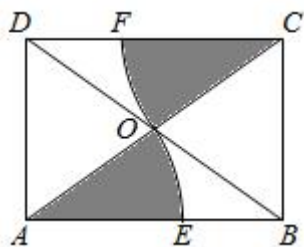
二、填空题：(本大题 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分)

13. 计算： $|3| - (p-1)^0 =$ _____.

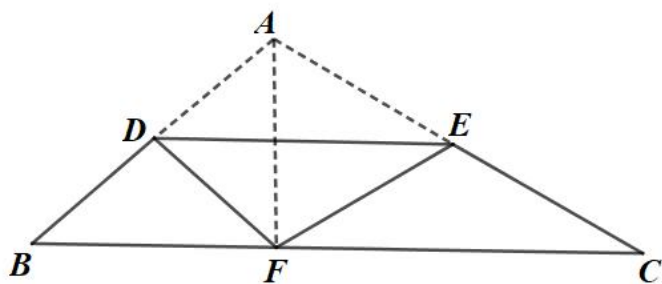
14. 在桌面上放有四张背面完全一样的卡片. 卡片的正面分别标有数字 $-1, 0, 1, 3$. 把四张卡片背面朝上, 随机抽取一张, 记下数字且放回洗匀, 再从中随机抽取一张. 则两次抽取卡片上的数字之积为负数的概率是_____.

15. 若关于 x 的方程 $\frac{4-x}{2} + a = 4$ 的解是 $x = 2$, 则 a 的值为_____.

16. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O , 分别以点 A, C 为圆心, AO 长为半径画弧, 分别交 AB, CD 于点 E, F . 若 $BD = 4$, $\angle CAB = 36^\circ$, 则图中阴影部分的面积为_____. (结果保留 π).



17. 如图, 三角形纸片 ABC 中, 点 D, E, F 分别在边 AB, AC, BC 上, $BF = 4$, $CF = 6$, 将这张纸片沿直线 DE 翻折, 点 A 与点 F 重合. 若 $DE \parallel BC$, $AF = EF$, 则四边形 $ADFE$ 的面积为_____.



18. 某销售商五月份销售 A, B, C 三种饮料的数量之比为 $3: 2: 4$, A, B, C 三种饮料的单价之比为 $1: 2:$

1. 六月份该销售商加大了宣传力度, 并根据季节对三种饮料的价格作了适当的调整, 预计六月份三种饮料的销售总额将比五月份有所增加, A 饮料增加的销售占六月份销售总额的 $\frac{1}{15}$, B, C 饮料增加的销售额之比为 $2: 1$. 六月份 A 饮料单价上调 20% 且 A 饮料的销售额与 B 饮料的销售额之比为 $2: 3$, 则 A 饮料五月份的销售数量与六月份预计的销售数量之比为_____.

三、解答题：（本大题 7 个小题，没小题 10 分，共 70 分）

19. 计算 (1) $(x-y)^2 + x(x+2y)$;

(2) $\left(1 - \frac{a}{a+2}\right) \div \frac{a^2 - 4}{a^2 + 4a + 4}$.

20. “惜餐为荣，殄物为耻”，为了解落实“光盘行动”的情况，某校数学兴趣小组的同学调研了七、八年级部分班级某一天的餐厨垃圾质量. 从七、八年级中各随机抽取 10 个班的餐厨垃圾质量的数据（单位：kg），进行整理和分析（餐厨垃圾质量用 x 表示，共分为四个等级：A. $x < 1$, B. $1 \leq x < 1.5$, C. $1.5 \leq x < 2$, D. $x \geq 2$ ），下面给出了部分信息.

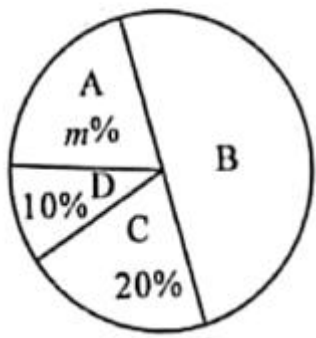
七年级 10 个班的餐厨垃圾质量：0.8, 0.8, 0.8, 0.9, 1.1, 1.1, 1.6, 1.7, 1.9, 2.3.

八年级 10 个班的餐厨垃圾质量中 B 等级包含的所有数据为：1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.2.

七八年级抽取的班级餐厨垃圾质量统计表

年级	平均数	中位数	众数	方差	A 等级所占百分比
七年级	1.3	1.1	a	0.26	40%
八年级	1.3	b	1.0	0.23	$m\%$

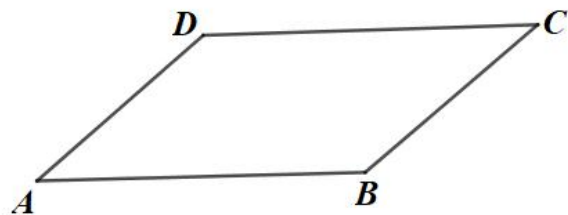
八年级抽取的班级
餐厨垃圾质量扇形统计图



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 直接写出上述表中 a , b , m 的值;
- (2) 该校八年级共 30 个班，估计八年级这一天餐厨垃圾质量符合 A 等级的班级数;
- (3) 根据以上数据，你认为该校七、八年级的“光盘行动”，哪个年级落实得更好？请说明理由（写出一条理由即可）.

21. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB > AD$.



(1) 用尺规完成以下基本作图：在 AB 上截取 AE ，使得 $AE=AD$ ；作 $\angle BCD$ 的平分线交 AB 于点 F 。（保留作图痕迹，不写作法）

(2) 在 (1) 所作的图形中，连接 DE 交 CF 于点 P ，猜想 $\triangle CDP$ 按角分类的类型，并证明你的结论.

22. 在初中阶段的函数学习中，我们经历了列表、描点、连线画函数图象，并结合图象研究函数性质及其

应用的过程. 以下是我们研究函数 $y = \frac{4-x^2}{x^2+1}$ 的性质及其应用的部分过程，请按要求完成下列各小题.

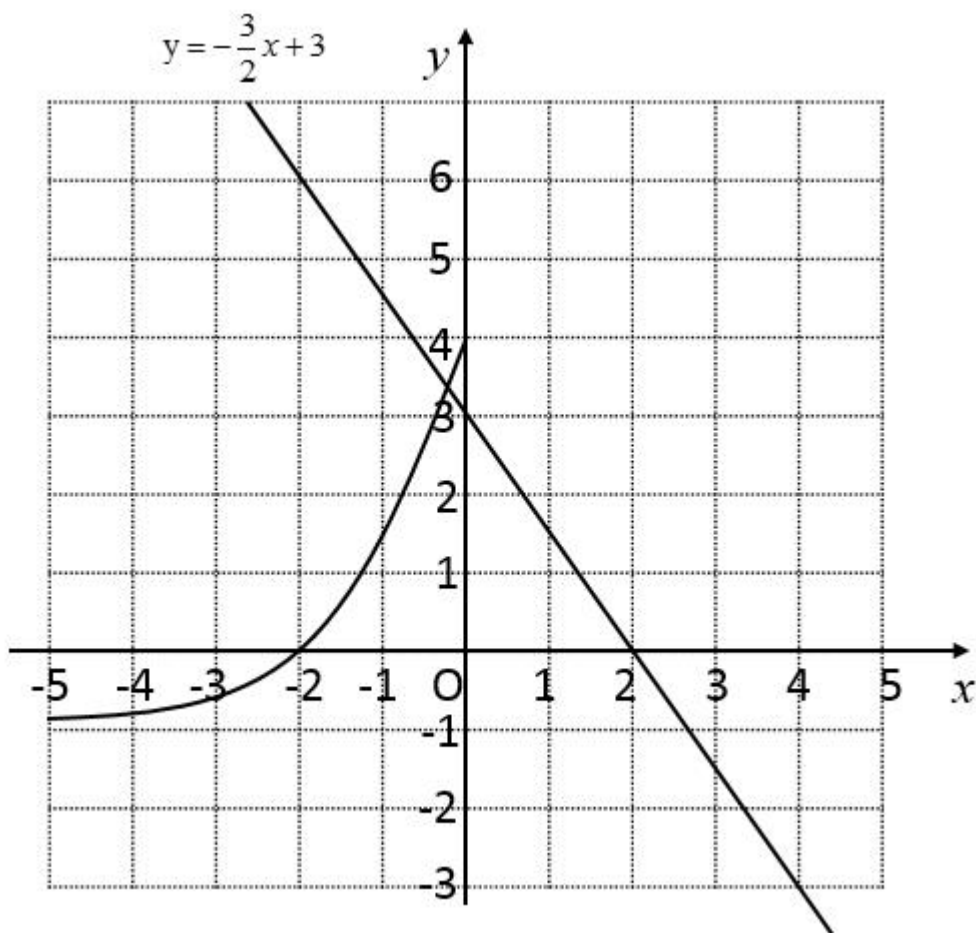
(1) 请把下表补充完整，并在给出的图中补全该函数的大致图象；

x	$\cdots$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\cdots$
$y = \frac{4-x^2}{x^2+1}$	$\cdots$	$-\frac{21}{26}$	$-\frac{12}{17}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	4		0				$\cdots$

(2) 请根据这个函数的图象，写出该函数的一条性质；

(3) 已知函数 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 的图象如图所示. 根据函数图象，直接写出不等式 $-\frac{3}{2}x + 3 > \frac{4-x^2}{x^2+1}$ 的解集. (近

似值保留一位小数，误差不超过 0.2)



23. 某工厂有甲、乙两个车间，甲车间生产 A 产品，乙车间生产 B 产品，去年两个车间生产产品的数量相同且全部售出。已知 A 产品的销售单价比 B 产品的销售单价高 100 元，1 件 A 产品与 1 件 B 产品售价和为 500 元。

(1) A 、 B 两种产品的销售单价分别是多少元？

(2) 随着 5G 时代的到来，工业互联网进入了快速发展时期。今年，该工厂计划依托工业互联网将乙车间改造为专供用户定制 B 产品的生产车间。预计 A 产品在售价不变的情况下产量将在去年的基础上增加 $a\%$ ； B 产品产量将在去年的基础上减少 $a\%$ ，但 B 产品的销售单价将提高 $3a\%$ 。则今年 A 、 B 两种产品全部售出后总销售额将在去年的基础上增加 $\frac{29}{25}a\%$ 。求 a 的值。

24. 如果一个自然数 M 的个位数字不为 0，且能分解成 $A \times B$ ，其中 A 与 B 都是两位数， A 与 B 的十位数字相同，个位数字之和为 10，则称数 M 为“合和数”，并把数 M 分解成 $M = A \times B$ 的过程，称为“合分解”。

例如： $\because 609 = 21 \times 29$ ，21 和 29 的十位数字相同，个位数字之和为 10，

$\therefore 609$ 是“合和数”。

又如： $\because 234 = 18 \times 13$ ，18 和 13 的十位数相同，但个位数字之和不等于 10，

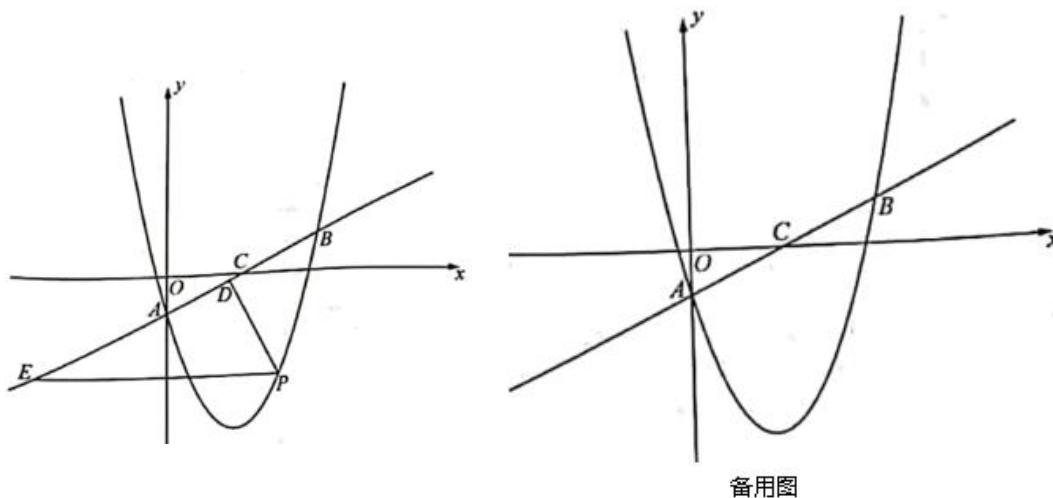
∴ 234 不是“合和数”.

(1) 判断 168, 621 是否是“合和数”? 并说明理由;

(2) 把一个四位“合和数” M 进行“合分解”, 即 $M = A \times B$. A 的各个数位数字之和与 B 的各个数位数字之和的和记为 $P(M)$; A 的各个数位数字之和与 B 的各个数位数字之和的差的绝对值记为 $Q(M)$. 令

$$G(M) = \frac{P(M)}{Q(M)}, \text{ 当 } G(M) \text{ 能被 } 4 \text{ 整除时, 求出所有满足条件的 } M.$$

25. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(0, -1)$, $B(4, 1)$. 直线 AB 交 x 轴于点 C , P 是直线 AB 下方抛物线上的一个动点. 过点 P 作 $PD \perp AB$, 垂足为 D , $PE \parallel x$ 轴, 交 AB 于点 E .



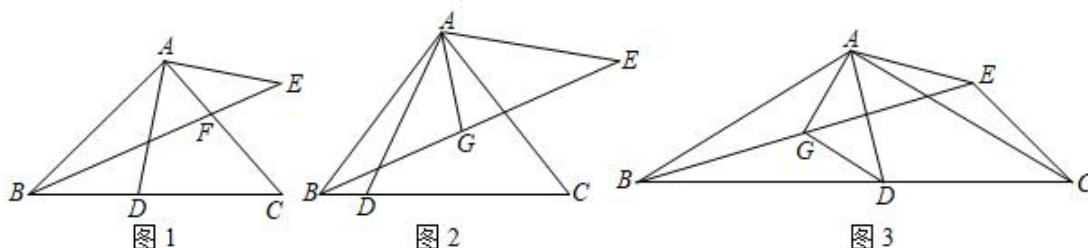
(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 当 $\triangle PDE$ 的周长取得最大值时, 求点 P 的坐标和 $\triangle PDE$ 周长的最大值;

(3) 把抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 平移, 使得新抛物线的顶点为 (2) 中求得的点 P . M 是新抛物线上一点, N 是新抛物线对称轴上一点, 直接写出所有使得以点 A, B, M, N 为顶点的四边形是平行四边形的点 M 的坐标, 并把求其中一个点 M 的坐标的过程写出来.

四、解答题: (本大题 1 个小题, 共 8 分)

26. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是边 BC 上一动点, 连接 AD , 将 AD 绕点 A 逆时针旋转至 AE 的位置, 使得 $\angle DAE + \angle BAC = 180^\circ$.



- (1) 如图1, 当 $\angle BAC = 90^\circ$ 时, 连接 BE , 交 AC 于点 F . 若 BE 平分 $\angle ABC$, $BD = 2$, 求 AF 的长;
- (2) 如图2, 连接 BE , 取 BE 的中点 G , 连接 AG . 猜想 AG 与 CD 存在的数量关系, 并证明你的猜想;
- (3) 如图3, 在 (2) 的条件下, 连接 DG , CE . 若 $\angle BAC = 120^\circ$, 当 $BD > CD$, $\angle AEC = 150^\circ$ 时, 请直接写出 $\frac{BD - DG}{CE}$ 的值.