

重庆市 2019 年初中学业水平暨高中招生考试数学试题 (A 卷)

(全卷共四个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 认题的答案书写在**答题卡**上, 不得在试题卷上直接作答;
2. 作答前认真阅绪**答题卡**上的注意事项;
3. 作图 (包括作辅助线) 请一律用**黑色**签字笔完成;
4. 考试结束, 由监考人员将试题卷和**答题卡**一并收回.

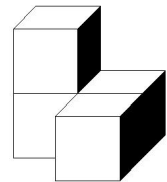
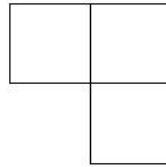
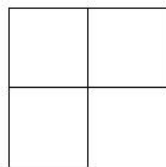
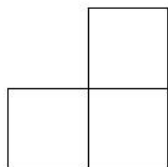
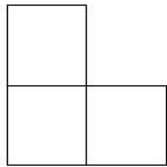
参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$, 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$

一、**选择题**: (本大题 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A 、 B 、 C 、 D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将**答题卡**上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑.

1. 下列各数中, 比 -1 小的数是 ()

A. 2 B. 1 C. 0 D. -2

2. 如图是由 4 个相同的小正方体组成的一个立体图形, 其主视图是 ()

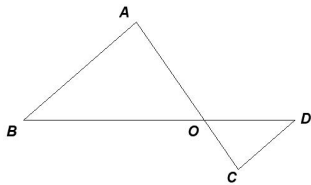


2 题图

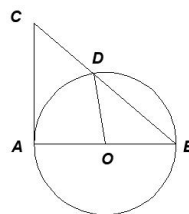
A. B. C. D.

3. 如图, $\triangle ABO \sim \triangle CDO$, 若 $BO = 6$, $DO = 3$, $CD = 2$, 则 AB 的长是 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



3 题图



4 题图

4. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的切线, A 为切点, BC 与 $\odot O$ 交于点 D , 连结 OD . 若 $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle AOD$ 的度数为 ()

A. 40° B. 50° C. 80° D. 100°

5. 下列命题正确的是 ()

A. 有一个角是直角的平行四边形是矩形 B. 四条边相等的四边形是矩形
C. 有一组邻边相等的平行四边形是矩形 D. 对角线相等的四边形是矩形

6. 估计 $(2\sqrt{3}+6\sqrt{2}) \times \sqrt{\frac{1}{3}}$ 的值应在 ()

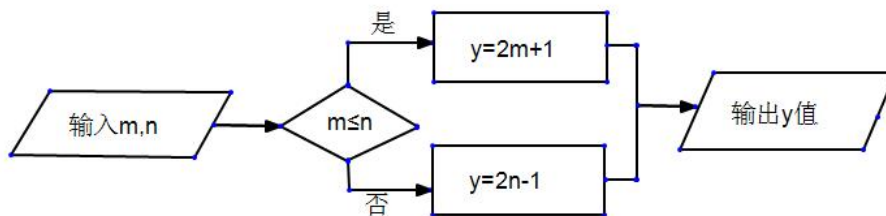
- A. 4 和 5 之间 B. 5 和 6 之间 C. 6 和 7 之间 D. 7 和 8 之间

7. 《九章算术》中有这样一个题：今有甲乙二人持钱不知其数. 甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而钱亦五十. 问甲、乙持钱各几何？其意思为：今有甲乙二人，不如其钱包里有多少钱，若乙把其一半的钱给甲，则甲的数为 50；而甲把其 $\frac{2}{3}$ 的钱给乙，则乙的钱数也为 50，问甲、乙各有多少钱？设甲的钱数为 x ，乙的钱数为 y ，则可建立方程组为 ()

- A. $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ x + \frac{2}{3}y = 50 \end{cases}$ C. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 50 \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 50 \\ x + \frac{2}{3}y = 50 \end{cases}$

8. 按如图所示的运算程序，能使输出 y 值为 1 的是 ()

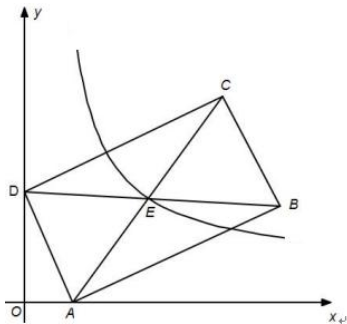
- A. $m=1, n=1$ B. $m=1, n=0$ C. $m=1, n=2$ D. $m=2, n=1$



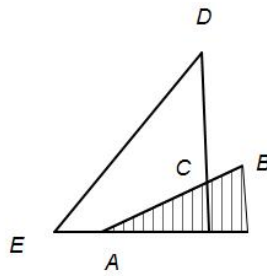
8 题图

9. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的顶点 A, D 分别在 x 轴、 y 轴上，对角线 $BD \parallel x$ 轴，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象经过矩形对角线的交点 E . 若点 $A(2, 0), D(0, 4)$ ，则 k 的值为 ()

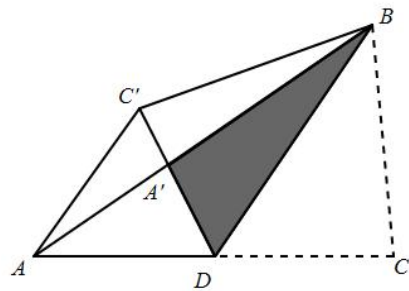
- A. 16 B. 20 C. 32 D. 40



9 题图



10 题图



12 题图

10. 为践行“绿水青山就是金山银山”的重要思想，某森林保护区开展了寻找古树活动. 如图，在一个坡度（或坡比） $i=1:24$ 的山坡 AB 上发现有一棵古树 CD . 测得古树底端 C 到山脚点 A 的距离 $AC=26$ 米，在距山脚点 A 水平距离 6 米的点 E 处，测得古树顶端 D 的仰角 $\angle AED=48^\circ$ （古树 CD 与山坡 AB 的剖面、点 E 在同一平面上，古树 CD 与直线 AE 垂直），则古树 CD 的高度约为（ ）

（参考数据： $\sin 48^\circ \approx 0.73$, $\cos 48^\circ \approx 0.67$, $\tan 48^\circ \approx 1.11$ ）

- A. 17.0 米 B. 21.9 米 C. 23.3 米 D. 33.3 米

11. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x - \frac{1}{4}(4a-2) \leq \frac{1}{2} \\ \frac{3x-1}{2} < x+2 \end{cases}$ 的解集是 $x \leq a$ ，且关于 y 的分式方程 $\frac{2y-a}{y-1} - \frac{y-4}{1-y} = 1$

有非负整数解，则符合条件的所有整数 a 的和为（ ）

- A. 0 B. 1 C. 4 D. 6

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 AC 边上的中点，连结 BD ，把 $\triangle BDC'$ 沿 BD 翻折，得到 $\triangle BDC'$ ， DC 与 AB 交于点 E ，连结 AC' ，若 $AD=AC=2$ ， $BD=3$ 则点 D 到 BC 的距离为（ ）

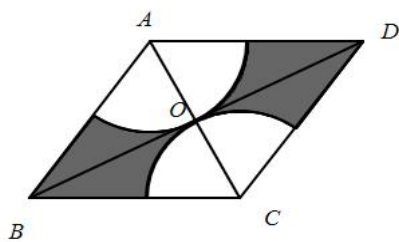
- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{13}$

二、填空题：（本大题 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

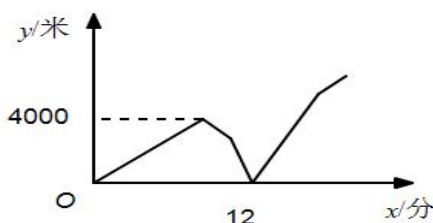
13. 计算： $(\pi - \sqrt{3})^0 + (\frac{1}{2})^{-1} =$ _____.

14. 今年五一节期间，重庆市旅游持续火爆，全市共接待境内外游客超过 25600000 人次，请把数 25600000 用科学记数法表示为_____.

15. 一个不透明的布袋内装有除颜色外，其余完全相同的 3 个红球，2 个白球，1 个黄球，搅匀后，从中随机摸出一个球，记下颜色后放回搅匀，再从中随机摸出一个球，则两次都摸到红球的概率为_____.



16 题图



17 题图

16. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC , BD 交于点 O ， $\angle ABC=60^\circ$ ， $AB=2$ ，分别以点 A 、点 C 为圆心，以 AO 的长为半径画弧分别与菱形的边相交，则图中阴影部分的面积为_____。（结果保留 π ）
17. 某公司快递员甲匀速骑车前往某小区送物件，出发几分钟后，快递员乙发现甲的手机落在公司，无法联系，于是乙匀速骑车去追赶甲. 乙刚出发 2 分钟时，甲也发现自己手机落在公司，立刻按原路原速骑车回公司，2 分钟后甲遇到乙，乙把手机给甲后立即原路原速返回公司，甲继续原路原速赶往某小区送物件，甲乙两人相距的路程 y （米）与甲出发的时间 x （分钟）之间的关系如图所示（乙给甲手机的时间忽略不计）. 则乙回到公司时，甲距公司的路程是_____米.

18. 在精准扶贫的过程中，某驻村服务队结合当地高山地形，决定在该村种植中药材川香、贝母、黄连增加经济收入，经过一段时间，该村已种植的川香、贝母、黄连面积之比 4:3:5，是根据中药材市场对川香、贝母、黄连的需求量，将在该村余下土地上继续种植这三种中药材，经测算需将余下土地面积的 $\frac{9}{16}$ 种植黄连，则黄连种植总面积将达到这三种中药材种植总面积的 $\frac{19}{40}$ 。为使川香种植总面积与贝母种植总面积之比达到 3:4，则该村还需种植贝母的面积与该村种植这三种中药材的总面积之比是_____。

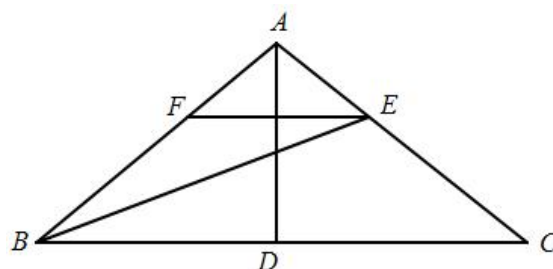
三、解答题：（本大题 7 个小题，每小题 10 分，共 70 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，画出必要的图形（包括辅助线），请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上。

19. 计算： (1) $(x+y)^2 - y(2x+y)$ (2) $(a + \frac{9-4a}{a-2}) \div \frac{a^2-9}{a-2}$

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D 是 BC 边上的中点，连结 AD ， BE 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E ，过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AB 于点 F 。

(1) 若 $\angle C=36^\circ$ ，求 $\angle BAD$ 的度数。

(2) 若点 E 在边 AB 上， $EF \parallel AC$ 叫 AD 的延长线于点 F 。求证： $FB=FE$ 。



20 题图

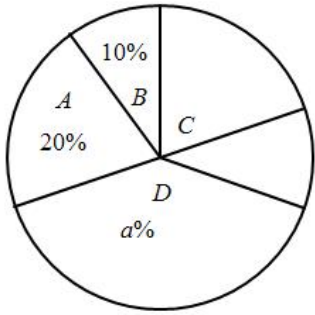
21. 每年夏季全国各地总有未成年人因溺水而丧失生命，令人痛心疾首。今年某校为确保学生安全，开展了“远离溺水·珍爱生命”的防溺水安全知识竞赛。现从该校七、八年级中各随机抽取 10 名学生的竞赛成绩（百分制）进行整理、描述和分析（成绩得分用 x 表示，共分成四组：A. $80 \leq x \leq 85$, B. $85 \leq x \leq 90$, C. $90 \leq x \leq 95$, D. $95 \leq x \leq 100$ ），下面给出了部分信息：

七年级 10 名学生的竞赛成绩是：90, 80, 90, 86, 99, 96, 96, 100, 89, 82

八年级 10 名学生的竞赛成绩在 C 组中的数据是：94, 90, 94

八年抽取的学生竞赛成绩扇形统计图

七、八年级抽取的学生竞赛成绩统计表



年级	七年级	八年级
平均数	92	92
中位数	93	b
众数	c	100
方差	52	50.4

21 题图

根据以上信息，解答下列问题：

- 直接写出上述图表中 a , b , c 的值；
- 根据以上数据，你认为该校七、八年级中哪个年级学生掌握防溺水安全知识较好？请说明理由（一条理由即可）；
- 该校七、八年级共 730 人参加了此次竞赛活动，估计参加此次竞赛活动成绩优秀（ $x \geq 90$ ）的学生人数是多少？

22. 《道德经》中的“道生一，一生二，二生三，三生万物”道出了自然数的特征。在数的学习过程中，我们会对其中一些具有某种特性的数进行研究，如学习自然数时，我们研究了奇数、偶数、质数、合数等。现在我们来研究另一种特殊的自然数——“纯数”。

定义：对于自然数 n ，在计算 $n + (n+1) + (n+2)$ 时，各数位都不产生进位，则称这个自然数 n 为“纯数”，

例如：32 是“纯数”，因为计算 $32+33+34$ 时，各数位都不产生进位；

23 不是“纯数”，因为计算 $23+24+25$ 时，个位产生了进位。

- 判断 2019 和 2020 是否是“纯数”？请说明理由；
- 求出不大于 100 的“纯数”的个数。

23. 在初中阶段的函数学习中，我们经历了“确定函数的表达式——利用函数图象研究其性质——运用函数解决问题”的学习过程。在画函数图象时，我们通过描点或平移的方法画出了所学的函数图象。同时，我们也学习了绝对值的意义 $|a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$ 。

结合上面经历的学习过程，现在来解决下面的问题在函数 $y = |kx - 3| + b$ 中，当 $x = 2$ 时， $y = -4$ ；当 $x = 0$ 时， $y = -1$ 。

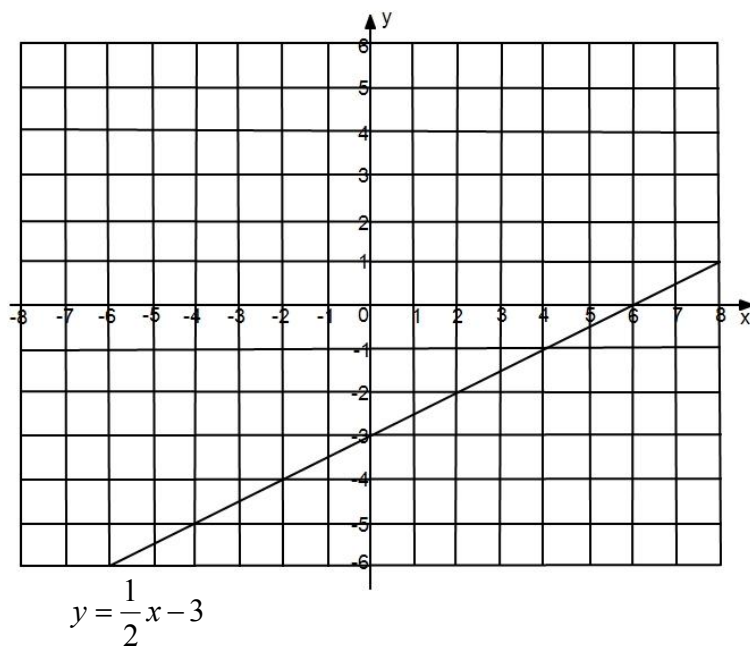
(1) 求这个函数的表达式；

(2) 在给出的平面直角坐标系中，请用你喜欢的方法画出这个函数的图象并写出这个函数的一条性质；

(3) 已知函数 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 的图象如图所示，结合你所画的函数图象，

直接写出不等式

$|kx - 3| + b \leq \frac{1}{2}x - 3$ 的解集。



24. 某文明小区 50 平方米和 80 平方米两种户型的住宅, 50 平方米住宅套数是 80 平方米住宅套数的 2 倍. 物管公司月底按每平方米 2 元收取当月物管费, 该小区全部住宅都人住且每户均按时全额缴纳物管费.

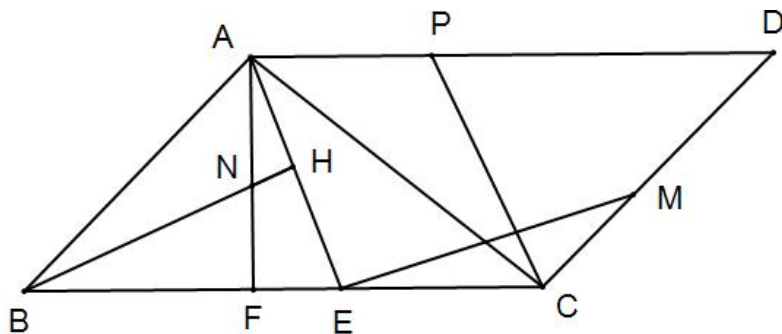
(1) 该小区每月可收取物管费 90 000 元, 问该小区共有多少套 80 平方米的住宅?

(2) 为建设“资源节约型社会”, 该小区物管公司 5 月初推出活动一: “垃圾分类送礼物”, 50 平方米和 80 平方米的住户分别有 40% 和 20% 参加了此次活动. 为提离大家的积极性, 6 月份准备把活动一升级为活动二: “垃圾分类抵扣物管费”, 同时终止活动一. 经调查与测算, 参加活动一的住户会全部参加活动二, 参加活动二的住户会大幅增加, 这样, 6 月份参加活动的 50 平方米的总户数在 5 月份参加活动的同户型户数的基础上将增加 $2a\%$, 每户物管费将会减少 $\frac{3}{10}a\%$; 6 月份参加活动的 80 平方米的总户数在 5 月份参加活动的同户型户数的基础上将增加 $6a\%$, 每户物管费将会减少 $\frac{1}{4}a\%$. 这样, 参加活动的这部分住户 6 月份总共缴纳的物管费比他们按原方式共缴纳的物管费将减少 $\frac{5}{18}a\%$, 求 a 的值.

25. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, 连结 AE , $EM \perp AE$, 垂足为 E , 交 CD 于点 M , $AF \perp BC$, 垂足为 F , $BH \perp AE$, 垂足为 H , 交 AF 于点 N , 点 P 显 AD 上一点, 连接 CP .

(1) 若 $DP=2AP=4$, $CP=\sqrt{17}$, $CD=5$, 求 $\triangle ACD$ 的面积.

(2) 若 $AE=BN$, $AN=CE$, 求证: $AD=\sqrt{2} CM+2CE$.



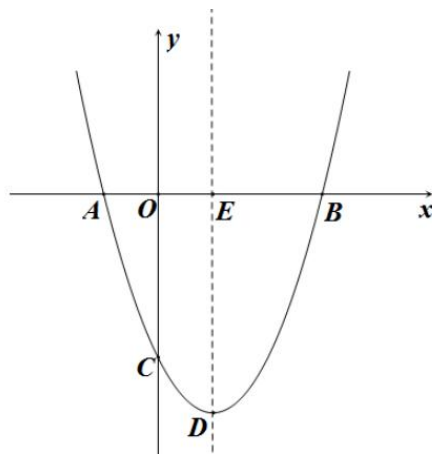
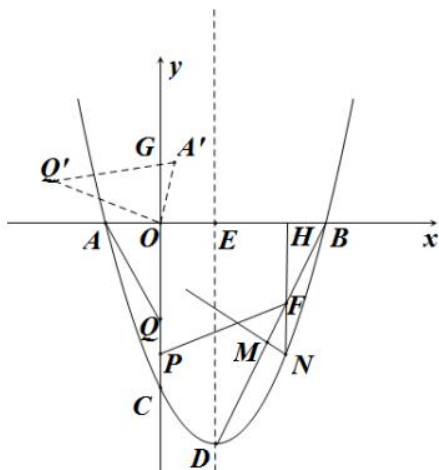
四、解答题：（本大题 1 个小题，共 8 分）解答时必须给出必要的演算过程或推理步骤，画出必要的图形（包括辅助线），请将解作过程书写在答题卡中对应的位置上.

26. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=x^2-2x-3$ 与 x 轴交于点 A, B （点 A 在点 B 的左侧）交 y 轴于点 C ，点 D 为抛物线的顶点，对称轴与 x 轴交于点 E .

(1) 连结 BD ，点 M 是线段 BD 上一动点（点 M 不与端点 B, D 重合），过点 M 作 $MN \perp BD$ 交抛物线于点 N （点 N 在对称轴的右侧），过点 N 作 $NH \perp x$ 轴，垂足为 H ，交 BD 于点 F ，点 P 是线段 OC 上一动点，当 MN 取得最大值时，求 $HF+FP+\frac{1}{3}PC$ 的最小值；

(2) 在 (1) 中，当 MN 取得最大值 $HF+FP+\frac{1}{3}PC$ 取得小值时，把点 P 向上平移个 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 单位得到点 Q ，

连结 AQ ，把 $\triangle AOQ$ 绕点 O 顺时针旋转一定的角度 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$)，得到 $\triangle AO'Q'$ ，其中边 AQ 交坐标轴于点 C 在旋转过程中，是否存在一点 G 使得 $\angle Q' = \angle Q'OG$ ？若存在，请直接写出所有满足条件的点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.



答案

一、选择题:(本大题 12 个小题,每小题 4 分,共 48 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	C	C	A	C	A	D	B	C	B	B

二、填空题:(本大题 6 个小题,每小题 4 分,共 24 分)

13. 3; 14. 2.56×10^7 ; 15. $\frac{1}{4}$; 16. $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$; 17. 6000; 18. $\frac{3}{20}$

三、解答题:(本大题 7 个小题,每小题 10 分,共 70 分)

19. 解:(1)原式 $= x^2 + 2xy + y^2 - 2xy - y^2$ (3 分)
 $= x^2$ (5 分)

(2)原式 $= \left(\frac{a^2 - 2a}{a - 2} + \frac{9 - 4a}{a - 2} \right) \div \frac{(a - 3)(a + 3)}{a - 2}$
 $= \frac{(a - 3)^2}{a - 2} \cdot \frac{a - 2}{(a - 3)(a + 3)}$ (9 分)
 $= \frac{a - 3}{a + 3}$ (10 分)

20. (1)解: $\because AB = AC, \therefore \angle ABC = \angle C$.

又 $\because D$ 是 BC 的中点,

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$, 即 $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC$ (3 分)

$\because \angle C = 36^\circ, \therefore \angle BAC = 180^\circ - 2\angle C = 180^\circ - 2 \times 36^\circ = 108^\circ$.

$\therefore \angle BAD = 54^\circ$ (5 分)

(2)证明: $\because BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle FBE = \angle EBD$.

$\because EF \parallel BC, \therefore \angle FEB = \angle EBD$.

$\therefore \angle FBE = \angle FEB$ (9 分)

$\therefore FB = FE$ (10 分)

21. 解:(1) $a = 40, b = 94, c = 99$ (3 分)

(2) 八年级学生掌握防溺水安全知识较好,理由如下(写出其中一条即可):

①七、八年级学生的竞赛成绩平均分相同,八年级学生成绩的中位数 94 高于七年级学生成绩的中位数 93;

②七、八年级学生的竞赛成绩平均分相同,八年级学生成绩的众数 100 高于七年级学生成绩的众数 99. (6 分)

(3) ∵ 七年级 10 名学生中,成绩在 C,D 两组中有 6 人,八年级 10 名学生中,成绩在 C,D 两组中有 7 人, ∴ $6+7=13$ (人).

$$\therefore \frac{13}{20} \times 720 = 468 \text{ (人)}.$$

答:估计此次竞赛中,七、八年级成绩优秀的学生有 468 人. (10 分)

22. 解:(1) 2019 不是“纯数”, 2020 是“纯数”. 理由如下: (2 分)

∵ 在计算 $2019+2020+2021$ 时,个位 $9+0+1=10$,产生了进位,

∴ 2019 不是“纯数”.

∵ 在计算 $2020+2021+2022$ 时,个位 $0+1+2=3$,十位 $2+2+2=6$,百位 $0+0+0=0$,

千位 $2+2+2=6$,它们都没有产生进位,

∴ 2020 是“纯数”. (4 分)

(2) 由题意,当“纯数” n 为一位数时, $n+(n+1)+(n+2) \leq 3n+3 < 10$,

∴ $0 \leq n < \frac{7}{3}$, 故 $n=0, 1, 2$. 即在一位数的自然数中,“纯数”有 3 个.

当“纯数” n 为两位数时,设 $n=10b+a$ (其中 $1 \leq b \leq 9, 0 \leq a \leq 9$, 且 a, b 为自然数),

则 $n+(n+1)+(n+2) = 30b+3a+3$.

此时 a, b 应满足的条件分别为:

$3a+3 < 10$, 即 $a=0, 1, 2; 1 \leq b \leq 3$, 即 $b=1, 2, 3$.

∴ $3 \times 3 = 9$ (个),

所以在两位数的自然数中,“纯数”有 9 个.

∵ $100+101+102=303$, 不产生进位, ∴ 100 是“纯数”.

∴ $3+9+1=13$ (个).

所以,在不大于 100 的自然数中“纯数”的个数是 13. (10 分)

23. 解:(1) 将 $x=2$ 时, $y=-4$ 和 $x=0$ 时, $y=-1$ 分别代入 $y=|kx-3|+b$ 中,

$$\text{得} \begin{cases} |2k-3|+b=-4, \\ |-3|+b=-1. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=\frac{3}{2}, \\ b=-4. \end{cases}$$

∴ 这个函数的表达式是 $y=|\frac{3}{2}x-3|-4$. (3 分)

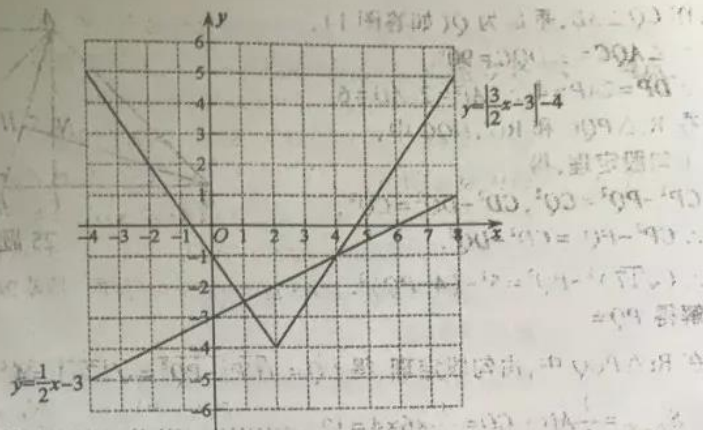
(2) 函数图象如答图: (5 分)

函数的性质(写出其中一条即可):

① 当 $x < 2$ 时,函数值 y 随 x 的增大而减小;当 $x > 2$ 时,函数值 y 随 x 的增大而增大;

② 当 $x=2$ 时,函数有最小值,最小值是 -4. (7 分)

(3) 不等式的解集是 $1 \leq x \leq 4$. (10 分)



23 题答图

24. 解: (1) 设该小区共有 x 套 80 平方米的住宅, 则有 $2x$ 套 50 平方米的住宅.

根据题意, 得

$$2 \times 80x + 2 \times 50 \times 2x = 90000.$$

解这个方程, 得 $x = 250$.

答: 该小区共有 250 套 80 平方米的住宅. (4 分)

(2) 6 月份参加活动的 50 平方米这部分住户将减少的物管费是:

$$500 \times 40\% (1 + 2a\%) \times 50 \times 2 \times \frac{3}{10} a\% = 20000 (1 + 2a\%) \times \frac{3}{10} a\% (\text{元}),$$

6 月份参加活动的 80 平方米这部分住户将减少的物管费是:

$$250 \times 20\% (1 + 6a\%) \times 80 \times 2 \times \frac{1}{4} a\% = 8000 (1 + 6a\%) \times \frac{1}{4} a\% (\text{元}),$$

6 月份参加活动的这部分住户将减少的物管费是:

$$[500 \times 40\% (1 + 2a\%) \times 50 \times 2 + 250 \times 20\% (1 + 6a\%) \times 80 \times 2] \times \frac{5}{18} a\% (\text{元}),$$

$$\text{即 } [20000 (1 + 2a\%) + 8000 (1 + 6a\%)] \times \frac{5}{18} a\% (\text{元}).$$

根据题意, 得

$$20000 (1 + 2a\%) \times \frac{3}{10} a\% + 8000 (1 + 6a\%) \times \frac{1}{4} a\% = [20000 (1 + 2a\%) + 8000 (1 + 6a\%)] \times \frac{5}{18} a\%$$

..... (8 分)

设 $a\% = m$,

化简, 得 $2m^2 - m = 0$.

解这个方程, 得 $m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = 0$ (舍).

$\therefore a = 50$.

答: a 的值是 50. (10 分)

25. (1) 解: 作 $CQ \perp AD$, 垂足为 Q (如答图 1),

$$\therefore \angle AQC = \angle DQC = 90^\circ.$$
$$\therefore DP = 2AP = 4, \therefore AP = 2, AD = 6.$$

在 $Rt\triangle PQC$ 和 $Rt\triangle DQC$ 中,

由勾股定理,得

$$CP^2 - PQ^2 = CQ^2, CD^2 - DQ^2 = CQ^2,$$

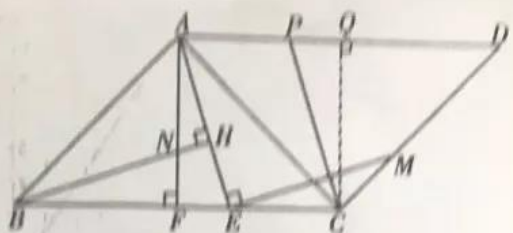
$$\therefore CP^2 - PQ^2 = CD^2 - DQ^2.$$

$$\therefore (\sqrt{17})^2 - PQ^2 = 5^2 - (4 - PQ)^2$$

解得 $PQ=1$.

在 $\text{Rt}\triangle PCQ$ 中, 由勾股定理, 得 $CQ = \sqrt{CP^2 - PQ^2} = \sqrt{17 - 1} = 4$.

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AD \cdot GQ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12. \quad (4 \text{ 分})$$



25 题答图 1

(2) 证明: $\because BH \perp AE, AF \perp BC, \therefore \angle AHB = \angle AFC = 90^\circ$.

$\therefore \angle ANH + \angle EAF = \angle AEF + \angle EAF$, 即 $\angle ANH = \angle AEF$.

$$\therefore \angle ANB = \angle CEA.$$

在 $\triangle ANB$ 和 $\triangle CEA$ 中,

$[AN = CE,$

$$\angle ANB = \angle CEA,$$

$$BN = AE.$$

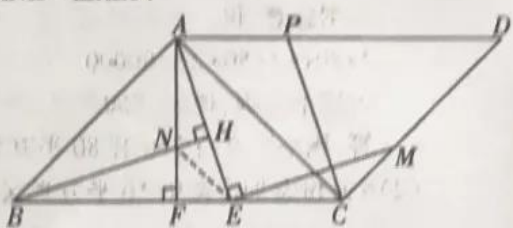
$$\therefore \triangle ANB \cong \triangle CEA.$$

$$\therefore \angle BAN = \angle ACE, AB = AC.$$

$$\therefore \angle ACF + \angle CAF = 90^\circ, \therefore \angle BAN + \angle CAF = 90^\circ.$$

∴ $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle ABC = 45^\circ$, $AF = BF = CF$.

$$\therefore AN = EC, \therefore NF = EF.$$



(25-题答图2)

连结 EN (如答图 2), 则 $\triangle NFE$ 为等腰直角三角形. $\therefore EF = \frac{\sqrt{2}}{2} NE, \angle ENF = 45^\circ$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $\angle ABC = 45^\circ$, $\therefore \angle ECM = 135^\circ$.

$$\therefore \angle ANE = 180^\circ - \angle ENF = 135^\circ, \therefore \angle ANE = \angle ECM.$$

$\therefore AE \perp EM, \therefore \angle AEM = 90^\circ$.

$$\therefore \angle AEF + \angle EAN = \angle AEF + \angle MEC, \text{ 即 } \angle EAN = \angle MEC.$$

在 $\triangle ANE$ 和 $\triangle ECM$ 中,

$$\{\angle EAN = \angle MEC,$$

$$\{AN=EC,$$

$$\angle ANE = \angle ECM,$$

$\therefore \triangle ANE \cong \triangle ECM, \therefore NE = CM, \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, ∴ $AD = BC = 2FC$.

$$\therefore FC = FE + EC = \frac{\sqrt{2}}{2}NE + EC = \frac{\sqrt{2}}{2}CM + EC.$$

$$\therefore AD = 2FC = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}CM + EC\right) = \sqrt{2}CM + 2EC. \quad (10 \text{ 分})$$

四、解答题:(本题1个小题,共8分)

26. 解: (1) $\because$ 点 A, B 是抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 与 x 轴的交点, 点 D 是抛物线顶点,

 $\therefore$ 点 $A(-1, 0)$ 、点 $B(3, 0)$ 、点 $D(1, -4)$.

$\therefore$ 直线 BD 的表达式是 $y=2x-6$.

∵ 点 N 在抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 上, 可设点 N 的坐标为 $(t, t^2 - 2t - 3)$,

则点 F 的坐标为 $(t, 2t-6)$.

$$\therefore FN = (2t-6) - (t^2-2t-3) = -t^2+4t-3.$$

根据已知条件, 可得 $\triangle MNF \sim \triangle EBD$.

$$\therefore \frac{MN}{FN} = \frac{EB}{DB}.$$

$$\therefore EB=2, DE=4, \therefore DB=2\sqrt{5}.$$

$$\therefore MN = \frac{\sqrt{5}}{5} FN = -\frac{\sqrt{5}}{5} (t-2)^2 + \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

∴ 当 $t=2$ 时, MN 取得最大值, 此时, 点 $F(2, -2)$, $HF=2$. (2分)

如答图,以 CP 为斜边,以 $\frac{1}{3}CP$ 的长为直角边,作 $Rt\triangle CRP$,当点 F, P, R 在一条直线

显然上时, $PF + \frac{1}{3}CP$ 取得最小值, 此时, $PF + \frac{1}{3}CP = RE$. 过点 F 作 $FS \perp y$ 轴, 垂足为 S .

点 F, P, R 在一条直线上, $\triangle CPR \sim \triangle FPS$.

$$\text{则 } \frac{CP}{RP} = \frac{FP}{SP} = 3.$$

在 $\text{Rt}\triangle SPF$ 中, $SF=2, FP=3SP$,

$$\therefore SP = \frac{\sqrt{2}}{2}, FP = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore CP = CS - PS = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore RP = \frac{1}{2}CP = \frac{2-\sqrt{2}}{6}$$

$$RF = RP + PF$$

$$= \frac{2-\sqrt{2}}{6} + \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{1+4\sqrt{2}}{3}.$$

 $\therefore HF=2,$

$$\therefore HF+PF+\frac{1}{3}CP \text{ 的最小值为 } 2+\frac{1+4\sqrt{2}}{3}=\frac{7+4\sqrt{2}}{3}. \quad (4 \text{ 分})$$

(2) 满足条件的点 Q' 的坐标为:

$$\left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right), \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{4\sqrt{5}}{5}\right), \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right), \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{4\sqrt{5}}{5}\right).$$

..... (8分)

数学试题(A卷)参考答案及评分意见 第5页(共5页)

