

2023 年锦州市初中学业水平考试

数学试卷

考试时间 120 分钟 试卷满分 120 分

※考生注意：请在答题卡各题目规定答题区域内作答，答在本试卷上无效。

一、选择题（本大题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 2023 的相反数是 ()

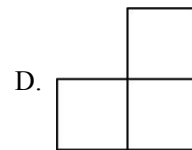
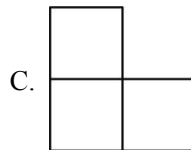
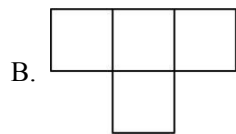
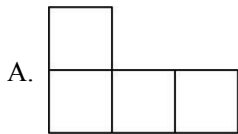
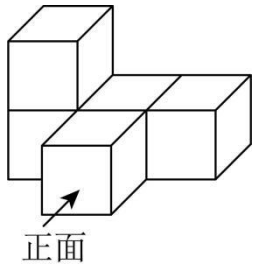
A. $\frac{1}{2023}$

B. -2023

C. 2023

D. $-\frac{1}{2023}$

2. 如图所示的几何体是由 5 个完全相同的小正方体搭成的，它的俯视图是 ()



3. 下列运算正确的是 ()

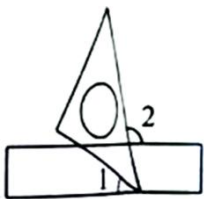
A. $a^2 + a^3 = a^5$

B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

C. $(a^2)^3 = a^5$

D. $(-2a^2)^3 = 6a^6$

4. 如图，将一个含 45° 角的直角三角板按如图所示的位置摆放在直尺上。若 $\angle 1 = 28^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 152°

B. 135°

C. 107°

D. 73°

5. 在一次跳绳测试中，参与测试的 10 名学生一分钟跳绳成绩如下表所示：

成绩/次	129	130	132	135	137
人数/人	1	3	2	2	2

这 10 名学生跳绳成绩的中位数和众数分别为 ()

A. 132, 130

B. 132, 132

C. 130, 130

D. 130, 132

6. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x + 3 = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围是 ()

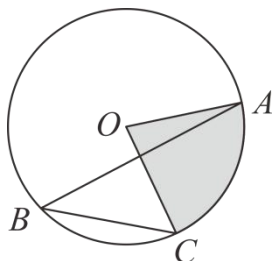
A. $k < \frac{1}{3}$

B. $k \leq \frac{1}{3}$

C. $k < \frac{1}{3}$ 且 $k \neq 0$

D. $k \leq \frac{1}{3}$ 且 $k \neq 0$

7. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle ABC = 40^\circ$, 连接 OA, OC . 若 $\odot O$ 的半径为 3, 则扇形 AOC (阴影部分) 的面积为 ()



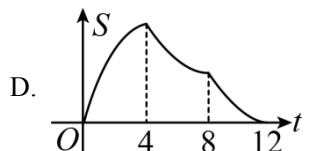
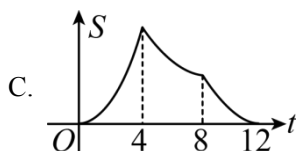
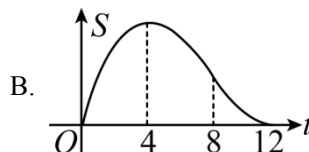
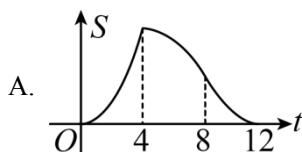
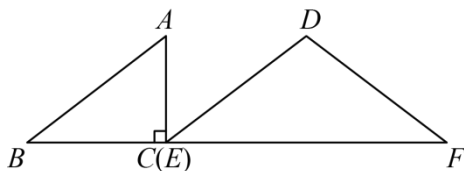
A. $\frac{2}{3}\pi$

B. π

C. $\frac{4}{3}\pi$

D. 2π

8. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 在 $\triangle DEF$ 中, $DE = DF = 5$, $EF = 8$, BC 与 EF 在同一条直线上, 点 C 与点 E 重合. $\triangle ABC$ 以每秒 1 个单位长度的速度沿线段 EF 所在直线向右匀速运动, 当点 B 运动到点 F 时, $\triangle ABC$ 停止运动. 设运动时间为 t 秒, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 重叠部分的面积为 S , 则下列图象能大致反映 S 与 t 之间函数关系的是 ()



二、填空题 (本大题共 8 道小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 近年来, 跑步成为越来越多人的一种生活方式. 据官方数据显示, 2023 年上海半程马拉松报名人数达到 78922 人. 将数据 78922 用科学记数法表示为_____.

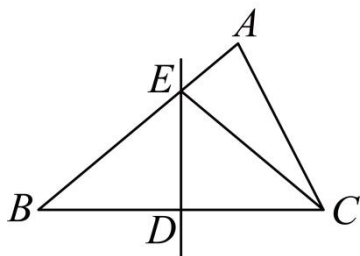
10. 因式分解: $2x^2 - 4x =$ _____.

11. 甲、乙、丙三名运动员在 5 次射击训练中, 平均成绩都是 8.5 环, 方差分别是 $s_{\text{甲}}^2 = 0.78$, $s_{\text{乙}}^2 = 0.20$,

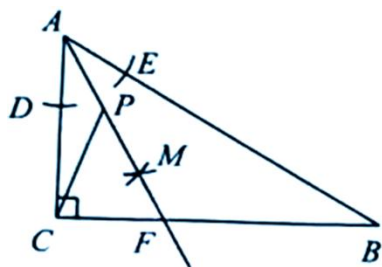
$s_{\text{丙}}^2 = 1.28$ ，则三名运动员中这 5 次训练成绩最稳定的是_____。（填“甲”或“乙”或“丙”）

12. 一个不透明的盒子中装有若干个红球和 5 个黑球，这些球除颜色外均相同。经多次摸球试验后发现，摸到黑球的频率稳定在 0.25 左右，则盒子中红球的个数约为_____。

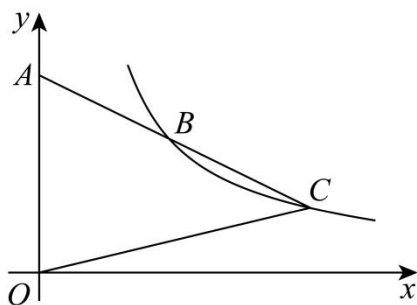
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BC 的垂直平分线交 BC 于点 D ，交 AB 于点 E ，连接 CE 。若 $CE = CA$ ， $\angle ACE = 40^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为_____。



14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $AC = 4$ ，按下列步骤作图：①在 AC 和 AB 上分别截取 AD 、 AE ，使 $AD = AE$ 。②分别以点 D 和点 E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle BAC$ 内交于点 M 。③作射线 AM 交 BC 于点 F 。若点 P 是线段 AF 上的一个动点，连接 CP ，则 $CP + \frac{1}{2}AP$ 的最小值是_____。

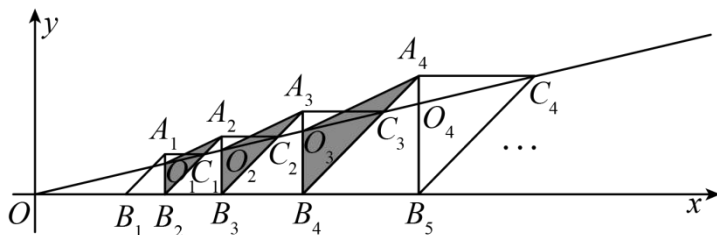


15. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle AOC$ 的边 OA 在 y 轴上，点 C 在第一象限内，点 B 为 AC 的中点，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过 B 、 C 两点。若 $\triangle AOC$ 的面积是 6，则 k 的值为_____。



16. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $A_1B_1B_2C_1$ ， $A_2B_2B_3C_2$ ， $A_3B_3B_4C_3$ ， $A_4B_4B_5C_4$ ， $\dots$ 都是平行四边形，顶点 B_1 ， B_2 ， B_3 ， B_4 ， B_5 ， $\dots$ 都在 x 轴上，顶点 C_1 ， C_2 ， C_3 ， C_4 ， $\dots$ 都在正比例函数 $y = \frac{1}{4}x$ ($x \geq 0$) 的图象上，且 $B_2C_1 = 2A_2C_1$ ， $B_3C_2 = 2A_3C_2$ ， $B_4C_3 = 2A_4C_3$ ， $\dots$ ，连接 A_1B_2 ， A_2B_3 ， A_3B_4 ，

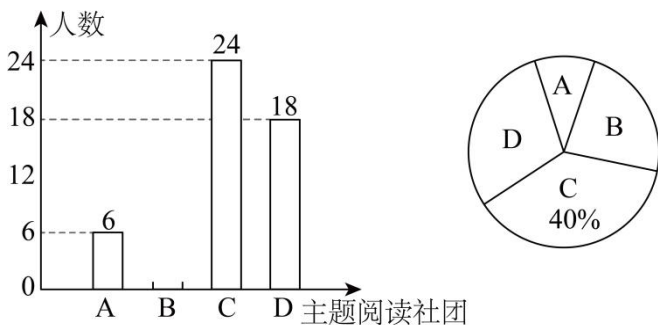
$A_4B_5, \dots$, 分别交射线 OC_1 于点 $O_1, O_2, O_3, O_4, \dots$, 连接 $O_1A_2, O_2A_3, O_3A_4, \dots$, 得到 $\triangle O_1A_2B_2, \triangle O_2A_3B_3, \triangle O_3A_4B_4, \dots$. 若 $B_1(2,0), B_2(3,0), A_1(3,1)$, 则 $\triangle O_{2023}A_{2024}B_{2024}$ 的面积为_____.



三、解答题 (本大题共 2 道题, 第 17 题 6 分, 第 18 题 8 分, 共 14 分)

17. 化简, 再求值: $\left(1 + \frac{1}{a+1}\right) \div \frac{a^2-4}{2a+2}$, 其中 $a=3$.

18. 2023 年, 教育部等八部门联合印发了《全国青少年学生读书先去实施方案》, 某校为落实该方案, 成立了四个主题阅读社团: A. 民俗文化, B. 节日文化, C. 古曲诗词, D. 红色经典. 学校规定: 每名学生必须参加且只能一个社团. 学校随机对部分学生选择社团的情况进行了调查. 下面是根据调查结果绘制的两幅不完整的统计图.



请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 本次随机调查的学生有_____名, 在扇形统计图中“ A ”部分圆心角的度数为_____;
- (2) 通过计算补全条形统计图;
- (3) 若该校共有 1800 名学生, 请根据以上调查结果, 估计全校参加“ D ”社团的人数.

四、解答题 (本大题共 2 道题, 每题 8 分, 共 16 分)

19. 垃圾分类工作是今年全国住房和城乡建设工作会议部署的重点工作之一. 为营造人人参与垃圾分类的良好氛围, 某市环保部门开展了“让垃圾分类成为低碳生活新时尚”宣传活动, 决定从 A, B, C 三名志愿者中通过抽签的方式确定两名志愿者到社区进行垃圾分类知识宣讲, 抽签规则: 将三名志愿者的名字分别写在三张完全相同且不透明卡片的正面, 把三张卡片背面朝上, 洗匀后放在桌面上, 先从中随机抽取一张卡片, 记下名字, 再从剩余的两张卡片中随机抽取第二张卡片, 记下名字.

- (1) 从三张卡片中随机抽取一张, 恰好是“ B 志愿者”的概率是_____;

(2) 按照抽签规则, 请你用列表法或画树状图法表示出两次抽签所有可能的结果, 并求出 A, B 两名志愿者同时被抽中的概率.

20. 2023 年 5 月 15 日, 辽宁男篮取得第三次 CBA 总冠军, 辽篮运动员的拼搏精神感染了众多球迷. 某校篮球社团人数迅增, 急需购进 A, B 两种品牌篮球, 已知 A 品牌篮球单价比 B 品牌篮球单价的 2 倍少 48 元, 采购相同数量的 A, B 两种品牌篮球, 分别需要花费 9600 元和 7200 元. 求 A, B 两种品牌篮球的单价分别是多少元?

五、解答题 (本大题共 2 道题, 每题 8 分, 共 16 分)

21. 如图 1, 是某校教学楼正厅一角处摆放的“教学楼平面示意图”展板, 数学学习小组想要测量此展板的最高点到地面的高度. 他们绘制了图 2 所示的展板侧面的截面图, 并测得 $AB = 120\text{cm}$, $BD = 80\text{cm}$, $\angle ABD = 105^\circ$, $\angle BDQ = 60^\circ$, 底座四边形 $EFPQ$ 为矩形, $EF = 5\text{cm}$. 请帮助该数学学习小组求出展板最高点 A 到地面 PF 的距离. (结果精确到 1cm . 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



图1

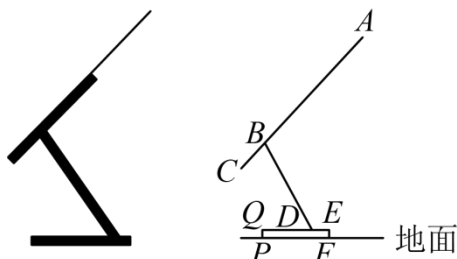
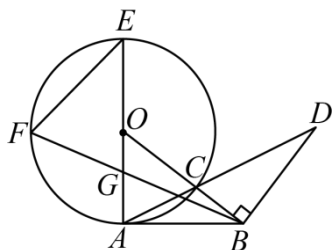


图2

22. 如图, AE 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, AB 与 $\odot O$ 相切于点 A , 与 OC 延长线交于点 B , 过点 B 作 $BD \perp OB$, 交 AC 的延长线于点 D .



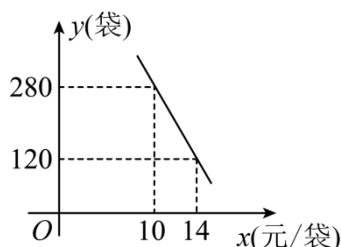
(1) 求证: $AB = BD$;

(2) 点 F 为 $\odot O$ 上一点, 连接 EF, BF , BF 与 AE 交于点 G . 若 $\angle E = 45^\circ$, $AB = 5$, $\tan \angle ABG = \frac{3}{7}$,

求 $\odot O$ 的半径及 AD 的长.

六、解答题 (本题共 10 分)

23. 端午节前夕, 某批发部购入一批进价为 8 元/袋的粽子, 销售过程中发现: 日销量 y (袋) 与售价 x (元/袋) 满足如图所示的一次函数关系.



(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 每袋粽子的售价定为多少元时, 所获日销售利润最大, 最大日销售利润是多少元?

七、解答题 (本大题共 2 道题, 每题 12 分, 共 24 分)

24. 【问题情境】如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle ACB = \alpha$. 点 D 在边 BC 上将线段 DB 绕点 D 顺时针旋转得到线段 DE (旋转角小于 180°), 连接 BE , CE , 以 CE 为底边在其上方作等腰三角形 FEC , 使 $\angle FCE = \alpha$, 连接 AF .

【尝试探究】

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 易知 $AF = BE$;

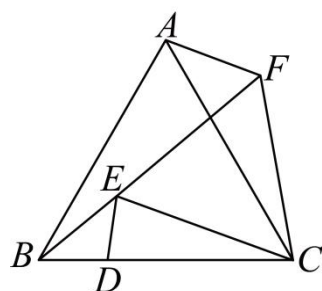


图1

如图 2, 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 则 AF 与 BE 的数量关系为_____;

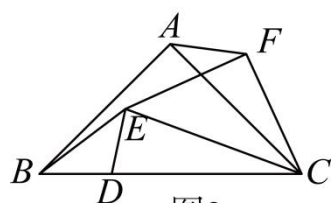


图2

(2) 如图 3, 写出 AF 与 BE 的数量关系 (用含 α 的三角函数表示). 并说明理由;

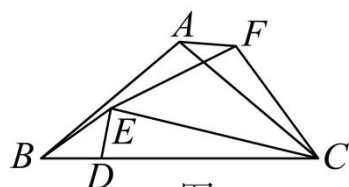
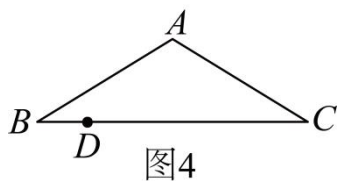


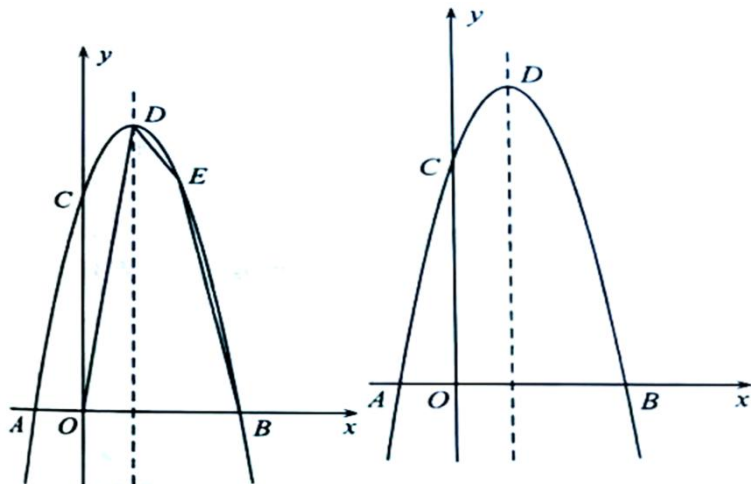
图3

【拓展应用】

(3) 如图 4, 当 $\alpha = 30^\circ$, 且点 B, E, F 三点共线时. 若 $BC = 4\sqrt{7}$, $BD = \frac{1}{5}BC$, 请直接写出 AF 的长.



25. 如图，抛物线 $y = -\sqrt{3}x^2 + bx + c$ 交 x 轴于点 $A(-1, 0)$ 和 B ，交 y 轴于点 $C(0, 3\sqrt{3})$ ，顶点为 D 。



备用图

- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 若点 E 在第一象限内对称右侧的抛物线上，四边形 $ODEB$ 的面积为 $7\sqrt{3}$ ，求点 E 的坐标；
- (3) 在 (2) 的条件下，若点 F 是对称轴上一点，点 H 是坐标平面内一点，在对称轴右侧的抛物线上是否存在点 G ，使以 E, F, G, H 为顶点的四边形是菱形，且 $\angle EFG = 60^\circ$ ，如果存在，请直接写出点 G 的坐标；如果不存在，请说明理由。

