

数学试卷

(本试卷共 26 道题 满分 150 分 考试时间 120 分钟)

注意：所有试题必须在答题卡上作答，在本试卷上作答无效。

第一部分 选择题 (共 30 分)

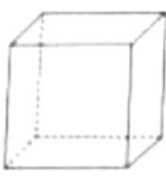
一、选择题 (本题包括 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求)

1. -6 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{6}$ B. -0.6 C. $\frac{1}{6}$ D. 6

2. 如图是某几何体的三视图，该几何体是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-2x)^2 = 4x^2$ C. $mn^{-2} = \frac{m^2}{n}$ D. $ab^2 - ab = b$

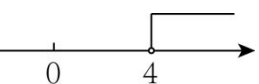
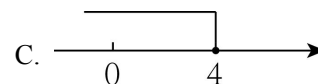
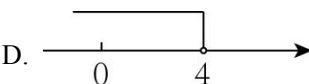
4. 某校开展安全知识竞赛，进入决赛的学生有 20 名，他们的决赛成绩如下表所示：

决赛成绩/分	100	99	98	97
人数	3	7	6	4

则这 20 名学生决赛成绩的中位数和众数分别是 ()

- A. 98, 98 B. 98, 99 C. 98.5, 98 D. 98.5, 99

5. 不等式 $\frac{1}{2}x - 1 \leq 7 - \frac{3}{2}x$ 的解集在数轴上表示为 ()

- A.  B.  C.  D. 

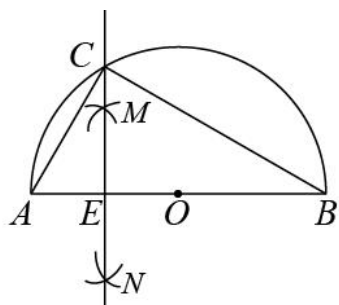
6. 下列调查中，适合采用抽样调查的是 ()

- A. 了解神舟飞船的设备零件的质量情况 B. 了解一批袋装食品是否含有防腐剂
C. 全国人口普查 D. 企业招聘，对应聘人员进行面试

7. 下列命题不正确的是 ()

- A. 经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行
- B. 负数的立方根是负数
- C. 对角线互相垂直的四边形是菱形
- D. 五边形的外角和是 360°

8. 如图，线段 AB 是半圆 O 的直径。分别以点 A 和点 O 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AO$ 的长为半径作弧，两弧交于 M , N 两点，作直线 MN ，交半圆 O 于点 C ，交 AB 于点 E ，连接 AC ， BC ，若 $AE = 1$ ，则 BC 的长是 ()



- A. $2\sqrt{3}$
- B. 4
- C. 6
- D. $3\sqrt{2}$

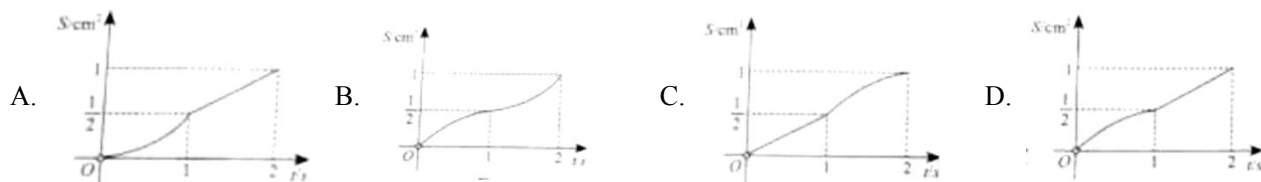
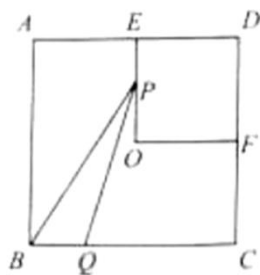
9. 《九章算术》是中国传统数学重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架，其中《盈不足》卷记载了一道有趣的数学问题：“今有共买物，人出八，赢三；人出七，不足四，问人数、物价各几何？”译文：“今有人合伙购物，每人出 8 钱，会多出 3 钱；每人出 7 钱，又差 4 钱，问人数，物价各多少？”设人数为 x 人，物价为 y 钱，根据题意，下面所列方程组正确的是 ()



- A. $\begin{cases} 8x + 3 = y \\ 7x - 4 = y \end{cases}$
- B. $\begin{cases} 8x - 3 = y \\ 7x + 4 = y \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 8x + 3 = y \\ 7x + 4 = y \end{cases}$
- D. $\begin{cases} 8x - 3 = y \\ 7x - 4 = y \end{cases}$

10. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 2cm 的正方形，点 E ，点 F 分别为边 AD ， CD 中点，点 O 为正方形的中心，连接 OE , OF ，点 P 从点 E 出发沿 $E-O-F$ 运动，同时点 Q 从点 B 出发沿 BC 运动，两点运动速度均为 1cm/s ，当点 P 运动到点 F 时，两点同时停止运动，设运动时间为 $t\text{s}$ ，连接 BP , PQ ， BPQ 的面

积为 $S\text{cm}^2$ ，下列图像能正确反映出 S 与 t 的函数关系的是 ()



第二部分 非选择题 (共 120 分)

二、填空题 (本题包括 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

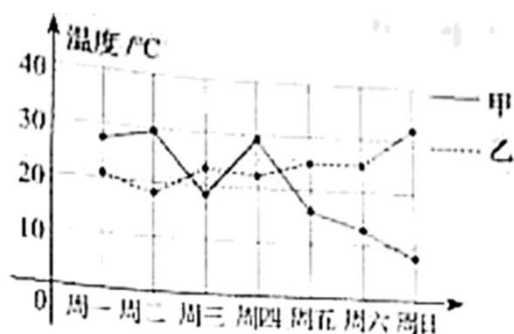
11. 目前, 我国基本医疗保险覆盖已超过 13.5 亿人, 数据 13.5 亿用科学记数法表示为_____.

12. 分解因式: $x^2y - 2xy^2 + y^3 =$ _____.

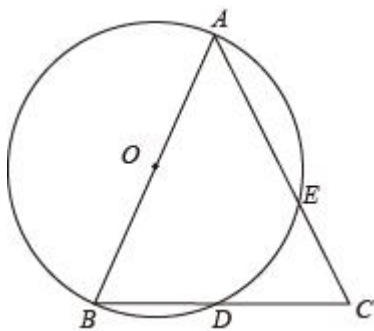
13. 点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 在一次函数 $y = (a-2)x + 1$ 的图像上, 当 $x_1 > x_2$ 时, $y_1 < y_2$, 则 a 的取值范围是_____.

14. 若关于 x 的方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 且 $m \geq -3$, 则从满足条件的所有整数 m 中随机选取一个, 恰好是负数的概率是_____.

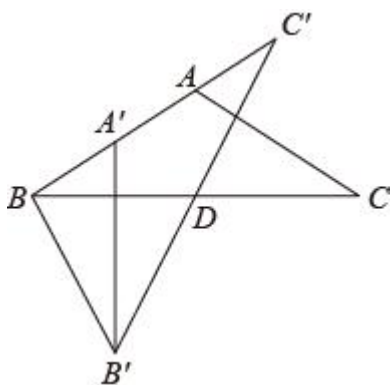
15. 下图是根据甲、乙两城市一周的日均气温绘制的折线统计图, 根据统计图判断本圈的日平均气温较稳定的城市是_____. (选填“甲”或“乙”)



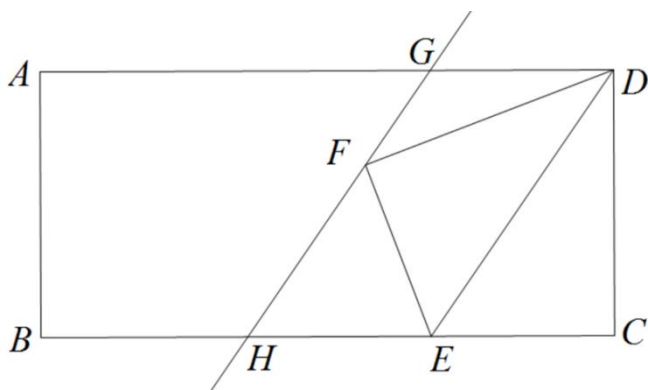
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, \angle A = 50^\circ$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交边 BC, AC 于 D, E 两点, $AC = 2$, 则 $\widehat{DE}$ 的长是_____.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, \angle ABC = 30^\circ$, 点 D 为 BC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 绕点 D 逆时针旋转得到 $A'B'C'$, 当点 A 的对应点 A' 落在边 AB 上时, 点 C' 在 BA 的延长线上, 连接 BB' , 若 $AA' = 1$, 则 $\triangle BB'D$ 的面积是_____.



18. 如图, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $AB = \sqrt{2}, AD = 3$, 点 E 为边 BC 上一点, 将 $\triangle DCE$ 沿 DE 翻折, 点 C 的对应点为点 F , 过点 F 作 DE 的平行线交 AD 于点 G , 交直线 BC 于点 H . 若点 G 是边 AD 的三等分点, 则 FG 的长是_____.

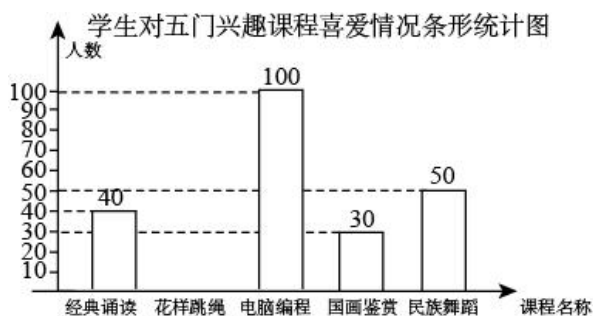


三、解答题 (第 19 题 8 分, 第 20 题 14 分, 共 22 分)

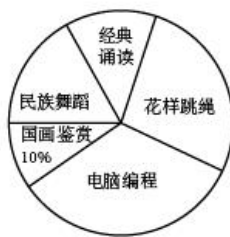
19. 先化简, 再求值: $\frac{x-3}{x^2-1} \div \frac{x-3}{x^2+2x+1} - \left(\frac{1}{x-1} + 1 \right)$, 其中 $x = |-\sqrt{2}| + 1$.

20. 某学校为丰富课后服务内容, 计划开设经典诵读, 花样跳绳、电脑编程、倒画赏析、民族舞蹈五门兴趣课程. 为了解学生对这五门兴趣课程的喜爱情况, 随机抽取了部分学生进行问卷调查 (要求每位学生只能

选择门课程), 并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图.



学生对五门兴趣课程喜爱情况扇形统计图



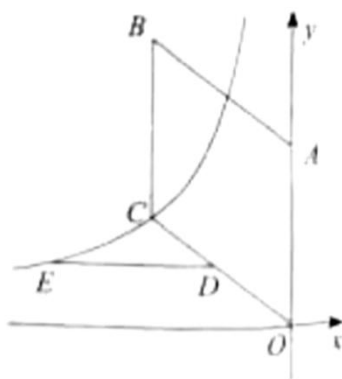
根据图中信息, 完成下列问题:

- (1) 本次调查共抽取了_____名学生;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 计算扇形统计图中“电脑编程”所对应扇形的圆心角度数;
- (4) 若全校共有 1200 名学生, 请估计选择“民族舞蹈”课程的学生人数;
- (5) 在经典诵读课前展示中, 甲同学从标有 A 《出师表》、 B 《观沧海》、 C 《行路难》的三个签中随机抽取一个后放回, 乙同学再随机抽取一个, 请用列表或画树状图的方法, 求甲乙两人至少有一人抽到 A 《出师表》的概率.

四、解答题 (本题 10 分)

21. 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 四边形 $OABC$ 是菱形, 点 A 在 y 轴正半轴上, 点 B 的坐标是 $(-4, 8)$,

反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象经过点 C .



(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 点 D 在边 CO 上, 且 $\frac{CD}{DO} = \frac{3}{4}$, 过点 D 作 $DE \parallel x$ 轴, 交反比例函数的图象于点 E , 求点 E 的坐标.

五、解答题 (第 22 题 10 分, 第 23 题 12 分, 共 22 分)

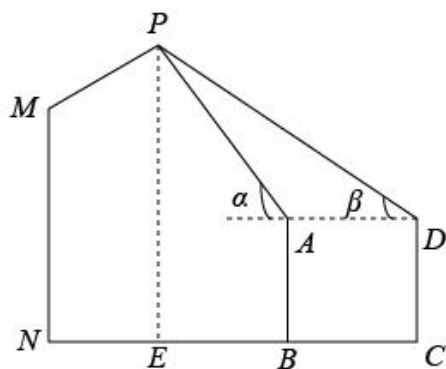
22. 某数学小组要测量学校路灯 $P-M-N$ 的顶部到地面的距离, 他们借助皮尺、测角仪进行测量, 测量

结果如下：

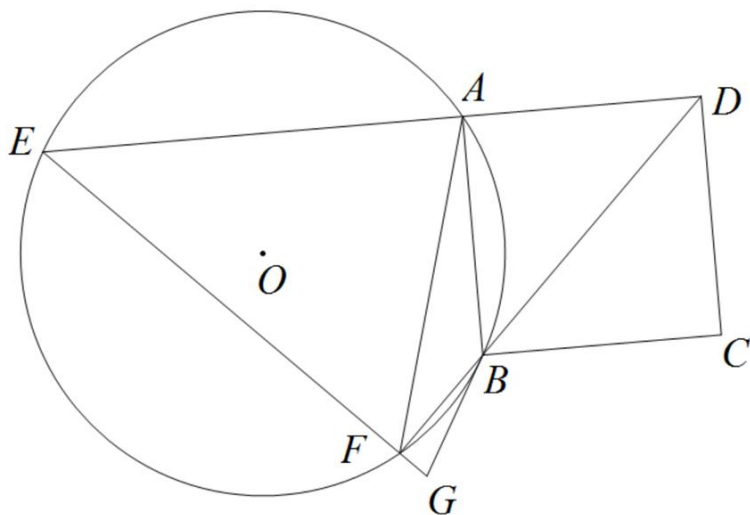
测量项目	测量数据
从 A 处测得路灯顶部 P 的仰角 α	$\alpha = 58^\circ$
从 D 处测得路灯顶部 P 的仰角 β	$\beta = 31^\circ$
测角仪到地面的距离	$AB = DC = 1.6\text{m}$
两次测量时测角仪之间的水平距离	$BC = 2\text{m}$

计算路灯顶部到地面的距离 PE 约为多少米？（结果精确到 0.1 米，参考数据：

$\cos 31^\circ \approx 0.86, \tan 31^\circ \approx 0.60, \cos 58^\circ \approx 0.53, \tan 58^\circ \approx 1.60$ ）



23. 如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，点 A ，点 B 在 $\odot O$ 上，边 DA 的延长线交 $\odot O$ 于点 E ，对角线 DB 的延长线交 $\odot O$ 于点 F ，连接 EF 并延长至点 G ，使 $\angle FBG = \angle FAB$ 。

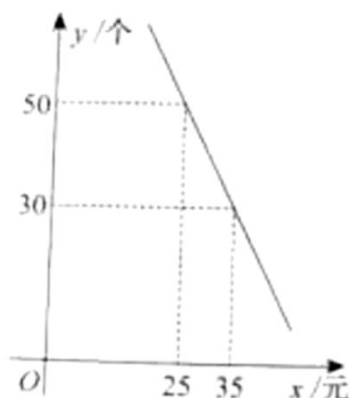


(1) 求证： BG 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 1，求 AF 的长。

六、解答题（本题 14 分）

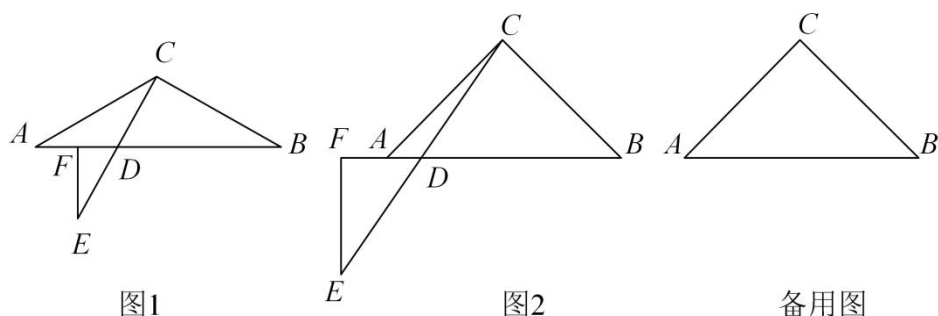
24. 某商场新进一批拼装玩具, 进价为每个 10 元, 在销售过程中发现, 日销售量 y (个) 与销售单价 x (元) 之间满足如图所示的一次函数关系.



- (1) 求 y 与 x 的函数关系式 (不要求写出自变量 x 的取值范围);
- (2) 若该玩具某天的销售利润是 600 元, 则当天玩具的销售单价是多少元?
- (3) 设该玩具日销售利润为 w 元, 当玩具的销售单价定为多少元时, 日销售利润最大? 最大利润是多少元?

七、解答题 (本题 14 分)

25. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, 点 D 在线段 AB 上, 连接 CD 并延长至点 E , 使 $DE = CD$, 过点 E 作 $EF \perp AB$, 交直线 AB 于点 F .



- (1) 如图 1, 若 $\angle ACB = 120^\circ$, 请用等式表示 AC 与 EF 的数量关系: _____.
- (2) 如图 2. 若 $\angle ACB = 90^\circ$, 完成以下问题:
 - ①当点 D , 点 F 位于点 A 的异侧时, 请用等式表示 AC, AD, DF 之间的数量关系, 并说明理由;
 - ②当点 D , 点 F 位于点 A 的同侧时, 若 $DF = 1, AD = 3$, 请直接写出 AC 的长.

八、解答题 (本题 14 分)

26. 如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A, B(4, 0)$ 两点 (A 在 B 的左侧), 与 y 轴交于点 $C(0, -4)$, 点 P 在抛物线上, 连接 BC, BP .

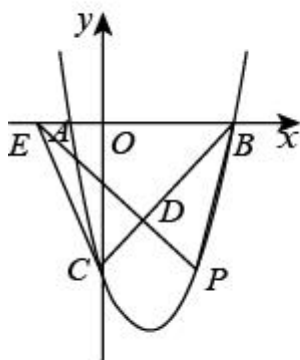


图1

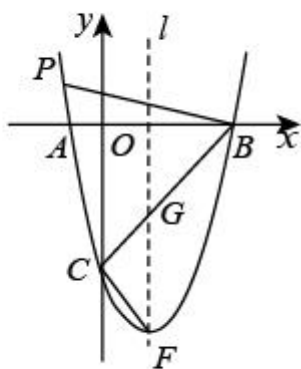


图2

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 如图 1，若点 P 在第四象限，点 D 在线段 BC 上，连接 PD 并延长交 x 轴于点 E ，连接 CE ，记 $\triangle DCE$ 的面积为 S_1 ， $\triangle DBP$ 的面积为 S_2 ，当 $S_1 = S_2$ 时，求点 P 的坐标；

(3) 如图 2，若点 P 在第二象限，点 F 为抛物线的顶点，抛物线的对称轴 l 与线段 BC 交于点 G ，当 $\angle PBC + \angle CFG = 90^\circ$ 时，求点 P 的横坐标.

