

数学试卷

试卷满分 150 分

第一部分 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

D. 5

D.

D. $a^2 \div a^4 = a^6$

D. 

尺码/cm	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
销售量/双	1	2	5	11	7	3	1

D. 23cm

6. 下列一元二次方程无实数根的是 ()

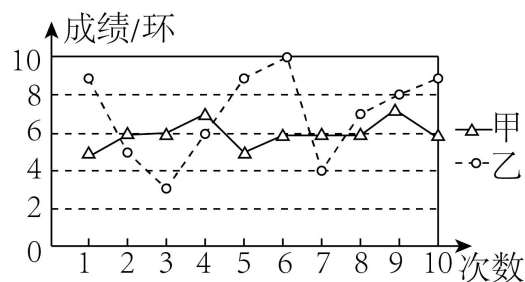
A. $x^2 + x - 2 = 0$

B. $x^2 - 2x = 0$

C. $x^2 + x + 5 = 0$

D. $x^2 - 2x + 1 = 0$

7. 甲、乙两人在相同的条件下各射击 10 次，将每次命中的环数绘制成如图所示统计图. 根据统计图得出的结论正确的是 ()



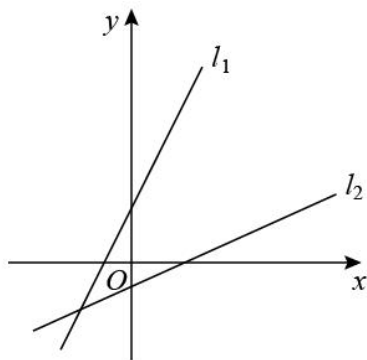
A. 甲的射击成绩比乙的射击成绩更稳定

B. 甲射击成绩的众数大于乙射击成绩的众数

C. 甲射击成绩的平均数大于乙射击成绩的平均数

D. 甲射击成绩的中位数大于乙射击成绩的中位数

8. 如图，在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y = k_1x + b_1$ 与 $y = k_2x + b_2$ 的图象分别为直线 l_1 和直线 l_2 ，下列结论正确的是 ()



A. $k_1 \cdot k_2 < 0$

B. $k_1 + k_2 < 0$

C. $b_1 - b_2 < 0$

D. $b_1 \cdot b_2 < 0$

9. 《孙子算经》中有一道题，原文是：“今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺，木长几何？”意思是：用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺；将绳子对折再量长木，长木还剩余 1 尺，木长多少尺？若设绳子长 x 尺，木长 y 尺，所列方程组正确的是 ()

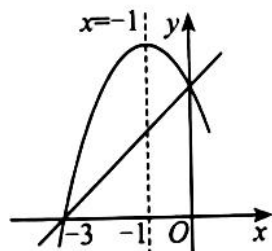
A.
$$\begin{cases} x - y = 4.5 \\ 2x + 1 = y \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} y - x = 4.5 \\ 2x - 1 = y \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x - y = 4.5 \\ \frac{1}{2}x + 1 = y \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} y - x = 4.5 \\ \frac{1}{2}x - 1 = y \end{cases}$$

10. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象如图所示，对称轴为直线 $x = -1$ ，直线 $y = kx + c$ 与抛物线都经过点 $(-3, 0)$ ，下列说法：① $ab > 0$ ；② $4a + c > 0$ ；③ $(-2, y_1)$ 与 $(\frac{1}{2}, y_2)$ 是抛物线上的两个点，则 $y_1 < y_2$ ；④方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 $x_1 = -3, x_2 = 1$ ；⑤当 $x = -1$ 时，函数 $y = ax^2 + (b - k)x$ 有最大值，其中正确的个数是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

第二部分 非选择题 (共 120 分)

二、填空题 (本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

11. 2022 年北京冬奥会全冰面速滑馆的冰面面积约为 12000 平方米，为亚洲最大，将数据 12000 用科学记数法表示为_____.

12. 分解因式： $ax^2 - a =$ _____.

13. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(1, 3)$ ，则 k 的值是_____.

14. 质检部门对某批产品的质量进行随机抽检，结果如下表所示：

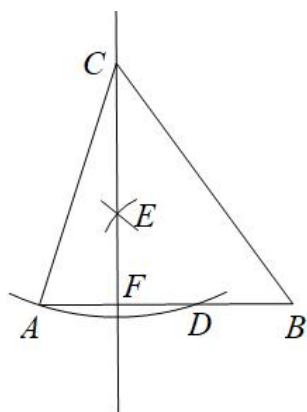
抽检产品数 n	100	150	200	250	300	500	1000
合格产品数 m	89	134	179	226	271	451	904
合格率 $\frac{m}{n}$	0.890	0.893	0.895	0.904	0.903	0.902	0.904

在这批产品中任取一件，恰好是合格产品的概率约是 (结果保留一位小数) _____.

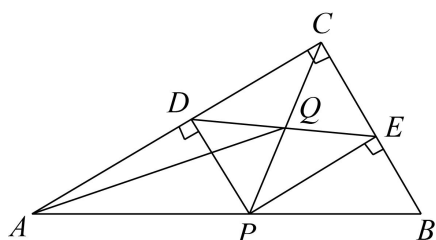
15. 在平面直角坐标系中，线段 AB 的端点 $A(3, 2), B(5, 2)$ ，将线段 AB 平移得到线段 CD ，点 A 的对应点 C 的坐标是 $(-1, 2)$ ，则点 B 的对应点 D 的坐标是_____.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC, \angle B = 54^\circ$ ，以点 C 为圆心， CA 长为半径作弧交 AB 于点 D ，分别以点 A 和点 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AD$ 长为半径作弧，两弧相交于点 E ，作直线 CE ，交 AB 于点 F ，则 $\angle ACF$ 的

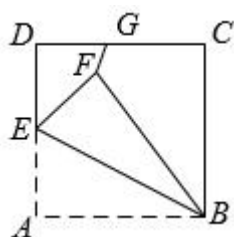
度数是_____.



17. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, \angle B = 60^\circ, BC = 2$, 点 P 为斜边 AB 上的一个动点 (点 P 不与点 A, B 重合), 过点 P 作 $PD \perp AC, PE \perp BC$, 垂足分别为点 D 和点 E , 连接 DE, PC 交于点 Q , 连接 AQ , 当 $\triangle APQ$ 为直角三角形时, AP 的长是_____.



18. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 10, 点 G 是边 CD 的中点, 点 E 是边 AD 上一动点, 连接 BE , 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折得到 $\triangle FBE$, 连接 GF . 当 GF 最小时, AE 的长是_____.



三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

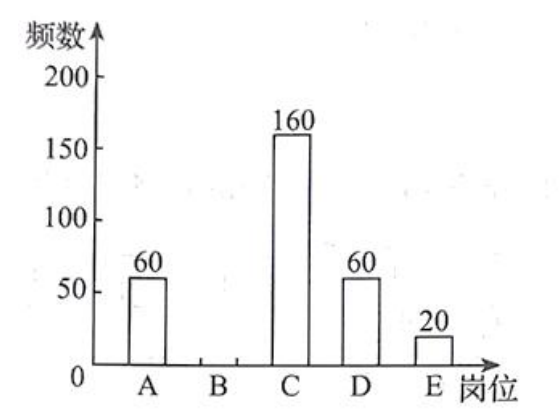
19. 先化简, 再求值: $\left(\frac{3}{a-2} + \frac{1}{a+2}\right) \div \frac{a+1}{a+2}$, 其中 $a = 4$.

20. 根据防疫需求, 某市向全体市民发出“防疫有我”的志愿者招募令, 并设置了 5 个岗位: A . 防疫宣传; B . 协助核酸采样; C . 物资配送; D . 环境消杀; E . 心理服务, 众多热心人士积极报名, 但每个报名者只能从中选择一个岗位. 光明社区统计了本社区志愿者的报名情况, 并将统计结果绘制成如下统计图表.

光明社区志愿者报名情况统计表

岗位	频数（人）	频率
<i>A</i>	60	0.15
<i>B</i>	<i>a</i>	0.25
<i>C</i>	160	0.40
<i>D</i>	60	0.15
<i>E</i>	20	<i>c</i>
合计	<i>b</i>	1.00

光明社区志愿者报名情况条形统计图



根据统计图表提供的信息，解答下列问题：

- (1) $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 光明社区约有 4000 人，请你估计该市市区 60 万人口中有多少人报名当志愿者？
- (4) 光明社区从报名“心理服务”岗位的 20 人中筛选出 4 名志愿者，这 4 人中有 2 人是一级心理咨询师，2 人是二级心理咨询师，现从 4 人中随机选取 2 人负责心理服务热线，请用列表或画树状图的方法求所选 2 人恰好都是一级心理咨询师的概率.

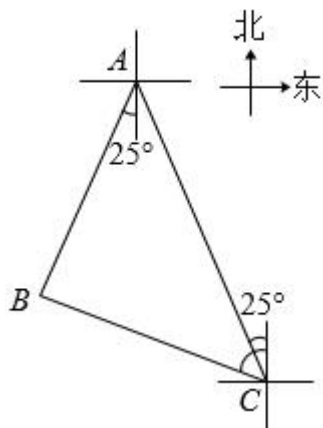
四、解答题（第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分）

21. 麦收时节，为确保小麦颗粒归仓，某农场安排 *A*，*B* 两种型号的收割机进行小麦收制作业．已知一台 *A* 型收割机比一台 *B* 型收割机平均每天多收割 2 公顷小麦，一台 *A* 型收割机收割 15 公顷小麦所用时间与一台 *B* 型收割机收割 9 公顷小麦所用时间相同．

- (1) 一台 *A* 型收割机和一台 *B* 型收割机平均每天各收割小麦多少公顷？
- (2) 该农场安排两种型号的收割机共 12 台同时进行小麦收割作业，为确保每天完成不少于 50 公顷的小麦

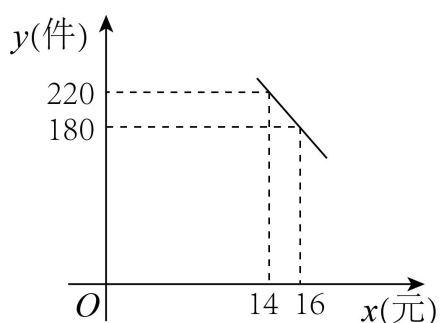
收割任务，至少要安排多少台 A 型收割机？

22. 如图， B 港口在 A 港口的南偏西 25° 方向上，距离 A 港口 100 海里处。一艘货轮航行到 C 处，发现 A 港口在货轮的北偏西 25° 方向， B 港口在货轮的北偏西 70° 方向，求此时货轮与 A 港口的距离（结果取整数）。（参考数据： $\sin 50^\circ \approx 0.766$, $\cos 50^\circ \approx 0.643$, $\tan 50^\circ \approx 1.192$, $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）



五、解答题（满分 12 分）

23. 某超市以每件 13 元的价格购进一种商品，销售时该商品的销售单价不低于进价且不低于 18 元。经过市场调查发现，该商品每天的销售量 y （件）与销售单价 x （元）之间满足如图所示的一次函数关系。

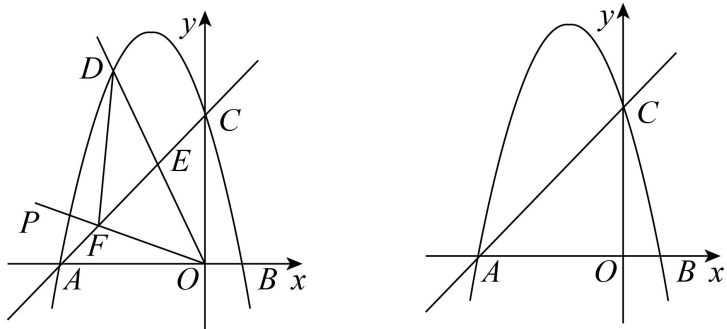


(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 销售单价定为多少时，该超市每天销售这种商品所获的利润最大？最大利润是多少？

六、解答题（满分 12 分）

24. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\square ODEF$ 的顶点 O, D 在斜边 AB 上，顶点 E, F 分别在边 BC, AC 上，以点 O 为圆心， OA 长为半径的 $\odot O$ 恰好经过点 D 和点 E 。



(1) 求抛物线的解析式；

(2) 当点 D 在第二象限且 $\frac{DE}{EO} = \frac{3}{4}$ 时，求点 D 的坐标；

(3) 当 $\triangle ODF$ 为直角三角形时，请直接写出点 D 的坐标.

